

INVESTIGANDO FUNÇÃO COMPOSTA COM O SOFTWARE GEOGEBRA

INVESTIGATING COMPOSITE FUNCTION WITH GEOGEBRA SOFTWARE

Mateus Augusto Ferreira Garcia Domingues

Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), mateusdomingues@alunos.utfpr.edu.br

Leonardo Sturion

Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), leonardosturion@utfpr.edu.br

Ana Amélia Amorim Carvalho

Universidade de Coimbra (UC), Faculdade de Psicologia e Ciências da Educação,
anaameliac@fpce.pr

Resumo

Este artigo traz uma análise da aplicação do software Geogebra, como alternativa metodológica no processo de ensino e de aprendizagem de problemas envolvendo funções compostas. A pesquisa que embasa o projeto é qualitativa de caráter descritivo e teve a participação de uma turma do 1º ano do ensino médio com 19 alunos, em uma escola localizada na cidade de Londrina, no norte do Paraná. Foram apresentadas 3 tarefas, que possibilitavam que os alunos formulassem hipóteses. Nesta proposta, o professor desempenhou o papel de mediador, procurando estimular desafios novos para os alunos, motivando-os a relacionar o contexto escolar com questões do cotidiano. Concluiu-se que o objetivo do projeto foi alcançado em parte. Com relação à interação aluno/aluno, aluno/professor, aluno e ambiente escolar, conseguiu-se atingir o objetivo, no entanto, associando o aplicativo e o pensar matemático observou-se que os alunos ainda apresentam muitas dificuldades, e alguns conceitos matemáticos ainda não foram totalmente compreendidos.

Palavras Chave: Função Composta. Software GeoGebra. TIC.

Abstract

This article presents an analysis of the application of Geogebra software, as a methodological alternative in the teaching and learning process of problems involving composite functions. The research that bases the project is qualitative of descriptive character and had the participation of a group of the 1st year of high school with 19 students, in a school located in the city of Londrina, in the north of Paraná. Three tasks were presented, which allowed students to formulate hypotheses. In this proposal, the teacher played the role of mediator, trying to stimulate new challenges for students, motivating them to relate the school context to everyday issues. It was concluded that the objective of the project was achieved in part. With respect to student / student, teacher, student and school environment interaction, the objective was achieved, however,

associating the application and mathematical thinking, students were still experiencing many difficulties, and some mathematical concepts were not fully understood.

Keywords: Compound Function. GeoGebra Software. ICT.

Introdução

No contexto atual, a tecnologia apresenta um relevante papel socializador, que agrega conhecimento. Diante disso, é fácil observar como as coisas ficaram bem mais simples e acessíveis para as pessoas e, em consequência, é comum encontrar um grupo de amigos e deparar com todos conectados.

Entretanto, segundo debates realizados por professores, na maioria das vezes, essa acessibilidade à Internet não é utilizada de forma inteligente, e algo que poderia contribuir acaba dificultando o processo de aprendizagem dos alunos.

Acostumados às várias novidades tecnológicas do mundo atual, os estudantes sentem-se desmotivados em sala de aula. Em relação à Matemática, apesar de ser uma ciência que alavanca a própria tecnologia, como disciplina escolar, é considerada, muitas vezes, difícil e desinteressante, e o reflexo disso pode ser observado nas avaliações nacionais e internacionais.

Segundo os resultados apresentados pelo Programa Internacional de Avaliação de Estudante - PISA (Programme for International Student Assessment), que avalia o conhecimento dos alunos brasileiros em Leitura, Ciências e Matemática, na faixa etária de 15 anos, que estão terminando o ensino básico, o Brasil está entre os países com menor desempenho.

Na disciplina de Matemática, o desempenho médio foi de 377 pontos, já a média dos países da OCDE¹ é de 490. Vale ressaltar que os resultados do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB), tiveram, no Brasil, em 2017, uma média de 270 e de 267, em 2015. Considerando que a pontuação adequada para o ensino médio é de 350, pode-se dizer que o desempenho dos adolescentes brasileiros em Matemática está muito aquém do desejável.

Verifica-se, também, que, em 2017, segundo o resultado do Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb), somente 4,52% dos estudantes do ensino médio avaliados conseguiram atingir o nível 7 da Escala de Proficiência².

Esses números apresentados pelos estudantes brasileiros nas diversas avaliações levam a algumas perguntas: O que pode estar acontecendo no ambiente escolar que desmotiva os estudantes? Por que tanto desinteresse? Por que os alunos não conseguem ver algo bom na sala de aula e procuram mais distração no mundo tecnológico? Por que essa dificuldade toda em se concentrar e debater um determinado tema?

¹ OCDE – Organização de Cooperação e de Desenvolvimento Económico. É uma organização internacional, composta por 34 países e com sede em Paris, França. A OCDE tem por objetivo promover políticas que visem ao desenvolvimento econômico e ao bem-estar social de pessoas por todo o mundo.

² Informações retiradas do *site* do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP- MEC).

São tantos os questionamentos ligados à atenção do aluno que, muitas vezes, o professor talvez não perceba que a forma como certo conteúdo é apresentado é inválida ou até mesmo ineficiente para a interpretação e o julgamento do discente.

Quando se fala da matemática, ela é considerada pela maioria dos alunos a pior matéria a ser estudada. Então, muitos educadores se questionam como derrubar essa barreira criada por eles. Um método que pode auxiliar o professor nas aulas, muito pesquisado, mas pouco utilizado, são “*Os Recursos Tecnológicos*”. No entanto, quando se discute tecnologia e educação, parece haver uma barreira que precisa ser derrubada, pois os alunos estão cada vez mais conectados, deixando o ambiente escolar em segundo plano, e os professores acabam se perguntando como devem agir/fazer para reter a atenção deles, para que haja aprendizagem.

Muitas vezes, o professor não faz uma avaliação da sua didática e vê o desinteresse por sua aula como falta de comprometimento dos alunos, colocando, erroneamente, a culpa apenas neles. Pode ser que essa falta de interesse se deva ao próprio educador, por isso, de vez em quando, o professor precisa repensar a metodologia de ensino utilizada, para que, por intermédio dela, ele consiga fazer uma conexão entre os alunos e a matéria e trazer um sentido e significado para a sala de aula.

