UM ESTUDO DA ORALIDADE NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE PROPORCIONALIDADE NO ENSINO FUNDAMENTAL

Maria José Santana Vieira Gonçalves
Prof[a] Ma em Educação Matemática
Colégio Militar de Campo Grande – MS – Brasil
giomage@ig.com.br
José Luiz Magalhães de Freitas
Prof. Dr. em Didática da Matemática
Programa de Pós-graduação em Educação Matemática - UFMS – MS – Brasil
joseluizufms2@gmail.com

RESUMO

Este artigo tem por objetivo apresentar uma análise de contribuições da oralidade no estudo da Matemática, por alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, numa pesquisa que investigou o raciocínio proporcional. Durante as sessões de atividades realizadas, a oralidade foi utilizada como recurso metodológico para investigar as produções dos alunos, tanto na apresentação quanto na resolução de problemas que envolviam proporções (direta e inversa) e também daqueles em que não havia relações proporcionais. Para atingir o objetivo proposto buscou-se aporte na Teoria das Situações Didáticas desenvolvida por Brousseau, bem como nos trabalhos sobre oralidade de Cândido, Knijnik, Schliemann *et al.* e nos procedimentos metodológicos previstos pela Engenharia Didática conforme descrição de Artigue. Neste artigo, para ilustrar como a oralidade propiciou a participação dos alunos durante a resolução das atividades propostas, apresentamos um recorte de uma experimentação realizada em sala de aula. Constatamos que o *meio* proposto, utilizando a oralidade, contribuiu para as discussões entre os alunos, provocou reflexões e reformulações de estratégias, colaborando para o desenvolvimento do raciocínio proporcional dos discentes.

Palavras-Chave: Oralidade, raciocínio proporcional, estratégias, resolução de problemas, Ensino Fundamental.

ABSTRACT

This paper aims to present an analysis of contributions of oral proceedings to study mathematics for 7th grade students of elementary school, within a research investigating proportional reasoning. During the sessions of activities, oral proceedings were used as a methodology to investigate students' productions, in presentation and in problem solvings, both involving (direct and inverse) proportions and also those that had not proportional relationships. The theoretical framework was based on: the Theory of

Didactic Situations developed by Brousseau, as well as in Cândido, Knijnik, Schliemann *et al* ´s researcher on orality and methodological procedures provided by the Didactic Engineering as described by Artigue. In order to illustrate how orality facilitated students´ participation during the proposed activities, we present an outline of an experiment conducted in class. The results showed that the proposed means, using oral proceedings, contributed to discussions among students, led discussions and reformulations of strategies, contributing to students´ development of proportional reasoning.

Keywords: Orality, Proportional reasoning, Strategies, Troubleshooting, Elementary School.

Introdução

Na pesquisa que realizamos no curso de mestrado em Educação Matemática da UFMS, buscamos identificar e analisar as principais estratégias relativas ao raciocínio proporcional, mobilizadas por alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, ao resolverem problemas que envolviam proporções (direta e inversa) e também daqueles que não apresentavam relações proporcionais, a partir de uma abordagem envolvendo a oralidade. Desse modo, nosso objetivo neste artigo é apresentar algumas contribuições da oralidade quando utilizada como um recurso metodológico.

Não defendemos a substituição da linguagem escrita pela linguagem oral nas aulas de Matemática, mas consideramos importante que os professores valorizem a linguagem oral e as habilidades que decorrem dessa prática. Como sugere Cândido (2006, p. 17),

> a tarefa dos professores em relação à linguagem matemática deve desdobrar-se em duas direções. Em primeiro lugar, na direção do trabalho sobre os processos de escrita e representação, sobre a elaboração de símbolos, sobre o esclarecimento quanto às regras que tornam certas formas de escrita legítimas e outras inadequadas. Em segundo, em direção ao trabalho sobre o desenvolvimento de habilidades de raciocínio que, para as crianças, se inicia com o apoio da linguagem oral e vai, com o tempo, incorporando textos e representações mais elaboradas.

Para a autora, a oralidade é um recurso que pode ser utilizado na escola por todos os alunos, em qualquer idade, qualquer ano e em todas as áreas, inclusive na

Matemática. Para ela, esse recurso é simples, rápido e permite intervenções no momento imediato em que surge uma dúvida por parte do aluno. Esse procedimento pode ser empregado principalmente quando a criança ainda não domina a escrita ou quando não tenha desenvolvido a habilidade de manifestar seu pensamento por escrito.

Estudos realizados por Schliemann *et al.* (2006) sobre a matemática oral versus a matemática escrita reforçam as contribuições da linguagem oral para o estudo da Matemática. Em suas análises sobre os procedimentos utilizados por crianças durante a resolução de problemas aritméticos, os autores constataram que

> A maior facilidade do procedimento oral em comparação com o escrito era evidente especialmente quando as crianças não conseguiam resolver algum problema através do procedimento escrito ensinado pela escola, mas imediatamente encontravam a solução quando o examinador sugeria-lhes que usasse o procedimento oral (SCHLIEMANN *et al*., 2006, p. 55).

Em concordância com essas pesquisas, os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) também trazem orientações para o emprego da linguagem oral pelos alunos durante o processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Segundo os PCN (BRASIL, 1998, p. 48), um dos objetivos do ensino da Matemática no Ensino Fundamental é capacitar o aluno para

> Comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas.

