

## **MODELO GEOMÉTRICO DE VAN HIELE: ESTADO DA ARTE NOS ENCONTROS NACIONAIS DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (ENEM)**

### **VAN HIELE'S GEOMETRIC MODEL: STATE OF ART IN THE NATIONAL MEETINGS OF MATHEMATICS EDUCATION (ENEM)**

**Graciely Franco da Silva**

Universidade Federal Fluminense/Instituto do Noroeste Fluminense de Educação Superior, e-mail: [gracielyfranco.14@hotmail.com](mailto:gracielyfranco.14@hotmail.com)

**Marcelo de Oliveira Dias**

Universidade Federal Fluminense/Instituto do Noroeste Fluminense de Educação Superior/ Docente Permanente do Programa de Pós Graduação em Ensino (PPGEEn), e-mail: [marcelo\\_dias@id.uff.br](mailto:marcelo_dias@id.uff.br)

#### **Resumo**

O presente artigo apresenta resultados de um mapeamento de pesquisas que discorrem sobre o Modelo de Van Hiele, divulgados nos Encontros Nacionais de Educação Matemática realizados neste início século XXI, por ser um dos eventos mais importantes na área e, pela ampla adoção a este modelo desde década de 80. Além disto, trata-se do modelo cognitivo mais aceito nas pesquisas em Geometria. A revisão sistemática foi adotada como viés metodológico para a análise de conteúdo a partir da pesquisa bibliográfica e exploratória realizada sobre o modelo. Os resultados elucidaram a descoberta de um nível inferior ao primeiro e involução não prevista nos níveis de raciocínio; o uso de materiais manipulativos; a evolução dos ambientes de Geometria dinâmica e a criação de softwares embasados na teoria; divergências de nomenclaturas, níveis, fases e características do modelo; lacunas para a abordagem nas séries iniciais; abandono da Geometria e a escassez de pesquisas que realizam mapeamentos sobre a unidade Geometria, especificamente referentes ao modelo, no sentido de aprofundamento e refutação da teoria, visto que a maioria das investigações apenas realizam aplicações e classificações nos níveis da teoria de Van Hiele.

**Palavras-chave:** Mapeamento, estado da arte, Modelo de Van Hiele, Geometria.

#### **Abstract**

This paper presents the results of a research mapping on the Van Hiele Model, published in the National Meetings of Mathematics Education held in this beginning of the XXI century, as one of the most important events in the area, and the wide adoption of this

model since the 80's. In addition, it is the most accepted cognitive model in research in Geometry. The systematic review was adopted as a methodological bias for content analysis based on the bibliographic and exploratory research carried out on the model. The results elucidated the discovery of a level inferior to the first one and involution not predicted in the levels of reasoning; the use of manipulative materials; the evolution of dynamic geometry environments and the creation of software based on theory; divergences of nomenclatures, levels, phases and characteristics of the model; gaps for approach in the early grades; abandonment of Geometry and the scarcity of researches that carry out mapping on the Geometry unit, specifically referring to the model, in the sense of deepening and refutation of the theory, since most investigations only carry out applications and classifications in the levels of Van Hiele's theory.

**Keywords:** Mapping, State of The Art, Van Hiele's Model, Geometry.

## Introdução

A Geometria possui papel fundamental para a percepção da realidade de um ser humano, é a partir dela que compreendemos o espaço onde vivemos. Além disso, está contida nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental (1997), dentro do Bloco de conteúdo "Espaço e Forma", onde é destacada essa importância:

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive (BRASIL, 1997, p. 39).

Contudo, o que se evidencia é uma grande dificuldade por parte dos alunos em aprenderem conteúdos geométricos. Sendo assim, em meados da década de 50 um casal de holandeses, Pierre e Dina Van Hiele, se dedicaram a compreender como se dava o desenvolvimento do pensamento geométrico de seus alunos, visando o aperfeiçoamento do ensino da Geometria. Como resultado, construíram um modelo para contribuir com os professores em suas práticas pedagógicas em Geometria.

Por conseguinte, levando em consideração a ampla adoção a este modelo desde a década de 80 e por ser, até hoje, o modelo cognitivo mais aceito para pesquisas em Geometria, optou-se por elaborar este levantamento, que tem por objetivo principal realizar um mapeamento das pesquisas sobre o modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele produzido nos Encontros Nacionais de Educação Matemática (ENEM) entre 2001 e 2016.

Os objetivos específicos foram analisar as abordagens das pesquisas sobre o modelo, o contexto em que ele está inserido, as semelhanças e especificidades entre os trabalhos, além de verificar o estado da arte, ou seja, qual o desenvolvimento alcançado por este modelo até hoje.

A justificativa para tal é que o ensino da Geometria tem estado defasado nas escolas atuais por diversos motivos, dentre os quais está a falta de conhecimento geométrico suficiente dos professores, a valorização da álgebra em detrimento da

Geometria e as próprias dificuldades de aprendizagem dos alunos. Neste cenário, o modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele tem se propagado como um método eficiente de aprendizagem, auxiliador e potencializador do processo de ensino e aprendizagem de Geometria em sala de aula, sendo, até hoje, o modelo cognitivo mais aceito para pesquisas nesta área de conhecimento.

## **Revisão bibliográfica**

No momento que a investigação foi definida como um mapeamento, o primeiro trabalho encontrado que existia ligação com a temática e trouxe repercussões para a presente investigação foi o de Sampaio e Mancini (2007, p. 83), o qual aborda estudos de revisão sistemática que “serve para nortear o desenvolvimento de projetos, indicando novos rumos para futuras investigações e identificando quais métodos de pesquisa foram utilizados em uma área”.

Este faz um detalhamento sobre o que é e como realizar uma revisão sistemática evidenciando cinco passos a serem seguidos: Definir a pergunta de pesquisa, buscar evidências, revisar e selecionar os estudos, analisar a qualidade metodológica dos estudos e apresentar os resultados. Esses passos foram seguidos na presente investigação e este artigo muito contribuiu para a elaboração desta.

Sobre limitações do modelo, Vieira e Alevatto (2015) observaram, durante a realização desta tarefa, que muitas das ações realizadas pelos estudantes encontraram explicações no modelo van Hiele. Contudo, apesar de ter se constituído em um modelo respeitado e que influenciou (e ainda influencia) inúmeras pesquisas sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico, a teoria dos van Hiele apresenta algumas limitações.

A próxima etapa foi verificar a existência de trabalhos que realizaram mapeamentos sobre o modelo de Van Hiele. Não foram encontradas pesquisas com essa temática e tipologia, somente algumas que elaboraram levantamentos na área de Geometria de forma geral. São eles os trabalhos de Andrade e Nacarato (2004), Passos, Andrade e Arruda (2013), Clemente et al (2015) e Rezende (2017). Passos, Andrade e Arruda (2013) verificaram quais as pesquisas desenvolvidas na área de Geometria apresentadas no Boletim Gepem de 1976 a 2010. Clemente et al (2015) fez a mesma investigação nos periódicos Bolema, Gepem e Zetetiké no período de 2000 a 2014. Já Rezende (2017) fez um levantamento sobre os saberes geométricos no periódico Histemat (Revista de História da Educação Matemática) como identificado no título do trabalho, nos anos de 2015 e 2016.

Esses trabalhos auxiliaram na organização do artigo em tela, pois permitiu observar a estrutura de um levantamento do tipo estado da arte, perceber a forma como foram selecionadas e analisadas as pesquisas e a maneira como foram expostos os resultados.

