

---

## REFLEXIONES EN TORNO DE UN CURSO DE ESTADÍSTICA EN ENSEÑANZA SUPERIOR: UN EJEMPLO CON ESTUDIANTES DE PSICOLOGÍA

**Gustavo R. Cañadas de la Fuente**

Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Granada, España  
grcanadas@ugr.es

**Carolina Carvalho**

Instituto do Educação, Universidade do Lisboa, Portugal  
cfcarvalho@ie.ul.pt

### Resumen

En la actualidad encontramos herramientas didácticas en Internet, pero su utilidad depende del conocimiento que proporcionan y su uso por parte del profesor. En este trabajo, se describe un curso desarrollado para la enseñanza de las tablas de contingencia, experimentado en una asignatura del primer año de la licenciatura de Psicología de España. Nuestros objetivos son la elaboración de materiales didácticos, y evaluar las dificultades mediante un cuestionario. En este trabajo se utilizan nociones teóricas del Enfoque Ontosemiótico desarrollado por Godino y colaboradores. En este trabajo se presentan los resultados del cuestionario, encontrándose dificultades en ciertos puntos importantes. Estos resultados nos llevan a reflexionar sobre la enseñanza de este tema.

**Palabras claves:** Tablas de contingencia, dificultades de aprendizaje, alumnos de psicología, recursos de internet para la enseñanza

### Reflexões em torno de um Curso de Estatística do Ensino Superior: um exemplo com estudantes de Psicologia

#### Resumo

Atualmente encontramos ferramentas didáticas na Internet, mas a sua utilidade depende do conhecimento que proporcionam e da exploração feita pelo professor. Este artigo descreve um curso desenvolvido para o ensino de tabelas de contingência para alunos do primeiro ano do Bacharelado em Psicologia em Espanha. O objetivo foi o desenvolvimento de materiais de ensino para tabelas de contingencia avaliar as dificuldades sentidas pelos alunos durante a sua utilização através de um questionário. Neste trabalho utilizamos noções teóricas da abordagem ontosemiótico desenvolvido por Godino e colaboradores. Para terminar apresentam-se as dificuldades sentidas pelos alunos em alguns pontos importantes. Estes resultados levam-nos a refletir sobre o ensino de conteúdos estatísticos junto de alunos universitários.

**Palavras-chave:** tabelas de contingência, dificuldades de aprendizagem dos estudantes de psicologia, recursos de internet para o ensino.

## **Reflections on a Statistics Course in Higher Education: an example with psychology students**

### **Abstract**

Today, we find educational tools on the Internet, but their usefulness depends on the knowledge they provide and its use by the teacher. This paper describes a course developed for the teaching of contingency tables, one subject experienced in the first year of the Bachelor of Psychology in Spain. Our goals are the development of teaching materials, and evaluate the difficulties by questionnaire. In this paper, we use theoretical notions of onto-semiotic approach developed by Godino and collaborators. This paper presents the results of the questionnaire, finding difficulties in certain important points. These results lead us to reflect on the teaching of this subject.

**Key words:** Contingency tables, learning difficulties, psychology students, internet resources for teaching.

### **INTRODUCCIÓN**

En este trabajo de investigación realizamos un estudio sobre las tablas de contingencia, partiendo de un análisis razonable de la importancia que la comprensión de las tablas de contingencia tienen para los estudiantes de psicología apoyándonos en tres argumentos: (a) su papel en la cultura estadística de todo ciudadano; (b) el tema se incluye en las asignaturas de análisis de datos y es fundamento de otros contenidos en dichas asignaturas; (c) su importancia para la actuación profesional y la investigación en psicología.

Su papel en la cultura estadística de todo ciudadano. De acuerdo a Schield (2006) cualquier persona culta debiera poder leer críticamente las tablas estadísticas que encuentra en la prensa, Internet, medios de comunicación, y trabajo profesional. Esto supone no sólo la lectura literal, sino ser capaz de identificar las tendencias y variabilidad de los datos, y detectar los posibles errores conscientes o inconscientes que puedan distorsionar la información representada. Schield (2000) indica que la lectura de una tabla implica la comprensión de los títulos, subtítulos y los encabezados de filas y columnas; así como el tipo de información incluida. La interpretación crítica de tablas y gráficos moviliza diversos conocimientos y es un proceso complejo en el que muchos elementos se ven implicados, entre los que destacan tres aspectos: cognitivo, contextual y afectivo (MONTEIRO; AINLEY, 2004). Monteiro y Ainley (2007) se preocupan de la laguna existente entre la interpretación de gráficos estadísticos en contexto escolar y contextos extra-escolares, como la prensa. En el

contexto escolar, se insiste en los conocimientos y procesos estadísticos, prestando poca atención al contexto social del que han sido tomados los datos. Estas tablas resultan difíciles aunque aparentemente sean fáciles (CAÑADAS; CONTRERAS; ARTEAGA; GEA, 2013)

El tema se incluye en las asignaturas de análisis de datos y es fundamento de otros contenidos en dichas asignaturas. Otro motivo que hace relevante el tema es su inclusión en los estudios oficiales de psicología tanto en España como en otros países occidentales. La estadística se estudia como una materia en la mayoría de planes de estudio de las más diversas profesiones y forma parte de los programas de especialización y posgrado en las más diversas disciplinas tanto en las ciencias sociales como en las ciencias de la salud. Este motivo, sumados al hecho de ser consideradas estas asignaturas, como la que veremos más adelante, de formación básica en los estudios de psicología por lo que son asignaturas obligatorias que se dan al comienzo de la carrera (ANECA, 2010). Es, de hecho, casi imposible que un profesional, no haya recibido en su formación, en especial en la enseñanza superior, al menos un curso de estadística. En el documento que describe la verificación de los estudio del Grado de Psicología de la Universidad de Granada (ANECA, 2010) un objetivo implícito es proporcionar una base estadística, que capacite para se requiere saber realizar un proceso de resolución de un problema de forma completa: “El objetivo general del título de grado en Psicología es formar futuros profesionales con los conocimientos científicos necesarios para comprender, interpretar, analizar y explicar los procesos mentales y el comportamiento humano...” (p. 9).