Pesquisas realizadas por Knijnik (2006), Schliemann e Carraher (1997) e Schliemann *et al.* (2006) evidenciam que a linguagem oral é um recurso comumente adotado por pessoas pouco escolarizadas ou analfabetas e pouco valorizado pela escola, o que pode ser observado nas práticas de sala de aula. Knijnik (2006) investigou as práticas matemáticas orais de camponeses do Movimento Sem Terra do Sul do Brasil e observou que sujeitos pertencentes a uma cultura marcada pela oralidade, analfabetos ou não, utilizavam procedimentos orais para resolverem seus problemas cotidianos, como compra ou venda de produtos. A autora constatou que os camponeses utilizavam estratégias próprias de cálculos que envolviam determinadas regularidades. Ao relatar o procedimento de um determinado camponês realizando cálculos, a autora destaca algumas características, como profunda concentração e destreza em usar a memória para lembrar-se dos resultados das diversas etapas que o conduziram ao resultado final.

Quanto ao ensino de proporcionalidade especificamente, diversas pesquisas (OLIVEIRA; SANTOS, 2000; MARQUES, 2006; MARTINS, 2007; PONTES, 2009) têm revelado que o ensino desse conteúdo ainda tem como características predominantes: as aulas expositivas, o excesso de cálculos mecânicos e o emprego de algoritmos. Elas revelam, também, que a escrita quase se constitui no único recurso utilizado pelos alunos ao resolverem exercícios. Essas características, além de outros fatores, são apontadas pelos estudos como causas que interferem no processo de ensino e de aprendizagem da proporcionalidade.

A partir das considerações sobre a oralidade em Matemática, fizemos a opção em trabalhar com esse recurso de linguagem na maioria das atividades de nossa pesquisa, por entendermos que essa escolha metodológica facilitaria a comunicação entre os alunos, possibilitando o debate sobre as estratégias de resolução, além de favorecer a concentração, a memória e a atenção dos discentes, segundo analisamos nos estudos de Knijnik (2006) e Cândido (2006).

Outro motivo pelo qual decidimos usar o recurso da oralidade foi a intenção de analisar a mobilização de conceitos e os argumentos utilizados pelos alunos durante a resolução dos problemas que envolviam proporcionalidade. Consideramos a hipótese de que a análise dos dados ficaria limitada em relação ao raciocínio proporcional utilizado pelos alunos, caso fosse analisada somente a produção escrita dos mesmos. Segundo Costa (2007), ao realizar sua pesquisa sobre raciocínio proporcional e coletar dados inicialmente só por escrito, ela sentiu a necessidade de recorrer a entrevistas com os discentes para tentar compreender como eles haviam raciocinado ao resolver os problemas por escrito. E como reconheceu a autora, "foi através de entrevistas realizadas que se obtiveram dados mais preciosos" (COSTA, 2007, p. 72). A esse respeito, temos também as observações de Cavalcanti (2006) quando afirma ser possível verificar o raciocínio dos alunos quando expõem seus procedimentos de resolução de problemas aos colegas.

Na perspectiva de conduzir nossa pesquisa por meio da exploração de atividades envolvendo situações-problema, com o objetivo de identificar e analisar a manifestação do raciocínio proporcional nas estratégias elaboradas pelos alunos, buscamos aporte na teoria das situações didáticas. Essa teoria foi desenvolvida na França por Guy Brousseau (1986) e propõe uma forma de analisar a apresentação do conteúdo matemático a alunos em sala de aula com a finalidade de possibilitar a aprendizagem de conteúdos específicos de Matemática.

Em nossa pesquisa nos remetemos às noções de situações didáticas, situações adidáticas e outros elementos que deram embasamento teórico para o desenvolvimento do estudo.

A *situação didática* é a noção principal da teoria das situações didáticas. Brousseau (2008, p. 21) usa o termo "*situações didáticas* para os modelos que descrevem as atividades do professor e do aluno".

Quando o professor consegue que o aluno aceite a responsabilidade de resolver o problema sem a sua intervenção sobre o conteúdo, a partir desse momento ocorre um tipo de situação que Brousseau denomina de *adidática*. Segundo Freitas,

> Uma *situação adidática* caracteriza-se essencialmente pelo fato de representar determinados momentos nos quais o aluno trabalha de maneira independente, não sofrendo nenhum tipo de controle direto do professor relativamente ao conteúdo matemático em jogo (2008, p. 84).

A fim de descrever as relações do aluno com o saber, Brousseau (2008) estabeleceu a tipologia das situações adidáticas, composta pelas situações de *ação*, *formulação* e *validação*. No contexto da teoria das situações didáticas, quando cada um desses três tipos ocorre, verifica-se a manifestação das atribuições de competência exclusiva do aluno. Vejamos o que caracteriza cada um desses três tipos de situações adidáticas.

Situação de ação

Numa situação de *ação*, o aluno age com a intenção de apresentar uma solução ao problema que lhe foi proposto sem, contudo, se preocupar em apresentar argumentos teóricos que justifiquem sua resposta.

Situação de formulação

Nesse tipo de situação, além de o aluno comunicar a solução encontrada para o problema em estudo, ele tenta explicar a estratégia que utilizou na resolução, por meio da linguagem oral ou escrita (natural ou matemática), que seja compreensível para seus interlocutores, caso existam. Nessa comunicação, o discente deve considerar as relações matemáticas presentes na situação, utilizando regras já conhecidas ou criando novas. Nesse momento, o objetivo principal do aluno não é o de convencer o outro sobre a validade do que propõe.

Situação de validação

Na situação de validação, o aluno não comunica simplesmente uma estratégia; ele deixa de ser apenas um emissor e assume o papel de proponente de uma afirmação que considera verdadeira. Nessa situação, ele usa argumentos, organiza enunciados e debate com seu receptor (que se torna um oponente), tentando convencê-lo de que sua afirmação é válida.

