

# JOGOS DE LINGUAGEM NA PERSPECTIVA DE WITTGENSTEIN EVIDENCIADOS EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA

## LANGUAGE GAMES IN THE WITTGENSTEIN PERSPECTIVE EVIDENCED MATHEMATICAL MODELING ACTIVITIES

**Daniel Santos de Carvalho**

Instituto Federal do Maranhão, daniel.carvalho@ifma.edu.br

**Marisa Rosâni Abreu da Silveira**

Universidade Federal do Pará, marisabreu@ufpa.br

### Resumo

Neste artigo, o objetivo é evidenciar e analisar a existência de jogos de linguagem, da filosofia de Wittgenstein (1999), em atividades de Modelagem Matemática desenvolvida com um grupo de alunos da disciplina de Pré-Cálculo do Curso de Engenharia Elétrica no IFMA – Campus Imperatriz. A abordagem foi qualitativa, pois se buscou compreender as atitudes dos alunos ao estabelecerem jogos de linguagem durante a realização das atividades de Modelagem Matemática. Para isto, foi realizada a coleta de dados por meio de gravações das aulas e da entrevista semiestruturada para que, em seguida, fossem transcritas e analisadas. Com os resultados obtidos, foi possível concluir que tais jogos estão presentes em todas as fases do desenvolvimento de Modelagem Matemática, que a resolução de problemas surge a partir do contexto vivenciado pelos alunos e que são regidas por regras estabelecidas previamente. Durante a entrevista, os alunos enfatizaram que as questões contextualizadas contribuíram para a compreensão e a aplicação da matemática no cotidiano.

**Palavras chave:** Jogos de Linguagem; Modelagem Matemática; Educação Matemática.

### Abstract

In this paper, the objective is to evidence and analyze the existence of language games, from the philosophy of Wittgenstein (1999), in Mathematical Modeling activities developed with a group of students of the Pre-Calculus Course of the Electrical Engineering Course at IFMA - Campus Imperatriz. The approach was qualitative, as it sought comprehension of students' attitudes when establishing language games during the accomplishment of Mathematical Modeling activities. For this, the data were collected through class recordings and the semi-structured interview so that they could then be transcribed and analyzed. With the results obtained, it was possible to conclude that such games are present in all phases of the development of Mathematical Modeling, that problem solving arises from the context experienced by the students and that are governed by rules previously established. During the interview, students emphasized that contextual issues contributed to the understanding and application of mathematics in everyday life.

**Keywords:** Language Games; Mathematical Modeling; Mathematical Education.

## Introdução

O filósofo austríaco Ludwig Joseph Wittgenstein viveu de 1889 a 1951 e colocou a linguagem no centro das discussões filosóficas, de modo que a utilidade de uma palavra vai além de se nomear objetos ou transmitir pensamentos, pois o seu significado depende do uso em determinados contextos que podem desencadear jogos de linguagem. Para ele, o “jogo de linguagem” não se restringe apenas a linguagem, mas também “pelas atividades com as quais ela vem entrelaçada” (WITTGENSTEIN, 1999, p. 30).

Neste entendimento, as reflexões filosóficas no âmbito da linguagem têm apresentado contribuições no campo da educação, pois o desenvolvimento da aprendizagem não fica apenas centrado nos problemas da cognição, mas, volta-se também para a análise do jogo de palavras que são utilizados pelos alunos e professores no processo educacional. No âmbito da Educação Matemática, as obras de Wittgenstein, *Tractatus Logico-Philosophicus* (WITTGENSTEIN, 1968) e *Investigações Filosóficas* (WITTGENSTEIN, 1999), principalmente esta última, podem trazer contribuições para o ensino e aprendizagem da matemática na medida em que se busca evidenciar e compreender os jogos de linguagem presentes nas relações educacionais em sala de aula. Sendo que, neste artigo, buscam-se evidências dos jogos de linguagem durante atividades de Modelagem Matemática.

A Modelagem é uma das tendências da Educação Matemática que tem sido alvo de estudos nacionais e internacionais. No Brasil, a partir da década de 1970, alguns professores como Aristides Camargo Barreto e Rodney Carlos Bassanezi iniciaram o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática com alunos da graduação e pós-graduação. Desde então, sugeriram muitos estudiosos sobre o tema que trouxeram importantes contribuições para o seu entendimento na Educação Matemática, como por exemplo, os teóricos Almeida, Silva e Vertuan (2013). Estes estudiosos definem a Modelagem Matemática como uma “alternativa pedagógica em que se aborda, por meio da matemática, um problema não essencialmente matemático” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 9). Nesta compreensão, são incentivados o desenvolvimento de atividades de Modelagem na sala de aula com o objetivo de contribuir com o processo de ensino e aprendizagem da matemática.

Neste artigo, a abordagem foi predominantemente qualitativa, pois se buscou compreensões dos jogos de linguagem durante o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática no ambiente da sala de aula. A coleta de dados ocorreu por meio de gravações e de entrevistas durante o processo de Modelagem desenvolvido pelos alunos, para que em seguida, fossem transcritos e analisados.

Portanto, deseja-se evidenciar e analisar os jogos de linguagem presentes em atividades de Modelagem Matemática desenvolvidos na sala de aula. Para isto, foram realizadas atividades de Modelagem com alunos da disciplina de Pré-Cálculo na turma do primeiro período de Engenharia Elétrica no IFMA – Campus Imperatriz, buscando compreender os jogos de linguagem da filosofia de Wittgenstein durante o processo educacional.

## Wittgenstein e a Educação Matemática

Wittgenstein (1999) apresenta estudos enfatizando a linguagem utilizada nas interações sociais e coloca em evidência os jogos de linguagem que ocorrem durante a comunicação. Desta forma, destaca a importância da utilização de determinados usos das palavras para ampliar a compreensão. Este filósofo, segundo alguns estudiosos, apresenta duas fases distintas de sua filosofia. Neste sentido, Silveira (2015) destaca que:

Sob orientação de Bertrand Russell e influenciado por Gottlob Frege, o “primeiro Wittgenstein na sua obra *Tractatus Lógico-Philosophicus* (1921) trata a linguagem de forma lógica e desenvolve sua primeira filosofia. A linguagem descreve os fatos, o mundo e a realidade por meio de construções lógicas. Como pensamento é “um tipo” de linguagem, os limites do pensamento representam os limites da linguagem e por consequência, os limites da linguagem são limites do mundo do sujeito. Nas *Investigações Filosóficas* (1953), sua primeira obra póstuma, ele mostra que a linguagem se fundamenta em jogos que dependem do contexto e inaugura sua “segunda” filosofia (SILVEIRA, 2015, p. 256-257).

Na obra, *Investigações Filosóficas* (1953), analisa-se o uso das palavras com o intuito de compreender seus significados, verificando que os significados das palavras mudam de acordo com o contexto em que são aplicadas. Ele enfatiza que a linguagem se apresenta como uma atividade regida por regras que surgem a partir do contexto social no qual as pessoas estão inseridas. Como todos os sujeitos estão imersos na linguagem, é necessário que as regras, no contexto em que as palavras estão sendo utilizadas, sejam conhecidas para que não ocorram mal-entendidos. Neste sentido, Wittgenstein (1999) destaca que:

Nossa consideração é, por isso, gramatical. E esta consideração traz luz para o nosso problema, afastando os mal-entendidos. Mal-entendidos que concernem ao uso das palavras, provocados entre outras coisas, por certas analogias entre as formas de expressão em diferentes domínios da nossa linguagem. Muitos deles são afastados ao se substituir uma forma de expressão por outra; isto pode chamar de “análise” de nossas formas de expressão, pois esse processo assemelha-se muitas vezes a uma decomposição (WITTGENSTEIN, 1999, p. 61).