En la actualidad los conocimientos científicos en la Psicología presuponen que cada profesional consiga dominar la información estadística presente en los artículos científicos. Para ello, la formación inicial en estadística tiene las condiciones posibles para la enseñanza y aprendizaje, que hacen competente y seguro la formación recibida, siendo una pena, en el caso de ser privado de un dominio eficaz de los conocimientos o el razonamiento que van unidos con él, manteniéndose alejado de actualizaciones de su área de trabajo científicas poniendo en peligro su propio desarrollo profesional.

Su importancia para la actuación profesional y la investigación en psicología. Las tablas de contingencia son fundamentales, en las actividades de diagnóstico y evaluación psicológica, en las que con frecuencia hay diferentes síntomas que pueden estar asociados o no con diferentes patologías. La realización de cualquier estudio clínico-epidemiológico, por ejemplo, pretende poner de manifiesto, al final del mismo, si existe o no asociación entre diferentes variables. Díaz y Gallego (2006) indican que los síntomas o pruebas médicas que se

asocien a una enfermedad, de estar presentes, aumentan las probabilidades de dicha afección. Indican que los cálculos exactos son difíciles y sugieren organizar los datos en una tabla de contingencia para facilitar el diagnóstico.

El objetivo de este trabajo fue diseñar y evaluar materiales didácticos que permiten la enseñanza presencial o virtualizada de este tema. En lo que sigue se analiza investigación previa, los recursos desarrollados y la evaluación desarrollada.

## ANTECEDENTES

Los estudios sobre asociación estadística son numerosos en Psicología, donde se han descrito estrategias erróneas en los juicios de asociación y estimación incorrecta de la asociación. Fueron iniciados Inhelder y Piaget (1955), quienes conciben la asociación como último paso en el desarrollo del razonamiento probabilístico y describen las estrategias en los juicios de asociación a diferentes niveles de desarrollo cognitivo. Para estos autores el desarrollo de la noción de probabilidad resulta de una confusión entre los factores y secuencias de causa y efecto, fruto de las acciones propias del sujeto, así como el concepto de azar y estimaciones esporádicas que formará la base de una probabilidad más o menos de los eventos esperados, o el temor de que pasa a través de sus experiencias cotidianas de la vida (CARVALHO; FERNANDES, 2007).

La precisión en el juicio de asociación ha sido estudiada, entre otros, por Crocker (1981), quien indica que los juicios de asociación incrementan su exactitud si los datos se presentan simultáneamente y las frecuencias son bajas, los sucesos covarían en el tiempo, se elimina la necesidad de obtener muestras, los datos no son ambiguos y no hay necesidad de recordar casos o frecuencias. Allan y Jenkins (1983) basan los patrones de los juicios de asociación en dos principios: (1) se basan los juicios en la diferencia entre casos confirmatorios (celda *a* en la tabla 1) y no confirmatorios (celda *d*), y (2) la compatibilidad causal entre las variables independiente y dependiente es críticos. Erlick y Mills (1967) expone que la asociación negativa se estima como muy próxima a cero. Además Arkes y Harkness (1983), indican que (1) frecuencia en la casilla “*a*” tiene mayor impacto en las contingencias estimadas, (2) la etiquetación de las filas y columnas influye en las contingencias estimadas, y (3) la presencia de números pequeños en las casillas puede influir en una sobreestimación.

**Tabla 1-Ejemplo de tabla de contingencia en una prueba médica**

Síntoma	Con enfermedad	Sin la enfermedad	Total
Presente	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>a + b</i>
Ausente	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>c + d</i>
Total	<i>a + c</i>	<i>b + d</i>	

Otros autores han estudiado la influencia de las teorías previas (JENNINGS; AMABILE; ROSS, 1982; WRIGTH; MURPHY, 1984; ALLOY; TABACNICK, 1984). La estimación de la asociación es más precisa si las personas no tienen ninguna teoría respecto al tipo de asociación sobre los datos. Si las teorías previas indican el mismo tipo de asociación que hay en los datos empíricos, los sujetos tienden a sobre estimar el valor del coeficiente de asociación. Pero cuando los datos no reflejan los resultados esperados por estas teorías, aparece en los sujetos un conflicto cognitivo y se suelen guiar por sus teorías, más que por los datos. Chapman y Chapman (1969) describen la correlación ilusoria. Que consiste en formarse teorías sobre la relación entre variables que impide evaluar correctamente las contingencias empíricas.

La asociación entre variables puede ser debida a la existencia de una relación causa-efecto unilateral pero también según Barbancho (1973), a la interdependencia (cada variable afecta a la otra), dependencia indirecta (una tercera variable afecta a otras dos), concordancia (coincidencia en preferencia u ordenación de la misma serie de datos por dos jueces) y covariación espuria o casual. La comprensión de la asociación implicaría, además de la exactitud en el juicio, comprender estos tipos de relaciones entre las variables. Sin embargo, Estepa (1994) describe la concepción causal, según la cual el sujeto sólo considera la asociación entre variables si puede adjudicarse a la presencia de una relación causal entre las mismas. También define la concepción unidireccional: En este caso el estudiante no admite la asociación inversa, considerándose la intensidad de la asociación, pero no su signo y considera la asociación inversa como independencia.

En el Enfoque Ontosemiótico los aspectos teóricos se han de complementar con el concepto de “Idoneidad Didáctica” del proceso instruccional y para ello, se deben combinar, en mayor o menor grado las seis componentes siguientes (GODINO, 2011): idoneidad epistémica, idoneidad cognitiva, idoneidad interaccional, idoneidad mediacional, idoneidad emocional e idoneidad ecológica. Estas vendrán descritas más adelante.

Para tratar de resolver los problemas citados se desarrollaron recursos didácticos dirigidos a facilitar la comprensión y el análisis de las tablas de contingencia en estudiantes de Psicología. Estos recursos se experimentaron en un curso reglado del Grado de Psicología en la Universidad de Granada, dentro de la asignatura “Técnicas de análisis en la investigación psicológica”, que se imparte en el primer curso con carácter obligatorio y cuenta con 6 créditos (ECTS).