Então, pensando em unir a Tecnologia com o ambiente escolar, a proposta deste projeto é utilizar o *software* GeoGebra para investigar problemas envolvendo funções compostas. Pretende-se fazer, algébrica e graficamente, observações que instiguem os alunos.

De cunho qualitativo e descritivo, este projeto propõe a aplicação dessas atividades em uma turma do 1º ano do ensino médio, com três Tarefas. A intenção é que os alunos formulem hipóteses e construam seu conhecimento matemático. Nesta proposta, o professor terá o papel de mediador, buscando em todos os momentos estimular os alunos a novos desafios, levando-os a relacionar o contexto escolar com questões do cotidiano.

Para a aplicação dessas Tarefas, serão necessárias 5 aulas de 45 minutos cada uma. As aulas serão divididas em dois momentos: no primeiro, o professor explica sua intenção de como será o encaminhamento das aulas e, em seguida, deixa os alunos manipularem o *software* GeoGebra para que eles se familiarizem com o aplicativo; no segundo momento, o professor aplica as Tarefas, fazendo questionamentos, com o objetivo de que o aplicativo contribua para a aprendizagem.

Tecnologia e sociedade

Hoffmann e Brião (2013) expressam que a tecnologia fez a sociedade evoluir, na “produção de bens e consumo” e no “acesso a informação”. Quanto ao primeiro aspecto, podem-se enumerar alguns dos vários benefícios que o avanço tecnológico trouxe para a sociedade atual, tanto na produção agrícola, na qual grandes equipamentos auxiliam o produtor, quanto nas indústrias, em que a tecnologia ajuda na produtividade.

Com relação ao acesso à informação, Silva, Almeida e Silva (2017) relatam que as Tecnologias de Comunicação e Informação (TIC) estão presentes no âmbito de toda a sociedade, uma vez que praticamente todos esses indivíduos têm ou já tiveram acesso a

televisão, rádio ou computador, uma tecnologia considerada um pouco mais antiga, assim como a equipamentos móveis, como celular, *tablet* ou *notebook*, além de acesso à Internet, uma tecnologia mais moderna.

Para Carvalho (2006), a Internet é uns dos maiores fenômenos mundiais, pois possibilitou enormes transformações nas comunicações. Ela foi inventada em meados dos anos 60, durante a Guerra Fria, pelos americanos, para possibilitar a comunicação por meio de rede de computadores caso a União Soviética os bombardeasse. Nesse período, os Estados Unidos, preocupados com repercussão da explosão da primeira bomba de hidrogênio soviética, em 1953, iniciaram um projeto ambicioso com o nome de Semi-Automatic Ground Environmet (SAGE), considerado o maior computador que já existiu, pesando 250 toneladas, com 50 mil válvulas, que se tornou o primeiro sistema *on-line*, criado com a finalidade de servir como sistema de defesa contra aviões bombardeiros dos inimigos. Várias pessoas e empresas estavam envolvidas nesse projeto, estendido não só a projetos militares, que veio a tornar-se a rede de computadores que resultou na Internet que todos usamos. Num primeiro momento, a Internet foi criada apenas para um sistema de defesa, mas acabou se tornando uma “febre” mundial, e que hoje a maioria das pessoas não consegue viver sem acessar.

O avanço em pesquisa, envolvendo a Internet e os recursos tecnológicos, foi rápido, pois, no “início dos anos noventa, as redes de computadores eram utilizadas basicamente por pesquisadores acadêmicos e funcionários de grandes empresas” (CARVALHO, 2006, p.34), e a maioria das pessoas comuns tinha apenas “acesso aos telefones e às redes de televisão (cabo e satélite)”, e “os sistemas de televisão eram feitos para distribuir informação (programada) apenas em uma direção e a rede telefônica, apesar de bidirecional, apenas transportava conversação entre pessoas” (CARVALHO, 2006, p.34).

Hoje já se observa que praticamente todas as pessoas estão vivendo em ambientes de informações, dado que “a ampliação das possibilidades de comunicação e de informação, por meio de equipamentos como o telefone, a televisão e o computador, altera a nossa forma de viver e de aprender na atualidade” (KENSKI, 2003, p.2). Visando a praticidade e facilidade, as empresas preocupadas com a rapidez da chegada dessas informações até o destinatário desenvolvem *software* aplicativos (Apps).

Os *softwares* podem ser usados em computadores, *tablets*, *notebooks*, em androides ou iOS. Eles ajudam as pessoas em algumas tarefas específicas. Por exemplo, alguns auxiliam as pessoas a se localizarem, outros na pesquisa de promoções de algum tipo de produto e bens de consumo; alguns auxiliam as pessoas, com a intenção de fazê-las praticar esportes, também há os que auxiliam na educação, dentre os vários existentes.

Como salienta Paiva, que contextualiza o universo tecnológico e a sociedade, “as novas tecnologias estão em todos os estratos da sociedade e são resultado da vida humana e, notadamente, em suas ações e/ou práticas acadêmicas e profissional. As inovações trazidas pelas TICs estão presentes nos mais transformados ambientes sociais” (PAIVA, 2017, p.3).

Tecnologia e educação

Como já foi observado, os recursos tecnológicos estão presentes no âmbito de toda a sociedade, e as pessoas estão cada vez mais dependentes deles. Kenski (2003) afirma que as tecnologias digitais podem estimular novos desafios, novas possibilidades de acesso à informação, de interação e de comunicação, proporcionadas pelos computadores, e dão origem a novas formas de aprendizagem.

Na atualidade, as mídias digitais envolvem, além de computadores, alguns dispositivos móveis como *smartphone*, celulares, *tablets* e *notebooks*, que também oferecem acesso à informação e à comunicação.

Santos e Macêdo (2015) apontam que há um aumento nos dispositivos digitais, que podem auxiliar diversas áreas do conhecimento, entre os quais estão os computadores, porém muitos desconhecem que esses recursos digitais também podem auxiliar no processo de ensino e aprendizagem.

Segundo Kenski (2003), as novas tecnologias proporcionaram e estão proporcionando um avanço no desenvolvimento da humanidade, uma vez que as mídias digitais de comunicação e informação possibilitam novas aprendizagens, novas maneiras de pensar, contribuindo para uma sociedade cada vez mais criativa.

Almeida e Frango (2014) citam Borba e Penteado (2001) e expressam que o acesso à informática é direito de todos. A partir disso, as escolas públicas ou particulares precisam incluir a “alfabetização tecnológica”, para que os alunos usufruam de uma educação atualizada.