Conforme observa Freitas (2008), a produção de provas na situação de validação requer, assim como na formulação, um recurso de linguagem que pode ser oral ou escrito, sendo que o mais comum é que o aluno utilize os dois tipos. Observa ainda que muitas das dificuldades identificadas na produção de provas decorrem do uso da linguagem escrita, devido ao pouco domínio dos alunos em relação à linguagem simbólica formal da Matemática.

Metodologia

Para o desenvolvimento de nossa pesquisa nos inspiramos na metodologia denominada Engenharia Didática descrita por Artigue (1996), com a finalidade de analisar as situações didáticas vivenciadas pelos alunos durante o desenvolvimento da sequência de atividades. Consideramos, em nossa escolha, as características específicas dessa metodologia que abrange tanto a dimensão teórica quanto a experimental.

Como metodologia de pesquisa, Artigue (1996, p. 196) caracteriza a Engenharia Didática como "um esquema experimental baseado em 'realizações didáticas' em sala de aula, isto é, na concepção, na realização, na observação e na análise de sequências de ensino". A autora ainda destaca duas características dessa metodologia que a tornam diferente de outras: o registro dos estudos de casos e a validação. Nessa metodologia, a validação é interna, ou seja, é baseada na comparação entre a análise a *priori* e a análise a *posteriori*. Assim, é possível validar a pesquisa, sem a necessidade de trabalhar com grupo experimental e grupo controle como procedem as metodologias que fazem uma validação externa.

Fases da Metodologia da Engenharia Didática

A Engenharia Didática propõe uma organização de procedimentos metodológicos a serem adotados em uma pesquisa por meio das quatro fases que compõem o seu processo experimental de desenvolvimento de atividades em sala de aula: (1ª) análises preliminares, (2ª) concepção e análise a *priori*, (3ª) experimentação e (4ª) análise a *posteriori* e validação. Considerando o objetivo deste artigo, descrevemos a seguir somente os procedimentos realizados na terceira fase.

Na *experimentação,* aplicamos uma sequência de atividades a um grupo de 16 alunos do 7º ano do Ensino Fundamental que ainda não havia estudado o conteúdo referente à proporcionalidade.

As sessões foram organizadas levando em consideração os objetivos propostos para cada uma. Dessa forma, na primeira sessão propusemos aos participantes problemas que envolviam somente grandezas diretamente proporcionais. Na segunda e terceira sessões, problemas com grandezas diretamente proporcionais e problemas em que não existiam relações proporcionais. A quarta sessão foi organizada com problemas que envolviam grandezas inversamente proporcionais e problemas nos quais não existiam as relações proporcionais.

Na maioria das sessões os problemas foram apresentados oralmente aos alunos, os quais deveriam resolvê-los mentalmente, pois não era autorizado o uso de lápis e papel para a realização dos cálculos. Nas sessões em que os problemas foram apresentados por escrito, houve a liberação do uso do lápis e papel de modo que os cálculos fossem efetuados por escrito. No entanto, em todas as sessões os alunos tinham que expor oralmente para a turma suas estratégias e soluções encontradas. Dessa forma, os dados foram coletados por meio das produções escritas, de gravação em áudio e das pautas de observação em todas as sessões, o que permitiu construir os protocolos da pesquisa.

Neste artigo, apresentamos a quinta sessão, que era composta por problemas que envolviam grandezas diretamente proporcionais, inversamente proporcionais e alguns que não apresentavam tais relações. Os principais objetivos dessa sessão foram: verificar quais estratégias os alunos mobilizariam diante de situações diversificadas e identificar quais reinvestimentos apareceriam após as quatro sessões realizadas anteriormente.

Nessa sessão, os dois primeiros problemas foram apresentados oralmente aos discentes e a resolução também foi feita sem a utilização de lápis e papel. O terceiro problema foi entregue impresso aos alunos e eles resolveram individualmente, por escrito. Somente após a resolução e apresentação oral desse problema, foi distribuído o quarto problema, também impresso, para que os discentes resolvessem primeiramente por escrito e depois fizessem a apresentação oral de suas soluções.

Estratégias

O conceito de raciocínio proporcional, apresentado por diversos autores, é muito mais do que simplesmente a habilidade em resolver um problema que envolva proporções por meio do uso de um algoritmo (regra de três). Este raciocínio se caracteriza pela compreensão das relações existentes entre as grandezas de uma proporção. A compreensão dessas relações pode se manifestar por meio das estratégias de resolução que são utilizadas para resolver os problemas que envolvem proporcionalidade.

Vergnaud (*apud* SCHLIEMANN; CARRAHER, 1997) considera que é possível determinar a solução de um problema de proporcionalidade utilizando-se uma das seguintes estratégias: estratégia escalar, estratégia funcional ou regra de três.

Sendo prioridade neste artigo as análises sobre a oralidade, destacamos aqui, de maneira sucinta, as estratégias escalar e funcional para uma melhor compreensão do leitor quando estas forem mencionadas nas análises que seguem.

Para Vergnaud (*apud* SCHLIEMANN; CARRAHER, 1997), a *estratégia escalar* consiste em encontrar a solução para um problema de proporcionalidade, observando as relações estabelecidas entre os valores de uma mesma grandeza. Neste procedimento, as grandezas permanecem independentes uma da outra e operações são realizadas em cada uma, conservando-se a relação proporcional. Por exemplo, se um carro consome, em média, 8 litros de combustível a cada 100 km rodados, então para percorrer 300 km ele consumirá 24 litros de combustível porque se a quilometragem triplicou, isto implica que a quantidade de litros de combustível também triplicará.

O raciocínio empregado nessa resolução, considerando a estratégia escalar, demonstra a compreensão de relações multiplicativas, primeiramente observadas para os valores da grandeza quilômetros e posteriormente aplicada na grandeza litros.