## **MÉTODO**

### **Objetivos**

El primer objetivo de la investigación fue desarrollar un material didáctico para la enseñanza del tema, basado en el estudio de los antecedentes, libros de texto de Estadística aplicada a Psicología y el análisis epistémico del concepto. Para ello se seleccionaron ejemplos y ejercicios durante la enseñanza que permitieron contextualizar el tema en áreas próximas al estudiante para aumentar la afectividad de los estudiantes, y se desarrolla un programa Excel que facilitó la realización de cálculos y gráficos.

Un segundo objetivo fue evaluar las dificultades de aprendizaje. Para ello se construyó un cuestionario (ver Anexo) que consta de ítems de opciones múltiples.

### **Muestra**

El material (CAÑADAS, 2011) fue experimentado en el curso 2010-2011 y colocado en Internet para ser utilizado por los alumnos (<http://www.ugr.es/~analisisdedatos/webcurso/presentacion.html>). Participaron 93 estudiantes (22 hombres y 71 mujeres, siendo únicamente 4 los repetidores) de primer curso de Psicología en el segundo semestre de estudios (alrededor de 18 años de edad), divididos en dos grupos para las sesiones de teoría (4 sesiones de 1 hora) y seis grupos (2 sesiones en laboratorio de informática) para la realización de prácticas. Todas las clases fueron impartidas por uno de los investigadores. Para asegurar la validez de la recogida de datos, las clases fueron observadas: Dos observadores miembros del equipo de investigación colaboraron en la observación; cada uno de ellos observó un grupo completo de los dos disponibles. Las interacciones en la clase también fueron grabadas en audio, para posteriormente poder comparar con la observación y

anotar las principales incidencias y dudas planteadas por los estudiantes. Los profesores habituales de los cursos también asistieron a las sesiones.

## Material

El proceso de estudio se organizó en cuatro lecciones, que desarrollan los siguientes bloques de contenido:

1. *Tablas de contingencia, lectura e interpretación.* Se pretende que los alumnos aprendiesen a: (a) Resumir datos en una tabla de contingencia; (b) Identificar los distintos tipos de frecuencias relativas dobles, marginales y condicionales e interpretarlas; (d) Representar gráficamente los datos mediante diagrama de barras adosadas, diagrama de barras apiladas y gráfico tridimensional y (e) Calcular probabilidades simples, compuestas y condicionales a partir de una tabla de contingencia.
2. *Asociación estadística, dependencia funcional e independencia.* Se plantearían como objetivos que los alumnos aprendiesen a: (a) Diferenciar la asociación estadística, dependencia funcional e independencia; (b) Reconocer el tipo de relación entre dos variables comparando las frecuencias condicionales; (c) Calcular las frecuencias esperadas en caso de independencia y (d) Analizar posibles explicaciones de una asociación estadística: relación causal, interdependencia, tercera variable explicativa o asociación espuria.
3. *El estadístico Chi-cuadrado y contrastes asociados.* Con los siguientes objetivos (a) Dar una medida de la diferencia entre frecuencias observadas y esperadas en caso de independencia; (b) Calcular e interpretar el estadístico Chi-cuadrado y sus grados de libertad; (c) Comprender los pasos en el contraste de independencia, y en el contraste de homogeneidad interpretando sus resultados; (d) Comprender los supuestos de aplicación del contraste Chi-cuadrado.
4. *Medidas de asociación.* Se trata de que los alumnos aprendiesen a: (a) Interpretar la intensidad de la asociación en una tabla de contingencia; (b) Calcular e interpretar medidas de asociación en tablas 2x2: Coeficiente Phi de Pearson, Riesgo relativo y Razón de productos cruzados; (c) Calcular e interpretar medidas de asociación en tablas rxc; Coeficiente de contingencia de Pearson y  $V$  de Cramer y (d) Calcular e interpretar medidas de asociación que informan de la reducción del error de predicción de una variable, cuando se conoce el valor de la otra

Se proporcionó al estudiante un programa Excel para facilitar los cálculos., organizado en cinco hojas: “Frecuencias”, “Gráficos”, “Test Chi cuadrado”, “Medidas asociación tablas 2x2” y “Medidas asociación tablas rxc”. Se proporcionó a los estudiantes una descripción del programa en que, para cada una de las hojas se describen los objetivos, datos requeridos y resultados. A modo de ejemplo mostramos esta información para la primera hoja Excel de nuestro programa (Figura 1), donde, dada la tabla, se calculan los diferentes tipos de frecuencia.

FRECUENCIAS DOBLES							FRECUENCIAS RELATIVAS POR FILAS						
Variable Y							Variable Y						
Supervivencia							Supervivencia						
y1 y2 y3 y4 y5							y1 y2 y3 y4 y5						
Si No							Si No 0 0 0						
Variable X	Total						Variable X	Total					
x1 Primera	322	194	128				x1 Primera	0,60	0,40	0,00	0,00	0,00	1
x2 Segunda	280	119	161				x2 Segunda	0,43	0,58	0,00	0,00	0,00	1
x3 Tercera	711	138	573				x3 Tercera	0,19	0,81	0,00	0,00	0,00	1
x4	0						x4	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0
x5	0						x5	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0
Total	1313	451	862	0	0	0							
FRECUENCIAS RELATIVAS DOBLES							FRECUENCIAS RELATIVAS POR COLUMNAS						
Variable Y							Variable Y						
Supervivencia							Supervivencia						
y1 y2 y3 y4 y5							y1 y2 y3 y4 y5						
Si No 0 0 0							Si No 0 0 0						
Variable X	Total						Variable X	Total					
x1 Primera	0,25	0,15	0,10	0,00	0,00	0,00	x1 Primera	0,43	0,15	0,00	0,00	0,00	
x2 Segunda	0,21	0,09	0,12	0,00	0,00	0,00	x2 Segunda	0,26	0,19	0,00	0,00	0,00	
x3 Tercera	0,54	0,11	0,44	0,00	0,00	0,00	x3 Tercera	0,31	0,66	0,00	0,00	0,00	
x4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	x4	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
x5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	x5	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Total	1,00	0,34	0,66	0,00	0,00	0,00	Total	1,00	1,00	0,00	0,00	0,00	

NOTA IMPORTANTE: SÓLO PUEDES ESCRIBIR EN LOS CUADROS VERDES

**Figura 1 - Hoja “Frecuencias”**

Los datos requeridos son los nombres y valores de las variables, así como las frecuencias dobles de la tabla (el programa es válido para tablas de hasta 5 filas y columnas). Introducidos estos datos, el programa calcula el resto de frecuencias: marginales, relativas por filas y columnas y dobles (Ver Figura 1). En el resto de las hojas se construyen automáticamente diferentes gráficos (Hoja 2, Gráficos), se calcula el estadístico Chi-cuadrado y sus componentes (Hoja 3, Test Chi-cuadrado) y se calculan las medidas de asociación (Hojas 4 y 5).