Para Moran (2001, p.18 *apud* Faccin *et al.*, 2017, p.4), “ensinar com novas tecnologias será uma revolução se mudarmos simultaneamente os paradigmas convencionais do ensino, que mantêm distantes professores e alunos”.

Nessa perspectiva, vê-se que a tecnologia pode oportunizar condições para novas aprendizagens, e o docente pode empregar essas ferramentas para auxiliar o processo de ensino e aprendizagem. De acordo com Moran (2000, p. 6), “[...] o papel do professor se amplia – do informador transforma-se em orientador de aprendizagem, em gerenciador de pesquisa e comunicação dentro e fora da sala de aula”.

Com o propósito de usar os recursos tecnológicos para contribuir para a aprendizagem, “os educadores devem estar aptos para essas novas formas do saber humano, novas maneiras de gerar e dominar o conhecimento, novas formas de produção e apropriação do saber científico” (MISKULIN *et al.*, 2006, p. 4 *apud* MISKULIN, 1999).

Todas essas competências podem oportunizar ambientes de aprendizagem em que o educador passa a ser mediador, proporcionando aos alunos criatividade. Santos e Macêdo (2015, p.157) salientam que “é necessário que o educador valorize os conhecimentos prévios que procedem dos alunos, e seja mediador entre estes conhecimentos e os conhecimentos sistematizados”, possibilitando uma interação entre as ferramentas tecnológicas e os educandos, “para que os alunos vejam significado naquilo que estão aprendendo e sintam-se mais motivados” (SANTOS E MACÊDO, 2015, p 157).

Nas aulas de matemática, as ferramentas tecnológicas, quando aplicadas de maneira que os estudantes sejam parte do processo, podem proporcionar um ambiente interativo, contribuindo para uma melhor compreensão dos conceitos matemáticos. “E o educador matemático assume um papel fundamental, na medida em que compatibiliza os métodos de ensino e teorias de trabalho com as TICs, tornando-as partes integrantes da realidade do aluno” (MISKULIN, *et al.*, 2006, p. 4).

Software GeoGebra

O GeoGebra é uma ferramenta pedagógica livre e está disponível tanto para a plataforma Windows, quanto para o Linux, e também para plataformas portáteis como Androides e IOs. Esse *software* foi desenvolvido por Markus Hohenwarter (2001) como parte de sua tese de doutorado na Universidade Austríaca de Salzburg.

Sua interface combina janela de Álgebra, Gráfico e Planilhas. Como é uma multiplataforma, numa única aplicação dispõe de geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatísticas e cálculo.

Maia e Pereira (2015) salientam que, por meio do *software* GeoGebra, é possível manipular e mover objetos na tela, alterar o período e o conjunto de imagens das funções estudadas, oportunizando ao estudante ser o agente do seu próprio conhecimento, podendo formular conceitos matemáticos, incentivando, assim, o processo de ensino da Matemática.

Para Bortolossi (2016), os recursos gráficos, numéricos, simbólicos e de programação em Geometria, Aritmética, Álgebra, Funções, Estatística e Probabilidade estão no ambiente do GeoGebra e podem ser usados nos vários níveis da escolarização, tanto no ensino básico, quanto no ensino superior, possibilitando representações diferentes de um mesmo objeto. “Por essas características, o GeoGebra é uma excelente ferramenta no ensino e aprendizado de funções matemáticas, pois permite mostrar, dinamicamente, o resultado dessas, em uma tela de computador” (AMARAL e FRANGO, 2014, p. 96).

E o motivo da escolha do *software* é que,

[...] além de ser um software de uso livre e disponível no laboratório de informática da escola, entende-se que as mídias digitais no ensino de Matemática possibilitam a construção de hipóteses por parte do aluno e dá-lhe oportunidade de testá-las e validá-las (ou refutá-las) envolvendo-o num processo investigativo que caracteriza o próprio pensamento matemático (PAULO e SHINTANI 2017, p.275).

Como a maioria das escolas públicas dispõe de laboratório de informática, e a grande maioria dos alunos também possuem as tecnologias móveis (Androides ou iOS), e esses recursos podem possibilitar que os indivíduos formulem hipóteses num processo investigativo, contribuindo para a aprendizagem do objeto de estudo, que em nosso caso será função composta.

Metodologia

Um dos desafios da educação, sobretudo no estudo da matemática, matéria, aos olhos de alguns alunos, abstrata e sem sentido, é tentar fazer com que eles tenham interesse pelas aulas. Para Silva e Pauly (2016), a grande dificuldade do docente em se adaptar ao novo modelo de ensino, que envolve as tecnologias, é que muitos seguem os ensinamentos dados pelos seus professores na época em que eram estudantes. A realidade dos adolescentes de hoje, porém, é bem diferente da realidade daquela época, e esse modo de lecionar pode desmotivar os alunos.

Em concordância com Silva e Pauly (2016), um dos desafios dos educadores nos dias de hoje é conciliar a tecnologia e a educação, e as TICs podem auxiliar no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Como se pretende Investigar Função Composta com o auxílio do *software* GeoGebra, o equipamento auxiliar é o computador, porque “pode ser usado como elemento de apoio para o ensino (banco de dados, elementos visuais), mas também como fonte de aprendizagem e como ferramenta para o desenvolvimento de habilidades” (Brasil, 1997, p. 35).

Esta pesquisa será do tipo qualitativo com cunho descritivo, tendo como análise final a avaliação das relações aluno/aluno e as interações professor/alunos. Para Lüdke e André (2013), uma pesquisa em educação emprega a abordagem qualitativa na validação de seus dados, pois “em educação as coisas acontecem de maneira tão inextricável que fica difícil isolar as variáveis envolvidas” (LUDKE; ANDRÉ, 2013, p.4).

Em razão disso, é necessário compreender todas as variáveis envolvidas numa pesquisa e “entender pesquisa qualitativa como uma modalidade, uma forma de se fazer pesquisa, na qual o foco encontra-se nas relações que têm significado para o pesquisador” (MALTEMPI, JAVARONI e BORBA, 2011, p.51).