O trabalho de Pacheco e Pires (2014) foi o que mais se aproximou da presente proposta ao realizarem uma investigação de como acontece a construção de conhecimentos geométricos pelas crianças na visão de vários autores, fazendo

aproximações entre eles, dos quais Van Hiele está presente. O levantamento foi realizado no Banco de Teses da Capes e destacaram que o modelo de Van Hiele foi encontrado na maioria dos trabalhos. Elas descreveram as contribuições de alguns autores nessa temática, são eles: Jean Piaget (1993), Pires, Curi e Campos (2012), Curi e Vece (2013), Parzysz (1998, 2006), Pais (1996) e Van Hiele (*apud* CROWLEY, 1994).

Nesta pesquisa, elas afirmam que Parzysz (1988, 2006), Houdemet e Kuzniak (2003, *apud* PARZYSZ, 2006) e Henry (1999, *apud* PARZYSZ, 2006) também apontam níveis hierárquicos para o aprendizado de Geometria. Zambon (2010) faz comparação dos níveis de Van Hiele com as séries escolares relatando que o primeiro, o segundo e o terceiro nível correspondem às séries iniciais do Ensino Fundamental.

Parzysz (2006) define seus níveis G0 (concreto), G1 (construções espaço-gráficas), G2 e G3 (Geometria axiomática), que comparado aos de Van Hiele, ficam G0 relacionando-se com o primeiro, G1 com o segundo, G2 com o terceiro e o quarto e G3 com o quinto nível de Van Hiele. Outro ponto que merece destaque é que as autoras afirmam que Clements et. al. (1999), Hannibal (1999) e Clementes e Sarama (2011), identificaram que a teoria piagetiana não foi fundamentada em contexto educacional e o modelo de Van Hiele não tratou da Educação Infantil, assim buscaram preencher essas lacunas em suas pesquisas, objetivando investigar o desenvolvimento do pensamento geométrico específicos pelas crianças dos anos iniciais.

A pesquisa de Bueno e Guérios (2010) procurou observar a compreensão que estudantes do primeiro Ciclo do Ensino Fundamental demonstram ter sobre algumas figuras geométricas, comumente previstas como conteúdos escolares a estudantes que se encontram em processo de alfabetização matemática em geometria.

Dentro dessas pesquisas, os autores afirmam que existe um nível de raciocínio inferior ao primeiro nível de Van Hiele, o qual eles chamaram de nível pré-cognitivo. Este trabalho contribuiu para uma visão mais ampliada sobre o tema desenvolvimento do pensamento geométrico, onde se evidenciam outros pensamentos e lacunas a serem preenchidas no modelo de Van Hiele, visto que este é um dos objetivos desta investigação.

A revisão bibliográfica revelou carência de trabalhos com a vertente proposta neste artigo, justificando a proposta e trazendo repercussões importantes sobre a temática.

## **Fundamentação teórica**

A Geometria é destacada na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), como uma unidade temática que “envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento” (BRASIL, 2017, p. 227). Sua beleza está na capacidade de contextualização que possui.

Segundo Morelatti e Souza (2006, p. 266-267) “podemos contextualizar os conteúdos geométricos já que podemos observar sua presença na natureza assim, dando mais significado aos conceitos aprendidos”. A BNCC também ressalta essa contextualização ao apontar que “a Geometria não pode ficar reduzida a mera aplicação

de fórmulas de cálculo de área e de volume” (BRASIL, 2017, p. 228). Se pararmos para observar, veremos que a realidade que nos cerca está repleta de Geometria, fazendo com que seu estudo seja fundamental.

“A Geometria está por toda parte”, desde antes de cristo, mas é preciso conseguir enxergá-la... mesmo não querendo, lidamos em nosso cotidiano com as ideias de paralelismo, perpendicularismo, congruência, semelhança, proporcionalidade, medição (comprimento, área, volume), simetria: seja pelo visual (formas), seja pelo uso no lazer, na profissão, na comunicação oral, cotidianamente estamos envolvidos com a Geometria (LORENZATO, 1995, p. 5).

O estudo da Geometria desenvolve nas pessoas o pensar geométrico e o raciocínio visual, assim, capacitando-as a resolverem situações geometrizadas da vida e favorecendo o entendimento e a resolução de questões de diferentes ramos do conhecimento. Sem esse saber, o indivíduo não possui total interpretação do mundo, a comunicação de ideias fica prejudicada e há uma distorção na visão da Matemática (LORENZATO, 1995).

Em meados da década de 50 um casal de holandeses, Pierre e Dina Van Hiele, se dedicaram a compreender como se dava o desenvolvimento do pensamento geométrico de seus alunos, visando o aperfeiçoamento do ensino da Geometria. Como resultado, construíram um modelo para contribuir com os professores em suas práticas pedagógicas, abrindo a visão destes para novas metodologias de ensino.

Segundo GOMES e GHEDIN (2012), Piaget afirma que o desenvolvimento cognitivo da criança se dá por meio da interação entre sujeito e objeto. Ele afirma que a inteligência se transforma de forma gradativa, partindo de uma inteligência sensório-motora, a criança começa a interagir com o meio iniciando-se, assim, o processo de aprendizagem através da manipulação de objetos. Depois, à medida que se depara com algo novo, busca associá-los aos conhecimentos já adquiridos ocorrendo a assimilação.

Nesse processo, porém, algumas modificações são necessárias para que haja uma real compreensão da situação, que é chamado de acomodação, até que a criança alcança um estágio onde consegue resolver situações sem a presença de objetos, o que é a inteligência propriamente dita. Conforme a criança consegue representar em sua mente acontecimentos completamente abstratos, não vivenciados por elas e que requerem concentração e raciocínio, ocorre a evolução de seu pensamento.

Este processo permite inferir que “a criança passa progressivamente por vários estágios onde se observa o seu desenvolvimento cognitivo e a sua capacidade de adaptar-se ao meio primitivamente pela inteligência sensório-motora” (GOMES e GHEDIN, 2012, p. 3). Este conceito corrobora com a teoria de Van Hiele que reforça que os discentes aprendem Geometria na medida que avançam numa sucessão de níveis de apreensão de conceitos (LOPES e NASSER, 1996).

Contudo, o ensino da Geometria não pode se resumir a manipulação de objetos e ao concreto. Para Pais (1996, *apud* PACHECO e PIRES, 2014, p. 26) muitos dos conceitos geométricos podem sim serem representados através de objetos, apesar disso, salientam que “o aluno deve compreender que o objeto é apenas um modelo físico, que não substitui a figura, mas que possibilita a construção de ideias sobre ela”, ou seja, são apenas recursos que auxiliarão no desenvolvimento do pensamento geométrico. Por isso, deve-se tomar cuidado ao ensinar conceitos geométricos abstratos, por meio de representações concretas, pois os alunos podem confundi-los. Como afirma Pais (1996,

*apud* PACHECO e PIRES, 2014, p. 26) “o enorme desafio para o ensino da Geometria é a passagem do concreto para o abstrato”.

O desenvolvimento do pensamento geométrico “inicia-se com a observação e a experimentação” (PACHECO e PIRES, 2014, p. 30). Para se constituir a inteligência, é necessária a atuação do sujeito, o que implica dizer, e podemos observar na prática, que “há um melhor aprendizado quando somos participantes ativos desse processo, isto é, ao invés de repetir ou reproduzir algo de forma mecânica, somos levados a construir o nosso próprio conhecimento” (GOMES E GHEDIN, 2012, p. 4).