## **Instrumento y procedimiento**

También se prepararon diferentes pruebas de evaluación, para ser utilizadas en tres momentos del proceso de estudio (pruebas que también se pusieron en la página Web con su correspondiente solución, una vez que se realizó).

Se construyó un cuestionario con 12 ítems de opción múltiple que corresponde cada ítem a un tipo de dificultad específica que se mencionan en los resultados. En el proceso de elaboración del cuestionario se han seguido una serie de recomendaciones psicométricas para asegurar la calidad de los instrumentos (OSTERLIND, 1989; THORNDIKE, 1989; MARTÍNEZ ARIAS, 1995):

5. En primer lugar, se delimitó el contenido a evaluar con este instrumento, a partir del análisis del estudio del significado de referencia y del análisis del proceso de estudio diseñado.
6. Se especificó el formato de los ítems, decidiendo incluir ítems de Verdadero/ Falso, que permiten en poco tiempo acceder a la evaluación de muchos objetos matemáticos simultáneamente, aunque con menor profundidad.
7. El número de ítems se fijó teniendo en cuenta el tiempo disponible, el tipo de evaluaciones a las que estaban acostumbrados los estudiantes y que se deseaba cubrir el máximo de objetos matemáticos.
8. Se procedió a la elaboración de una colección de ítems iniciales. A partir de ellos, mediante una serie de revisiones por parte de los investigadores, así como de dos profesores del área de metodología de las ciencias del comportamiento, se seleccionaron, posteriormente, los que habrían de constituir el cuestionario.

El cuestionario presenta 12 ítems, que se describen a continuación, analizando su contenido y los posibles errores que, a priori, es previsible encontrar en las respuestas de nuestros estudiantes. Los ítems se componen de un enunciado inicial y varias opciones de verdadero o falso, cada una de las cuáles puede ser correcta o no. Se marcan en negrita la respuestas correctas. Se dio instrucciones a los estudiantes sobre la forma de responder al cuestionario, indicándoseles que cada uno de los sub-ítems podía ser verdadero o falso y pidiéndoles que lo completasen con cuidado e interés. A continuación se analiza cada cuestionario.

ÍTEM 1. Para que dos variables de una tabla de contingencia sean independientes, han de ser iguales:

- a. Las frecuencias relativas condicionales por columnas.
- b. Las frecuencias relativas condicionales por filas.
- c. Las frecuencias relativas condicionales y frecuencias relativas marginales.

Los ítems siguientes evalúan el conocimiento que el estudiante adquiere de propiedades sencillas que permiten evaluar si dos variables de una tabla de contingencia son independientes. En este caso, una respuesta correcta es la a), pues en caso de independencia, todas las distribuciones condicionales por columna coinciden con la distribución marginal de la variable  $X$  o, lo que es lo mismo, la distribución de  $X$  no cambia cuando se condiciona por un valor de  $Y$ .

La opción b) es también adecuada, ya que en caso de independencia, todas las distribuciones condicionales por fila coinciden con la distribución marginal de la variable  $Y$  o lo que es lo mismo, la distribución de  $Y$  no cambia cuando se condiciona por un valor de  $X$ . La c) es igualmente correcta, ya que, como hemos dicho, la independencia implica esta relación de igualdad entre las frecuencias condicionales y las frecuencias marginales. Para responder la pregunta, el estudiante tiene que conocer estas propiedades de la independencia.

ÍTEM 2. Las frecuencias esperadas se calculan mediante:

- a. Las frecuencias absolutas dobles y el total de la muestra.
- b. Las frecuencias relativas dobles y el total de la muestra.
- c. Las frecuencias absolutas marginales y el total de la muestra.
- d. Las frecuencias relativas marginales

Mediante este ítem se desea evaluar el conocimiento del estudiante del procedimiento de cálculo de las frecuencias esperadas en una tabla de contingencia. La respuesta correcta es la c), pues para calcular estas frecuencias, hay que multiplicar las frecuencias marginales entre sí, y dividir este producto por el total de la muestra, es decir:  $e_{ij} = \frac{f_{i.} \times f_{.j}}{n}$ . Para responder la pregunta, el estudiante tiene que diferenciar los distintos tipos de frecuencia en las tablas y recordar el proceso de cálculo de las frecuencias esperadas.

- La respuesta a) es incorrecta, ya que confunde las frecuencias absolutas dobles con las frecuencias absolutas marginales, en el cálculo de las frecuencias esperadas.
- La respuesta b) se debe rechazar, pues cambia las frecuencias relativas dobles por las frecuencias absolutas marginales, en el proceso de cálculo de las frecuencias esperadas.

- Otro error se recoge en la respuesta d), consistente en confundir las frecuencias relativas marginales con las frecuencias absolutas marginales, además de que falta el total de la muestra, en el cálculo.

ÍTEM 3. En caso de que haya asociación entre variables, las frecuencias relativas dobles:

- En todas las celdas son iguales al producto del total por fila y columna que le corresponda, es decir  $h_{i,j} = h_i \cdot h_j$
- Puede ocurrir que coincida en alguna celda al producto del total por fila y columna que le corresponda, es decir  $h_{i,j} = h_i \cdot h_j$**
- Nunca son iguales al producto del total por fila y columna que le corresponda, es decir nunca se cumple  $h_{i,j} = h_i \cdot h_j$

Este ítem evalúa el conocimiento del estudiante de la relación entre frecuencias relativas y marginales en caso de independencia en una tabla de contingencia. El estudiante tiene que distinguir entre propiedades de independencia y asociación, para identificar las opciones verdaderas y falsas. La respuesta correcta es la b), pues en caso de asociación podría darse la igualdad en un caso pero no en todas las celdas.

