

## EL CURRÍCULO DE ESTADÍSTICA EN LA ENSEÑANZA OBLIGATORIA

Carmen Batanero<sup>1</sup>, Pedro Arteaga<sup>1</sup> y J. Miguel Contreras<sup>1</sup>

### RESUMEN

Las Directrices curriculares en España amplían la enseñanza de la estadística, comenzando desde el primer ciclo de la Educación Primaria y reforzando los contenidos a lo largo de toda la enseñanza obligatoria. Se sugiere también un cambio en la metodología de enseñanza para hacerla más exploratoria y reforzar los aspectos intuitivos. En este trabajo reflexionamos sobre algunos de los retos que plantean estas orientaciones curriculares para que la incorporación de la estadística a las aulas sea una realidad.

**Palabras clave:** Enseñanza de la estadística, diseño curricular, formación de profesores.

### ABSTRACT

New curricular guidelines enlarge the teaching of statistics, starting from the first cycle of Primary Education and reinforce these contents along compulsory education. A change in the teaching methodology is also recommended towards some more exploratory and intuitive statistics. In this paper we reflect on some challenges set by these curricular orientations in order that the introduction of statistics in school be a reality.

**Keywords:** Teaching statistics, curricular design, teacher education

### 1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad muchas instituciones como la Organización de Naciones Unidas (ONU) o la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) sienten la necesidad de medir el progreso en la sociedad actual, con indicadores estadísticos y ponen a disposición de los ciudadanos

---

<sup>1</sup> Universidad de Granada, España

toda clase de datos, con la intención de informarles y hacerles partícipes de sus decisiones, un objetivo importante en una sociedad democrática. Pero, para poder desarrollar una mejor comunicación entre estas instituciones y el público a quien se dirigen sus actividades, surge la necesidad de que los ciudadanos sean capaces de valorar dicha información, es decir, sean estadísticamente cultos (Ridgway, Nicholson y McCusker, 2008).

Aunque la enseñanza de la estadística ha estado presente en la escuela en los últimos 20 años, encontramos una tendencia reciente a introducirla a niños cada vez más pequeños y a renovar su enseñanza, haciéndola más experimental, en forma que se pueda proporcionar a los alumnos una experiencia en estadística y probabilidad desde su infancia (por ejemplo, NCTM, 2000; MEC 2006 a y b; Campos, Cazorla y Kataoka, en prensa). La tendencia actual en muchos currículos es una estadística orientada a los datos, donde los estudiantes han de diseñar investigaciones, formular preguntas de investigación, recoger datos usando observaciones, encuestas o experimentos, y proponer y justificar conclusiones y predicciones basadas en los datos (Franklin y cols., 2005; Burrill y Camden, 2006; MacGillivray y Pereira-Mendoza, en prensa).

En este trabajo describimos los cambios recientes en el currículo español, analizamos las ideas fundamentales propuestas que deben ser enseñadas a todos los estudiantes y sugerimos la necesidad de educar la intuición, a la vez que se forma el conocimiento de los estudiantes.

## **2. EL CURRÍCULO ESPAÑOL: CAMBIOS RECIENTES**

Aunque la enseñanza de la estadística ha estado presente en la escuela española en los últimos 20 años, encontramos una tendencia reciente a adelantar y renovar su enseñanza, haciéndola más experimental, en forma que se pueda proporcionar a los alumnos una experiencia estocástica desde su infancia (MEC 2006 a y b). En estas orientaciones curriculares observamos un fuerte incremento de los contenidos de estadística en la escuela primaria. En el Decreto de Enseñanzas Mínimas de la Educación Primaria (MEC, 2006a) se

incluyen los siguientes contenidos dentro del Bloque *Tratamiento de la información, azar y probabilidad* del área de Matemáticas:

*Primer Ciclo:*

- Gráficos estadísticos: Descripción verbal, obtención de información cualitativa e interpretación de elementos significativos de gráficos sencillos relativos a fenómenos cercanos. Utilización de técnicas elementales para la recogida y ordenación de datos en contextos familiares y cercanos.
- Azar y probabilidad: Carácter aleatorio de algunas experiencias. Distinción entre lo imposible, lo seguro y aquello que es posible pero no seguro, y utilización en el lenguaje habitual, de expresiones relacionadas con la probabilidad.