O modelo de Van Hiele apresenta as fases de aprendizagem, que devem ser utilizadas em todos os níveis. Começando com uma conversa entre professor e alunos sobre o material de estudo do nível em questão (questionamento ou informação), passando por uma orientação direta, onde os alunos exploram materiais atenciosamente preparados pelo professor sobre o assunto de estudo, depois vem a explicitação no qual os alunos expressam as suas opiniões sobre o material de estudo e refinam o seu vocabulário, em seguida há a orientação livre em que o professor induz os alunos a buscarem sua própria forma de resolução de problemas e, por fim, a integração na qual o aluno faz uma síntese de tudo o que aprendeu neste nível (KALEFF, HENRIQUES, REI e FIGUEIREDO, 1994). Todas essas fases são voltadas para a participação ativa do indivíduo no processo de aprendizagem.

Segundo GOMES e GHEDIN (2012, p.7) “Piaget também defende a ideia de que os alunos devem ser autônomos na construção do seu conhecimento, ele diz que este é o principal propósito da educação, gerar indivíduos qualificados para produzir coisas novas e não copiarem o que outros já fizeram”.

O modelo de Van Hiele segundo Kaleff, Henriques, Rei e Figueiredo (1994, p. 24), “se coloca como um guia para a aprendizagem e para a avaliação das habilidades dos alunos em Geometria”. Ele pode auxiliar os professores na prática das atividades metodológicas de Geometria em sala de aula. Não é um único modelo que vai resolver os problemas do ensino de Geometria nas escolas, e nem é isso que os professores devem esperar, mas sim, utilizá-lo para a melhoria da qualidade do ensino (JAIME e GUTIÉRREZ, 1990, *apud* PACHECO e PIRES, 2014).

## **O modelo de Van Hiele**

Duas teorias formam o modelo, a dos níveis de raciocínio (visualização, análise, dedução informal, dedução formal e rigor) e a das fases de aprendizagem (informação, orientação direta, explicitação, orientação livre e integração). O primeiro visa esclarecer como é desenvolvido o raciocínio geométrico dos alunos, já o segundo é uma orientação didática facilitadora do progresso entre os níveis, onde as atividades são colocadas de forma sequencial. O modelo também possui propriedades próprias: sequencial, avanço, intrínseco e extrínseco, linguística e combinação inadequada.

## **Metodologia e levantamento das pesquisas**

Como metodologia de pesquisa adotou-se a revisão sistemática e a análise de conteúdo que se apropriam de pesquisa bibliográfica e exploratória o qual segundo Gil (2002, p. 41), “tem por objetivo principal o aprimoramento de ideias ou a descoberta de intuições”. “Essa forma de análise serve para apontar as técnicas de pesquisas usadas

em determinada área e direcionar o desenvolvimento de projetos, mostrando novas vertentes para investigações futuras” (SAMPAIO E MANCINI, 2007, p. 83).

Este levantamento foi realizado no site do ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática. Essa escolha se justifica pelo fato de este ser um dos eventos nacionais mais importantes na área de Educação Matemática e que agrega os principais pesquisadores da área. Iniciado o ano de 1987, professores, estudantes e pesquisadores se reuniram em debates e discussões referentes à Educação Matemática, preocupados com o futuro dessa área, promovendo assim o I Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM, na PUC/SP. O II ENEM ocorreu no ano seguinte (1988) em Maringá/PR, no qual foi criada a Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM. A partir disso a SBEM passou a organizar os encontros seguintes que se realizaram nos anos e locais relacionados no quadro 01 abaixo:

Quadro 01 – Local e ano das edições do ENEM.

EDIÇÃO	LOCAL	ANO
I ENEM	São Paulo/SP	1987
II ENEM	Maringá/PR	1988
III ENEM	Natal/RN	1990
IV ENEM	Blumenau/SC	1993
V ENEM	Aracajú/SE	1995
VI ENEM	São Leopoldo/RS	1998
VII ENEM	Rio de Janeiro/RJ	2001
VIII ENEM	Recife/PE	2004
IX ENEM	Belo Horizonte/MG	2007
X ENEM	Salvador/BA	2010
XI ENEM	Curitiba/PR	2013
XII ENEM	São Paulo/SP	2016

Fonte: Elaborado pelo autor, a partir do site do XII ENEM.

O trabalho teve como foco as pesquisas realizadas sobre o modelo de Van Hiele neste início de século XXI, portanto, os artigos foram selecionados nas edições VII, VIII, IX, X, XI e XII do ENEM, que vão de 2001 a 2016, última edição. Foram incluídos apenas as comunicações científicas e os relatos de experiências produzidos nestes encontros, não sendo focos da presente investigação modalidades como os minicursos, mesas redondas, pôsteres, entre outros, que se configuram como partes tradicionais da grade do evento.

Sobre a revisão sistemática autores como Sampaio e Mancini (2007) sinalizam que a mesma “requer uma pergunta clara, a definição de uma estratégia de busca, o estabelecimento de critérios de inclusão e exclusão dos artigos e, acima de tudo, uma análise criteriosa da qualidade da literatura selecionada” (SAMPAIO E MANCINI, 2007, p. 83). Abaixo no quadro 02, segue a relação dos artigos selecionados contendo os títulos e seus respectivos autores:

Quadro 02 – Títulos e autores dos artigos selecionados para o levantamento.

<b>TÍTULO DO ARTIGO</b>		<b>AUTOR(ES)</b>
<b>1</b>	A democratização e a popularização da Matemática na Universidade Federal Fluminense: o museu interativo do laboratório de ensino de Geometria	Ana. M. Kaleff Bárbara G. Votto Bruna M. Corrêa Diogo T. Robaina Rogério dos S. Nascimento
<b>2</b>	A Geometria da tartaruga: contribuições do <i>superlogo</i> no desenvolvimento do pensamento geométrico	Gene M. V. Lyra-Silva Greiton T. de Azevedo
<b>3</b>	Adaptação da Teoria de Van Hiele para o tópico de funções no Ensino Médio	Eduarda de J. Cardoso Lilian Nasser
<b>4</b>	Alfabetização Matemática: manifestações de estudantes do primeiro ciclo sobre Geometria	Cinthya Bueno Ettiène C. Guérios
<b>5</b>	Aprendizagem colaborativa e conhecimento compartilhado no contexto da formação reflexiva de professores	Rosana G. S. Miskulin
<b>6</b>	Atuais tendências didático-pedagógicas no ensino de Geometria: um olhar sobre os anais dos ENEM's	José A. A. Andrade Adair M. Nacarato
<b>7</b>	Caderno de atividades como apoio para o desenvolvimento do pensamento geométrico	Marcele da S. Santos Neide da F. P. Sant'Anna
<b>8</b>	Capacitando professores-tutores para o ensino de Geometria a distância	Ana M. M. R. Kaleff Diogo T. Robaina Rosângela F. Dornas
<b>9</b>	Construções Geométricas como recurso pedagógico nas aulas de Matemática do Ensino Médio	Aline Marca João Biesdorf Márcio Bennemann
<b>10</b>	Curso de Geometria à distância para professores	Maria P. da C. Silva Cláudio H. da C. Pereira
<b>11</b>	Deficiência visual e o ensino de Geometria	Ana K. M. Lira Jorge C. Brandão
<b>12</b>	Desenvolvimento do pensamento geométrico na visualização de figuras espaciais, por meio da metodologia de oficinas	Lúcia H. da C. Ferreira João B. Laudares
<b>13</b>	Ensino e aprendizagem de poliedros regulares via Teoria de Van Hiele com origami	Fabício E. Ferreira
<b>14</b>	FIPLAN: recurso didático para o ensino e a aprendizagem de Geometria na Educação Infantil e no Ensino Fundamental	Paulo M. Barguil
<b>15</b>	Geometria espacial: análise de uma coleção de livros didáticos do Ensino Médio	Dienifer da L. Ferner Leugim C. Romio Maria A. da S. Soares Rita de C. P. Mariani
<b>16</b>	Geometria Finita como uma alternativa metodológica para o desenvolvimento do pensamento geométrico: uma experiência com alunos do Ensino Médio	Herbert G. Martins Maria A. R. da Silva Cleonice Puggian
<b>17</b>	Geometria no Ensino Médio: um estudo sobre o desenvolvimento dos conceitos de comprimento, área e volume	Joel N. Chiele Carmen T. Kaiber
<b>18</b>	Investigando conceitos no ensino de Geometria	Marli T. Quartieri Márcia J. H. Rehfeldt
<b>19</b>	O Cabri-Géomètre e o desenvolvimento do pensamento geométrico: o caso dos quadriláteros	Marcelo C. dos Santos
<b>20</b>	O desenvolvimento do pensamento geométrico, interação social e origami	Eliene da C. Nascimento
<b>21</b>	O espaço e suas relações: discutindo o pensamento geométrico da criança	Eliane M. Plaza