- La respuesta a) es incorrecta, ya que describe una propiedad de la independencia y no de la asociación.
- Asimismo lo es la respuesta c), puesto que puede ocurrir que en caso de asociación en unos casos se cumpla esta igualdad y en otros no.

ÍTEM 4. En las siguientes tablas 2x2 indicamos el tipo de asociación que informan las diferentes celdas ¿Cuáles de las siguientes tablas es correcta?

a.

	B	No B
A	Dep. directa	Dep. directa
No A	Dep. directa	Dep. inversa

b.

	B	No B
A	<b>Dep. directa</b>	<b>Dep. inversa</b>
No A	<b>Dep. inversa</b>	<b>Dep. directa</b>

c.

	B	No B
A	Dep. directa	Dep. inversa
No A	Dep. inversa	Dep. inversa

Mediante este ítem se desea conocer la interpretación que dan los alumnos a la relación existente entre diferentes celdas en la tabla 2x2 y el signo de la asociación. Las celdas (presencia-presencia y ausencia-ausencia) informarían que la asociación en la tabla es directa, según Inhelder y Piaget (1955). La respuesta adecuada es la b), pues en la diagonal principal están los valores que informan de dependencia directa, referidos a la presencia-presencia (A-B), y ausencia-ausencia (no A-no B). Por el contrario en las otras dos celdas, se da un solo

carácter y el otro no y serían las celdas favorables a una asociación inversa.

- La respuesta a) es incorrecta, porque cuando se da un solo carácter y el otro no, la celda informa de una dependencia inversa, además cuando hay ausencia-ausencia la celda informa de una dependencia directa.
- Un error posible se recoge en c), ya que cuando no se da ninguno de los caracteres la celda informa de una dependencia inversa. Este distractor se elige porque muchos individuos basan sus juicios de asociación directa únicamente en la celda  $a$ .

ÍTEM 5. Indica cuál de las siguientes frases es cierta:

- Si hay una relación causal entre A y B, entonces habrá asociación positiva entre A y B
- Si al tomar datos de A y B encontramos asociación entre las variables, entonces habrá una relación causal entre A y B
- Si hay una relación causal entre A y B, entonces habrá asociación, que puede ser positiva o negativa.**

Este ítem evalúa la comprensión del estudiante de las posibles explicaciones de la asociación, y también trata de detectar la concepción causal de la asociación propuesta por Estepa (1994), por lo que, para resolverlo el alumno ha de comprender que aunque la causalidad implica correlación, la correlación no implica causalidad. La respuesta adecuada es la c), pues si  $A$  es causa de  $B$ , entonces habrá asociación, ya que lo que pase en  $A$  influye en  $B$  de forma positiva o negativa.

- La respuesta a) es incorrecta, pues causa si implica asociación, pero puede ser positiva o negativa.
- Asimismo es errónea la respuesta b); aquí aparece la falacia “correlación implica causalidad”, y estamos olvidando el caso de un tercer factor, u otras posibles explicaciones, como la concordancia o interdependencia.

ÍTEM 6. La diferencia entre la dependencia funcional y la dependencia aleatoria consiste en:

- En la dependencia aleatoria a cada valor de la variable independiente  $X$  le corresponde sólo un valor de la variable dependiente  $Y$
- En la dependencia aleatoria, al variar  $X$  suele variar  $Y$ , pero no siempre**
- La dependencia aleatoria puede ser directa o inversa, pero la funcional siempre es directa

Este ítem trata de analizar la comprensión de la diferencia entre dependencia funcional y dependencia aleatoria entre dos variables. La respuesta correcta es la b), pues la dependencia aleatoria no implica un único valor de la variable dependiente al variar la independiente, lo que produce que al variar  $X$  pueda variar  $Y$ , puesto que sólo conocemos una distribución de valores.

- La respuesta a) es incorrecta, pues es la dependencia funcional cuando ocurre que  $X$  le corresponde sólo un valor de la variable  $Y$ , para todos los casos, mientras en la aleatoria corresponde una distribución de valores.
- La respuesta c) es asimismo incorrecta, puesto que la dependencia funcional no es siempre directa, puede ocurrir que sea inversa.

ÍTEM 7. Para realizar un test Chi-cuadrado en una tabla de contingencia con  $m$  filas y  $n$  columnas, los grados de libertad del estadístico Chi-cuadrado son:

- |  |                      |
|--|----------------------|
| a. $m \times n$ .                          | b. $m + n$ .         |
| <b>c. <math>(m-1) \times (n-1)</math>.</b> | d. $(m-1) + (n-1)$ . |

Este ítem evalúa el conocimiento del cálculo de los grados de libertad en el estadístico Chi-cuadrado, calculado a partir de una tabla de contingencia. La respuesta adecuada es la c), pues los grados de libertad de un estadístico calculado sobre un conjunto de datos se refieren al número de cantidades independientes que se necesitan en su cálculo, menos el número de restricciones que ligan a las observaciones y el estadístico. Se calcula, en primer lugar el número de sumandos, es decir (número de filas)  $\times$  (número de columnas) en la tabla. A esta cantidad se debe restar el número de restricciones impuestas a las frecuencias observadas, por tanto los grados de libertad son  $(m-1) \times (n-1)$ .

- La respuesta a) corresponde a un error, pues no se resta el número de restricciones que ligan a las observaciones y el estadístico. El error de no restarlas apareció en el cálculo de grados de libertad ligados a algunas distribuciones de probabilidad en el trabajo de Alvarado (2007).
- La respuesta b) tampoco es correcta, pues no se tiene en cuenta que se resta el número de restricciones que ligan a las observaciones y el estadístico, además se está confundiendo el producto con la suma, es decir no se calcula bien el número de sumandos.
- La respuesta d) es incorrecta, pues se está confundiendo el producto con la suma.