*Segundo Ciclo:*

- Gráficos y tablas: Tablas de datos. Iniciación al uso de estrategias eficaces de recuento de datos. Recogida y registro de datos sobre objetos, fenómenos y situaciones familiares utilizando técnicas elementales de encuesta, observación y medición. Lectura e interpretación de tablas de doble entrada de uso habitual en la vida cotidiana. Interpretación y descripción verbal de elementos significativos de gráficos sencillos relativos a fenómenos familiares.
- Azar y probabilidad: Valoración de los resultados de experiencias en las que interviene el azar, para apreciar que hay sucesos más o menos probables y la imposibilidad de predecir un resultado concreto. Introducción al lenguaje del azar.

*Tercer Ciclo:*

- Gráficos y parámetros estadísticos: Recogida y registro de datos utilizando técnicas elementales de encuesta, observación y medición. Distintas formas de representar la información. Tipos de gráficos estadísticos. Valoración de la importancia de analizar críticamente las informaciones que se presentan

a través de gráficos estadísticos. La media aritmética, la moda y el rango, aplicación a situaciones familiares.

- Azar y probabilidad: Presencia del azar en la vida cotidiana. Estimación del grado de probabilidad de un suceso.

Estos contenidos se continúan en la Enseñanza Secundaria Obligatoria (MEC, 2006 b) que abarca cuatro niveles más (12 a 16 años). Respecto a estadística y probabilidad incluye los gráficos y tablas (primer curso); las frecuencias acumuladas, medidas de centralización y uso de la hoja de cálculo (segundo curso); ideas de representatividad en muestreo, agrupación en intervalos y medidas de dispersión, cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace y estimación de las mismas mediante simulación y experimentación (tercero); fases de un estudio estadístico, experiencias compuestas, uso de tablas de contingencia y diagrama en árbol en el cálculo de probabilidad compuesta y condicionada (cuarto curso).

### ***Sugerencias metodológicas***

Las orientaciones metodológicas incluidas en estos documentos insisten en conectar la estadística con problema de la vida cotidiana, indicando el interés de proponer actividades que permitan al estudiante describir e interpretar el mundo que lo rodea. Más que el aprendizaje de fórmulas, se sugiere enfatizar el aspecto interpretativo. Por ejemplo, se indica que los niños han de comprender que los datos pueden representarse en diferentes formas y que, según el tipo de preguntas que se haga, es más conveniente un tipo de representación que otro. Se da también importancia a las experiencias aleatorias y las predicciones sobre las mismas, que deben ser revisadas a la luz de los datos. Mediante juegos y actividades variables podrá el niño explorar los conceptos de azar y determinismo. Como herramienta para ayudar a ir construyendo intuiciones sobre la probabilidad se recomienda el uso del diagrama en árbol.

Para el tercer ciclo de la Educación Secundaria Obligatoria (MEC, 2006b) se recomienda el uso de la tecnología con el propósito de evitar los cálculos rutinarios y centrar el aprendizaje en los aspectos más interpretativos. Una parte relevante de la clase de estadística debe estar orientada hacia la recolección de datos por los mismos estudiantes a partir de encuestas, entrevistas o de los medios de comunicación o incluso en Internet. Los contenidos estadística servirán para proporcionar instrumentos básicos para interpretar la información, tan variada en la sociedad actual, con el fin de formular conjeturas e inferencias que lleven a los estudiantes a establecer conclusiones

En resumen, las orientaciones curriculares sugieren promover el desarrollo del razonamiento estadístico, que va más allá del conocimiento matemático y de la comprensión de los conceptos y procedimientos. Se pretende también lograr desarrollar en el educando una actitud crítica ante la información que le presentan los medios de comunicación. Es decir, se quiere proporcionar una cultura estadística, que se refiere a dos componentes interrelacionados: (a) capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información estadística, los argumentos apoyados en datos o los fenómenos estocásticos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, pero no limitándose a ellos, y (b) capacidad para discutir o comunicar sus opiniones respecto a tales informaciones estadísticas cuando sea relevante+(Gal, 2002, p. 2-3).

Una idea importante en estas propuestas es que, se pueden diseñar proyectos estadísticos para trabajar en clase desde el primer ciclo de Primaria. El trabajo con proyectos evita el aprendizaje fragmentado de los conceptos estadísticos (Batanero y Díaz, 2004) pues se espera que los estudiantes: (a) Identifiquen un tema de estudio y formulen preguntas, (b) coleccionen un conjunto de datos relevantes para el tema en estudio, (c) analicen los datos e interpreten los resultados en función de la pregunta planteada y (d) escriban un informe del proyecto.