Outra forma de raciocínio para resolver o exemplo acima, também considerado escalar, mas utilizando adições sucessivas seria: se com 8 litros de combustível o carro percorre 100 km, com 16 litros percorrerá 200 km e com 24 litros percorrerá 300 km. Schliemann e Carraher (1997) apontam que este tipo de estratégia que emprega adições sucessivas é o mais utilizado por alunos que não estudaram os conceitos de proporcionalidade formalmente, assim como por crianças e adultos com pouca escolaridade.

A *estratégia funcional* na concepção de Vergnaud (*apud* SCHLIEMANN; CARRAHER, 1997) é o tipo de estratégia que estabelece relações entre duas grandezas, determinando a razão entre elas, ou seja, encontrando a constante que possibilita relacionar os valores de uma grandeza aos valores correspondentes na outra grandeza. Para o problema: “Tatiana comprou 8 metros de tecido por R$ 480,00. Quanto vai pagar por 10 metros do mesmo tecido?”, uma solução utilizando a estratégia funcional seria: como a grandeza reais é 60 vezes a grandeza metros, então o valor a ser pago por 10 metros é obtido multiplicando 10 por 60, resultando em R$ 600,00. Nesse exemplo, 60 é a razão que liga as grandezas metros e reais. Essa razão recebe o nome de constante de proporcionalidade.

As Produções dos Alunos

Apresentamos a seguir alguns excertos de produções de um dos encontros com os alunos, a fim de ilustrar como a oralidade contribuiu para a participação dos alunos durante a realização das atividades propostas.

Nas transcrições seguintes, os alunos foram identificados por duas letras maiúsculas e a pesquisadora pela letra P. Nessas transcrições procuramos ser fiéis às falas dos participantes, o que justifica falhas em alguns aspectos linguísticos.

Problema 1

Com 2 kg de cobre, faço 8 pulseiras. Quantas pulseiras farei com 7 kg de cobre?

Logo após a leitura desse problema, vários alunos manifestaram 28 como solução, porém sem apresentar a estratégia utilizada. Nesse momento, os questionamos sobre as estratégias usadas, no sentido de compreender o raciocínio que eles estavam empregando.

> LI: *28. Eu fiz 8 dividido por 2, quer dizer, 2 dividido por 8 que é igual a 4 e 4 multiplicado por 7 que deu 28.*
> LG: *Não, está errado.*
> ALUNOS: *Não, não, está certo.*
> LG: *É, está certo, eu que fiz errado. Mas é 8 dividido por 2 ou 2 dividido por 8?*
> MA: *Eu descobri o valor da pulseira, que dá 4 e multiplica pelo quilo, aí dá 28.*
> P: *Quais foram as operações envolvidas?*
> MA: *Divisão e multiplicação. O quilo do cobre pelas pulseiras.*
> P: *2 dividido por 8?*
> MA: *Não. É 8 dividido por 2 que dá 4.*

A fim de compreender a expressão "o valor da pulseira" utilizada por MA e também provocar a participação de outros alunos, fizemos mais alguns questionamentos ao grupo. Segundo Cândido (2006, p. 17), ao solicitar aos alunos que apresentem oralmente os procedimentos utilizados ao resolver um problema e que os justifique, permite-se que estes "modifiquem conhecimentos prévios e construam novos significados para as ideias matemáticas".

P: *O que o 4 representa?*
MA: *Representa o quanto vale 1 quilo de cobre.*
LG: *A metade de 2 é 1 e a metade de 8 é 4.*
ALUNOS: *1 quilo de cobre.*
P: *Quantas pulseiras se faz com 1 quilo de cobre?*
JU: *4 pulseiras. Olha, com 1 quilo faz 4, então com 2 quilos faz 8 pulseiras. Multiplica por 2.*
P: *Foi essa a estratégia apresentada pela LI?*
LG: *Não. Ela fez 2 dividido por 8. Eu falei.*
P: *Então, o que concluímos?*
GI: *Que com 1 quilo de cobre faz 4 pulseiras e com 7 quilos faz 28 pulseiras.*

As formulações, mesmo empíricas ou incompletas, contribuíram para a construção de uma estratégia e para que apresentassem uma solução correta do problema.

A formulação de outra aluna, LA, provocou questionamentos e retroações do *meio* por parte dos colegas, como mostra o excerto abaixo:

LA: *Eu fiz diferente. Eu peguei 8 e multipliquei por 7 que é 56 e dividi por 2, deu 28.*
P: *O que vocês acham dessa estratégia?*
LA: *É....não sei.*
MR: *Ela só inverteu a ordem. Primeiro multiplicou e depois dividiu, mas o resultado é o mesmo.*
JU: *Professora, estou com uma dúvida: por que dividiu por 2?*
P: *E aí LA?*
LA: *Porque tem 2 quilos.*
LG: *Ela só trocou a ordem das operações, mas vai dar o mesmo resultado.*
LA: *4 vezes 7 é igual a 28 e 7 vezes 4 é igual a 28.*
MR: *O resultado é o mesmo, mas o pensamento é errado. Esse 8 é uma coisa diferente do 7. Então o 7 é outra coisa. Você não pode multiplicar porque são coisas diferentes. O pensamento é errado.*

O emprego da oralidade na resolução do problema permitiu a interação entre os alunos e possibilitou à aluna LA, por exemplo, explicar por que as operações realizadas em sua estratégia eram válidas, além da tentativa de validá-la junto aos colegas, pelo fato de que a ordem em que efetuou os cálculos não alterou o resultado.

Como compartilha Cavalcanti (2006), é no momento da exposição dos seus procedimentos de resolução para os colegas que o aluno usa expressões e argumentos para explicar seu raciocínio, o que não apareceria no registro escrito. A autora defende o uso da linguagem oral, argumentando que esse é um recurso utilizado pela criança para demonstrar, por exemplo, desejos e sentimentos, e que mesmo antes da escolaridade ela consegue resolver determinados problemas expressando oralmente sua resposta e seu raciocínio.