Quando se elabora uma investigação matemática, é preciso compreender todas as familiaridades que acontecem com os objetos incluídos no estudo e estar bem fundamentado, a fim de conhecer o ambiente dos envolvidos (MALTEMPI, JAVARONI e BORBA, 2011). Nesta pesquisa, procurou-se entender todos os indivíduos, tendo como base as observações e os registros dos arquivos salvos, e o auxílio de um diário de campo.

A proposta deste projeto será apresentada em dois momentos. Procurou-se conciliar a tecnologia com a aula de matemática e serão aplicadas três Tarefas, como ferramenta de apoio durante as aulas.

Quadro 1: Tarefas propostas

Tarefa 1:

Uma fábrica que produz sapatos calcula seu lucro por meio da equação $l = 0,4c$, onde l é o lucro e c é o preço da venda desse produto para o comércio. Por sua vez, o preço c de vendas é calculado fazendo-se $c = 20 + 2p$, onde p é o valor gasto com a matéria-prima para a fabricação desse sapato. Vemos, então, que o lucro l é dado em função preço c , e este é dado em função do gasto p . Seria possível determinar o lucro diretamente do gasto p com a matéria-prima?

Tarefa 2:

Um terreno foi dividido em 20 lotes, todos de forma quadrada e de mesma área. Nessas condições, vamos mostrar que a área do terreno é uma função da medida do lado de cada lote representando uma composição de funções.

Tarefa 3:

Dado $f: A \rightarrow B$, defina por $f(x) = x^2$ e $g: B \rightarrow C$, definida por $g(x) = \sqrt{x}$. Note que o contradomínio B da função f é o mesmo domínio de g .

Fonte: Dante, 2010, p. 100 e Giovanni, 2005, p.130

Análise e discussão dos resultados

Para o desenvolvimento da aula, precisou-se da colaboração de uma turma do primeiro ano de uma escola pública do norte do Paraná, município de Londrina, período noturno, com alto índice de desistência. Estão matriculados 41 alunos, mas com participação efetiva de aproximadamente 19. A taxa de não frequentadores está em torno de 46%. Nesse percentual também estão incluídos os desistentes, os remanejados e os transferidos.

O motivo da escolha dessa turma foi o desinteresse dos discentes pelo conteúdo planejado pelo professor durante quase todo o momento da explicação, grande parte deles não prestavam atenção ao que estava sendo lecionado e não realizavam as atividades propostas. Eles ficavam mexendo no celular: jogando, ouvindo música, redes sociais (Facebook, WhatsApp).

Visto que não se poderia competir com essas novas tecnologias, resolveu-se usá-las como recurso metodológico com o propósito de auxiliar no andamento da aula, dado que o “desenvolvimento tecnológico proporciona uma nova dimensão ao processo educacional, a qual transcende os paradigmas ultrapassados do ensino tradicional, pontuado pela instrução programada, transmissão de informações e ‘treinamento’ do pensamento mecânico” (MISKULIN e VIOL, 2014, p. 1313).

Foram planejadas 5 aulas de 45 minutos, com a proposta de investigar Função Composta, utilizando como recurso didático o *software* GeoGebra. Como grande parte dos alunos tinha celular, pediu-se que baixassem o aplicativo.

A pretensão da aula era que os alunos utilizassem o aplicativo no dispositivo móvel, no entanto nem todos conseguiram manipular o App, então, diante da situação, os

discentes foram encaminhados para a sala de informática, e sugeriu-se que formassem duplas.

Alguns alunos que tiveram facilidade na utilização do *software* deram preferência ao aplicativo no celular, então foi proposto que um aluno manipulasse o GeoGebra com o computador e outro com o celular, ficando a critério deles essa escolha.

Os alunos começaram a manipular o aplicativo, e o professor discorreu sobre a proposta da aula, o conteúdo que seria estudado, e sobre alguns comandos básicos do GeoGebra, fazendo alguns comentários sobre o que os alunos já tinham visto/ouvido sobre funções, que poderia ser abordado no andamento do estudo.

Para falar sobre a proposta de investigar Funções Compostas utilizando esse recurso tecnológico, foi entregue uma folha para cada dupla com a Tarefa (Quadro 1) e nomeadas as duplas, D1, D2, D3 e assim sucessivamente, para preservar a identidade dos envolvidos.

Depois que entregou a Tarefa, o professor esperou para ver qual seria a reação dos alunos. Como eles ficaram conversando entre eles, resolveu indagá-los.

Professor: O que diz o problema?

D3: Que uma fábrica sabe seu lucro pela fórmula $l(c) = 0,4c$.

Professor: Ah, sim, só essa informação traz o problema?

D3: Não, fala que o lucro depende do preço da venda.

Professor: Venda do quê?

D1: De sapatos, ainda fala que o preço da venda pode ser calculado com $c = 20 + 2p$, onde p é o valor gasto com matéria-prima.

Professor: O que o problema pede para fazer?

D5: Pede para achar o lucro diretamente com o gasto.

D3: Será que isso é possível?

Professor: Não sei, é?

D4: Professor, como podemos fazer usando o GeoGebra?

Professor: O que podemos fazer? Como já comentado, podemos observar que o GeoGebra tem várias janelas de visualização, a de Álgebra, a Gráfica e a Planilha.

D5: Sim, mas como podemos resolver o problema?

D2: Seria possível digitar os valores das funções na janela de álgebra?

Professor: Não sei, o que vocês acham?

Os alunos começaram a conversar entre eles e, a todo momento, tinham discordância de como e o que fazer, até que um aluno (D2) comentou: – *Vamos tentar colocar do jeito que está na atividade.*

D5: Como assim?

D2: Olha a informação, $l = 0,4c$, então vamos digitar ela no computador e ver o que acontece.

Então, os estudantes digitaram o valor da expressão que representava a venda dos sapatos no GeoGebra e começaram a comentar: “*Nossa!! A hora que digitamos a função aparece uma reta do lado*”, e pôde-se observar que os alunos perceberam que a reta que aparecia era o gráfico da função. Também digitaram a função que representava a venda pela matéria-prima no aplicativo.

D3: Professor, aqui está pedindo para representar o lucro diretamente pela matéria-prima. Como podemos fazer isso?

Professor: O problema pergunta se “seria possível determinar o lucro diretamente do gasto p com a matéria-prima”, qual relação pode ser feita para que se possa determinar o lucro pelo gasto?

D3: Precisamos achar uma maneira de tentar encaixar as duas funções.