### 3. IDEAS ESTADÍSTICAS FUNDAMENTALES

Aunque los documentos oficiales fijan los contenidos curriculares, es importante que los profesores reflexionen sobre cuáles de dichos contenidos son realmente relevantes para sus estudiantes. A continuación comentamos las ideas fundamentales propuestas por Burrill y Biehler (en prensa), que, según los autores, debieran incluirse en todos los niveles educativos.

#### **Datos**

Moore (1991) definió la estadística como la ciencia de los datos y señaló que el objeto de la estadística es el razonamiento a partir de datos empíricos, subrayando la importancia del contexto como parte de los datos. Un problema es que, en otras ramas de matemáticas con frecuencia los datos y contextos son imaginarios y el interés se centra en los conceptos y no en el dato o en su contexto. Además, los estudiantes no están acostumbrados a trabajar con datos de situaciones reales que frecuentemente requieren de interpretaciones y razonamientos de alto nivel. La aleatoriedad de las situaciones hace que los resultados no sean únicos, presentándose mayor variabilidad en los datos que otras áreas de las matemáticas (Sánchez y Batanero, en prensa).

#### **Gráficos**

Debido a su presencia en los medios de comunicación e Internet, el aprendizaje de los gráficos estadísticos es importante, pues, además, estas representaciones son un potente instrumento para comunicar información y resumirla en forma eficiente (Cazorla, 2002). Por su papel esencial en la organización, descripción y análisis de datos, las tablas y gráficos son un instrumento esencial de *transnumeración*, uno de los modos esenciales de razonamiento estadístico que consiste en obtener una nueva información de un conjunto de datos al cambiar el sistema de representación (Wild y Pfannkuch, 1999). Otro motivo de su importancia es que la ciencia utiliza los gráficos como representaciones semióticas externas para construir y comunicar los conceptos abstractos. Por tanto, el aprendizaje de los conceptos científicos está ligado al

de estas representaciones y al de sus procesos de construcción y transformación. (Postigo y Pozo, 2000).

### ***Variación***

Aunque en otras ramas de matemáticas se usan variables, el estudio de la variabilidad es característico de la estadística cuyo objetivo principal es cuantificar, controlar y predecir la variabilidad. En otras ramas de matemáticas se supone que los datos se ajustan perfectamente a un modelo y no suele haber estudio de la bondad de ajuste o de los residuos del modelo. Este estudio es fundamental en estadística (Engel y Sedlmeier, en prensa).

La idea de variabilidad está siempre presente en los datos y tiene múltiples significados en estadística (Reading y Shaughnessy, 2004): variabilidad de resultados en un experimento aleatorio; variabilidad en los datos; variabilidad en una variable aleatoria; variabilidad en las muestras o la distribución muestral. La estadística permite hacer predicciones, buscar explicaciones y causas de la variación y aprender del contexto. Es por ello que dos fines importantes de la enseñanza de la estadística es que los estudiantes perciban la variabilidad y manejen modelos que permitan controlarla y predecirla.

### ***Distribución***

Bakker y Gravemeijer (2004) indican que una característica esencial del análisis estadístico es que trata de describir y predecir propiedades de los agregados de datos (y no de cada dato aislado). Pero algunos estudiantes no ven el dato (por ejemplo altura de una persona) como un valor de una variable (altura, en el ejemplo), sino como una característica personal del sujeto (la persona). Los estudiantes usan el conjunto completo de datos para calcular, por ejemplo, la media o el rango, pero no siempre ven estos estadísticos como una propiedad de la distribución.

Shaughnessy (2007) indica que la enseñanza de la estadística ha de desarrollar la capacidad de leer, analizar, criticar y hacer inferencias a partir de distribuciones de datos. También recuerda que el concepto de distribución es

múltiple, pues se puede referir a distribución de datos (variable estadística), distribución de probabilidad (variable aleatoria) y distribución muestral (distribución del estadístico en el muestreo). El razonamiento distribucional implica por tanto conectar las muestras (variable estadística) a la población (variable aleatoria) y pasar de una a otra así como comprender la diferencia entre los parámetros (valores en la población) y los estadísticos (valores en las muestras).

### ***Asociación y correlación***

Mientras que en una dependencia de tipo funcional a cada valor de una variable  $X$  (*independiente*) corresponde un solo valor de otra variable  $Y$  (*dependiente*), en el caso de asociación a cada valor de  $X$  corresponde una distribución de valores de  $Y$ , por lo que este concepto amplía el de dependencia funcional. Además se puede definir una medida de la intensidad de la asociación, que varía entre 0 (independencia total) y 1 (asociación perfecta) utilizando coeficientes como el de correlación (para variables cuantitativas) o el coeficiente de contingencia  $C$  (para variables cualitativas).