Problema 2

Se 5 torneiras enchem um tanque em 45 minutos, 10 torneiras iguais a essas encheriam esse tanque em quantos minutos?

Inicialmente vários alunos reinvestiram a *estratégia funcional* com redução à unidade utilizada para resolver o problema 1, admitindo que o mesmo envolvia grandezas diretamente proporcionais. Observemos alguns excertos contendo discussões ocorridas entre os alunos:

> ALUNOS: *90 minutos.*
> JU: *Não, não,... vai ser menos.*
> GI: *Divide 45 por 5 que dá 9 que é quanto tempo gasta com uma torneira aí multiplica por 10, dá 90 minutos.*
> JU: *Não é, não é, sabe por quê? Se com 5 torneiras a gente demora 45 minutos, com 10 tem que ser menos.*
> LG: *22,5 minutos.*
> GI: *Verdade, eu errei.*

LG apresentou a resposta correta, porém não explicou a estratégia empregada. Ao contrário, MR fez uma formulação detalhada, com argumentos que mostraram o uso da *estratégia escalar* e a compreensão da razão, buscando justificar a resposta de LG:

> MR: *5 torneiras, cada uma é igual cada uma das 10 torneiras, então as 10 torneiras, como é um valor maior, elas encherão mais rápido que as 5, então o valor tem que ser menor, não maior, então divide por 2 como no caso é a mais, então multiplicou por 2, que é o dobro, então você divide o tempo por 2 que daria...*
> LG: *22,5 minutos.*

O *meio* proposto a partir das interações entre os alunos influenciava alguns e outros não, como por exemplo, a formulação de MR que pareceu ter feito LG refletir sobre a razão e validar sua estratégia, enquanto LI continuava propondo uma solução incorreta para o problema:

> LG: *A água vem na mesma quantidade?*
> LI: *5 mais 5 é 10, aí como é 10 então 45 mais 45 é 90.*
> *JU: Não, está errado.*
> MR: *Está errado.*
> LG: *LI, com 5 torneiras tem uma velocidade e gasta 45 minutos, assim com mais 5 torneiras vai encher mais rápido, então vai diminuir o tempo.*
> P: *Concorda LI?*
> LI: *Sim.*

O *meio* organizado com o recurso da oralidade permitiu a discussão das estratégias e a reflexão sobre suas formulações:

> FE*: 5 torneiras faz 45 minutos, a gente podia pegar 45 mais 45 dividido por ... não, não dá.*
> MA: *Eu concordo com o LG porque mais torneiras vão encher mais rápido.*

Apesar das soluções incorretas que foram apresentadas, não houve a necessidade de nossa intervenção em muitos momentos, pois os próprios alunos interagiam aprovando ou reprovando estratégias e soluções expostas pelo grupo. Nessa perspectiva, Cavalcanti (2006, p. 126) entende que

> A oralidade utilizada como recurso na resolução de problema pode ampliar a compreensão do problema e ser veículo de acesso a outros tipos de raciocínio. Falar e ouvir nas aulas de Matemática permite uma maior troca de experiências entre as crianças, amplia o vocabulário matemático e linguístico da classe e faz com que ideias e procedimentos sejam compartilhados.

em teia Revista de Educação Matemática e Tecnológica Ibero-Americana
Universidade Federal de Pernambuco Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica EDUMATEC

Problema 3

O enunciado deste problema foi adaptado por nós, a partir de um artigo publicado por Tinoco (1989).

Priscila foi ao supermercado com a sua mãe. Como o estacionamento grátis do supermercado estava lotado, sua mãe precisou deixar o carro num outro estacionamento rotativo que tinha a tabela de preços abaixo:

Tempo	Preço
1 h	R$ 3,00
2 h	R$ 7,00
3 h	R$ 11,00
4 h	
5 h	

Complete a tabela acima.

Existe uma relação proporcional entre o tempo e o preço a ser pago? Por quê?

Após os alunos terem resolvido esse problema individualmente e por escrito, eles tiveram que apresentar e discutir suas estratégias com o grupo, pois, entendemos como Cândido (2006), que a escrita não é tão rápida e maleável quanto à oralidade, como também não permite "ir para todos os lados" como no oral.

Apresentamos aqui somente as análises referentes aos resultados propostos pelos alunos para o preenchimento da tabela. Verificamos nas respostas escritas que somente a aluna LI, dentre os 12 alunos participantes, preencheu a tabela com valores incorretos, preenchendo R$ 14,00 para 4 horas e R$ 18,00 para 5 horas. Assim, se a análise fosse realizada somente sobre a produção escrita dos alunos, poderíamos afirmar que eles não tiveram dúvidas para resolver essa primeira etapa do problema. No entanto, como consideramos para análise também as apresentações orais, observamos que apesar de completarem corretamente a tabela, alguns questionaram os dados propostos no problema:

JU: *A diferença entre eles, de 3 a 7 dá 4 reais, de 3 horas conseguiu 11, e se a diferença deles são 4 reais, então dá 15 reais para 4 horas e depois em 5 horas vai conseguir 19 reais.*
LI: *Se 1 hora é 3 reais, 2 horas tinha que ser 6 reais, porque aumentou 2 reais, não tinha que ser 6 reais?*
GI: *Não tinha.*
LI: *Deixa eu falar... tinha que ser 6 reais, aumentou 1, no 3 tinha que ser 15 reais, ah, não.*
LG: *Se 1 hora é 3 reais, 2 horas devia ser 6 reais porque 1 mais 1 é 2 horas, e como 1 hora é 3 reais, então 3 mais 3 deveria se 6 reais. Essa foi minha dúvida, mas pelo que está aqui vai ser 4 reais.*