ÍTEM 8. Los grados de libertad sirven para:

- |  |
|--|
| a. Contar el número de filas y columnas.   |
| <b>b. Calcular el parámetro de la distribución del estadístico.</b>  |
| <b>c. Encontrar en las tablas de la distribución la probabilidad de un valor de Chi-cuadrado, y saber si el valor de Chi cuadrado es estadísticamente significativo.</b> |

Este ítem evalúa la comprensión del significado de los grados de libertad en un estadístico Chi-cuadrado. Las respuestas correctas son dos: en primer lugar la b), pues los grados de libertad son el parámetro de la distribución del estadístico. También es correcta la

c), ya que los grados de libertad se utilizan para buscar en las tablas de la distribución el valor crítico, que nos informa de si el valor obtenido de Chi-cuadrado es estadísticamente significativo. Para responder la pregunta, el estudiante tiene que conocer el significado de los grados de libertad y su uso en las tablas de la distribución.

- La respuesta a) es incorrecta, pues esta respuesta implica que el estudiante confunde el cálculo de los grados de libertad, con su utilidad.

ÍTEM 9. Un investigador usa un test Chi-cuadrado para determinar si hay asociación entre dos variables en una tabla de contingencia. Calcula el valor de Chi-cuadrado y obtiene el valor  $p$  correspondiente. ¿Cuál de los siguientes valores  $p$  indicaría de forma más concluyente que hay asociación entre las variables?.

- |                |        |
|----------------|--------|
| a. <b>.002</b> | b. .01 |
| c. .05         | d. .10 |

Este ítem evalúa la interpretación del valor  $p$  o probabilidad de obtener un valor igual o más extremo del estadístico en una muestra aleatoria del mismo tamaño. La respuesta esperada es la a), pues un valor  $p=0$ , indicaría asociación perfecta, y valor  $p=1$ , nos llevaría a concluir independencia total; esto quiere decir que el valor más pequeño indicaría de forma más concluyente que hay asociación entre las variables, siendo este valor en nuestro caso de 0.002.

- Las respuestas b), c) y d) son incorrectas, pues no son los valores menores de  $p$ . El estudiante tiene que saber, que un valor de  $p$  alto es indicativo independencia, y un valor de  $p$  muy bajo apoyaría la asociación.

ÍTEM 10. Un investigador quiere estudiar si existe relación entre dos variables. Calcula el estadístico Chi-cuadrado y obtiene un valor  $p$  estadísticamente significativo ( $p < 0,05$ ). La decisión que debe tomar es:

- a. **Rechazar la hipótesis de independencia entre las dos variables**
- b. Rechazar la hipótesis de asociación entre las dos variables
- c. Rechazar la hipótesis de asociación directa entre las dos variables
- d. Con estos datos, no podemos saber la decisión que se debe tomar

Mediante este ítem se desea conocer la interpretación que dan los alumnos al valor  $p$  en una situación real, descrita en el enunciado, así como su relación con las hipótesis. La respuesta que se espera es la a) Pues, por convenio, como  $p < 0,05$  habría que rechazar la hipótesis de independencia. Para responder la pregunta, el estudiante tiene que conocer el valor  $p$ , el significado del nivel de significación 0,05, además de su relación con la decisión de aceptación o rechazo de la hipótesis.

- La respuesta b) es incorrecta, pues un valor  $p$  menor que el nivel de significación sería estadísticamente significativo y en este caso habría que rechazar la hipótesis de independencia, aceptando la existencia de asociación.
- También lo es la respuesta c), pues, aunque el valor  $p$  lleva al rechazo de la independencia, no es posible con esta información diferenciar entre asociación directa o inversa.
- Asimismo es errónea la respuesta d), pues tenemos información suficiente, ya que por convenio sabemos que se ha de rechazar la hipótesis de independencia para un valor  $p$  inferior a 0,05.

ÍTEM 11. Un investigador quiere estudiar la relación entre dos variables estadísticas. Usando un programa de ordenador obtiene los siguientes valores en un contraste Chi-cuadrado

Pruebas de Chi-cuadrado			
	Valor	gl	Significación (valor p)
Chi-cuadrado de Pearson	157,331(a)	4	,005
N de casos válidos	398		

(a) 0 casillas (0%) tienen una frecuencia esperada inferior a 5. La frecuencia mínima esperada es 14,75.

- El contraste es estadísticamente significativo, pero el investigador no puede aplicar el contraste Chi-cuadrado porque ninguna celda tiene frecuencia esperada menor que 5
- El contraste es estadísticamente significativo, y el investigador puede aplicar el contraste Chi-cuadrado porque se cumplen las condiciones**
- El contraste es estadísticamente significativo, pero el investigador no puede aplicar el contraste Chi-cuadrado porque la frecuencia mínima esperada es menor que 20.

Este ítem evalúa la comprensión de las condiciones de aplicabilidad del test Chi-cuadrado. La respuesta correcta es la b), pues se cumplen las condiciones de que, como mucho el 20% de las frecuencias esperadas sean menores que el valor 5 (en este caso no hay ningún caso con un valor menor que 5), y que ninguna frecuencia esperada sea inferior a 1 (La frecuencia mínima esperada es 14,77).

- Un error sería elegir a), pues no hay frecuencias esperadas ser menores que el valor 5.
- Asimismo es incorrecto elegir c), pues la frecuencia mínima esperada en este caso es 14,77.

ÍTEM 12. El investigador anterior:

- Debe concluir que no hay asociación entre las dos variables en su estudio
- Debe concluir que hay asociación entre las dos variables en su estudio, y la probabilidad de que las variables en realidad sean independientes es menor que 0,005
- Debe concluir que hay asociación entre las dos variables en su estudio; la probabilidad de obtener el valor Chi= 157, 331 si las variables son en realidad independientes es menor que 0,005**

Mediante este ítem se quiere estudiar el significado que los estudiantes asignan al valor  $p$  en una situación real, y si comprenden su relación con la decisión sobre el rechazo o aceptación de la hipótesis. Para responderlo debe conocer la lógica del contraste de hipótesis y del contraste de independencia, en particular, así como comprender los conceptos de valor  $p$ , nivel de significación, región crítica y de aceptación y error tipo I. Se espera que el alumno elija la opción c), pues el valor  $p$  obtenido es estadísticamente significativo (menor que el nivel de significación), por lo que debe rechazar la hipótesis de independencia y aceptar la asociación entre las variables. Además este ítem incluye la definición de la probabilidad de error tipo I o probabilidad del error si se rechaza la hipótesis nula cuando en verdad es cierta.