La importancia del concepto de asociación en la toma de decisiones en ambiente de incertidumbre es alta, pero la investigación en psicología muestra que los adultos no suelen emplear las reglas matemáticas, sino estrategias intuitivas, con frecuencia incorrectas en los juicios de asociación. Por ejemplo Chapman y Chapman (1969) denominaron *correlación ilusoria* a las expectativas y creencias sobre las relaciones entre variables que producen la impresión de contingencias empíricas. La creencia infundada en la transitividad del coeficiente de correlación es también descrita por Castro-Sotos, Van Hoof, Van den Noortgate y Onghena (2009).

### ***Probabilidad***

La característica principal de la estadística es hacer uso de modelos aleatorios, mientras otras ramas de la matemática usa modelos deterministas. Pero, al contrario que para otros conceptos matemáticos, no hay una única



acepción de la probabilidad. Para la escuela serán relevantes al menos tres aproximaciones diferentes:

- En la concepción clásica, se define la probabilidad de un suceso como el cociente entre el número de casos favorable al suceso y el número de todos los casos posibles, siempre que todos sean equiprobables. Esta definición sólo en apariencia es simple, pues frecuentemente los niños tienen ideas propias acerca de las situaciones de azar que no corresponden a las de la teoría, aun cuando ésta se les haya enseñado (Amir y Williams, 1999).
- En el enfoque frecuencial se obtiene una estimación experimental de la probabilidad. Su valor teórico sería el límite de la frecuencia relativa de aparición del suceso al realizar la experiencia un número infinito de veces en las mismas condiciones. Puesto que nunca podemos llegar a un número infinito de ensayos, en la práctica se estima la probabilidad teórica, a partir de la frecuencia relativa en un número grande de ensayos. Un aspecto importante en este enfoque es comprender la diferencia entre probabilidad (valor teórico constante que nunca alcanzamos) y frecuencia relativa (estimación experimental de la probabilidad, que puede cambiar de una estimación a otra). También hay que entender que los resultados de una experiencia son impredecibles, pero se puede predecir el comportamiento general de un gran número de resultados (Batanero, Henry y Parzysz, 2005).
- En otras situaciones (Batanero, 2006) la probabilidad no es una propiedad objetiva de los sucesos, sino una percepción o grado de creencia en la verosimilitud de la persona que asigna la probabilidad sobre la plausibilidad de ocurrencia del suceso. Muchos problemas de toma de decisión o elaboración de un juicio son abiertos o tienen más de una posible decisión y en su solución intervienen tanto factores matemáticos como extra matemáticos. La *concepción subjetiva* de la probabilidad sería adecuada para modelizar este tipo de situaciones.

### ***Muestreo e inferencia***

Relacionar las características de las muestras con las de la población que representan es el principal fin de la estadística y nos sirve para decidir qué datos recoger y para obtener conclusiones con algún grado de probabilidad. Requiere un tipo específico de razonamiento, que no se encuentra en otras ramas matemáticas.

Varios autores sugieren la necesidad de desarrollar en los estudiantes la capacidad de realizar inferencias informales, antes de iniciar el estudio formalizado de la inferencia. Dicho razonamiento sobre inferencia informal comenzaría por la discriminación entre la posición central y variabilidad en las distribuciones de datos y el uso de estas dos características para decidir cuándo dos distribuciones son iguales o diferentes (Rubin, Hammerman y Konold, 2006). Rossman (2008) sugiere usar la simulación del modo siguiente: (a) Comenzar con una hipótesis sobre los datos; (b) usar la simulación para concluir que los datos observados son poco plausibles si la hipótesis es cierta; y (c) rechazar la hipótesis inicial basándose en los resultados. Otros elementos de inferencia informal incluyen razonar informalmente sobre las características de una o varias poblaciones con base en los datos (Zieffler, Garfield, Delmas y Reading, 2008).

### **4. INTUICIÓN Y NIVEL DE FORMALIZACIÓN**

Además de identificar las ideas estadísticas fundamentales, otro reto didáctico es la mejora de la intuición estocástica de los estudiantes. Como sostuvo Fischbein (1975) la distinción entre el azar y lo deducible no se alcanza espontánea y completamente en la edad de las operaciones formales, porque nuestro pensamiento está influenciado por las tradiciones culturales y educativas de la sociedad moderna, que lo orientan hacia explicaciones deterministas. Núñez, Sanabria y García (2004) señalan no se cuenta con una cultura de lo aleatorio, indiscutiblemente necesaria en la sociedad actual. Lejos de inculcarla, se evade como si fuera un tipo de razonamiento imperfecto que se sale del carácter exacto que tienen las matemáticas.