Professor: Como assim encaixar?

D3: Não sei professor, fazer uma função depender da outra, olha, sabemos que a l é o lucro e depende de c , considerado o preço da venda, e o preço da venda c depende do valor gasto com matéria-prima p , então, podemos relacionar as duas funções.

Professor: Isso mesmo, mas como podemos fazer?

D4: Olha não sei fazer, nem sei o que é função composta.

D6: Como resolver uma atividade que o senhor nem explicou ainda?

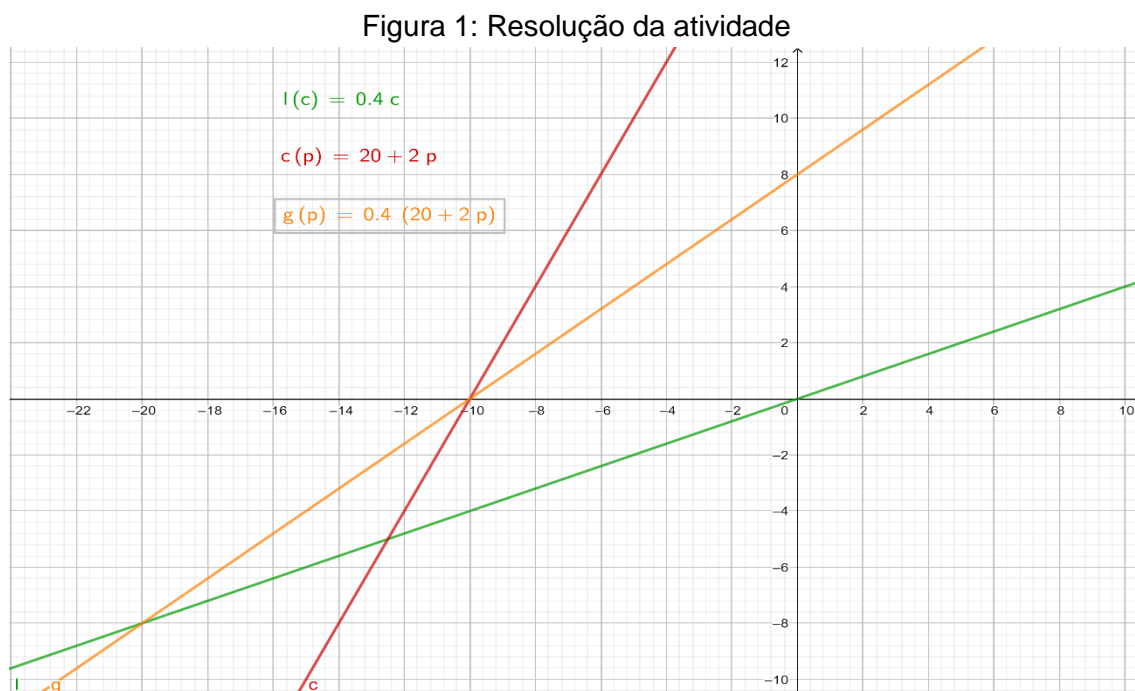
D1: Tem como o senhor explicar pra nois?

Nesse momento, o professor explicou o conceito de função composta, que é uma função de função, é um tipo de função matemática que combina duas ou mais variáveis, envolve proporcionalidade entre duas grandezas, e que pode ocorrer por meio de uma só função.

D3: Ah, sim, então, temos que tentar combinar as duas variáveis a c e p , vou tentar colocar $l(c(p))$, como explicado, no aplicativo para ver o que acontece.

Professor: Isso, vamos ver o que acontece.

Os alunos conseguiram colocar todas as informações da Tarefa no aplicativo, e com isso observaram e analisaram algebricamente e geometricamente. Eles puderam verificar que o lucro diretamente pelo gasto pode ser representado pela função $f(p) = 0,4(20 + 2p)$, e o gráfico dessa função é a reta f representada de vermelho como pode ser observado na Figura 1. Os alunos ficaram empolgados com a resolução do problema e começaram a dizer que nunca tinham estudado matemática dessa maneira, e que foi a primeira vez que resolveram um problema sem fazer cálculo. Alguns alunos, no entanto, começaram a questionar como poderiam fazer essa operação manualmente, e um aluno veio com o caderno mostrando uma resolução, perguntando se a conta estava correta.



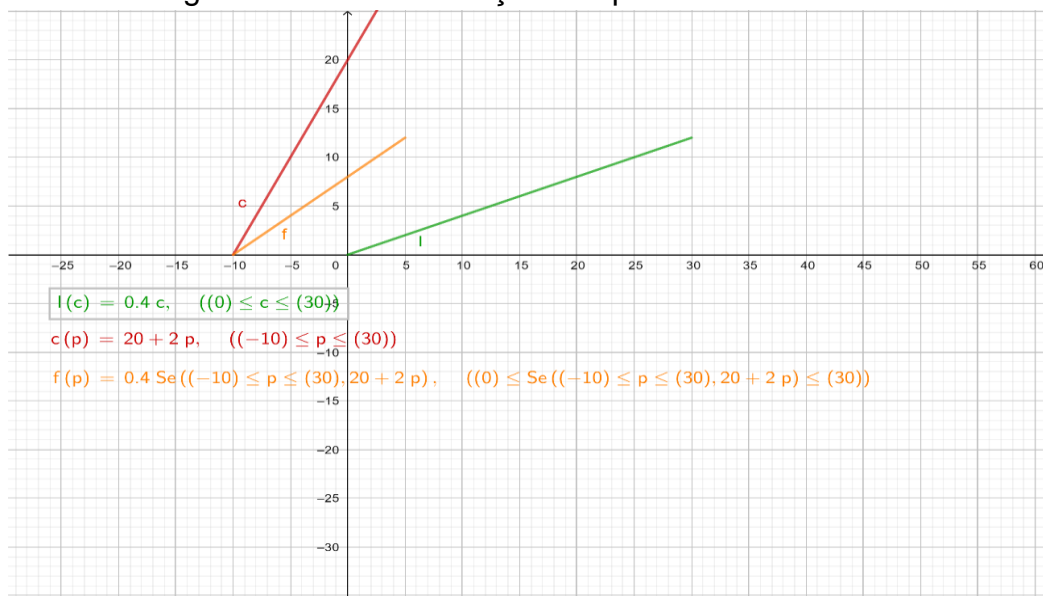
Fonte: Pesquisa de sala de aula.