- La respuesta a) es incorrecta, pues al ser el valor  $p$  bajo, se debe rechazar la hipótesis nula
- También lo es la respuesta b), pues aunque la primera parte da una regla de decisión adecuada, sobre el rechazo de la independencia, la definición que incluye de probabilidad de error es incorrecta, ya de hecho, no se puede calcular la probabilidad de una hipótesis en un contraste, un error descrito por Vallecillos (1996).

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Para obtener una indicación global del aprendizaje, se analiza el número total de respuestas correctas, considerando cada opción de verdadero/falso como un ejercicio, y puntuando 1 punto por cada respuesta correcta. En total obtendríamos 41 ejercicios, siendo la media de 23,2 aciertos los obtenidos por los alumnos, con una desviación de 2,45 y siendo la media teórica de 20,5. Observamos que la media está por encima del valor teórico, lo que confirma los buenos resultados de aprendizaje.

Mostramos a modo de resumen la tabla 2 donde podemos comparar la dificultad relativa de los ítems de los cuestionarios. Fueron de grado de dificultad baja para los estudiantes (más de la mitad de la muestra responde correctamente todos los apartados) las preguntas relacionadas con las celdas que informan del signo de la dependencia en la tabla 2x2 (Ítem 4); el modo de calcular los grados de libertad del estadístico, donde no se observan errores citados por Alvarado (2007), (Ítem 7); la diferencia entre asociación y causalidad (Ítem 5); fórmula de cálculo de frecuencias esperadas (Ítem 2); y la interpretación de un valor  $p$ , que es un punto difícil en otras investigaciones, como la de Vallecillos (1996) (Ítem 10).

**Tabla 2-Frecuencias del grado de dificultad encontrada para cada ítem**

Grado Dificultad	Ítem	Todos los apartados correctos	Algún error	Incompleta
Baja	Ítem 4	89 (94,7%)	3 (3,2%)	2 (2,1%)
	Ítem 7	86 (92,5%)	7 (7,5%)	0 (0%)
	Ítem 5	72 (76,6%)	21 (22,3%)	1 (1,1%)
	Ítem 2	55 (58,5%)	37 (39,4%)	2 (2,1%)
	Ítem 10	49 (52,7%)	43 (46,2%)	1 (1,1%)
Media	Ítem 11	46 (49,5%)	42 (45,1%)	5 (5,4%)
	Ítem 6	35 (37,2%)	54 (57,5%)	5 (5,3%)
	Ítem 9	33 (35,5%)	60 (64,5%)	0 (0%)
	Ítem 8	28 (30,1%)	65 (69,9%)	0 (0%)
Alta	Ítem 12	9 (9,7%)	78 (83,9%)	6 (6,5%)
	Ítem 1	8 (8,5%)	83 (88,3%)	3 (3,2%)
	Ítem 3	6 (6,4%)	84 (89,4%)	4 (4,3%)

Han tenido un grado de dificultad media: interpretar si un resultado de un contraste es significativo y saber si se cumplen las condiciones de aplicación del estadístico chi cuadrado (Ítem 11); sobre dependencia funcional y aleatoria (Ítem 6); identificar qué valor  $p$  indica mayor asociación (Ítem 9); identificar para lo que sirven los grados de libertad (Ítem 8).

Por el contrario resultaron grado de dificultad alta: interpretar y relacionar el estadístico y el valor  $p$  (ítem 12); las posible igualdad de frecuencias esperadas en caso asociación, donde algunos alumnos piensan que nunca pueden ser iguales en este caso (Ítem 3); o la igualdad de frecuencias relativas condicionales entre sí o con las marginales, donde el fallo aparece porque el alumno se contenta con marcar una o dos opciones, siendo las tres verdaderas (Ítem 1).

## CONCLUSIONES

En este trabajo hemos presentado y analizado recursos que pueden ayudar a entender las tablas de contingencia, presentando un breve resumen de la evaluación de los estudiantes que manejaron dichos recursos. Para finalizar analizamos las condiciones de idoneidad

didáctica, definida por Godino, Wilhelmi y Bencomo (2005) como la articulación de los seis componentes:

- *Idoneidad epistémica*: Representatividad de los institucionales implementados (o intención), que significa en cuanto al significado de referencia previamente definidos. El material descrito anteriormente puede ser adecuado para estudiar las tablas de contingencia, sus propiedades, los conceptos de asociación e independencia, así como el contraste Chi-cuadrado y los coeficientes de asociación.
- *Idoneidad cognitiva*: Grado en el que se incluye la práctica institucional (o intención), que significa por los estudiantes, y la proximidad de los significados personales logrados por los estudiantes a los previstos por el profesor. Los recursos analizados son adecuados para la formación de estudiantes de ciencias sociales. Se pone de manifiesto por el porcentaje de estudiantes con los ítems totalmente correctos o con sólo algún error, que implica un cierto tipo dificultad.
- *Idoneidad interaccional*: Medida en que las configuraciones didácticas y las trayectorias permiten identificar y resolver los conflictos semióticos que podrían ocurrir durante el proceso de instrucción. Dicha adecuación depende de cómo el profesor organiza su trabajo en el aula. Los estudiantes deberán trabajar en grupos con el fin de fomentar el conflicto y que verbalizar. Esto también requiere la organización de una discusión conjunta de soluciones en un intento por lograr que los estudiantes para ayudar a sus colegas para detectar problemas.
- *Idoneidad mediacional*: La disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para desarrollar el proceso de enseñanza y aprendizaje. No se necesitan muchos recursos, ya que incluso el profesor con un solo ordenador conectado a Internet podría llevar la clase usando el material.
- *Idoneidad emocional*: la participación de los estudiantes (intereses, motivación ...) en el proceso de estudio. Creemos que este es el más adecuado de todos ellos, como los recursos de Internet son interesantes y con fácil acceso para los estudiantes. Además se ha aumentado este interés al contextualizar los ejemplos en áreas próximas al interés del alumno.
- *Idoneidad ecológica*: grado en que el proceso que se estudia se ajusta al entorno; es decir, al proyecto educativo del centro o la sociedad en que se encuentra.