Por causa da riqueza de significados que uma palavra pode ter dentro de uma língua, podem ocorrer interpretações distintas daquela que o emissor deseja transmitir. Estas diferenças ocorrem por existirem analogias entre algumas expressão dentro da linguagem. Por isto, há um incentivo para que se substitua uma expressão por outra, desde que não altere o seu significado. As palavras só adquirem sentido dentro de um contexto, por isto Wittgenstein nomeou-as de jogos de linguagem. As palavras utilizadas em um grupo nem sempre têm o mesmo significado quando utilizada em outro contexto.

Gottschalk (2007, p. 465) enfatiza que “ao aplicarmos uma palavra, estamos seguindo regras tácitas da linguagem, do mesmo modo que ao movermos uma peça do jogo de xadrez estamos agindo de acordo com as regras do xadrez”. Estas regras têm a função de orientar nossas ações de modo que façam sentido em um determinado ambiente. O contexto no qual o indivíduo está inserido determina o significado da expressão linguística utilizada, sendo que a regra estabelecida age sobre o empírico, de acordo com a compreensão das situações vividas pelo grupo. Neste sentido, Gottschalk (2007) destaca que:

Assim, diremos que o significado da palavra cadeira vai ser dado pela regra, ou por um conjunto de regras que estou seguindo ao empregar essa palavra em um determinado contexto, e não por uma experiência que seja extraída de determinados objetos empíricos. Daí o termo jogo de linguagem. Utilizamos as palavras dentro de

uma linguagem que tem regras de uso, que não se confundem com nossas experiências empíricas. São regras públicas, que são ensinadas e aprendidas. Essas regras não decorrem naturalmente de nossas ações sobre a realidade, pelo contrário: são elas que instituem os objetos sobre os quais falamos. Ao empregarmos a palavra cadeira, seguimos regras tais como: servem para sentar, são estáveis (não desmontam quando sentamos nelas e tampouco desaparecem), existem, não voam, a maior parte delas têm quatro pés, podem ser empurradas etc (GOTTSCHALK, 2007, p. 465).

O significado das palavras é determinado por regras previamente acordadas no grupo em que elas estão sendo utilizadas, no exemplo acima citado, a palavra cadeira segue um conjunto de regras determinadas pelo contexto na qual está sendo empregada. Esta palavra, não é determinada pelas experiências empíricas de um sujeito com cadeiras, mas depende do significado que a comunidade designou para este termo. As regras de significação de palavras são públicas e não privadas, ou seja, as ideias e conceitos utilizados para se compreender e ser compreendido têm que ser de âmbito comum a todos do grupo.

Desta forma, o conjunto de regras apresentado em um contexto é que dá sentido à toda experiência que uma pessoa vier a ter com os objetos empíricos. Como foi citado anteriormente, a palavra cadeira possui regras de significados e mesmo que um sujeito não tenha experiência com todos os tipos de cadeiras que existem, ele é capaz de determinar o seu significado ao se deparar com tal objeto. Para Silveira (2015), esta regra é pública:

Não podemos seguir uma regra em privado, justamente porque a regra resulta de uma prática que marca a prioridade de um espaço público. Os jogos de linguagem apresentam as semelhanças entre jogos e linguagem, assim como o cálculo ressalta as semelhanças existentes entre linguagem e sistemas formais. É por esse motivo que existem semelhanças entre o cálculo, a gramática e os jogos de linguagem. Eles são semelhantes justamente porque seguem regras (SILVEIRA, 2015, p. 258).

Não há possibilidade de um sujeito realizar jogos de linguagem consigo mesmo, as regras são frutos e aplicáveis em domínio público. Silveira (2015) faz uma comparação entre o cálculo, a gramática e os jogos de linguagem, observando que todos seguem regras que devem estar bem definidas para que se obtenha o efeito desejado. Neste entendimento, há a necessidade de se conhecer o real significado da palavra utilizada no contexto específico, pois pode acontecer que uma palavra possa ser utilizada de diversas maneiras, sem que necessariamente haja o mesmo sentido em todos os seus usos. Wittgenstein (1999) apresenta alguns esclarecimentos:

Considere por exemplo, os processos que chamamos de “jogos”. Refiro-me a jogos de tabuleiro, de cartas, de bola, torneios esportivos etc. O que é comum a todos eles? Não diga: “Algo deve ser comum a eles, senão não se chamariam ‘jogos’”, - mas veja se algo é comum a eles todos. – Pois, se você os contempla, não verá na verdade algo que fosse comum a todos, mas verá semelhança, parentescos, e até toda uma série deles. Como disse: não pense, mas veja! [...] Não posso caracterizar melhor essas semelhanças do que com a expressão “semelhanças de família”; pois assim se

envolvem e se cruzam as diferentes semelhanças que existem entre os membros de uma família: estatura, traços fisionômicos, cor dos olhos, o andar, o temperamento etc., etc. – E digo: os “jogos” formam uma família (WITTGENSTEIN, 1999, p. 52).

Wittgenstein (1999) utiliza o exemplo dos jogos para enfatizar que existem palavras em que seus significados variam de acordo com o contexto no qual estão sendo empregados. Uma palavra pode ter interpretações distintas em ambientes específicos, sendo que, na realidade podem existir alguns pontos em comum na sua interpretação. A unidade de nome não é garantia que tenha um único significado, pois tem que se levar em consideração o contexto no qual está sendo aplicado e as regras que já foram definidas para sua significação, desta forma, a melhor expressão que Wittgenstein (1999) encontrou para caracterizar esta situação foi “semelhanças de família”. Como em uma família em que um apresenta semelhança na estatura com o pai, outro com a boca da mãe, outro com a orelha do pai, entre outras semelhanças, mesmo que não haja alguma característica comum a todos eles.

Na formação dos conceitos ou regras que definem objetos em um determinado contexto, há de se levar em consideração a percepção empírica em geral, pois na nomeação de objetos se utilizam elementos que estão presentes no cotidiano. Pode-se apontar para um objeto, gesto ostensivo, e nomeá-lo a fim de colaborar na conceituação do mesmo, nesta ação não está mais sendo um simples gesto empírico, passa a ter uma função linguística no instante em que ocorre a intenção de explicitar uma definição. Segundo Gottschalk (2007):

É nesse sentido que fragmentos do empírico passam a ter uma função transcendental, tornam-se regras para o uso das palavras e passam a organizar assim a nossa experiência, tanto externa como interna. Em outros termos, gestos ostensivos, tabelas, amostras de objetos empíricos e outros recortes do empírico são utilizados como meios de apresentação de objetos associados a palavras e, nesse sentido, passam a fazer parte da linguagem. Deixam de ser elementos meramente empíricos e tornam-se instrumentos lingüísticos (GOTTSCHALK, 2007, p. 466).

Desta forma, o conhecimento empírico contribui na formação de conceitos, pois a representação limitada de um conceito através de um gesto, ao se apontar para um objeto, oferece condições para que ocorra a aquisição do conhecimento de algo. Nesta situação, os recortes do empírico passam a ser instrumentos lingüísticos.