Esse aluno, que faz parte da dupla D5, gosta de resolver os problemas sugeridos pelo professor e ficou interessado pela solução e começou a rasurar o caderno, pois estava curioso em saber se poderia chegar à mesma solução do GeoGebra. O que possibilitou essa conversação foi a mediação do professor. Com isso, vê-se a importância de conduzir “[...] as comunicações, a sistematização dos resultados e as reflexões dos grupos sobre o trabalho realizado” (GALVÃO, COSTA e PRADO, 2017, p. 42).

Depois desse questionamento, os alunos conseguiram chegar ao mesmo resultado apresentado pelo App. A solução proposta por esses estudantes possibilitou muita discussão sobre alguns conceitos matemáticos, como intervalos de funções, raiz de uma função, dentre outros conceitos, permitindo que os alunos visualizassem o que acontece com o gráfico das funções, como pode ser observado na Figura 2. Como observado por Galvão, Costa e Prado (2017, p. 42), “cabe ao professor garantir que todos compreendam a situação em discussão e provocar a postura investigativa dos estudantes pouco habituados a este tipo de atividade, levantando questões que apontem novos caminhos”.

Observa-se que, na função que apresenta o lucro calculado pelo preço da venda num intervalo de $0 \leq c \leq 30$ e a função que apresenta o preço da venda pelo gasto da matéria-prima em um intervalo de $-10 \leq p \leq 30$, os alunos conseguiram visualizar o que aconteceu, com a ajuda do professor, contudo, quando acharam o intervalo da função composta, houve um embate com relação ao intervalo obtido nessa função, e muitos alunos não conseguiram entender o que acontece, o porquê o aplicativo informou um intervalo tão grande. Nessa situação, foi preciso explicar passo a passo como obter o intervalo da função composta.

Figura 2: Gráfico da função composta com intervalos

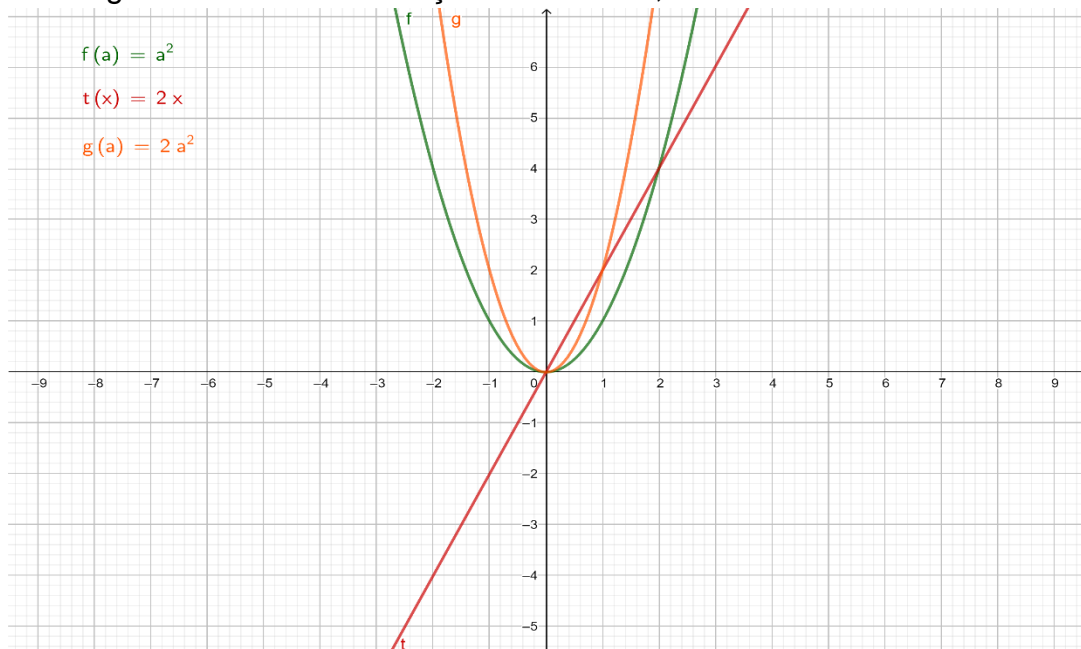


Fonte: Pesquisa de sala de aula.

Também foi possível trabalhar a Tarefa 2, sobre um terreno que foi dividido em 20 lotes, todos em forma quadrada. Como os alunos já estavam familiarizados com o App, por terem solucionado a Tarefa 1, que possibilitou tirar muita dúvida sobre função, começaram a manusear o aplicativo de maneira dinâmica, no entanto estranharam o formato do gráfico da função que representava a área do lote, assim o professor pôde

fazer comentários sobre função quadrática e dizer que seu gráfico é uma concavidade. Muitos alunos comentaram que tinham estudado função quadrática no nono ano do ensino fundamental. O estudo realizado na Tarefa 2 pode ser observado na Figura 3.