O *meio,* a partir dos debates, propiciou interações entre os alunos, que tentavam esclarecer as dúvidas dos colegas e validar suas soluções:

MR: *Depois de uma hora vai aumentando 4 reais, eles estabeleceram uma taxa de juros para cada hora a mais.*
P: *MR como você preencheu sua tabela?*
MR: *Para 4 horas, 15 reais e para 5 horas, 19 reais.*
MA: *Eu pensei que a cada hora que passava ele aumentava 4 reais que é a diferença no preço que já tinha estipulado.*
P: *Todos encontraram esses valores?*
GI: *Professora, depois de 1 hora vai aumentando 4 reais, mas na primeira hora é 3 reais.*

Após várias discussões, que foram possíveis por meio do trabalho com a oralidade, observou-se a elaboração de conclusões por alguns alunos.

Problema 4

O enunciado deste problema foi adaptado por nós, a partir de um artigo publicado por Tinoco (1989).

Para preparar a tinta, um pintor mistura, a cada 4 latas de tinta concentrada, 6 latas de água. Quantas latas de água são necessárias para dissolver 8 latas de tinta?

A partir do resultado obtido acima, complete a tabela abaixo:

1		
Tinta concentrada	**Água**	**Operações realizadas**
4	6	
8		
	3	

emteia Revista de Educação Matemática e Tecnológica Ibero-Americana
Universidade Federal de Pernambuco Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica EDUMATEC

Existe uma relação proporcional entre as grandezas tinta e água? Por quê?

Os alunos tiveram um tempo para resolver o problema individualmente e por escrito. Em seguida, solicitou-se que fizessem as apresentações das estratégias e das soluções para o grupo, orientando-os para que não alterassem os registros escritos, mesmo verificando diferenças em relação às soluções dos colegas durante as apresentações.

Analisando as produções escritas, observamos que dentre os 12 alunos participantes, 1 não resolveu, 1 deixou incompleto, 1 apresentou solução incorreta e os outros 9 completaram a tabela com a solução correta. Para as análises realizadas, consideramos as apresentações orais e as produções escritas:

> JU: 12. *Eu fiz 2 multiplicado por 4 porque ele queria 8 latas de tinta, já que multipliquei o tanto de lata de tinta, então eu tinha que multiplicar o mesmo no tanto de água. Aí eu multipliquei 2 por 6 que deu 12.*
> LI: *4 multiplicado por 2 é 8, 6 multiplicado por 2 é 12.*
> LG: *12 porque multiplicou 4 latas por 2 para ter 8 latas de tinta, então tinha que multiplicar o de água para igualar.*

Quando o aluno MF apresentou sua estratégia oralmente, houve retroações do *meio*, por parte dos colegas:

> P: *E para a 3ª linha a ser completada da tabela, ou seja, para 3 latas de água, quantas latas de tinta seriam?*
> MF: *Eu achei 2 porque é 4 de tinta e 6 latas de água, aí 6 menos 4 é 2.*
> P: *Ouviram o MF? O que acham?*
> LU: *A diferença de água que está 6, e a diferença dá pra ver que 6 é o dobro de 3, 6 dividido por 2, então tem que dividir 4 por 2 para manter a igualdade. Daí 2 latas de tinta.*
> LA: *Eu também achei 2.*
> P: *E para a 4ª linha, ou seja, para 1 lata de tinta, quantas são as latas de água?*
> LA: *1,5, porque no começo temos 4 latas de tinta e 6 de água. Aí eu dividi 6 por 4 para descobrir quantas latas de água dissolve 1 lata de tinta. Aí 1,5 de água dissolve 1 lata de tinta.*
> LG: *Como 2 latas de tinta dividido por 2 é igual a 1, então 3 latas de água dividido por 2 é a resposta, então deu 1,5.*

> P*: E os demais alunos?*
> ALUNOS*: Mesma resposta.*

Realizamos algumas intervenções a fim de verificarmos a compreensão dos alunos quanto à segunda parte do problema:

> P*: Existe relação proporcional entre as grandezas tinta e água?*
> LI*: Sim, porque divide e multiplica por 2 em todas.*
> LA*: Não, porque com 4 latas de tinta usa 6 latas de água e com 8 latas de tinta usa 12 de água, então no lado (coluna) de tinta soma 4 e do lado (água) soma 6, então quando aumenta lata de tinta não é o mesmo tanto que aumenta as latas de água.*
> MR*: Tem proporção 4 latas de tinta e 6 latas de água. O que 8 é de 4? O dobro. E de 6 para 12 eu multiplico por 2. O que 2 é de 4? Metade, e de 6 para 3 é metade. Se colocar numa ordem crescente, vai dobrando.*
> P*: Temos duas opiniões, da LA e do MR. A LA verificou que nas colunas de tinta e água os valores vão aumentando com soma de valores diferentes. O MR observou que nas duas colunas, os valores em cada linha vão sendo obtidos com operações de multiplicação ou divisão envolvendo o mesmo valor. Então para ele existe a relação proporcional porque consegue fazer a mesma operação nas duas colunas com o mesmo valor. O que vocês acham?*
> LA*: Sim, porque observando as operações de multiplicação e divisão vão ser sempre as inversas, porque se você vai dividir uma coisa ou se você multiplica por um mesmo número você vai obter o mesmo resultado sempre, assim proporcionalmente você vai obter o mesmo resultado.*
> LI*: Quando dá pra multiplicar e dividir igual.*