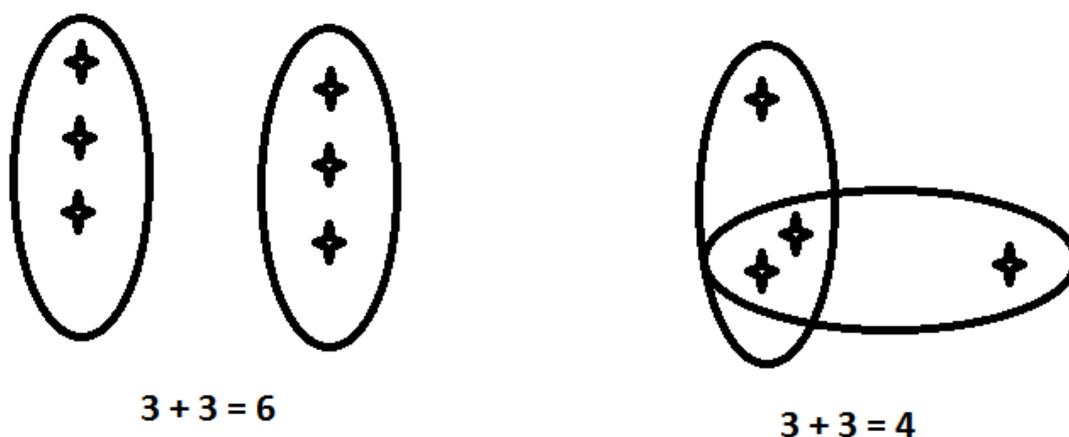
Para Wittgenstein (1999), a matemática tem função normativa dentro do funcionamento da nossa linguagem, já que a matemática é uma linguagem que se apresenta através de símbolos que se movem pela linguagem natural. Este filósofo levantou questionamentos sobre a natureza das proposições matemáticas, pois para ele, a linguagem matemática desempenhava um papel distinto da que é desenvolvida na linguagem natural. Questionou-se sobre a suficiência da experimentação por meio dos sentidos, para se provar proposições matemáticas, da mesma forma como é utilizada nas proposições das ciências naturais. Wittgenstein (1987) *apud* Gottschalk (2008) advoga que:

Se a demonstração nos convence, também temos que estar convencidos, então dos axiomas. Não como o estamos de proposições empíricas; não é esse o seu papel. No jogo de linguagem, estão excluídos da verificação através da experiência.

Não são proposições da experiência, mas princípios de juízo (WITTGENSTEIN, 1987, p. 73 apud GOTTSCHALK, 2008, p. 79).

Wittgenstein (1987, p. 38; apud Gottschalk, 2007, p. 468) apresenta a ideia de que as proposições matemáticas não podem ser provadas através das experiências empíricas a fim de se obter certeza. Neste sentido, na obra *Investigações Filosóficas*, Wittgenstein (1968) ilustra diferentes resultados que podem ser obtidos através de uma soma de números quando ocorrem mudanças de normas dentro da matemática. Observam-se, nos diagramas abaixo, que podem ser obtidos resultados 6 ou 4 para a soma  $3+3$ , dependendo das regras que forem acordadas previamente:

Ilustração 01: Soma de números naturais



Fonte: Adaptado de Wittgenstein (1987, p. 38; apud Gottschalk, 2007, p. 468)

Mesmo que durante a operação empírica alguns objetos desapareçam no decorrer da experimentação, isto não muda a regra que já está pré-estabelecida pela comunidade, ou seja,  $3 + 3 = 6$ . Utilizando objetos empíricos para ilustrar as regras estabelecidas na matemática, tal como a maneira como se escolhe agrupar os objetos de forma que estejam em conformidade com a norma estabelecida na matemática. A utilização de elementos da nossa experiência para confirmar algumas regras da matemática não se caracterizam como uma prova absoluta, mas apenas confirmam que o empírico se submete às regras previamente acordadas dentro da matemática (GOTTSCHALK, 2007). Neste jogo de linguagem, seguindo as regras estabelecidas pela aritmética, não há possibilidade de ocorrer  $3 + 3 = 4$ , pois isto não faz sentido, já que está fora da norma estabelecida. Neste entendimento, Gottschalk (2007) afirma que:

Não há nada diretamente na própria experiência que convenceria meu interlocutor a aceitar uma regra em detrimento de outra. Quais regras de agrupamento empregamos, ao aplicar o princípio de igualdade na matemática, ou quais técnicas de comparação aplicamos, ao utilizar o princípio de conservação em ciências, depende de um acordo prévio tácito, dentro de nossas formas de vida. É claro que podem existir razões empíricas para essas escolhas, mas ao cristalizarmos essas escolhas, por meio de proposições e técnicas lingüísticas, elas adquirem uma função transcendental, ou seja, passam a legislar sobre o empírico. São as

nossas condições de sentido que dizem o que tem e o que não tem sentido dizer ou fazer (GOTTSCHALK, 2007, p. 468).

A norma Matemática aceita, determina o sentido que se atribui às experiências cotidianas, ou seja, aplicam-se os conceitos que foram herdados das formas de vida por cada indivíduo. A experiência empírica pode ser utilizada para fazer exemplificações de determinadas regras da matemática, mas nem tudo pode ser exemplificado empiricamente. Logo, as regras aceitas pela comunidade devem ser seguidas, para que as palavras tenham sentido. Um exemplo, citado por Gottschalk (2007), é a utilização do significado de número que no início da aprendizagem era usado apenas para contar, depois para fazer medições, calcular, resolver problemas, ou seja, foi-se ampliando o significado de número, surgindo assim novas regras que foram agregadas ao significado da palavra.

A linguagem matemática procura ter um único significado em seus signos, mas a linguagem natural pode adquirir vários significados, dependendo do contexto em que está sendo aplicada. Ela se utiliza da linguagem natural para que possa ser compreendida e, nesta passagem, podem ocorrer interpretações equivocadas em relação às regras já estabelecidas pela matemática. Neste entendimento, o professor tem que deixar claro aos seus alunos, durante o processo educacional, quais são as regras que estão sendo utilizadas na passagem da linguagem matemática para a linguagem natural. Silveira (2015) observa que:

Os símbolos da matemática têm que ser traduzidos para a linguagem natural. Todavia, apenas essa tradução não é suficiente, é preciso buscar o sentido das palavras que estão além dessa tradução, bem como o sentido das regras matemáticas que estão imersas no texto. Essa é uma das tarefas do professor: auxiliar o aluno na busca desses sentidos, no jogo de linguagem da sala de aula (SILVEIRA, 2015, p. 288).

O jogo de linguagem, apresentado por Wittgenstein (1999), destaca exatamente que a linguagem não é apenas um conjunto de palavras que caracterizam um objeto ou ações específicas, mas são incorporadas pela linguagem e, a partir de então, se tornam instrumentos linguísticos, fazendo parte da constituição de seus significados (GOTTSCHALK, 2008). Neste sentido, a compreensão do jogo de linguagem que ocorre na sala de aula pode trazer significativas contribuições para o ensino e aprendizagem da matemática, pois o professor poderá desenvolver suas atividades com mais consciência da necessidade de se entender o significado da linguagem utilizada no contexto escolar.

## **A Modelagem Matemática na Educação**

No Brasil, práticas sobre Modelagem Matemática têm sido realizadas desde 1970 e, para Bassanezi, ela surgiu mais por necessidade do que por acaso (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013). Estas práticas foram propostas em um curso de especialização de professores, onde foi trocado o enfoque clássico por atividades relacionadas ao contexto social dos alunos, e, o resultado foi que os alunos tiveram maior motivação para resolver problemas cujos temas foram escolhidos por eles próprios. Pesquisadores em Educação Matemática no Brasil reforçam a ideia de que é importante a utilização de novas metodologias para o ensino de matemática que contribuam para a aprendizagem dos alunos e, neste contexto, utilizem situações-problemas que envolvam o cotidiano dos discentes. Uma alternativa é a Modelagem Matemática que incentiva a autonomia dos alunos durante o desenvolvimento das atividades em sala de aula, e isto é defendido por

vários autores como Barbosa (2001), Biembengut e Hein (2013), Almeida, Silva e Vertuan (2013), entre outros.