Figura 3: Parte da resolução da Tarefa 2, com o uso do GeoGebra

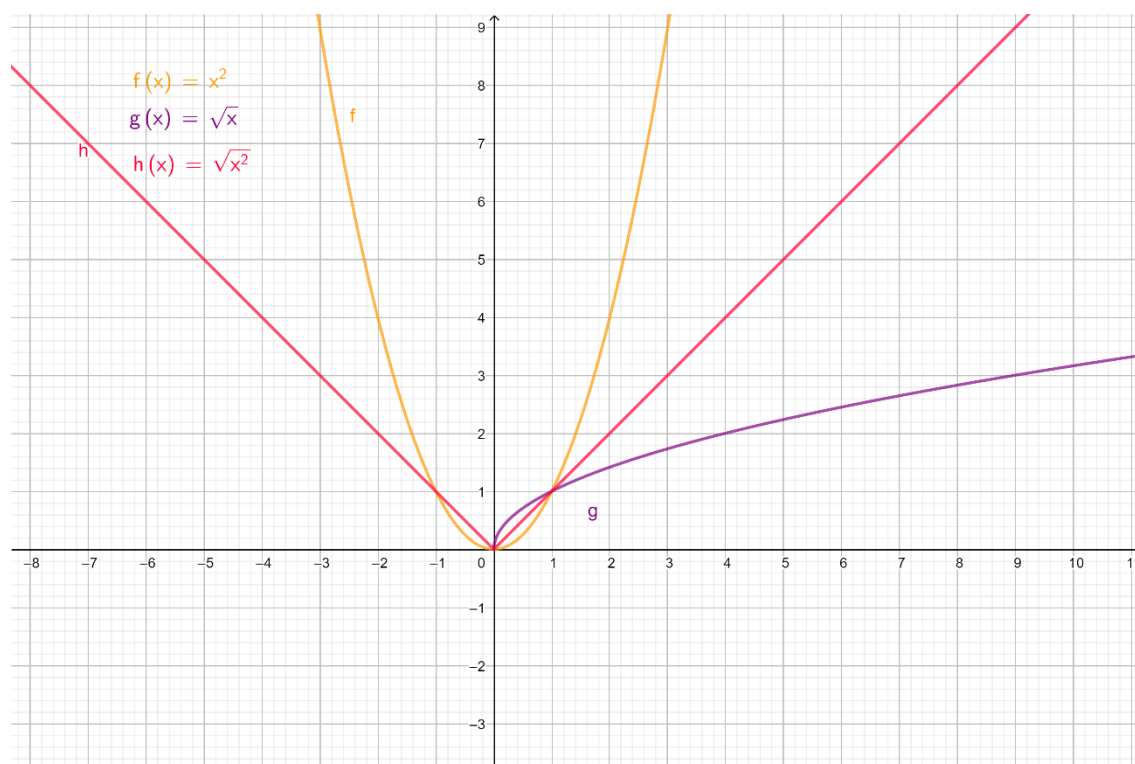


Fonte: Pesquisa de sala de aula.

Ao realizarem a última Tarefa com duas funções, uma $f(x)$ e outra $g(x)$, os alunos começaram a discutir os gráficos dessas funções. Falaram que o gráfico da função $f(x) = x^2$ é uma concavidade, já que a função é quadrática, no entanto, com a segunda função $g(x) = \sqrt{x}$ e o segundo gráfico, eles nunca tinham se deparado, então o professor explicitou que existem vários tipos de funções, e essas também têm suas representações gráficas.

Nessa atividade, os alunos ficaram surpresos, quando viram o que aconteceu com os gráficos das funções compostas $f(g(x))$ e $g(f(x))$, respectivamente, obtendo uma função afim e uma função modular. A primeira eles já tinham visto, e o professor comentou que a segunda função composta que se formou eles iriam ver no decorrer dos estudos. A resolução da função $g(f(x))$ pode ser observada na Figura 3, função $h(x)$ representada de vermelho.

Figura 3: Parte da resolução da Tarefa 3, com o uso do GeoGebra



Fonte: Pesquisa de sala de aula.

Nessa proposta, houve momentos em que puderam ser discutidos alguns conceitos de função, como máximo e mínimo, o coeficiente angular e o coeficiente linear, no caso de função afim, que uma função tem uma variável dependente, e variável independente, relação biunívoca, dentre outros conceitos. É preciso ficar claro que alguns desses conceitos já tinham sido apresentados para os alunos, mas muitos não lembravam, já que outros fatores, alheios à aula, fizeram com que eles não prestassem a atenção.

Considerações finais

Ao colocar a proposta de investigar Função Composta mediada pelo professor com o auxílio da ferramenta GeoGebra, conseguiu-se alcançar, em parte, o objetivo deste projeto, visto que os alunos estavam sem interesse na aula e que muitas vezes deixavam o conteúdo de lado para mexer com o celular. No entanto, pode-se dizer que nesse ponto alcançou-se o que foi planejado, pois, durante as aulas, verificou-se que os alunos começaram a ter uma maior interação com os conceitos abordados durante a aula, e um melhor diálogo entre eles, melhorando a relação entre o professor e a turma, possibilitando ao docente analisar sua prática, assim como expressado por Maltempo *et al* (2011) que incluir tecnologia no ensino faz com que o professor repense sua prática docente, uma vez que toda inserção de tecnologia proporciona uma ligação entre o ensino-aprendizagem.

O uso do software possibilitou que os alunos visualizassem e compartilhassem suas inquietações sobre o estudar matemática, pois houve um momento em que eles falaram que -“*não queriam nem olhar para o professor, pois não entendiam nada que estava sendo apresentado na aula, por esse motivo ficavam, em todos os momentos, no celular, mesmo sabendo que poderiam ser prejudicados*”. Pode-se dizer, contudo, que essas aulas proporcionaram e colaboraram para um melhor entendimento da matemática, mesmo ela sendo complexa para eles, e que foi gratificante ver o comprometimento do professor. Depois dessa fala, o professor mudou sua forma de pensar sobre o comportamento da turma, pois, para ele, os alunos não tinham compromisso, por isso mexiam no celular.

No entanto, mesmo em um ambiente com uma metodologia de ensino nova, houve muita dificuldade por parte dos alunos. A proposta era fazer com que investigassem, mas verificou-se que os alunos perguntavam ao professor como poderiam chegar ao resultado, pois não tinham entendido. Muitos falavam que não tinham conhecimento sobre esse conceito e perguntavam como poderiam resolver a Tarefa sem saber o que era Função Composta. Muitos participantes nunca tinham se deparado com esse tipo de aula, e isso levou a uma recusa por parte deles. No decorrer das aulas, porém, começaram a entender a proposta.

Conclui-se que grande parte do colegiado teve dificuldade no que concerne ao conteúdo estudado, o que auxiliou foi o *software*, que possibilitou que os alunos visualizassem tanto o formato algébrico, como o geométrico (gráfico das funções).

Foi possível abordar vários conceitos, que eles conseguiam visualizar quando o professor estava junto explicando, contudo poucos conseguiram desenvolver as atividades sem esse auxílio.

Percebeu-se que muitos deles tinham dificuldades em realizar cálculos simples (operações básicas), como multiplicação, divisão. Quando se falou de propriedade distributiva, alguns ficaram perdidos; também tiveram dificuldade com intervalos mais simples, mas conseguiram entender a importância dos intervalos para a função e da raiz ou zero de uma função.

Não foi possível aprofundar os conceitos matemáticos, mas a atividade mostrou para os alunos que a matemática não é um bicho de sete cabeças. Para alguns alunos, o uso do *software* foi bom, pois eles não precisavam efetuar os cálculos e conseguiram entender que o GeoGebra é um aplicativo que pode auxiliar no desenvolvimento da aula e contribuir para a aprendizagem.