<b>22</b>	O SIMAVE – Sistema Mineiro de Avaliação da Educação Pública: desempenho dos alunos, conceitos e habilidades em Geometria espacial e a matriz de referência do PROEB	Odaléa A. Viana
<b>23</b>	O tangram e suas contribuições para o processo de abstração e compreensão dos conceitos geométricos de área e perímetro	Luan de S. Bezerra Janice P. Lopes
<b>24</b>	O uso de animações como apoio à aplicação do esquema de Van Hiele no ensino de Matemática	Tiago S. Klaus Ruben E. P. Pazos Renato L. Baumgarten
<b>25</b>	O uso de materiais concretos no ensino de Geometria	Carla Vital Egídio R. Martins Jéssica R. de Souza
<b>26</b>	PRONIM – Programa de Nivelamento para o curso de Matemática: formação conceitual e desenvolvimento de competências e habilidades em álgebra e Geometria elementar	Odaléa A. Viana Cristiane C. de Oliveira Juliene A. Miranda Jéssica P. S. Costa
<b>27</b>	Reflexões sobre aprendizagem significativa em Geometria	Rafael V. Neto
<b>28</b>	Relações entre atitudes e concepções de professores acerca da Geometria	Odaléa A. Viana Rosangela M. M. da Silva Beatriz A. R. da Silva
<b>29</b>	Teoria de Van Hiele: uma alternativa para o ensino da Geometria no 2º ciclo	Marilene R. dos Santos
<b>30</b>	Um estudo sobre o pensamento geométrico de estudantes de licenciatura em Matemática no estado de Pernambuco	André P. da Costa Marilene R. dos Santos
<b>31</b>	Uma análise dos conteúdos de Geometria de uma das coleções de livros didáticos do Ensino Médio mais solicitadas pelas escolas públicas brasileiras ao Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação	Guilherme T. Morett Ana. M. M. R. Kaleff
<b>32</b>	Uma aplicação de materiais didáticos no ensino de Geometria para deficientes visuais	Ana M. M. R. Kaleff Fernanda M. C. da Rosa Bárbara G. Votto
<b>33</b>	Uma experiência numa turma de 9º ano do Ensino Fundamental com o estudo de quadriláteros e de isometrias no plano, segundo a Teoria de Van Hiele	Carla F. e Souza Aline M. Barbosa
<b>34</b>	Utilizando o software Cabri Géomètre II como metodologia de ensino	Patrícia S. Pereira Anemari R. L. V. Lopes Susimeire V. R. de Andrade
<b>35</b>	Visualização e representação geométrica e sua contribuição na formação do pensamento geométrico em alunos do Ensino Médio	Ana S. C. T. Moraco Nelson A. Pirola

Fonte: Anais dos ENEM realizados no século XXI

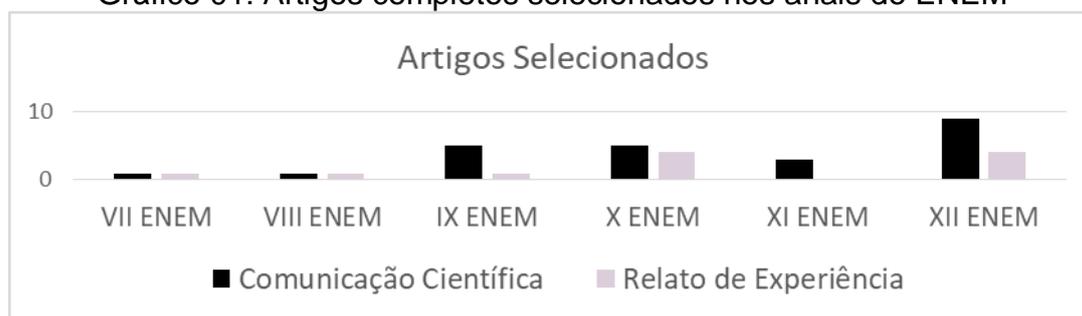
A busca pelos artigos foi realizada por meio de palavras-chaves. Nos anais do evento, nas sessões comunicação científica e relatos de experiência, foram buscados artigos que continham no título uma das seguintes palavras-chaves: “*Geometria, geométrico, geométrica, Van Hiele, conhecimento, raciocínio, desenvolvimento e pensamento*”.

Identificados tais artigos, foi efetuada uma busca interna nos mesmos utilizando o termo “*Van Hiele*”, revelando um total de 41 artigos. Todos estes 41 artigos foram lidos e analisados na íntegra, e posteriormente, selecionados somente os que tinham como base a teoria, totalizando 35 artigos. Os artigos foram analisados quanto à abordagem que cada autor aborda, o contexto em que ele está inserido, as semelhanças e especificidades entre eles, ou seja, conforme Sampaio e Mancini (2007):

O processo de desenvolvimento desse tipo de estudo de revisão inclui caracterizar cada estudo selecionado, avaliar a qualidade deles, identificar conceitos importantes, comparar as análises estatísticas apresentadas e concluir sobre o que a literatura informa em relação a determinada intervenção, apontando ainda problemas/questões que necessitam de novos estudos (SAMPAIO E MANCINI, 2007, p. 83).

Assim, foram destacadas as abordagens de cada trabalho selecionado e, estes, foram separados em grupos a partir do foco de cada um. No gráfico 01 a seguir, apresenta-se a relação das comunicações científicas e relatos de experiências selecionados em cada edição do evento:

Gráfico 01: Artigos completos selecionados nos anais do ENEM



Fonte: Elaborado pelo autor.

Pode-se constatar que a quantidade de artigos relacionados a teoria foi aumentando ao longo das edições do ENEM, tendo uma caída apenas no XI edição, o que se recuperou no XII ENEM com um aumento significativo. Isso demonstra a ampla adoção a este modelo pelos pesquisadores da área de Educação Matemática que pesquisam a unidade temática Geometria.

