

## RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS ADITIVOS: um ensaio teórico

**Jutta Cornelia Reuwsaat Justo**  
Doutora em Educação (UFRGS)  
Universidade Luterana do Brasil  
jcrjusto@gmail.com

### Resumo

O artigo discute a resolução de problemas matemáticos aditivos nos anos iniciais do Ensino Fundamental, pretendendo contribuir para o ensino e a aprendizagem da resolução de problemas aditivos, a partir da diversidade de categorias semânticas envolvidas no campo conceitual aditivo e o uso da representação no ensino e na aprendizagem desse campo conceitual. Como premissas deste ensaio temos que o conhecimento do professor sobre a complexidade do campo aditivo, a variedade semântica de problemas que o compõem e suas representações são fatores relevantes para a aprendizagem da resolução de problemas aditivos pelos alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

**Palavras-chave:** Educação Matemática. Resolução de Problemas. Problemas aditivos. Representação. Ensino Fundamental.

### Abstract

The paper discusses mathematics problems solving in primary school, intending to contribute to the teaching and learning of additives problems solving, from the diversity of semantic categories involved in the additive conceptual field and the use of representation in teaching and learning. The premise of this essay is that the teacher's knowledge about the complexity of the additive field, the semantic variety of additive problems and their representations are important factors for learning additives problem-solving by students of the primary school.

**Keywords:** Mathematics Education. Problem solving. Additive problems. Representation. Primary school.

### Introdução

Nos anos iniciais do Ensino Fundamental, a resolução de problemas matemáticos se destaca por ser uma das áreas mais evidentes das dificuldades das crianças. Os professores desse nível de ensino, quando solicitados a comentarem sobre as dificuldades de seus alunos, trazem que estes não sabem interpretar os problemas

matemáticos e que apresentam muita insegurança em reconhecer qual operação matemática os resolve. Quando a questão se refere ao ensino de problemas matemáticos, também é revelada outra dificuldade. Ao propormos que estudantes do curso de Pedagogia falem sobre as suas dificuldades para ensinar Matemática, a resolução de problemas surge como uma necessidade de estudo. Como fazer para ensinar a criança a interpretar e resolver os problemas matemáticos corretamente? Mesmo professores experientes apresentam essa dúvida ou dificuldade, sejam eles ainda estudantes de Pedagogia ou professores com graduação já concluída.

A cada semestre letivo, na disciplina de Matemática Aplicada à Educação Infantil e aos Anos Iniciais do Curso de Pedagogia, questionamos aos alunos como eles fazem ou fariam para selecionar os problemas matemáticos a serem propostos aos alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. A resposta mais comum é que selecionam o problema pela operação que o resolve. Essa forma de seleção pode trazer dificuldades para a aprendizagem dos alunos. Por exemplo, nos seguintes problemas aditivos “*Antônio tinha 22 figurinhas. Ganhou de seu amigo Bruno mais 18 figurinhas. Quantas figurinhas Antônio têm agora?*” e “*Em uma partida perdi 22 bolas de gude, ficando com 18. Quantas bolas de gude eu tinha no início do jogo?*”, o primeiro se refere a *ganhar* e o outro a *perder*, no entanto, os dois se resolvem com uma adição e com a mesma operação matemática:  $22+18=40$ .

A partir dessa reflexão inicial, discutimos a metodologia da resolução de problemas matemáticos, especialmente os aditivos, nos anos iniciais do Ensino Fundamental. O artigo pretende contribuir para o ensino e a aprendizagem da resolução de problemas aditivos, discutindo a diversidade de categorias semânticas envolvidas no campo conceitual aditivo e o uso da representação no ensino e na aprendizagem desse campo conceitual.

Como premissas deste ensaio temos que o conhecimento do professor sobre a complexidade do campo aditivo, a variedade semântica de problemas que o compõe e suas representações são fatores relevantes para a aprendizagem da resolução de problemas aditivos pelos alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