Aunque el material se ha relevado de interés al usarlo con alumnos de Psicología, un recurso didáctico por sí sólo no resuelve todos los problemas. Se plantea, así el reto de

continuar este trabajo con nuevas investigaciones sobre la enseñanza y aprendizaje de las tablas de contingencia puesto que la complejidad de pensamiento probabilístico obligado a aceptar, que no puede continuarse trabajando siguiendo las prácticas tradicionales en el aula, ni enseñando en la forma convencional y, en particular a profesionales donde su formación inicial no siempre tiene sólidos conocimientos matemáticos.

Por otro lado, pensamos que el material y recursos presentados en este trabajo, se puede adaptar para su aplicación en otras áreas de ciencias sociales, en las cuales se requiera el manejo de tablas de contingencia para su formación profesional.

## REFERÊNCIAS

ALLAN, L. G.; JENKINS, H. M. The effect of representations of binary variables on judgment of influence. **Learning and Motivation**, Amsterdam, 14, 381-405, 1983.

ALLOY, L. B.; TABACHNIK, N. Assessment of covariation by humans and animals: The Joint influence of prior expectations and current situational information. **Psychological Review**, Washington, 91, 112-149. 1984

ALVARADO, H. **Significados del teorema central del límite en la enseñanza de la estadística en ingeniería**. Tesis Doctoral. Universidad de Granada, España, 2007.

ANECA. **Documento de verificación del título de Grado en Psicología**. Universidad de Granada. 2010. Recuperado en <http://grados.ugr.es/psicologia/pages/infoacademica/verificapsicologia>.

ARKES, H. R.; HARKNESS, A. R. Estimates of contingency between two dichotomous variables. **Journal of Experimental Psychology: General**, (112)1, 117-135. 1983

BARBANCHO, A. G. **Estadística elemental moderna**. cuarta edición. Barcelona: Ariel, 1973. reimpresión de 1975.

CARVALHO, C.; FERNANDES, J. A. Revisitando o conceito de Probabilidade com um olhar da Psicologia. **Quadrante**, Lisboa, 14(2) 71-88. 2007.

CAÑADAS, G. R. **Las tablas de contingencia para Psicología**. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, 2011.

CAÑADAS, G. R.; CONTRERAS, J. M.; ARTEAGA, P.; GEA, M. M. Problemática y recursos en la interpretación de las tablas de contingencia, **Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, Argentina, (34), 85-96, 2013

CHAPMAN, L. J.; CHAPMAN, J. P. Illusory correlation as an obstacle to the use of valid Psychodiagnostic signs. **Journal of Abnormal Psychology**, Washington, 74, 271-280, 1969.

CROCKER, J. Judgment of covariation by social perceivers. **Psychological Bulletin**, Washington, 90(2), 272-292, 1981.

DÍAZ, J.; GALLEGO, B. Algunas medidas de utilidad en el diagnóstico. **Revista Cubana de Medicina General Integrada**, La Habana, 22(1), 0-0, 2006.

ERLICK, D. E.; MILLS, R. G. Perceptual quantification of conditional dependency. **Journal of Experimental Psychology**, Washington, 73(1), 9-14, 1967.

ESTEPA, A. **Concepciones iniciales sobre la asociación estadística y su evolución como consecuencia de una enseñanza basada en el uso de ordenadores**. Tesis Doctoral. Universidad de Granada, 1994.

GODINO, J. D. Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. **Conferencia en el XIII CIAEM-IACME**, Recife, Brasil, 2011

GODINO, J.; WILHELMI, M.; BENCOMO, D. Suitability criteria of a mathematical instruction process. A teaching experience of the function notion. **Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education**, Nicosia, 4(2), 1-26, 2005.

INHELDER, B.; PIAGET, J. **De la logique de l'enfant à la logique de l'adolescent**. Paris: Presses Universitaires de France, 1955.

JENNINGS, D. L.; AMABILE, T. M.; ROSS, L. Informal covariation assessment: Data-based versus theory-based judgments. In D. Kahneman, P. Slovic y A. Tversky (Eds.), **Judgment under uncertainty: Heuristics and biases** (pp. 211-230). Cambridge University Press: Nueva York, 1982.

MARTÍNEZ-ARIAS, R. **Psicometría: Teoría de los tests psicológicos y educativos**. Madrid: Síntesis, 1995.

MONTEIRO, C.; AINLEY, J. Critical sense in interpretation of media graphs. In: COCKBURN, A.; NARDI, E. (Eds.). **Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**, v. 3. pp. 361-368. Norwich, UK: East Anglia University, 2004.

MONTEIRO, C.; AINLEY, J. Investigating the interpretation of media graphs among student teachers. **International Electronic Journal of Mathematics Education** 2(3), 188-207, 2007. On line: <http://www.iejme/.com>.

OSTERLIND, S. J. **Constructing test items**. Boston: Kluwer, 1989.

SCHIELD, M. Statistical literacy: difficulties in describing and comparing rates and percentages. Trabajo presentado en el **Joint Statistical Meeting**, American Statistical Association. Atlanta, 2000.

SCHIELD, M. Statistical literacy survey analysis: reading graphs and tables of rates and percentages. In: PHILLIPS, B. (Ed.). **Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching Statistics**. Cape Town: International Statistical Institute and International Association for Statistical Education. 2006. On line: <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase>.

THORNDIKE, R. L. **Psicometría aplicada**. México: Limusa, 1989.

VALLECILLOS, A. **Inferencia estadística y enseñanza**: un análisis didáctico del contraste de hipótesis estadísticas. Granada: Comares, 1996.

WRIGHT, J. C.; MURPHY, G. L. The utility of theories in intuitive statistics: the robustness of theory-based judgments. **Journal of Experimental Psychology General**, Washington, 113(2), 301-322. 1984.