A pesar de los esfuerzos educativos, las concepciones erróneas permanecen después de la instrucción formal en estadística. Debíamos preguntarnos por qué la enseñanza actual de la estadística no mejora las intuiciones y qué tendríamos que cambiar para remediar la situación. Quizás la estadística debiera enseñarse a la vez que se muestran a los estudiantes problemas y ejercicios donde las estrategias intuitivas producen errores de inferencia. «Esto tendría la ventaja de aclarar los principios subyacentes de la estadística y probabilidad y facilitar que se aprecie su aplicación a situaciones concretas» (Nisbett y Ross, 1980, p.281).

Otro problema didáctico es que las fronteras entre el pensamiento estadístico elemental y avanzado no están claramente definidas. La matemática avanzada se caracteriza por el uso del álgebra y el cálculo y el razonamiento deductivo. Sin embargo nos enfrentamos al reto de enseñar conceptos avanzados, como inferencia o correlación, a estudiantes de secundaria o en ciencias humanas, que no tienen una base matemática suficiente.

Más aún, conceptos aparentemente simples enseñados en la escuela son de hecho complejos. Es, por ejemplo, difícil encontrar una definición simple de aleatoriedad que pueda aplicarse para decidir si un fenómeno es o no aleatorio. La aleatoriedad tendrá que deducirse del análisis estadístico de una secuencia de resultados, contrastándolo con diferentes modelos matemáticos (Batanero, Henry y Parzysz, 2005). Tanto estos modelos, como los contrastes estadísticos que aplicaríamos para analizar la aleatoriedad de una situación son ideas estadísticas avanzadas y además, su comprensión correcta depende de la comprensión de la idea de aleatoriedad, por lo que llegamos a un círculo vicioso.

Hemos de reflexionar, por tanto, sobre la dosis adecuada de formalización que hemos de usar al enseñar estadística en la educación obligatoria y cómo hacer llegar ideas estadísticas avanzadas a estos estudiantes. Por suerte, estas ideas estadísticas fundamentales pueden ser enseñadas en cualquier nivel educativo, siempre que se utilice un lenguaje y ejemplos de aplicación

adecuados para los estudiantes y el nivel de formalización se gradúe, aumentando progresivamente con la edad y aprendizaje del alumno.

Por ejemplo, en relación a los gráficos, Schwartz y Whitin (2006), mostraron capacidad que los niños de preescolar (4-5 años) tienen para inventar sus propios sistemas de representación gráfica para responder a preguntas sencillas, tales como cuál es el sabor del helado favorito de los niños de la clase. Los libros de texto recientes españoles de Educación Primaria sugieren una progresión en la introducción de los gráficos a lo largo de esta etapa educativa. Por ejemplo, la serie *Un paso más+* (Garín y Rodríguez, 2008) de Educación Primaria de la editorial Santillana, incluye los siguientes contenidos:

- Primer curso: Gráficos de barras, lectura de gráficos sencillos, interpretación y representación de datos en un gráfico.
- Segundo curso: Gráficos de barras simples y dobles, y pictogramas, construcción e interpretación de gráficos sencillos.
- Tercer curso: Gráficos de barras simples y dobles, gráficos de puntos y pictogramas; construcción e interpretación.
- Cuarto curso: Gráficos de barras de dos y tres variables, gráficos lineales, pictogramas, interpretación, representación y traducción de un gráfico a una tabla o a otro gráfico.
- Quinto curso: Gráficos de barras y lineales de dos y tres variables: interpretación, representación y traducción a tabla o a otro gráfico.
- Sexto curso: Histogramas, gráficos de sectores, pirámides de población: interpretación, representación y traducción a tabla o a otro gráfico.

Con alumnos de secundaria se podrá introducir gráficos de cajas y diagramas de tallo y hojas, gráficos de dispersión bivariantes o trivariantes. Progresivamente, con ayuda de la tecnología se puede introducir los gráficos multivariantes dinámicos, como proponen Ridgway, Nicholson y McCusker (2008).

## 5. FORMACIÓN DE LOS PROFESORES

El éxito de las propuestas educativas dependerá no sólo de una adecuada elección de los contenidos y nivel de formalización. Será necesario una preparación adecuada de los profesores, quienes tienen un papel esencial al interpretar el currículo y adaptarlo a las circunstancias específicas (Ponte, 2001). Sin embargo, el esfuerzo reciente de investigación sobre la educación del profesor de matemáticas y su desarrollo profesional (ver por ejemplo, Llinares y Krainer, 2006) es escasa la literatura que trata la formación de profesores para enseñar estadística.