Biembengut e Hein (2013, p. 20) apresentam o desenvolvimento da modelagem matemática em três fases, sendo elas a “Interação, a Matematização e o Modelo matemático”. Na interação ocorre o reconhecimento da situação-problema e sua familiarização, na Matematização os alunos irão formular e resolver o problema, e, durante a fase do Modelo matemático ocorrerão a interpretação e validação da situação-problema que está sendo estudado. Para estes estudiosos da Modelagem Matemática, a formação do modelo matemático é fundamental e, isto é evidenciado quando afirmam que o desenvolvimento da modelagem “tem como objetivo principal criar condições para que os alunos aprendam a fazer modelos matemáticos, aprimorando seus conhecimentos.” (BIEMBENGUT; HEIN, 2013, p. 23). Esta ênfase destaca a forte influência das características da Modelagem desenvolvida na Matemática Aplicada, pois nesta, a ênfase está na formação do modelo matemático. Porém, quando se desenvolve a Modelagem na Educação Matemática o objetivo principal é contribuir para a aprendizagem dos alunos, ou seja, o foco está no desenvolvimento cognitivo dos alunos durante o processo educacional.

As fases de desenvolvimento da Modelagem Matemática na Educação Matemática são praticamente as mesmas apresentadas por todos os pesquisadores que estudam o assunto que são: a Interação, a Matematização e a apresentação do Modelo Matemático que pode descrever a situação problemática estudada. O que vai diferenciar de modo significativo é onde está depositada a relevância do desenvolvimento das atividades de Modelagem, se está priorizando a formação do modelo matemático, como na Matemática Aplicada, ou se enfatiza o desenvolvimento do processo educacional, mesmo que não culmine na formação de um modelo algébrico para a situação-problema. Para Almeida, Silva e Vertuan (2013):

Ainda que a Modelagem Matemática tenha sido caracterizada como uma atividade que começa com uma situação inicial (problemática) e culmina com uma situação final (solução para o problema) – quando ela é percebida como **uma alternativa pedagógica** na qual fazemos uma abordagem, por meio da Matemática, de um problema não essencialmente matemático -, **o foco está nos encaminhamentos e procedimentos que medeiam a transição da situação inicial para a situação final** (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, p. 20, grifos nossos).

A ênfase do desenvolvimento da Modelagem Matemática na Educação, neste caso, é dada nos procedimentos realizados durante o processo do desenvolvimento das atividades em sala de aula. A orientação do professor dentro do ambiente educacional é fundamental para contribuir com o ensino e aprendizagem da matemática em atividades de Modelagem Matemática. No desenvolvimento de atividades de Modelagem, o aluno é incentivado a deixar a atitude passiva e passar a agir na busca dos conhecimentos, baseados no questionamento e na investigação para resolver situações-problemas do cotidiano. O professor deixa de ser o detentor do conhecimento e passa a ser orientador no processo educacional, favorecendo assim o desenvolvimento de atividades dentro e fora da sala de aula pelos alunos, que podem encontrar elementos matemáticos úteis na solução de seus questionamentos.

Almeida, Silva e Vertuan (2013) apresentam três momentos para a familiarização dos alunos em atividades de Modelagem com o objetivo de diminuir as possíveis resistências que podem surgir durante o processo, pois os discentes são incentivados a

terem uma atitude ativa durante as atividades. O primeiro momento de modelagem descrita por Almeida, Silva e Vertuan (2013) é apresentado da seguinte maneira:

Em um primeiro momento, o professor coloca os alunos em contato com uma situação-problema, juntamente com os dados e as informações necessárias. A investigação do problema, a dedução, a análise e a utilização de um modelo matemático são acompanhadas pelo professor, de modo que ações como definição de variáveis e de hipóteses, a simplificação, a transição para a linguagem matemática, obtenção e validação do modelo bem como seu uso para a análise da situação, são em certa medida, orientadas e avaliadas pelo professor (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, p. 26).

Neste momento de desenvolvimento da Modelagem Matemática, o professor fornece aos alunos a situação-problema com todas as informações qualitativas e quantitativas para que os alunos possam investigar a melhor maneira de resolver a situação proposta. Os alunos têm dados suficientes para resolver a questão na própria sala de aula, não há necessidade de atividades extraclasse neste primeiro momento, mas se os alunos necessitarem de complementar suas pesquisas em outro ambiente, isto poderá ser realizado.

O professor terá condições de explicar aos alunos todos os passos que serão exigidos durante o desenvolvimento das atividades, sendo que o docente incentivará os alunos a terem uma maior independência na busca de conhecimentos matemáticos para a resolução do problema. Em todos os momentos, o professor estará orientando a forma que se deve proceder para a resolução do problema, sem fornecer a solução pronta e acabada para os alunos. Inicia-se então um processo de motivação na busca de atitudes reflexivas por parte dos alunos. Neste momento, as atividades podem ser desenvolvidas individualmente ou em grupos, pois o que está sendo proposto aos alunos é a interpretação e resolução do problema, não precisam ir à procura de dados além daqueles fornecidos pelo professor. Todas as fases devem estar bem claras para que os alunos consigam iniciar a ter atitudes mais ativas, deixando de ser apenas receptivos ao que é ensinado pelos professores.

Após a aplicação do primeiro momento de Modelagem Matemática, o professor iniciará o desenvolvimento do segundo momento no qual o docente passará a exigir dos estudantes maior autonomia na investigação e resolução da situação-problema. Neste momento, o professor apresentará um problema para que os alunos, divididos em grupos, possam coletar os dados quantitativos e qualitativos que auxiliarão na resolução do problema proposto inicialmente. Os processos de simplificação e as demais etapas para resolução estarão mais a cargo dos estudantes, sendo que o professor estará norteando as atividades desenvolvidas pelos grupos, mas sem fornecer diretamente a forma de como solucionar o problema, pois sempre estará incentivando a autonomia do grupo frente à problemática proposta (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013).

No terceiro momento de Modelagem Matemática, segundo Almeida, Silva e Vertuan (2013), o professor solicita aos alunos a formação de grupos e os estimula a pensarem algum problema do cotidiano em que gostariam de resolver, ou seja, cada grupo poderá apresentar situações-problemas distintas, de acordo com o interesse do grupo. Pode-se considerar que, ao se propor este terceiro momento de Modelagem Matemática a um grupo de alunos, sem passar pelos momentos anteriores, terão mais dificuldades de realizá-lo, pois não estão acostumados a agirem de maneira autônoma no ambiente escolar. Nestas atividades, os alunos devem ter iniciativas para resolver os problemas, realizar levantamentos de dados quantitativos e qualitativos, identificar os

assuntos matemáticos que são adequados para resolver a situação-problema. Desta forma, uma sugestão é que os estudantes passem gradualmente pelos três momentos da Modelagem Matemática, visando a familiarização com esta alternativa pedagógica.

Em todos os três momentos, do desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática na Educação, apresentam situações específicas que estimulam a autonomia dos alunos durante a resolução da questão na sala de aula. Desta forma, buscou-se identificar alguns aspectos dos jogos de linguagem durante o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática em uma turma de Engenharia Elétrica do IFMA – Campus Imperatriz no segundo semestre de 2017.