Mesmo com toda dificuldade encontrada, foi válido usar o *App* como recurso didático. O *software* também contribuiu para que se concluísse a proposta, pois, além do tempo planejado, foram necessárias mais três aulas com o mesmo intervalo de tempo para terminar a aplicação da Tarefa.

O planejamento e a aplicação das atividades fizeram com que o professor reavaliasse a sua prática docente e entendesse que nem sempre lecionava para o colegiado, mas apenas para si, e que os alunos muitas vezes agem de uma maneira por não entenderem como a proposta da aula foi planejada.

Referências

- AMARAL, M. P., FRANGO I.; Um levantamento sobre pesquisas com o uso do software geogebra no ensino de funções matemáticas. REVMAT. Florianópolis (SC), v.9, n. 1, p. 90-107, 2014.
- BRASIL, Secretaria de Educação Básica. Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática. Brasília: MEC; SEB, 1997.
- BORTOLOSSI, H. J.; O Uso do Software Gratuito GeoGebra no Ensino e na Aprendizagem de Estatística e Probabilidade. Vidya (Santa Maria. Online), v. 36, p. 429-440, 2016.
- CAIRES, V et. al. Uso do GeoGebra no Ensino de Matemática: Avaliação de Usabilidade e de Aprendizado. II ENINED: Encontro Nacional de Informática e Educação, UNIOESTE, Cascavel-PR. p. 408-417, out. 2011.
- CARVALHO, MARCELO SÁVIO REVOREDO MENEZES DE - A trajetória da Internet no Brasil: do surgimento das redes de computadores à instituição dos mecanismos de governança [Rio de Janeiro] 2006 XX, 239 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M. Sc., Engenharia de Sistemas e Computação, 2006).
- DANTE, L. R.; Matemática: contexto e aplicações / Luiz Roberto Dante. - - São Paulo: Ática, 2010.
- FACCIN T. C., BORTOLOZZI F. L., FORNO F. D.; Tecnologias de Informação e Comunicação: ferramentas para construção, disseminação e compartilhamento do conhecimento no ensino público da região AMUSEP. Revista Tecnologias na Educação – Ano 9 – Número/Vol.23- Dezembro 2017 – tecnologiasnaeducacao.pro.br - tecedu.pro.br
- GALVÃO, M. E. E. L.; COSTA N. M. L.; PRADO M. E. B. B.; construção de funções a partir de problemas geométricos: uma abordagem investigativa; REnCiMa, v.8, n.2, p.39-57, 2017.
- GIOVANNI, J. R.; Matemática completa / José Ruy Giovanni, José Roberto Bonjorno. – 2. Ed. renov. – São Paulo: FTD, 2005.
- HOFFMANN, Álvaro Nestor Weber, BRIÃO Adriana Horst; Como a evolução tecnológica do governo impacta na gestão empresarial; Revista Gestão e Desenvolvimento em Contexto- GEDECON vol.1, nº. 01, 2013.
- KENSKI, VANI MOREIRA - Aprendizagem mediada pela tecnologia - Revista Diálogo Educacional, Curitiba, v. 4, n.10, p.47-56, set. /dez. 2003.
- LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. Pesquisa em educação: abordagens qualitativas.2.ed. Rio de Janeiro: EPU, 2013.
- MAIA, J., PEREIRA, A. M. G.; O *Software* GeoGebra: Uma Estratégia de Aprendizagem Aplicada no Estudo de Funções Trigonométricas. Ciência e Natura, v. 37 Ed. Especial PROFMAT, 2015, p. 401–410

MALTEMPI; Marcus Vinicius, JAVARONI, Sueli Liberatti; BORBA, Marcelo C.; Calculadoras, computadores e Internet em Educação Matemática - dezoito anos de pesquisa. Bolema. Boletim de Educação Matemática (UNESP. Rio Claro. Impresso), v. 25, p. 43-72, 2011.

MISKULIN, Rosana G. S.; PEREZ, Geraldo; SILVA, Mariana da R. C.; MONTREZOR, Camila L.; SANTOS, Cristiane R.; TOON, Eduard; LIBONI FILHO, Paulo A. e SANTANA, Pedro H. O. Identificação e análise das dimensões que permeiam a Utilização das TIC nas Aulas de Matemática no Contexto da Formação de Professores. Revista Bolema, Vol. 26, ano 19, Rio Claro, 2006.

MISKULIN, Rosana Giaretta Sguerra, VIOL, Juliana França Revista e-Curriculum, São Paulo, n.12 v.02 maio/out. 2014, ISSN: 1809-3876 Programa de Pós-graduação Educação: Currículo – PUC/SP <http://revistas.pucsp.br/index.php/curriculum>

MORAN, José Manuel; MASETTO, Marcos T.; BEHRENS, Marilda Aparecida. Novas tecnologias e mediação pedagógica. Campinas: Papirus, 2000.

PAIVA, F. J. O., CAVALCANTE J. E. - O uso da informática educativa nas aulas de biologia numa escola da rede pública: uma análise das percepções e aprendizagens de estudantes do ensino médio - Revista Tecnologias na Educação – Ano 9 – Número/Vol.23- Dezembro2017 – tecnologiasnaeducacao.pro.br - tecedu.pro.br

PAULO Rosa Monteiro, SHINTANI Rodolfo Masaichi; um episódio na experiência de ensinar matemática; REnCiMa, v. 8, n. 4, p. 273-284, 2017.

SANTOS, A. C. F., MACÊDO J. A.; Uso dos *Softwares Geogebra e Winplot* no Estudo de Funções Transcendentes. REVEMAT. Florianópolis (SC), v.10, n. 2, p. 155-166, 2015.

SILVA F. S., ALMEIDA A. C. F., SILVA K. A. G.; Perspectivas sobre o pensamento computacional no ensino superior com o software Scratch em cenários da Educação Financeira e da Economia Doméstica; Revista Tecnologias na Educação – Ano 9 – Número/Vol.23- Dezembro2017 – tecnologiasnaeducacao.pro.br - tecedu.pro.br

SILVA, J. L., PAULY, E. L.; Educação E Tecnologia: Contradições E Superações No Campo Da Política Educacional - HOLOS, Ano 32, Vol. 08, 2016.