Este olvido ha sido reconocido por la International Comisión on Mathematical Instruction (ICMI) y la International Association for Statistical Education (IASE) que han promovido un Estudio Conjunto específicamente orientado a promover la investigación a nivel internacional sobre la educación y desarrollo profesional de profesor para enseñar estadística (Batanero, Burrill y Reading, en prensa). Comentamos brevemente a continuación algunas ideas sobre la formación estadística y didáctica de los profesores desarrolladas en este documento.

### ***Formación estadística de los profesores***

Muchas de las actividades que realiza el profesor, tales como investigar lo que los estudiantes conocen, elegir y manejar representaciones de las ideas matemáticas, seleccionar y modificar los libros de texto, decidir entre modos posibles de acción (Ball, Lubienski y Mewborn, 2001, p. 453) dependen de su razonamiento y pensamiento matemático. Esto es un motivo de preocupación en el caso de la estadística, puesto que en el Estudio Conjunto se evidenciaron problemas en la formación recibida por los docentes, además de la carencia de actualización y capacitación en estadística, sobre todos los de Educación Primaria, que no han tenido una formación específica en la materia.

Esta falta de formación se traduce en que algunos futuros profesores muestran errores que podrían transmitir a sus estudiantes. Por ejemplo, Estrada y Batanero (2008) encontraron en su investigación una proporción

preocupante de futuros profesores de Educación Primaria que no dominaban los conceptos elementales que habrían de enseñar a sus futuros alumnos. Estos errores incluyeron no tener en cuenta el efecto de los valores atípicos sobre la media, interpretación deficiente de la probabilidad frecuencial, confusión entre correlación y causalidad, no invertir adecuadamente el algoritmo de la media o confusiones respecto al muestreo.

Respecto a los gráficos, Espinel, Bruno y Plasencia (2008) indican que en su muestra, los futuros profesores ni siquiera alcanzaron el mismo nivel que otros estudiantes universitarios. Aunque los participantes en su estudio parecían comprender los elementos básicos de la estadística descriptiva, no tenían recursos para interpretar los gráficos, hacían errores respecto a la simetría, valores atípicos y frecuencias acumuladas. Tuvieron dificultades con la media y mediana y confundieron los histogramas y gráficos de barras. Fallaron también al interpretar la distribución de datos, centrándose tan sólo en aspectos específicos como la media o un valor aislado.

### ***Formación didáctica***

Los profesores también necesitan formación en el conocimiento didáctico necesario para enseñar estadística. A este respecto se pueden considerar los componentes propuestos por Godino y cols. (2008) del conocimiento del profesor de matemáticas:

- Epistémico: Incluye el conocimiento matemático y reflexión epistemológica sobre el significado de los objetos particulares que se pretende enseñar, y el análisis de sus transformaciones para adaptarlos a los distintos niveles de enseñanza.
- Cognitivo: Dificultades, errores y obstáculos de los alumnos en el aprendizaje y sus estrategias en la resolución de problemas.
- Mediacional: Medios didácticos: Análisis del currículo, situaciones didácticas, metodología de enseñanza para temas específicos y recursos didácticos específicos. Afectivo: actitudes, creencias y sentimientos de los estudiantes, sus intereses y motivaciones.

- Interaccional: Organización del discurso en la clase, interacciones entre estudiantes y de ellos con el profesor, incluyendo la evaluación.
- Ecológico: Relación del tema con otros en la materia o en otras disciplinas, así como condicionantes internos y externos en la enseñanza.

Un punto esencial para introducir la tecnología en la clase de estadística será la adecuada preparación de los profesores, tanto desde el punto de vista técnico como didáctico (Sánchez e Izunza, 2006). La tecnología puede utilizarse también como amplificador conceptual para desarrollar la comprensión de ideas estadísticas en los profesores. Ello es necesario pues algunos futuros profesores tienen dificultades en la utilización adecuada del software para fomentar la comprensión de los alumnos y consideran que la simulación es sólo útil después de estudiar la probabilidad de manera teórica. En otros casos, al trabajar con la tecnología pasan por alto las ideas previas correctas de los estudiantes, centrándose sólo en sus errores (Stohl, 2005).