### Análise dos dados

Na maioria dos artigos contatou-se o grande abandono da Geometria. Vários autores justificaram suas pesquisas evidenciando este fato, apontando que a falta de conhecimento geométrico vai desde o ensino fundamental até professores licenciados em Matemática. Nestas pesquisas o modelo foi utilizado como um potencializador do ensino de Geometria tanto nas escolas públicas como na formação inicial e continuada dos professores (COSTA e SANTOS, 2016; SILVA e PEREIRA, 2004).

A disciplina Geometria é necessária e importante para o desenvolvimento da criança, contudo no que tange à sua ênfase nos documentos curriculares prescritos alguns autores sinalizam que:

Percebe-se, entretanto, que a importância dada à Geometria, nos documentos oficiais, nem sempre está presente nas aulas de Matemática, pois aspectos numéricos e algébricos são priorizados em detrimento dos geométricos, trabalhando-se a Geometria, via de regra, desvinculada das outras áreas e, quase sempre, como último conteúdo (CHIELE e KAIBER, 2007, p. 1).

Nesse sentido, os estudos de Quartieri e Rehfeldt (2007) investigaram concepções curriculares no ensino da Matemática com relação a determinados conteúdos e, com base em subsídios teóricos, reestruturar o currículo. Os resultados refletiram os conceitos dos professores e dos alunos em relação a algumas expressões comumente usadas na geometria, bem como por que alguns conceitos foram construídos e outros não.

Outras pesquisas feitas com professores formados e alunos em formação revelaram que muitos não possuem conhecimento geométrico suficiente para ensinarem este conteúdo, pois na sua formação acadêmica não obteve ou teve pouco contato com a geometria. Sendo assim, eles não ensinam Geometria em suas aulas de Matemática dizendo que “não se pode ensinar bem aquilo que não se conhece” (SANTOS, 2001, p. 2).

Assim, visando melhorar o processo de ensino de Geometria nas escolas, muitos artigos propuseram o uso do modelo de Van Hiele. A maioria deles fizeram aplicações desta teoria reforçando sua eficiência no ensino para alunos do Ensino Fundamental e Médio. Outros, por meio de curso de formação continuada, como o trabalho de Kaleff, Robaina e Dornas (2010), apresentaram a teoria aos professores, que relataram não a conhecer. Nestes artigos constatou-se que estes reconheceram a viabilidade do modelo e manifestaram vontade de usá-lo na sua prática escolar.

Estudos como o de Moraco e Pirola (2007) evidenciaram um desempenho muito baixo na avaliação envolvendo conceitos geométricos, sendo que a dificuldade na visualização e na representação geométrica, componentes do pensamento geométrico, constitui fatores que contribuíram para o desempenho insatisfatório dos estudantes.

Já os estudos Martins, Silva e Puggian (2013) suscitaram uma hibridização de teorias ao apropriaram-se de pressupostos da teoria das situações didáticas e da Engenharia Didática e utilizar-se do modelo de Van Hiele para constatar que os alunos do Ensino Médio tiveram facilidade tanto em analisar os espaços geométricos com quantidade finita de pontos e linhas, quanto na verificação dos axiomas apresentados, e foram capazes de representar por meio de desenhos as etapas de uma demonstração.

O uso de materiais manipulativos também foi uma marcante tendência elucidada nesses artigos. Os autores colocam em questão o pouco valor dado à disciplina nas aulas de Matemática, a falta de tempo para trabalhar os conteúdos e, principalmente a antipatia que alguns alunos têm à Matemática, o que implica numa grande falta de interesse pelo conteúdo ministrado (BEZERRA E LOPES, 2016), colocando a utilização desses instrumentos como auxiliador na motivação aos discentes. Em todas as investigações a utilização dos materiais concretos foi baseada no modelo de Van Hiele. No quadro 03 a seguir encontram-se os materiais contidos nos artigos:

Quadro 03 – Materiais manipulativos.

INSTRUMENTO	ARTIGO	ANO
Tangran	Bezerra e Lopes	2016
Fiplan	Barguil	2016
Origami	Nascimento	2016
	Ferreira	2013
Construções geométricas com régua e compasso	Marca, Biesdorf e Bennemann	2016
Uso de materiais para visualização de sólidos geométricos	Vital, Martins e Souza	2016

Fonte: Elaborado pelo autor.

Os trabalhos recentes como Ferreira (2013); Bezerra e Lopes (2016); Barguil (2016), Nascimento (2016); Marca, Biesdorf e Bennemann (2016) e Vital, Martins e Souza (2016) apontam como tendência do uso desses instrumentos no processo de ensino e aprendizagem de Geometria nas salas de aulas. Os mesmos sugerem a inversão do processo de ensino das Geometrias plana e espacial, visando melhorar a compreensão dos alunos. Tal fato é justificado pelas muitas dificuldades que os estudantes apresentam em diferenciar figuras planas de espaciais.

Faz-se necessário destacar que dois artigos se dedicaram a evidenciar que a utilização de materiais concretos é essencial para o ensino de alunos com deficiência visual. A aprendizagem de figuras geométricas que para alunos videntes a visualização é fundamental, para deficientes visuais faz-se necessário que o professor procure metodologias e práticas pedagógicas adequadas. Pautados na teoria de Van Hiele, propuseram instrumentos que podem auxiliar o aprendizado desses discentes, de forma que haja uma verdadeira inclusão, o que se faz cada vez mais presente no ambiente escolar (KALEFF, ROSA E VOTTO, 2010; LIRA E BRANDÃO, 2010).

Com o avanço da ciência e da tecnologia, é inadmissível que se aborde a Matemática de forma tradicional e sem vínculos com o real (MISKULIN, 2001). Afinal é cada vez mais frequente a presença de computadores e outras tecnologias nas escolas e na vida cotidiana dos alunos, tornando-se uma forma de potencializar o conhecimento, por meio de interações e construções geométricas.

Outra tendência evidenciada nos artigos foi a utilização de softwares e ambientes computacionais no ensino de Geometria e todos embasados na teoria de Van Hiele. No quadro 04 a seguir, destacam-se alguns recursos tecnológicos encontrados na busca:

Quadro 04 – Softwares e ambientes computacionais.

SOFTWARE	ANO
Superlogo	2016
Poly	2010
Cabri Géomètre	2001
	2007
Animações em geral	2010
Geometer's Sketchpad	2001

Fonte: Elaborado pelos autores.

As autoras Andrade e Nacarato (2004) realizaram uma busca nos anais do ENEM, da primeira à sétima edição das tendências didático-pedagógicas no ensino de Geometria, e a adoção de ambientes computacionais foi evidenciada como uma forte perspectiva de trabalho em Geometria. Na revisão sistemática realizada no artigo em tela tal fato se reforça por trabalhos abarcados nesse estudo das autoras e outras publicações nos anais mais recentes do evento que sustentam tal perspectiva ao destacarem a utilização de alguns softwares como: a linguagem LOGO (LYRA-SILVA e AZEVEDO, 2016), Cabri-Géomètre (SANTOS, 2001; PEREIRA, LOPES e ANDRADE, 2007), Geometer's Sketchpad (MISKULIN, 2001), Poly (FERREIRA e LADARES, 2010) e softwares para a realização de animações em geral (KLAUS, PAZOS e BAUMGARTEN (2010), evidenciando o destaque aferido aos ambientes de Geometria dinâmica no processo de ensino e aprendizagem de Geometria.