### **Jogos de Linguagem em Atividades de Modelagem Matemática**

O primeiro autor deste artigo foi também o professor de Pré-Cálculo no segundo semestre de 2017 na turma de Engenharia Elétrica no IFMA – Campus Imperatriz e após realizar estudos sobre algumas funções nesta turma, buscou desenvolver atividades de Modelagem com estes alunos. A disciplina de Pré-Cálculo, com carga horária de 30 horas aulas, visa realizar uma revisão da matemática da Educação Básica, principalmente no estudo das funções que são fundamentais para a compreensão da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. Para o desenvolvimento das atividades envolvendo a Modelagem Matemática foram utilizadas seis horas aulas desta disciplina, além dos estudos realizados pelos alunos em ambientes extraclasse. Com o objetivo de evidenciar e analisar a existência de jogos de linguagem em atividades de modelagem matemática foi escolhido uma turma da disciplina de Pré-Cálculo para o desenvolvimento das atividades. Para tanto, a turma foi dividida em nove grupos de alunos, cada grupo foi composto de quatro a seis alunos de acordo com suas escolhas, sendo que cada equipe recebeu uma situação problema para resolver. A questão era distinta para cada grupo, em seguida, os alunos iniciaram as atividades em sala de aula e depois se reuniram em encontros extraclasse para darem continuidade às atividades.

Para análise neste artigo, escolheu-se um grupo constituído por quatro alunos que foram denominados por Davi, Gustavo, Ester e Guilherme, pseudônimos escolhidos por eles próprios. Neste grupo, apresentou-se uma rica discussão para chegarem à solução da questão proposta em sala de aula e, utilizaram conhecimentos matemáticos além daqueles que foram trabalhados durante a disciplina. A questão sorteada para este grupo tinha como tema: *Casa própria: Será que com o salário dá?* Esta questão foi retirada do livro que de Almeida, Silva e Vertuan (2013, p. 98) em que se apresenta uma tabela preenchida com os dados do Salário Mínimo Nacional (em reais) e o Custo do Metro Quadrado (em reais) do ano 2000 até o ano de 2010. No ano de 2011 estava apenas o valor do Salário Mínimo e um dos questionamentos era exatamente o valor previsto do metro quadrado naquele ano. Outro questionamento era descobrir se havia uma relação entre o preço do metro quadrado de construção e o salário mínimo, caso positivo, deveriam determinar qual seria a função que melhor representaria esta situação e, em seguida, fazer uma estimativa do valor do salário mínimo e o preço do metro quadrado de construção para o ano de 2017, 2020 e 2050. A tabela 01, a seguir, foi entregue aos alunos com as seguintes informações:

Tabela 01: Salário mínimo nacional e custo do metro quadrado no decorrer dos anos

Ano (n)	Tempo (t), em anos	Salário Mínimo Nacional, em reais S(t)	Custo do metro Quadrado, em reais C(t)
2000	0	151,00	351,07
2001	1	180,00	379,56
2002	2	200,00	414,47
2003	3	240,00	484,79
2004	4	260,00	524,11
2005	5	300,00	572,66
2006	6	350,00	603,48
2007	7	380,00	627,91
2008	8	415,00	685,76
2009	9	465,00	748,61
2010	10	510,00	796,43
2011	11	545,00	Sem informação

Fonte: Almeida, Silva e Vertuan (2013, p. 98)

Em aulas subsequentes, os alunos buscaram orientações do professor e, para concluir as atividades, todos os grupos fizeram apresentação de suas soluções para os alunos da turma. Sendo que, cada grupo teve aproximadamente vinte e cinco minutos para realizarem suas explicações e cinco minutos para que o professor e demais alunos fizessem questionamentos.

Nesta pesquisa, a abordagem foi predominantemente qualitativa, pois a fonte direta dos dados foi o ambiente natural com a coleta através de gravações e entrevistas (BOGDAN; BIKLEN, 1994); foi descritiva, ao passo que ocorreram as transcrições das gravações para análise e o interesse maior foi direcionado para compreender os jogos de linguagem durante o processo de resolução da situação-problema. Para Bisognin; Bisognin (2012, p. 1051) “a pesquisa qualitativa converge para o estudo de indivíduos em sua realidade, focada na compreensão e no discurso, oriundos do universo de pesquisa.”

Na sala de aula e nos encontros extraclasse foram feitas gravações em áudio dos alunos para que posteriormente, seus comentários, fossem analisados. Após a exposição do grupo aos colegas de sala, o pesquisador realizou uma entrevista semiestruturada, na qual os quatro componentes deste grupo falaram sobre o desenvolvimento das atividades de modelagem. Desta forma, os materiais empíricos foram obtidos por meio de gravações em áudio das atividades na sala de aula, nos encontros extraclasse, na apresentação do grupo aos colegas, bem como, em uma entrevista semiestruturada.

A análise dos dados coletados ocorreu em duas etapas: a primeira foi a leitura de todas as transcrições das gravações, feita durante o desenvolvimento do trabalho, e a identificação de trechos que se relacionavam com o objetivo deste artigo, que é evidenciar e analisar a existência de jogos de linguagem em atividades de Modelagem Matemática. Na segunda etapa foi realizada a releitura dos trechos selecionados, analisando-os à luz dos jogos de linguagem de Wittgenstein (1999).

Os alunos iniciaram suas atividades na sala de aula, onde tiveram contato com a situação-problema já com os dados qualitativos e quantitativos presentes. Neste momento, os alunos iniciaram a Modelagem com a primeira fase denominada de inteiração, em que realizaram a leitura da questão e trocaram ideias para resolverem a situação. Para Almeida, Silva e Vertuan (2013) a inteiração:

Implica, portanto, cercar-se de informações sobre essa situação por meio de coleta de dados quantitativos e qualitativos, seja mediante contatos diretos ou indiretos. A inteiração conduz a formulação do problema e a definição de metas para sua resolução (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, p. 15-16).

Nesta fase, a linguagem natural é predominantemente feita por meio de orientações sobre a situação-problema que se pretende investigar. Nesta questão em particular, os alunos coletaram os dados que estavam na própria questão e começaram a analisar as metas, para que pudessem solucionar o problema. Estas ideias podem ser constatadas no trecho a seguir:

**Guilherme:** Pois é Ester, acho que a gente vai montar o gráfico então. (...) A gente vai montar o gráfico então, a gente plota ele. Se a gente plotar o gráfico, a gente vai fazer uma relação de tempo e salário, né isso?

**Todos:** É, tempo e salário.

**Guilherme:** Tempo e salário. Tempo fica no...

**Gustavo:** Tempo no X.

**Guilherme:** Tempo no X, né?

**Gustavo:** Salário no Y.

**Guilherme:** O tempo e o salário no y né? Beleza, então a gente vai montar dois gráficos. Primeiro salário, tempo.

**Ester:** E o outro do metro quadrado e o tempo.

**Guilherme:** Beleza. Se a gente montar esse gráfico do salário e tempo. A gente não vai achar bem um padrão pra ele. A gente vai achar mais ou menos uma reta. Né isso? Alguma coisa aproximada disso. Mas só que, enfim, estou sem ideia pra...

**Gustavo:** Mas se a gente parar pra reparar, esse pontos vão dá aproximado. Verdade né? Num tá aproximado os pontos um do outro?

**Davi:** Parece também uma exponencial. Mas acho que não é exponencial.

**Ester:** Parece uma reta. Só acho que não vai ser exatamente uma reta. (risos)

**Guilherme:** Se for exponencial a gente vai ter que jogar na fórmula  $y=a^x$ .

**Gustavo:** Mas acho que não vai ser porque, cada vez a gente eleva vai ser ao quadrado. Quando eleva ao quadrado vai, mais que dobra o valor.