## 6. REFLEXIONES FINALES

La necesidad actual de educación estadística parece haber sido comprendida por las autoridades educativas, quienes incluyen contenidos estadísticos a lo largo de toda la educación obligatoria. Pero hacer realidad estas propuestas pasa por la identificación de las ideas fundamentales, la elección del nivel conveniente de formalización, y sobre todo por la formación del profesorado que será responsable de esta enseñanza. Esperamos que estas reflexiones ayuden a tomar conciencia de esta necesidad a todos los implicados en la formación de profesores: Escuelas de Formación del Profesorado, asociaciones de profesores y autoridades educativas.

Creemos que es necesario también continuar con la investigación y reflexión didáctica para poder seguir construyendo la Educación Estadística y concretándola en cursos destinados a futuros profesores. Esperamos que este trabajo logre interesar a otros investigadores por esta problemática.

**Agradecimientos:** Proyecto EDU2010-14947 (MCINN-FEDER), becas FPI BES-2008-003573 y FPU-AP2007-03222 (MEC-FEDER) y grupo FQM126 (Junta de Andalucía).

## REFERENCIAS

- Amir, G. S., Williams, J. S. (1999). Cultural influences on children's probabilistic thinking. *Journal of Mathematical Behavior*, 18 (1), 85-107.
- Bakker, A. y Gravemeijer, K. P. E. (2004). Learning to reason about distribution. En J. Garfield y D. Ben Zvi (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp 147-168). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Ball, D. L., Lubienski, S. T., y Mewborn, D. S. (2001). Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. En V. Richardson (Ed.), *Handbook of research on teaching* (pp. 433-456). Washington, DC: American Educational Research Association.
- Batanero, C. (2006). Razonamiento probabilístico en la vida cotidiana: Un desafío educativo. En P. Flores y J. Lupiáñez (Eds.), *Investigación en el aula de matemáticas. Estadística y Azar*. Granada: Sociedad de Educación Matemática Thales. CD ROM.
- Batanero, C., Burrill, G. y Reading, C. (Eds.) (En prensa). *Teaching Statistics in School Mathematics- Challenges for Teaching and Teacher Education. A Joint ICMI/IASE Study*. New York: Springer.
- Batanero, C. y Díaz, C. (2004). El papel de los proyectos en la enseñanza y aprendizaje de la estadística. En J. Patricio Royo (Ed.), *Aspectos didácticos de las matemáticas* (pp. 125-164). Zaragoza: ICE.
- Batanero, C., Henry, M., Parzysz, B., (2005). The nature of chance and probability. In G. A. Jones Ed., *Exploring Probability in School: Challenges for Teaching and Learning* pp. 15-37. New York: Springer.



- Burrill, G., y Biehler, R. (En prensa). Fundamental statistics ideas in the school curriculum and in training teachers. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds.).
- Burrill, G., y Camden (Eds.) (2006). *Curricular development in statistics education: IASE 2004 Roundtable*. Voorburg: International Association for Statistical Education. On line: <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/>.
- Campos, T., Cazorla, I. y Kataoka, V. (En prensa). Statistics school curricula in Brazil. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds.).
- Castro-Sotos, A. E., Van Hoof, S., Van den Noortgate, W. y Onghena, P. (2009). The transitivity misconception of Pearson's correlation coefficient. *Statistics Education Research Journal*, 8(2), 33-55.
- Cazorla, I. (2002). *A relação entre a habilidades viso-pictóricas e o domínio de conceitos estatísticos na leitura de gráficos*. Tesis Doctoral. Universidad de Campinas.
- Chapman, L.J. y Chapman, J.P. (1969). Illusory correlation as an obstacle to the use of valid Psychodiagnostic signs, *Journal of Abnormal Psychology*, 74, 271-280.
- Estrada, A. y Batanero, C. (2008). Explaining teachers' attitudes towards statistics. En C. Batanero, G. Burrill, C. Reading y A. Rossman (Eds.).
- Engel, J. y Sedlmeier (En prensa). Correlation and regression in the training of teachers. En C. Batanero, G. Burrill, C. Reading y A. Rossman (Eds.).
- Espinel, C., Bruno, A. y Plasencia, I. (2008). Statistical graphs in the training of teachers. En C. Batanero, G. Burrill, C. Reading y A. Rossman (Eds.).
- Fischbein (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Dordrecht: Reidel.
- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D. S., Moreno, J., Peck, R., Perry, M. y Scheaffer, R. (2005). *A curriculum framework for K-12 statistics education. GAISE report*. <http://www.amstat.org/education/gaise/>.
- Gal, I. (2002). Adult's statistical literacy: Meaning, components, responsibilities. *International Statistical Review* 70(1), 1-25.