Dos softwares apresentados cabe destacar dois deles. O Cabri Géomètre que foi elaborado para auxiliar na formação do conceito de “figura geométrica”, diferenciando-a de “desenho geométrico”, o qual se mostra como um instrumento notável para o

progresso dos níveis de pensamento geométrico de Van Hiele (SANTOS, 2001). E o Geometer's Sketcpad que explora as figuras geométricas e suas características. Este “está entre os primeiros em uma geração de softwares educacionais” e foi desenvolvido de acordo com as pesquisas de Pierre e Dina Van Hiele, que tem por objetivo principal explorar os três primeiros níveis do modelo (MISKULIN, 2001, p. 5-6).

Contudo, estes artigos também deixam notório que a tecnologia por si só não é suficiente para uma aprendizagem significativa em Geometria. É de suma importância o papel do professor como mediador do aprendizado criando situações desafiantes e propícias para a construção do saber.

Faz-se necessário destacar pesquisas que se utilizaram da teoria dos holandeses como parâmetro para avaliarem duas coleções de livros didáticos e as questões das provas Proeb – Programa de Avaliação da Rede Pública, ação do SIMAVE – Sistema Mineiro de Avaliação da Educação Pública, que analisa o desempenho de discentes do 5º e 9º ano do Ensino Fundamental e do 3º ano do Ensino Médio.

A análise das questões e da matriz de referência da prova demonstrou que, segundo Viana (2010, p. 2) “faltava clareza quanto à especificidade e ao grau de complexidade das habilidades citadas, assim como ao nível de formação conceitual que são requeridos pelas questões da prova”.

Ao examinar os livros didáticos, os autores destacaram que são abordados somente os três primeiros níveis do modelo de Van Hiele de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico. Além disso, as mudanças de níveis não foram hierarquizadas como proposto pelo casal Pierre e Dina Van Hiele. No trabalho de Ferner, Romio, Soares e Mariani (2016) constatou-se que o nível da Análise é o mais discutido, tendo o nível de visualização em segundo lugar e o da dedução informal por último, pouquíssimo tratado. Já na investigação de Morett e Kaleff (2010) o nível mais debatido é o da organização informal, evidenciando inclusive regressões ao nível da visualização.

O modelo em questão tem sido cada vez mais utilizado não só no ensino da Geometria como em outras unidades temáticas da área de Matemática. Podemos destacar este fato em três pesquisas encontradas; uma criou um caderno de atividades como auxiliar no desenvolvimento do pensamento geométrico (SANTOS e SANT'ANNA, 2016); a segunda implementou um museu interativo de Geometria (KALEFF; VOTTO, CORRÊA, ROBAINA e NASCIMENTO, 2007), cujos materiais são embasados na teoria; e a outra adaptou o modelo para o tópico de funções (CARDOSO e NASSER, 2016).

No que tange à descrição feita do modelo por cada trabalho foi possível notar muitas divergências desde a numeração até a nomeação dos níveis de raciocínio, das fases de aprendizagem e das características. Em alguns artigos os níveis são apenas citados sem serem numerados, em outros são numerados de 0 a 4. Já outros são numerados de 1 a 5. Divergência também encontrada na numeração das fases de aprendizagem.

Para ilustrar as divergências quanto à nomeação dos níveis, das fases e das características, foram elaborados os quadros e considera-se que existem artigos que citam mais de uma nomenclatura distinta para um mesmo nível, fase ou característica. Segue o quadro referente às divergências encontradas relativas à nomeação das fases:

Quadro 05 – Nomeações das fases de aprendizagem.

FASES	NOME	QUANTIDADE DE ARTIGOS QUE MENCIONAM
1º FASE	Interrogação	4
	Informação	4
	Questionamento	1
2º FASE	Orientação dirigida	4
	Orientação direta	1
3º FASE	Explicação	4
	Explicitação	1
4º FASE	Orientação Livre	5
5º FASE	Integração	5

Fonte: elaborado pelo autor.

Segue o quadro referente às divergências encontradas na nomeação das características pertinentes a teoria:

Quadro 06 – Nomeações das características do modelo.

CARACTERÍSTICAS	NOME	QUANTIDADE DE ARTIGOS QUE MENCIONAM
1º CARACTERÍSTICA	Sequencial	3
	Ordem Fixa	2
2º CARACTERÍSTICA	Avanço	3
3º CARACTERÍSTICA	Intrínseco e Extrínseco	3
	Adjacência	2
4º CARACTERÍSTICA	Linguística	3
	Adjacência	2
5º CARACTERÍSTICA	Combinação inadequada	2
	Combinação adequada	1
	Separação	2

Fonte: Elaborado pelo autor.

Por fim, segue o quadro com as especificidades encontradas na nomeação dos níveis de raciocínio do modelo de Van Hiele:

Quadro 07 – Nomeações dos níveis de raciocínio.

NÍVEIS	NOMES	QUANTIDADE DE ARTIGOS QUE MENCIONAM
1º NÍVEL	Visualização	20
	Reconhecimento	10
	Percepção intuitiva	1
2º NÍVEL	Análise	23
	O aspecto da Geometria	1
3º NÍVEL	A essência da Geometria	1
	Dedução informal	14
	Ordenação	5
	Ordenação informal	2
	Abstração	9
	Síntese	3
	Organização	1

<b>4º NÍVEL</b>	Dedução	10
	Dedução formal	11
	Ordenação formal	2
	Síntese	1
	Nível do discernimento em Geometria	1
<b>5º NÍVEL</b>	Rigor	22
	Nível do discernimento em Matemática	1

Fonte: Elaborado pelo autor.

Foi possível identificar que o terceiro e o quarto nível são os que possuem mais variação e os nomes mais comuns para cada nível respectivamente são visualização, análise, dedução informal, dedução formal e rigor. Em um dos artigos foi encontrada outra proposta de níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico da criança, proposto por Clements e Sarama (2000):

No nível do pré-reconhecimento, a fase em que as crianças percebem as diferentes formas geométricas, mas ainda não são capazes de identificar e distinguir dentre tantas formas, e, para representá-las, utilizam o mesmo traçado irregular, independente de círculos, quadrados ou triângulos. No nível visual, as crianças identificam as formas de acordo com sua aparência, associam a figura plana a um objeto de seu cotidiano. Já no nível descritivo, as crianças reconhecem e podem caracterizar as formas por suas propriedades (CLEMENTS; SARAMA, 2000 *apud* PLAZA, 2016, p. 5).

Ausubel propõe que a aprendizagem deve ser feita de forma hierarquizada, partindo do que o aluno já conhece, condizendo com o descrito por Van Hiele (NETO, 2016). Outro autor citado é Fainguelernt (1999, *apud* NETO, 2016) que, numa crítica a teoria, evidencia que ela sugere a evolução do pensamento geométrico de forma lenta.

Uma crítica é apresentada no trabalho de Souza e Barbosa (2016), evidenciando que progressos nos níveis de Van Hiele não significarão, necessariamente, um avanço em um conteúdo específico de Geometria. Além de elucidar que “alguns alunos apresentaram uma aparente queda em seu nível de Van Hiele, observando que a Teoria de Van Hiele não prevê involução dos níveis de pensamento geométrico” (SOUZA, BARBOSA, 2016, p. 8).