**Guilherme:** Se a gente for jogar, por exemplo, o primeiro valor. Qual o primeiro valor? Tempo zero né?

**Ester:** É e 151.

**Guilherme:** O tempo é zero, tá. Então vai ficar aqui y igual a 0. Que é o primeiro, né isso?

**Gustavo:** E y é 151.

**Guilherme:** O y vai ser igual a 1. E tá errado isso aqui. No caso porque o y aqui tá dando 151.

**Davi:** Verdade

**Guilherme:** Entendeu? Então acho que exponencial já não é.

**Gustavo:** Aí quebrou as pernas.

**Ester:** E quadrática?

**Gustavo:** Não vai ser porque é parábola.

**Davi:** Quadrática é uma parábola. Se aproxima mais de linear mesmo. Já vi uma aula também, que dá pra aproximar isso de uma reta também.

**Guilherme:** Como?

**Davi:** Acho que, nome parece regressão linear, acho que vou dar uma olhada. Me esqueci faz tempo que eu já vi.

**Guilherme:** Tá bora dá uma pesquisada aqui. (Gravação em áudio do 1º encontro, 13/11/2017).

No trecho transcrito, pode-se identificar a aplicação da segunda fase da Modelagem Matemática, a Matematização, em que os alunos buscam elementos, dentro da linguagem matemática, que representem o problema que se deseja resolver. Para Almeida, Silva e Vertuan (2013):

A situação-problema identificada na fase de inteiração, de modo geral, apresenta-se em linguagem natural e não parece diretamente associada a uma linguagem matemática, e assim **gera-se a necessidade de transformação de uma representação (linguagem natural) para outra (linguagem matemática)**. Essa linguagem matemática evidencia o problema matemático a ser resolvido. A busca e elaboração de uma representação matemática são mediadas por relações entre as características da situação e os conceitos, técnicas e procedimentos matemáticos adequados para representar matematicamente essas características (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, p. 16, grifos nossos).

De acordo com Wittgenstein (1999), a atividade de traduzir de uma língua para outra se caracteriza como jogo de linguagem, pois assim como os jogos seguem regras, a linguagem natural e a linguagem matemática possuem regras próprias. Por isto, é fundamental que se conheçam as regras de interpretação da linguagem natural dentro de um contexto específico, bem como, as regras da linguagem matemática. Desta forma, a tradução de uma linguagem para outra ocorrerá sem apresentar interpretações equivocadas. Nesse sentido, Silveira (2015) alega que:

O significado do símbolo depende de outros símbolos que definem o contexto em que o símbolo está inserido. **A linguagem matemática com sua simbologia pretende ser universal e unívoca**, mas se move nas regras da nossa linguagem que é polissêmica (SILVEIRA, 2015, p. 259, grifos nossos).

Dessa maneira, a nossa linguagem natural possui termos que, dependendo do contexto, podem ter significados distintos, mas a linguagem matemática pretende ser universal e ter apenas um único significado em suas simbologias. As normas que definem cada linguagem precisam estar claras, para que não ocorram interpretações fora do contexto.

Observa-se que, na discussão dos alunos sobre a melhor função que poderia representar os dados do problema e modelar a questão, o aluno Gustavo observou que as funções sugeridas não representavam os dados e disse: “Aí quebrou as pernas” (Gravação em áudio do 1º encontro, 13/11/2017). Esta expressão, neste contexto, não significa literalmente quebrar as pernas, mas revela que, naquele momento da discussão, os alunos estão sem opções para resolver o problema. Esta expressão não causou falta de entendimento para os colegas do grupo, pois era uma expressão comumente utilizada por eles quando algo não estava dando certo. Neste sentido, esta expressão representa um jogo de linguagem, pois foi usada para comunicar que as sugestões iniciais ainda não foram suficientes para resolver a questão.

No diálogo acima, o grupo citou três funções na tentativa de resolver o problema, que foram as funções: afim (caracterizada por uma reta), quadrática e a exponencial. Todas estas são funções, porém apresentam características distintas em suas aplicações e, neste sentido, surgem os jogos de linguagem apresentados por Wittgenstein (1999), no qual, uma mesma palavra pode ter significado diferente, pois depende do contexto que está sendo utilizada. Todas três são funções, pois possuem características que as aproximam, como por exemplo, possuírem uma variável dependente e outra variável independente. Neste sentido, Wittgenstein (1999) classificou estas situações como “semelhanças de família”, pois, apesar de cada função possuírem suas características particulares, elas apresentam algo em comum. Deste modo, para Wittgenstein (1999), há necessidade de se seguir comandos específicos e significativos para aquela forma de vida, ou seja, para o contexto em que é aplicado a linguagem.

No final desta transcrição, observa-se que o aluno Davi se lembrou que havia estudado sobre Regressão Linear em algum momento e que poderia utilizar na questão, mas destacou que precisava estudar novamente para recordar seus conceitos e regras. O assunto Regressão Linear não era conhecido dos demais colegas do grupo, ou seja, não fazia parte da forma de vida dos seus colegas, mas, a partir do momento que foi indicado pelo Davi, todos ficaram responsáveis para estudar sobre o tema.

Para Souza (2012, p. 132), “Compreender a aprendizagem matemática na modelagem como jogos de linguagem significa considerar que essa aprendizagem envolve um conjunto de usos regrados da linguagem”. Observa-se que o conhecimento das regras estabelecidas na linguagem matemática é fundamental para que se possa representar os acontecimentos empíricos mais próximos possível do real e assim, eles sejam interpretados na linguagem natural. No processo de Modelagem Matemática, o aluno é incentivado a fazer investigações de situações cotidianas e representá-las por meio da matemática, ou seja, existem constantes traduções entre a linguagem natural e a linguagem matemática que podem ser entendidas como um jogo de linguagem.

Dessa maneira, observa-se que o aluno Davi propôs utilizar a Regressão Linear, o que levou os alunos do grupo a estudarem sobre o assunto. Marcaram então outro encontro para que continuassem a resolução da questão. Neste encontro, pode-se constatar a terceira fase da Modelagem, que corresponde à resolução do problema, sendo que, depois que foram identificados os conteúdos matemáticos, passou-se então à busca de modelos matemáticos que representassem a situação em foco:

Esta fase consiste na construção de um modelo matemático com a finalidade de descrever a situação, permitir a análise dos aspectos relevantes da situação, responder às perguntas sobre o problema a ser investigado na situação e até mesmo, em alguns casos, viabilizar a realização de previsões para o problema em estudo (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, p. 16).

Nesta fase, os alunos devem seguir regras já pré-definidas pela matemática para representar a situação-problema em análise. O jogo de linguagem está em não fugir das regras já estabelecidas pela matemática que busca um sentido único em sua estrutura de construção. Observa-se que algumas falas dos alunos confirmam esta fase da Modelagem:

**Guilherme:** Tipo. Bora. Vamos recapitular então. A gente fez, a gente plotou o gráfico...é, colocou os pontos no gráfico e não achou o padrão.

**Gustavo:** Não, não é bem o padrão.

**Guilherme:** Não tem um padrão, né?

**Gustavo:** Não é uma reta afim.

**Guilherme:** Não, não é uma função afim, não é uma função exponencial, logarítmica e não é uma função quadrática também (...), a gente não achou nenhum padrão que seja esses.

**Gustavo:** Mas dá pra perceber que esses pontos são próximos do outro.

**Guilherme:** Beleza. Aí o Davi falou sobre uma vídeo aula.

**Davi:** Regressão Linear.

**Guilherme:** Da regressão, né?

**Davi:** Hunrum

**Guilherme:** Aí, beleza, o que é essa regressão?

**Davi:** Não, o cara lá primeiro fala dá correlação, né. A correlação, esses pontinhos, aí tem uma escalazinha lá. Aí se próximo de 1. Aí sim, aí... (Gravação em áudio do 2º encontro, 22/11/2017).

Neste momento o Davi e o Gustavo começaram a explicar a Correlação e a Regressão linear aos outros membros do grupo. Após algumas explicações, começaram as perguntas.