- Garín, M. y Rodríguez, M. (2008). *Matemáticas para la Educación Primaria*. Serie Un paso más. Madrid. Santillana.
- Godino, J., Batanero, C., Roa, R. y Wilhelmi, M. R. (2008). Assessing and developing pedagogical content and statistical knowledge of primary school teachers through project work. En C. Batanero, G. Burrill, C. Reading y A. Rossman (Eds.).
- Llinares S. y Krainer K. (2006) Mathematics (student) teachers and teacher educators as learners. En A. Gutierrez y P. Boero (Eds), *Handbook of research on the psychology of mathematics education* (pp. 429 . 459). Rotherdam: Sense Publishers.
- MacGillivray, H., & Pereira-Mendoza, L. (En prensa). Teaching statistical thinking through investigative projects. En C. Batanero, G. Burrill, C. Reading y A. Rossman (Eds.).
- MEC (2006a). *Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria*. Madrid: Autor.
- MEC (2006b). *Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria*. Madrid: Autor.
- Moore, D. S. (1991). Teaching Statistics as a respectable subject. En F. Gordon y S. Gordon (eds.), *Statistics for the Twenty-First Century*, (pp. 14-25). Mathematical Association of America.
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA; NCTM. <http://standards.nctm.org/>.
- Nisbett, R. y Ross, L. (1980). *Human inference: Strategies and shortcomings of social Education*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Núñez, F., Sanabria, G. y García, P. (2004). La Probabilidad, lo aleatorio y su pedagogía. *Revista virtual Matemática, Educación e Internet*, 5(1). Online: <http://www.cidse.itcr.ac.cr/revistamate/index.htm>.
- Ponte, J. P. (2001). Investigating in mathematics and in learning to teach mathematics. En T. J. Cooney y F. L. Lin (Eds.), *Making sense of*

*mathematics teacher education* (pp. 53-72). Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

- Postigo, Y. y Pozo, J. I. (2000). Cuando una gráfica vale más que 1000 datos: la interpretación de gráficas por alumnos adolescentes. *Infancia y Aprendizaje*, 90, 89 - 110.
- Reading, C. y Shaughnessy, J. M. (2004). Reasoning about variation. En J. Garfield y D. Ben-Zvi (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 201-226). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Ridgway, J., Nicholson, J. y McCusker, S. (2008). Mapping new statistical Literacies and Iliteracies. International Conference on Mathematics Education, Trabajo presentado en el *11th International Congress on Mathematics Education*, Monterrey, Mexico.
- Rossman, A. (2008). Reasoning about informal statistical inference: One statistician's view. *Statistics Education Research Journal*, 7(2), 5-19. Online: [www.stat.auckland.ac.nz/serj](http://www.stat.auckland.ac.nz/serj).
- Rubin, A., Hammerman, J. K. L. y Konold, C. (2006). Exploring informal inference with interactive visualization software. En B. Phillips (Ed.), *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching Statistics*. Cape Town, South Africa: International Association for Statistics Education. Online: [www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications).
- Sánchez, E. y Batanero, C. (En prensa). Manejo de la información. En E. Sánchez (Coord.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Casos y perspectivas* (pp. 64-92). México, D. F.: Secretaría de Educación Pública.
- Sánchez, E. e Izunza, S. (2006). Meaningsq construction about sampling distributions in a dynamic statistics environment. En A. Rossman y B. Chance (Eds.), *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*. Salvador (Bahia), Brazil: International Association for Statistical Education. CD ROM.



- Schwartz, S. L. y Whitin, D. J. (2006). Graphing with four-year-olds. Exploring the possibilities through staff development. En G. F. Burril, P. C. Elliot (Eds.). *Thinking and reasoning with data and chance Sixty eight NCTM Yearbook* (pp. 5-16). Reston VA. USA: National council of Teacher of Mathematics.
- Stohl, H. (2005). Probability in teacher education and development. En G. Jones (Ed.). *Exploring probability in schools: Challenges for teaching and learning* (pp. 345-366). New York: Springer.
- Shaughnessy, J. M. (2007). Research on statistics learning and reasoning. In F. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 957-1010). Greenwich, CT: Information Age Publishing, Inc., and NCTM.
- Wild, C. y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 221-248.
- Zieffler, A., Garfield, J. B., Delmas, R. y Reading, C. (2008). A framework to support research on informal inferential reasoning. *Statistics Education Research Journal*, 7(2), 5-19. Online: [www.stat.auckland.ac.nz/serj](http://www.stat.auckland.ac.nz/serj).