Existe ainda, outra divergência identificada quanto à nomeação do modelo. Alguns se referem a ele como o modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico e outros como o modelo de desenvolvimento do raciocínio geométrico. Tal divergência culmina na seguinte questão: raciocínio e pensamento são sinônimos?

Pensar é definido no dicionário como “formar ideias; refletir; raciocinar; ter cuidado; t. imaginar; [...] pensamento; opinião; prudência” (BUENO, 2001, p. 476). Raciocinar é “fazer raciocínios, fazer uso da razão para conhecer, para julgar a relação das coisas; formar um raciocínio; deduzir razões; discorrer; ponderar; calcular” (BUENO, 2001, p. 527). Já raciocínio é definido como “encadeamento de argumentos mediante o qual dois ou mais juízos apresentados permitem inferir outros; conclusão; juízo; ponderação; observação” (BUENO, 2001, p. 527).

Verifica-se que o pensamento possui uma definição mais ampla que engloba o raciocínio, e este, como já mencionado, é uma parte do pensamento. O processo do pensamento é estudado por várias áreas como a Filosofia e a Psicologia, podendo ser consciente ou inconsciente. Já o raciocínio é um processo consciente que necessita o uso

da lógica (AZEVEDO, 2016). O processo de aprender, em específico a Geometria, necessita do uso da lógica, não é algo que acontece naturalmente ou inconscientemente, é preciso pensar, refletir, calcular, fazer uso da razão, etc. Logo, segundo o autor, se encaixaria melhor o uso da palavra raciocínio para nomear o modelo.

## Considerações Finais

No artigo em tela buscou-se analisar o estado da arte das pesquisas sobre o modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele, criado na década de 50 e que se configura, ainda hoje, o modelo cognitivo mais aceito e difundido em pesquisas em Geometria, sendo realizada apenas com artigos publicados nos Encontros Nacionais de Educação Matemática entre os anos de 2001 e 2016.

Assim, inicialmente os artigos foram selecionados por meio de palavras-chaves nos anais do evento e em seguida analisados quanto à abordagem. Foi verificado que ainda existem poucas pesquisas na área no sentido de aprofundamento ou refutação da teoria, em sua maioria apenas realizam aplicações e classificações nos níveis propostos.

A revisão sistemática realizada evidenciou as seguintes vertentes nas pesquisas: o abandono do ensino da Geometria em sala de aula, o uso de materiais manipulativos como potencializador do modelo, o uso de softwares e ambientes de Geometria dinâmica, o ensino de alunos deficientes visuais e a utilização do modelo para avaliação de livros didáticos e provas. Também foram encontradas divergências em relação às nomenclaturas do modelo, níveis, fases de aprendizagem e das características. Algumas lacunas encontradas no modelo foram: o fato da teoria não tratar do desenvolvimento do pensamento geométrico na Educação Infantil e anos iniciais do Ensino Fundamental, a descoberta de um nível inferior ao primeiro nível, involução não prevista nos níveis de raciocínio e a nomeação quanto a raciocínio ou pensamento.

Outra questão que a investigação permitiu inferir e merece destaque foi a evolução dos ambientes de Geometria dinâmica para o ensino. Foram encontrados alguns softwares criados com embasamento na teoria, onde se destacou a inserção da teoria nas inovações tecnológicas.

Finalmente, também foi possível constatar a escassez de pesquisas que realizam mapeamentos ou estado da arte em relação à Geometria, especificamente referentes ao modelo de Van Hiele. Por fim, espera-se que o mapeamento traga reflexões importantes sobre as abordagens do modelo e que as questões levantadas sirvam de parâmetros para novas pesquisas a serem divulgadas permanentemente em nossos Encontros Nacionais de Educação Matemática e outros eventos de âmbito nacional e internacional.

## Referências

ANDRADE, J. A. A.; NACARATO, A. M. Atuais tendências didático-pedagógicas no ensino de Geometria: um olhar sobre os anais dos ENEM's. **Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática**. Recife, 2004.

AZEVEDO, T. **Diferenças entre pensamento e raciocínio**. 2016. Disponível em: <<http://psicoativo.com/2016/09/diferenca-pensamento-raciocinio.html>>. Acesso em: 22 de agosto de 2018.

BARGUIL, P. M. Fiplan: recurso didático para o ensino e a aprendizagem de Geometria na educação infantil e no ensino fundamental. **Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática**. São Paulo, 2016.

BEZERRA, L. S.; LOPES, J. P. O tangram e suas contribuições para o processo de abstração e compreensão dos conceitos geométricos de área e perímetro. **Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática**. São Paulo, 2016.

BUENO, S. **Minidicionário da língua portuguesa**. São Paulo, 2001.

BUENO, C.; GUÉRIOS, E. C. Alfabetização Matemática, manifestações de estudantes do primeiro ciclo sobre Geometria. **Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática**. Salvador, 2010.

CARDOSO, E. J.; NASSER, L. Adaptação da teoria de Van Hiele para o tópico de funções no Ensino Médio. **Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática**. São Paulo, 2016.

CHIELE, J. N.; KAIBER, C. T. Geometria no Ensino Médio: um estudo sobre o desenvolvimento dos conceitos de comprimento, área e volume. **Anais do IX Encontro Nacional de Educação Matemática**. Belo Horizonte, 2007.

CLEMENTE ET AL. Ensino e aprendizagem da Geometria: um estudo a partir dos periódicos em educação Matemática. **Anais do Encontro Mineiro de Educação Matemática**. Juiz de Fora, 2015.

COSTA, A. P.; SANTOS, M. R. Um estudo sobre o pensamento geométrico de estudantes de licenciatura em Matemática no estado de Pernambuco. **Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática**. São Paulo, 2016.

CROWLEY, M. L. **O modelo de Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico**. São Paulo: 1994.

FERNER, D. L.; ROMIO, L. C.; SOARES, M. A. S.; MARIANI, R. C. P. Geometria espacial: análise de uma coleção de livros didáticos do Ensino Médio. **Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática**. São Paulo, 2016.

FERREIRA, F. E. Ensino e aprendizagem de poliedros regulares via teoria de Van Hiele com origami. **Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática**. Curitiba, 2013.

FERREIRA, L. H.C.; LAUDARES, J. B. Desenvolvimento do Pensamento Geométrico na visualização de figuras espaciais, por meio da metodologia de oficinas. **Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática**. Salvador, 2010.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GOMES, R. C. S.; GHEDIN, E. O desenvolvimento cognitivo na visão de Jean Piaget e suas implicações a educação Científica. **Atas do VIII ENPEC – Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências**. Rio de Janeiro: ABRAPEC, 2012. v. 1. p. 1-14. Disponível em: <<http://www.nutes.ufrj.br/abrapec/viiienpec/resumos/R1092-2.pdf>>. Acesso em 15 de junho de 2017.

KALEFF, A. M.; HENRIQUES, A. S.; REI, D. M.; FIGUEIREDO, L. G. Desenvolvimento do Pensamento Geométrico – O Modelo de Van Hiele, **Bolema**, Rio Claro. Nº 10, pp.21- 30, 1994.

KALEFF, A. M. M. R.; ROBAINA, D. T.; DORNAS, R. F. Capacitando professores-tutores para o ensino de Geometria a distância. **Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática**. Salvador, 2010.

KALEFF, A. M. M. R.; ROSA, F. M. C.; VOTTO, B. G. Uma aplicação de materiais didáticos no ensino de Geometria para deficientes visuais. **Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática**. Salvador, 2010.