**Ester:** E o que define essa reta?

**Gustavo:** Seria...

**Ester:** Ela é eficiente?

**Davi:** A correlação diz. Ela, ela ... Quanto tem um coeficiente, e tem a escala né, de 0 a 1. Quanto mais próximo de 1 dá o resultado, aí sim... Dá pra... Aproximar isso de uma reta.

Continuam a explicação da Correlação e a Regressão linear aos membros do grupo.

**Guilherme:** Aaah tá. Entendi, então esse coeficiente só vai dizer se ele tá próximo de uma reta.

**Davi:** Porque tem o coeficiente linear, tem o coeficiente exponencial, tem outro tipo de coeficiente. Mas como nossa... Nosso gráfico tende a ser uma reta, a gente tem que aplicar o coeficiente linear no caso.

**Guilherme:** Entendi. Então a gente acha esse coeficiente e a parti dele a gente acha a função. A gente tira...

**Davi:** Não. A função aí já... Já é outro caso. Pra gente achar o coeficiente de "a" ou coeficiente linear e o angular, a gente vai fazer um regressão, que já é outra história já. (Gravação em áudio do 2º encontro, 22/11/2017).

Os alunos continuaram a discussão para resolverem a questão e suas estratégias para validação e apresentação em sala. Neste momento observa-se também a última fase

da Modelagem Matemática que é a Interpretação de Resultados e Validação que, segundo Almeida, Silva e Vertuan (2013), é conceituada da seguinte maneira:

A interpretação dos resultados indicados pelo modelo implica a análise de uma resposta para o problema. A análise da resposta constitui um processo avaliativo realizado pelos envolvidos na atividade e implica uma validação da representação matemática associada ao problema, considerando tanto os procedimentos matemáticos quanto a adequação da representação para a situação. **Essa fase visa, para além da capacidade de construir e aplicar modelos, ao desenvolvimento, nos alunos, da capacidade de avaliar esse processo de construção de modelos e os diferentes contextos de suas aplicações** (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, p. 16, grifos nossos).

Nesta fase, todos os alunos procuraram a interpretação dos dados levantados, da formação do modelo matemático e da validação dos resultados encontrados. Observa-se que Ester e Guilherme questionavam constantemente sobre o funcionamento da Regressão Linear, enquanto o Davi e Gustavo explicavam os seus conceitos, pois estes dois alunos compreenderam melhor o assunto. As regras da linguagem matemática têm que ser seguida, pois esta é normativa, sendo necessário que seja conhecida para que possa ser aplicada nas situações de modelagem. Nesse sentido, para Wittgenstein (1999), no jogo de linguagem é necessário seguir orientações, pois “na *práxis* do uso da linguagem, um parceiro enuncia as palavras, o outro age de acordo com elas;” (WITTGENSTEIN, 1999, p. 29). Neste caso, os alunos Davi e Gustavo estavam passando as orientações à Ester e ao Guilherme sobre as regras da utilização da Regressão Linear, ou seja, estavam utilizando o jogo de linguagem para explicar este assunto.

Ao serem questionados sobre o desenvolvimento da Modelagem Matemática, todos foram unânimes em afirmar que a questão contextualizada ajudou a compreender as aplicações da matemática no cotidiano. Gustavo destacou que:

Porque, assim, é na questão contextualizada que a gente vê, em sala, como pode ser aplicada. Porque muitas vezes a gente fica só fechado à fórmula; a gente sabe como usar. (Gravação em áudio da entrevista semiestruturada, 12/12/2017).

Constata-se que os estudantes tentaram resolver com as funções que conheciam, mas não conseguiram encontrar uma solução satisfatória. Por isto, o aluno Davi sugeriu que tentassem resolver utilizando a Regressão Linear, assunto que apenas este aluno já havia estudado. Desta forma, foram incentivados a pesquisar sobre o tema para que utilizassem na resolução da questão.

Durante a entrevista semiestruturada, foi perguntado aos alunos o motivo pelo qual escolheram a Regressão Linear para resolverem o problema, já que não tinham estudado sobre tal assunto nas aulas de Pré-Cálculo. Responderam que a sugestão foi do Davi, pois apenas ele conhecia o assunto, em seguida, ele e o Gustavo explicaram para todos os membros do grupo. Sendo que o Gustavo teve que buscar informações sobre o assunto em livros e na internet. Observa-se que o aluno Davi teve contato com a Regressão Linear, mas não estava lembrando de todos os detalhes, deste modo, sugeriu que iria estudar para poder repassar as informações aos colegas. A Correlação e a Regressão Linear faziam parte da forma de vida do Davi, ou seja, ele teve contato com este assunto e quando analisou a questão, sugeriu a resolução utilizando tal assunto. Neste entendimento, Gottschalk (2007, p. 465) destaca que “utilizamos as palavras dentro

de uma linguagem que tem regras de uso, que não se confundem com nossas experiências empíricas. São regras públicas, que são ensinadas e aprendidas.”

Como argumenta Souza (2012, p. 33), trata-se de considerar a forma de vida “como o conjunto de valores, crenças, ações, sentimentos, concepções, a própria linguagem, etc. que uma determinada coletividade/ou grupo social sustenta”. O aluno Davi teve contato anteriormente com a Correlação e Regressão Linear que auxiliam na construção de modelos lineares ao se aproximarem da representação de dados dispostos em uma tabela, deste modo, pode-se observar que houve a contribuição destes conhecimentos sustentados pela estatística na resolução do problema. Esta influência fez com o que o aluno Davi fosse lembrar este assunto para poder ensinar aos seus colegas. Pelas gravações, verificou-se que o aluno Gustavo procurou conhecer o tema em livros e na internet, pois os dois começaram a explicar aos outros membros do grupo. Este conhecimento, já consolidado na estatística, passou a fazer parte do conjunto de crenças e ações dos membros do grupo, bem como dos demais alunos da sala, no instante em que, tais conhecimentos foram socializados na sala de aula.

Observa-se então, que os jogos de linguagem estão presentes nas atividades de Modelagem Matemática ao serem baseados em regras definidas. Neste sentido, Souza (2012) defende que:

[...] a modelagem pode ser entendida como o uso do sistema matemático escolar na abordagem de situações empíricas. Esse sistema, [...], refere-se ao conjunto de regras do tipo como, ou seja, de regras procedimentais que são adotadas como modelo para essa abordagem. Essas regras estão ancoradas em formas de vida, nas quais o sistema escolar se fundamenta (SOUZA, 2012, p. 69).

As formas de vida, ou seja, o contexto no qual a escola está inserida é que dá significado às atividades que são desenvolvidas e aos procedimentos adotados. No caso da Modelagem Matemática, os jogos de linguagem estão presentes em todas as suas fases de desenvolvimento. Em seus estudos, Souza (2012) enfatizou que:

[...] a aprendizagem matemática na modelagem se caracteriza como jogos de linguagem, em que os diversos usos regrados da linguagem configuram os usos gramaticais e procedimentais adotados pelos alunos para organizar a situação-problema presente na tarefa de modelagem (SOUZA, 2012, p. 142).

Nesse sentido, Gottschalk (2004, p. 321) destaca que “aprender o significado de uma palavra pode consistir na aquisição de uma regra, ou um conjunto de regras, que governa seu uso dentro de um ou mais jogos de linguagem.” As aplicações de Modelagem Matemática no ensino são estruturadas em regras que devem ser bem esclarecidas, para alunos e professores, a fim de que possam segui-las dentro do contexto linguístico apresentado no ambiente educacional.