Apesar das retroações do *meio,* com as discussões entre os alunos e de formulações como a exposta por MR, que mostra a compreensão da relação proporcional entre as grandezas, alguns ainda continuavam discordando quanto à existência da relação proporcional. Isso nos levou a intervir, fazendo novos questionamentos em busca da socialização de descobertas:

> P*: Vamos comparar esse exercício com aquele do estacionamento. Será que com a observação que o MR fez nesse problema, seria possível no exercício do estacionamento, ir de 1 hora para 2 horas e de 3 reais para 7 reais, multiplicando os valores da hora e do preço a ser pago por um mesmo valor?*
> LG*: Não.*
> P*: Naquele, os valores aumentavam, porém com valores diferentes para cada grandeza, ou seja, não aumentavam na mesma razão.*

Nesse as grandezas aumentam (ou diminuem) por meio da multiplicação (ou divisão) de um mesmo valor nas duas grandezas, isto é, aumentam na mesma razão. Logo, nesse problema existe relação proporcional entre as grandezas tinta e água e no outro não.

No final da sessão, fizemos novos questionamentos, com o propósito de institucionalizar alguns conceitos, a partir dos problemas resolvidos:

P*: Para finalizar esse assunto, vamos rever o seguinte: quando nós falamos do problema do cobre e das pulseiras, tínhamos 2 quilos de cobre e era possível fazer 8 pulseiras. Quando colocamos 7 quilos de cobre, encontramos 28 pulseiras, certo? Então, cobre e pulseiras nós chamamos de grandezas. Nesse problema, eu posso dizer que existe relação proporcional entre as grandezas?*
JU*: Sim.*
LG*: Sim, porque multiplicamos o mesmo valor na quantidade de cobre e pulseira para encontrar as 28 pulseiras.*
LI: *Não, porque foi de 4 em 4 nos dois.*
MA*: De 7 em 7.*
P*: De 2 quilos para obter 7 quilos, o que vocês haviam feito?*
LG*: Dividi por 2 e depois multipliquei por 7.*
P*: E se fossem 6 quilos de cobre?*
JU*: 24 porque multiplica por 3.*
LG*: Isso que eu falei, é proporcional porque está multiplicando o mesmo valor dos dois lados.*
P: *Então este é um tipo de problema em que existe a relação proporcional entre as grandezas cobre e pulseiras? Quando a grandeza cobre aumenta, a grandeza pulseira aumenta?*
ALUNOS*: Sim, aumenta.*
P*: Aqui nós dizemos que as grandezas aumentam na mesma razão, onde a razão nesse caso é 2. Assim, as grandezas cobre e pulseiras são diretamente proporcionais.*

Alguns alunos, como JU e LG, demonstraram compreender a relação proporcional entre grandezas, enquanto outros, como foi o caso de LI, manifestavam dificuldade para compreender a relação proporcional como uma relação de estrutura multiplicativa.

A fim de destacar mais alguns conceitos, retomamos o problema 2:

P*: No problema das torneiras, quando a quantidade de torneiras aumentava, o tempo diminuía. O que podemos concluir a partir disso?*
LG*: Essas grandezas são inversas porque aqui multiplicou por 2 e ali dividiu por 2. Então são proporcionalmente inversas.*

emteia Revista de Educação Matemática e Tecnológica Ibero-Americana
Universidade Federal de Pernambuco Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica EDUMATEC

> P*: Os valores das grandezas torneiras e tempo aumentaram na mesma razão?*
> ALUNOS*: Não.*
> P*: Posso dizer que existe uma relação proporcional entre essas grandezas?*
> JU*: Sim, elas são inversas.*
> P*: Quando uma grandeza aumenta e a outra diminui na mesma razão, dizemos que existe uma relação inversamente proporcional.*

A noção de razão não foi compreendida por alguns, o que nos fez levantar a hipótese de que quando estes respondiam que havia relação proporcional podiam estar analisando somente o fato de as duas grandezas aumentarem, não considerando a razão.

Entretanto, após direcionar algumas reflexões, determinados alunos deram indícios da compreensão das relações de invariância e covariância descritas por Post, Behr e Lesh (1995) e Lamon (*apud* COSTA, 2007).

Mais uma vez observamos que o emprego da oralidade foi importante para que ocorressem as interações entre os alunos e também entre eles e a pesquisadora.

Considerações Finais

Os problemas e os resultados apresentados neste artigo referem-se ao trabalho realizado em apenas uma das sessões com os alunos. No entanto, consideramos oportuno apresentar também alguns dos resultados obtidos na conclusão da nossa pesquisa.

Observamos que o *meio* organizado, no qual foi priorizado o trabalho com a oralidade para a apresentação das estratégias, mostrou-se adequado aos objetivos de nossa pesquisa. Desse modo, nas sessões, a participação foi bastante intensa, pois os alunos podiam se expressar e agir rapidamente diante das dúvidas que surgiam em relação às estratégias e às soluções apresentadas e poucos foram aqueles que se intimidaram e tiveram receio de apresentar suas estratégias, com medo errar. A maioria se empolgava durante a apresentação das estratégias, principalmente durante os debates, quando defendiam suas opiniões e tentavam convencer os colegas que discordavam de sua estratégia ou solução. Nesses momentos, eles discutiam e refletiam, evidenciando diversas situações de ação, formulação e validação, no sentido de Brousseau (2008), favorecendo ao pesquisador a identificação, a análise dos raciocínios utilizados e a institucionalização de alguns conceitos, como por exemplo, o de razão e o de grandezas diretamente e inversamente proporcionais. Assim, a oralidade contribuiu para que ocorresse o envolvimento dos alunos na busca de soluções, o debate de validação das afirmações e respostas dadas, a construção e/ou mudanças de estratégias, bem como uma maior compreensão do conceito de proporcionalidade e o aprimoramento do raciocínio proporcional.