KALEFF, A. M.; VOTTO, B. G.; CORRÊA, B. M.; ROBAINA, D. T. NASCIMENTO, R.S. A democratização e a popularização da Matemática na Universidade Federal Fluminense: o museu interativo do laboratório de ensino de Geometria. **Anais do IX Encontro Nacional de Educação Matemática**. Belo Horizonte, 2007.

KLAUS, T. S.; PAZOS, R. E. P.; BAUMGARTEN, R. L. O uso de animações como apoio à aplicação do esquema de Van Hiele no ensino de Matemática. **Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática**. Salvador, 2010.

LIRA, A. K. M. BRANDÃO, J. C. Deficiência visual e o ensino de Geometria. **Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática**. Salvador, 2010.

LOPES, M. L. M. L.; NASSER, L. **Geometria na era da imagem e do movimento**. Rio de Janeiro: Projeto Fundação IM/UFRJ, 1996.

LORENZATO, S. Por que não Ensinar Geometria? **Educação Matemática em Revista**, n. 4, p. 3-13, 1995. Edição Especial.

LYRA-SILVA, G. M. V.; AZEVEDO, G. T. A Geometria da tartaruga: contribuições do *superlogo* no desenvolvimento do pensamento geométrico. **Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática**. São Paulo, 2016.

MARCA, A.; BIESDORF, J.; BENNEMANN, M. Construções geométricas como recurso pedagógico nas aulas de Matemática do Ensino Médio. **Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática**. São Paulo, 2016.

MARTINS, H. G.; SILVA, M. A. R.; PUGGIAN, C. Geometria finita como uma alternativa metodológica para o desenvolvimento do pensamento geométrico: uma experiência com alunos do Ensino Médio. **Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática**. Curitiba, 2013.

MISKULIN, R. G. S. Aprendizagem colaborativa e conhecimento compartilhado no contexto da formação reflexiva de professores. **Anais do VII Encontro Nacional de Educação Matemática**. Rio de Janeiro, 2001.

MORACO, A. S. C. T.; PIROLA, N. A. Visualização e representação geométrica e sua contribuição na formação do pensamento geométrico em alunos do Ensino Médio. **Anais do IX Encontro Nacional de Educação Matemática**. Belo Horizonte, 2007.

MORELATTI, M. R. M.; SOUZA, L. H. G. **Aprendizagem de conceitos geométricos pelo futuro professor das séries iniciais do Ensino Fundamental e as novas tecnologias**. Educar, Curitiba, n. 28, p. 263-275, 2006. Editora UFPR.

MORETT, G. T.; KALEFF, A. M. M. R. Uma análise dos conteúdos de Geometria de uma das coleções de livros didáticos do Ensino Médio mais solicitadas pelas escolas públicas

brasileiras ao Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. **Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática**. Salvador, 2010.

NASCIMENTO, E. C. O desenvolvimento do pensamento geométrico, interação social e origami. **Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática**. São Paulo, 2016.

NASSER, L. O desenvolvimento do raciocínio em Geometria. **Boletim do GEPEM**, ano XV, nº 27, 1990.

NETO, R. V. Reflexões sobre a aprendizagem significativa em Geometria. **Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática**. São Paulo, 2016.

PACHECO, D. R.; PIRES, C. M. C. Investigações a respeito da construção de conhecimentos geométricos pelas crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental. **REnCiMa**, v. 5, n. 2, p. 18-34, 2014. Disponível em: <http://revistapos.cruzeirosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/899/721>. Acesso em: 15 de outubro de 2017.

PASSOS, M. M. ANDRADE, E. C.; ARRUDA, S. M. **Uma educação geométrica apresentada no Boletim Gepem (1976-2010)**. Londrina, 2013.

PARZYSZ, B. La géométrie dans l'enseignement secondaire et en formation de professeurs des écoles : de quoi s'agit-il ? In: **Quaderni di Ricerca in Didattica**. n. 17. Italia: Universidade de Palermo, 2006.

PEREIRA, P. S.; LOPES, A. R. L. V.; ANDRADE, S. V. R. Utilizando o software Cabri Géomètre II como metodologia de ensino. **Anais do IX Encontro Nacional de Educação Matemática**. Belo Horizonte, 2007.

PLAZA, E. M. O espaço e suas relações: discutindo o pensamento geométrico das crianças. **Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática**. São Paulo, 2016.

QUARTIERI, M. T.; REHFELDT, M. J. H. Investigando conceitos no ensino de Geometria. **Anais do IX Encontro Nacional de Educação Matemática**. Belo Horizonte, 2007.

REZENDE, A. M. S. **Um levantamento sobre os saberes geométricos no periódico histemat: primeiras aproximações**. XV Seminário Temático. Rio Grande do Sul, 2017.

SAMPAIO, R. F.; MANCINI, M. C. **Estudos de Revisão Sistemática: um guia para síntese criteriosa da evidência científica**. Ver. bras. fisioter., São Carlos, v. 11, n. 1, p. 83-89, jan./fev. 2007.

SANTOS, M. C. O Cabri-Géomètre e o desenvolvimento do pensamento geométrico: o caso dos quadriláteros. **Anais do VII Encontro Nacional de Educação Matemática**. Rio de Janeiro, 2001.

SANTOS, M. R. Teoria de Van Hiele: uma alternativa para o ensino da Geometria no 2º ciclo. **Anais do IX Encontro Nacional de Educação Matemática**. Belo Horizonte, 2007.

SANTOS, M. S.; SANT'ANNA, N. F. P. Caderno de atividades como apoio para o desenvolvimento do pensamento geométrico. **Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática**. São Paulo, 2016.

SILVA, M. P. C.; PEREIRA, C. H.C. Curso de Geometria à distância para professores. **Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática**. Recife, 2004.

SOUZA, C. F.; BARBOSA, A. M. Uma experiência numa turma de 9º ano do ensino fundamental com o estudo de quadriláteros e de isometrias no plano, segundo a teoria de Van Hiele. **Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática**. São Paulo, 2016.

VIANA, O. A. O SIMAVE – Sistema Mineiro de Avaliação da Educação Pública: desempenho dos alunos, conceitos e habilidades em Geometria espacial e a matriz de referência do PROEB. **Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática**. Salvador, 2010.

VIANA, O. A.; OLIVEIRA, C. C.; MIRANDA, J. A.; COSTA, J. P. S. PRONIM – Programa de Nivelamento para o Curso de Matemática: Formação conceitual e desenvolvimento de competências e habilidades em álgebra e Geometria elementar. **Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática**. Salvador, 2010.

VIANA, O. A.; SILVA, R. M. M.; SILVA, B. A. R. Relações entre atitudes e concepções de professores acerca da Geometria. **Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática**. Curitiba, 2013.

VIERA, G.; ALEVATTO, N.S.G. A produção de sólidos geométricos à luz do Modelo de Van Hiele. **REnCiMa**, Edição Especial: **Anais do IV Encontro de Produção Discente**. v. 6, n. 1, p. 43-53, 2015. Disponível em: <http://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/1033/731>. Acesso em 29 de maio de 2018.

VITAL, C.; MARTINS, E. R.; SOUZA, J. R. O uso de materiais concretos no ensino de Geometria. **Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática**. São Paulo, 2016.

ZAMBON, A. E. C. **A Geometria em cursos de pedagogia da região de Presidente Prudente-SP**. Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Ciências e Tecnologia de Presidente Prudente – FCT/UNESP. Presidente Prudente/SP, 2010.