## **Considerações Finais**

Neste artigo, buscou-se evidenciar e analisar a existência de jogos de linguagem em atividades de Modelagem Matemática desenvolvida com um grupo de alunos na disciplina de Pré-Cálculo do Curso de Engenharia Elétrica no IFMA – Campus Imperatriz. Sendo que, os jogos de linguagem foram evidenciados em todas as fases da Modelagem Matemática, pois os alunos utilizaram expressões que foram interpretadas pelo grupo de acordo com o contexto em que foram utilizadas. Como exemplo, pode ser citado a

expressão: “quebrou as pernas” (Gravação em áudio do 1º encontro, 13/11/2017), que neste contexto, significou que não tinham encontrado a forma correta para resolverem a questão.

Em outras situações, utilizaram a palavra “função” com o propósito de resolver o problema, mas o significado desta palavra pode variar de acordo com o contexto em que for aplicada. Pois, pode ser apresentada como uma função afim, ou função quadrática, ou função exponencial, ou outra função; deste modo, este é um exemplo de jogo de linguagem que, para Wittgenstein (1999), é chamado de uma “semelhança de família”, pois a palavra “função” não tem o mesmo significado em todos os contextos da matemática. Neste entendimento, o reconhecimento destes jogos de linguagem durante as atividades de Modelagem Matemática amplia as percepções dos professores no momento das discussões, tornando possível uma intervenção mais eficiente no ambiente educacional.

Além disto, Wittgenstein (1999) destaca que o fato de traduzir de uma língua para outra já se caracteriza como um jogo de linguagem e, esta situação ocorreu quando os alunos passaram as informações da questão, que estava na linguagem natural, para a linguagem matemática. Sendo que, assim como os jogos seguem regras definidas, os alunos utilizaram as regras de interpretação da linguagem natural para que, em seguida, fizessem a tradução para a linguagem matemática, que também possui suas próprias regras. Enquanto que na linguagem natural uma palavra pode ter significados distintos, dependendo do contexto, a linguagem matemática pretende ser universal e possuir significados singulares em suas simbologias.

Os estudos de Wittgenstein sobre a linguagem podem contribuir para o ensino e aprendizagem da matemática na sala de aula, na medida em que apresentam reflexões que não se detém apenas nos problemas da cognição, mas enfatizam os jogos de linguagem que ocorrem na comunicação. Nos jogos de linguagem, a interpretação das palavras é fundamental para que se evitem mal entendidos, pois para que a comunicação seja eficiente tem que se compreender o contexto em que são aplicadas. A matemática é normativa, desta forma, tem que ser compreendida a sua estrutura interna, para que seja possível fazer a tradução da linguagem matemática para a linguagem natural de maneira correta.

Desta forma, é fundamental que os professores tenham o conhecimento dos jogos de linguagem durante as atividades de Modelagem Matemática, para que possam ajudar seus alunos na interpretação das expressões e simbologias utilizadas durante o processo. O desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática contribui para despertar nos alunos a autonomia na realização dos estudos e das pesquisas para solucionarem os problemas. Nas atividades de Modelagem apresentadas neste artigo, os alunos foram a procura de soluções para o problema e encontraram uma resposta utilizando a Regressão Linear. Tal assunto não tinha sido estudado nas aulas de Pré-Cálculo, mas já fazia parte da forma de vida do aluno Davi, ou seja, do seu contexto.

As atividades de Modelagem Matemática possuem fases que já foram aceitas pela comunidade escolar, sendo que a interpretação e a compreensão dos jogos de linguagem, nestas fases, são regidas por regras pré-estabelecidas. Observou-se que os alunos, na fase de inteiração, procuraram formas de resolver a questão, mas não tiveram sucesso nas primeiras tentativas, então, o aluno Davi sugeriu utilizar a Regressão Linear para resolver a situação, mas antes, tiveram que relembrar as regras que estavam relacionados a este tema. Nesta situação, os alunos se mostraram autônomos ao tomarem iniciativas para resolverem o problema.

Portanto, a compreensão dos jogos de linguagem de Wittgenstein (1999) contribui para que os professores possam realizar as orientações na sala de aula durante as atividades de Modelagem Matemática. Desta forma, é fundamental que haja a interpretação correta da linguagem utilizada no contexto escolar, a fim de que as regras, previamente estabelecidas, sejam seguidas. Espera-se que este trabalho contribua para a compreensão dos jogos de linguagem que se apresentam durante atividades de Modelagem Matemática e, incentiva-se que outros trabalhos sejam realizados com a finalidade de fornecer reflexões sobre os jogos de linguagem que ocorrem no ambiente educacional.

## Referências

- ALMEIDA, Lourdes Werle de; SILVA, Karina Pessôa da; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. 1ª Ed. – São Paulo: Contexto, 2013.
- ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; TORTOLA, Emerson; MERLI, Renato Francisco. **Modelagem Matemática – Com o que Estamos Lidando: Modelos Diferentes ou Linguagens Diferentes?** Disponível em: <file:///D:/Downloads/230-247-1-PB%20(1).pdf> Acesso em: 12 fev. 2017.
- BARBOSA, J. C. **Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico**. In: REUNIÃO ANUALDA ANPED, 24., 2001, Caxambu. Anais... Rio Janeiro: ANPED, 2001. Disponível em <[http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/funcoes\\_modelagem/modulo\\_l/modelagem\\_barbosa.pdf](http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/funcoes_modelagem/modulo_l/modelagem_barbosa.pdf)> Acesso em 01 març 2017.
- BIEMBENGUT, Maria Sallet; HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no Ensino**. 5 Ed. – São Paulo: Contexto, 2013.
- BISOGNIN, Eleni.; BISOGNIN, Vanilde. Percepções de Professores sobre o Uso da Modelagem Matemática em Sala de Aula. **BOLEMA**, Rio Claro – SP, v. 26, n. 43, p. 1049-1079, ago. 2012.
- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Tradução de Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Portugal: Porto Editora, 1994.
- GOTTSCHALK, C. M. C. **A construção e transmissão do conhecimento matemático sob uma perspectiva wittgensteiniana**. Cadernos Cedes, Campinas, v. 28,n. 74, p. 75-96, 2008.
- GOTTSCHALK, C. M. C. **A Natureza do Conhecimento Matemático sob a perspectiva de Wittgenstein: algumas implicações educacionais**. Cadernos de História e Filosofia da Ciência, Campinas, v. 14, n. 2, p. 305-334, jul./dez, 2004. Disponível em: <http://www.cle.unicamp.br/cadernos/pdf/Cristiane%20Gottschalk.pdf>. Acesso em 12 fev. 2017.
- GOTTSCHALK, C. M. C. **Uma concepção pragmática de ensino e aprendizagem. Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 33, n. 3, p. 459-470, set./dez, 2007. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/ep/v33n3/a05v33n3.pdf> . Acesso em 12 fev. 2017.
- GOTTSCHALK, C. M. C. **Uma leitura do Álbum para a pesquisa educacional. Moreno, A. R. (org.) Wittgensteins – Como Ler o álbum?** Coleção CLE, v. 55, p. 247-280, 2009.
- SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu da. **Matemática, discurso e linguagem: Contribuições para a Educação Matemática**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015. – (Coleção contexto da ciência).

SOUZA, Elizabeth Gomes. **A aprendizagem matemática na modelagem matemática.** Tese (doutorado) - Universidade Federal da Bahia, Instituto de Física. Universidade Estadual de Feira de Santana, 2012.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Investigações Filosóficas.** Tradução: José Carlos Bruni. São Paulo: Editora Nova Cultural, 1999 (Coleção Os Pensadores: Wittgenstein).

\_\_\_\_\_. **Tractatus Logico-Philosophicus.** Tradução: José Arthur Giannotti. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1968.