Foi observado que, quando era solicitada a resolução dos problemas por escrito, o nível de atenção quanto à coerência dos dados e das respostas era menor e os erros foram mais frequentes do que quando resolviam os problemas oralmente. Em sessões em que os alunos tinham que primeiro resolver individualmente os problemas por escrito para depois apresentar oralmente os resultados para o grupo, constatamos que vários participantes utilizavam estratégias incorretas, mostrando preocupação em relação aos cálculos a serem realizados, sem, contudo, analisar se a solução encontrada era pertinente ao problema. Somente ao realizarem a explanação, percebiam o erro cometido ou recebiam retroações do *meio* por parte dos colegas e nesse momento reformulavam suas estratégias. Ao contrário, em sessões em que os alunos resolviam os problemas oralmente verificamos que eles refletiam mais em relação às soluções apresentadas.

Refletindo sobre a escrita no ensino da Matemática, concordamos com Knijnik (2006) quando ela afirma que a escrita utilizada nas aulas de Matemática assemelha-se à linguagem empregada pelos matemáticos da academia, marcada por uma linguagem formal e abstrata, visivelmente identificada nos enunciados matemáticos e nos algoritmos propostos em sala de aula.

Há que se ressaltar que a linguagem matemática, como relata Cândido (2006), é elaborada e sistematizada para que seja mais concisa e precisa que a linguagem materna, evitando assim que seus enunciados e conceitos sejam interpretados de várias maneiras. Além dessas características e considerando o fato de que a linguagem escrita da Matemática é formada pelos símbolos matemáticos, é compreensível a dificuldade que alguns alunos manifestam ao ter que se expressarem por meio desse tipo de linguagem.

Analisando o emprego da oralidade em nossa pesquisa, durante a resolução de problemas e apresentação de estratégias, constatamos que esse recurso, além de propiciar discussões e conflitos cognitivos entre os alunos, possibilitou o desenvolvimento de um movimento de cooperação e colaboração entre os membros do grupo. Observamos que o movimento colaborativo contribuiu para o surgimento de diferentes estratégias ou para a compreensão de estratégias utilizadas por alguns alunos.

Vale destacar que a forma como trabalhamos com a oralidade foi o que caracterizou a diferença entre esta pesquisa e aquelas analisadas sobre o estudo da aprendizagem da proporcionalidade no Ensino Fundamental, as quais também utilizaram esse recurso. Enquanto em nossa pesquisa a oralidade foi utilizada no coletivo, priorizando os debates entre os alunos, em outras pesquisas analisadas, a oralidade foi empregada de forma individualizada, em entrevistas realizadas pelo pesquisador, com o objetivo de questionar o aluno. Enfim, nosso trabalho buscou extrapolar o estudo de conhecimentos individuais por meio de entrevistas, direcionando os estudos para a exploração social de conflitos cognitivos, em sala de aula.

Referências

ARTIGUE, M. Engenharia didática. In: BRUN, J. *Didáctica das Matemáticas.* Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 193-217.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais*. Ensino de quinta a oitava séries. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BROUSSEAU, G. Fondements et Méthodes de la Didactique des Mathématiques. *Recherches Didactiques des Mathématiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v. 7, n. 2, p.33-116, 1986.

______. *Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas*. Conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008.

CÂNDIDO, P. T. Comunicação em Matemática. In: SMOLE, K. S., DINIZ, M. I. (Org.). *Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática.* Porto Alegre: Artmed, 2006. p. 15-28.

CAVALCANTI, C. T. Diferentes formas de resolver problemas. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Org.). *Ler, escrever e resolver problemas*: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2006. p. 121-150.

COSTA, S. C. H. C. *O Raciocínio Proporcional dos alunos do 2º Ciclo do Ensino Básico*. 2007. 149f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2007. Disponível em: <http://ia.fc.ul.pt/textos/ Sara%20Costa%20(Tese%20mestrado%2007).pdf.>Acesso em: nov.2008.

FREITAS, J. L. M. Teoria das situações didáticas. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). *Educação Matemática*: uma (nova) introdução. 3. ed. São Paulo: EDUC, 2008, p. 77-111.

KNIJNIK, G. La oralidad y la escritura em la educación matemática: reflexiones sobre el tema. *Educación Matemática*. Distrito Federal, México: Santillana, agosto, año/vol. 18, n.2, p.149-165, 2006.

MARQUES, S. I. C. *A proporcionalidade direta em manuais escolares de diversos países.* 2006. 281f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2006.

MARTINS, L. C. *Abstração Reflexionante e Aprendizagem de Proporção: Ensino de Matemática na sexta série*. 2007. 124f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2007.

OLIVEIRA, I.; SANTOS, M. *O ensino fundamental e a resolução de problemas de proporção simples: uma análise das estratégias*. 23ª ANPEd, 2000. Disponível em: <http://168.96.200.17/ar/libros/anped/1913T.PDF> Acesso em: Jun. 2008.

PONTES, M. G. O. *Medidas e proporcionalidade na escola e no mundo do trabalho*. João Pessoa: Ideia, 2009.

SCHLIEMANN, A. D.; CARRAHER, T.; CARRAHER, D. *Na vida dez, na escola zero*. 14. ed. São Paulo: Cortez, 2006.

SCHLIEMANN, A. L. D.; CARRAHER, D. Razões e proporções na vida diária e na escola. In: SCHLIEMANN, A. et al. *Estudos em Psicologia da Educação Matemática*. Recife: UFPE. 1997. p.13-39.

TINOCO, L. A. de A. Como e quando os alunos utilizam o conceito de proporcionalidade. *Revista do Professor de Matemática*. Rio de Janeiro, n. 14, p. 8-16, 1989.