## **O campo conceitual aditivo**

A teoria dos campos conceituais se refere a uma perspectiva de desenvolvimento ao enfatizar que “não é em alguns dias ou em algumas semanas que uma criança adquire uma competência nova ou compreende um conceito novo, mas, sim, ao longo de vários anos de escola e de experiência” (VERGNAUD, 2011, p. 16). Para Vergnaud (1990, 1996, 2009, 2011), um campo conceitual define-se pelo conjunto de situações cuja compreensão necessita do domínio de vários conceitos de naturezas diferentes. Vergnaud (1990) enfatiza que a primeira entrada de um campo conceitual é a das situações e que a segunda entrada seria a dos conceitos e dos teoremas. As situações estão ligadas à realidade que dá significado aos conceitos e é através das situações e dos problemas a resolver que um conceito adquire sentido para a criança. Duas ideias são fundamentais: existe uma grande variedade de situações num dado campo conceitual e as variáveis de situação são um meio de gerar, de maneira sistemática, o conjunto das classes de problemas possíveis; e os conhecimentos dos alunos são modelados pelas situações que eles encontraram e dominaram progressivamente, ao longo do tempo e de suas experiências com situações variadas, sobretudo pelas primeiras situações suscetíveis de dar sentido aos conceitos e aos procedimentos que se quer ensinar a eles.

Vergnaud (1990) define o campo conceitual das estruturas aditivas como o conjunto de situações que pedem uma adição, uma subtração ou uma combinação das duas operações para serem resolvidas e, ao mesmo tempo, pelo conjunto dos conceitos e teoremas que permitem analisar essas situações como tarefas matemáticas. Na fase de iniciação aritmética, o autor assevera que as crianças precisam ser colocadas frente a situações de adição e de subtração, devendo estas ser respeitadas pelo significado natural das transformações que as envolvem.

Uma classificação de situações-problema foi proposta por Vergnaud (1990) pelas “relações aditivas de base”, ou seja, pelas “operações de pensamento”, ou o “cálculo relacional”, necessárias à sua resolução.

Em suma, ele identificou seis classes principais de problemas aditivos: composição de duas medidas numa terceira, transformação (quantificada) de uma

medida inicial em uma medida final, relação (quantificada) de comparação entre duas medidas, composição de duas transformações, transformação de uma relação e composição de duas relações.

Assim como Vergnaud, outros pesquisadores (CARPENTER; HIEBERT; MOSER, 1983; FAYOL, 1996; NESHER; GREENO; RILEY, 1982; NUNES; BRYANT, 1997; RILEY; GREENO; HELLER, 1983) focaram seus estudos na aprendizagem das estruturas aditivas, classificando os problemas aditivos segundo sua estrutura semântica e não mais pelas operações matemáticas que os resolvem. Estes pesquisadores categorizaram os problemas aditivos em quatro categorias semânticas: transformação, combinação, comparação e igualação. Com base nessas pesquisas, vários estudos vêm sendo desenvolvidos mais recentemente, dos quais daremos ênfase em alguns.

A classificação em categorias semânticas ainda é pouco conhecida pelos professores que ensinam matemática no Ensino Fundamental, sendo assim pouco trabalhada nas escolas (BRANDÃO; SELVA, 1999; JUSTO, 2007, 2009; MAGINA et al., 2001, 2010). Duas situações-problema são consideradas prototípicas de adição e pelas quais as crianças dão um primeiro sentido a essa operação: a reunião de duas partes em um todo e a transformação de uma quantidade inicial (BRANDÃO; SELVA, 1999; MAGINA et al., 2001; VERGNAUD, 2011). As figuras 1 e 2 ilustram essas situações.

Figura 1: Problema prototípico de adição, com reunião de duas partes em um todo, elaborado por uma criança de 6 anos em fase de alfabetização.



Fonte: Justo (2000).

ISSN 2177-9309

Figura 2: Problema prototípico de adição, com transformação de uma quantidade inicial, elaborado por uma criança de 6 anos em fase de alfabetização.



Fonte: Justo (2000).

Considerando a semântica dos problemas matemáticos, vinte problemas aditivos foram discriminados em quatro categorias de situações: transformação, combinação, comparação e igualação (BRANDÃO; SELVA, 1999; GARCÍA; JIMÉNEZ; HESS, 2006; JIMÉNEZ; GARCÍA, 2002; JUSTO, 2009; MIRANDA; GIL-LLARIO, 2001; ORRANTIA, 2006). Duas dessas categorias referem-se explicitamente a uma ação - transformação e igualação -, enquanto as outras duas estabelecem uma relação estática entre as quantidades do problema - combinação e comparação (ORRANTIA, 2006). Cada uma das quatro categorias semânticas de situações pode identificar distintos tipos de problemas dependendo de que quantidade é desconhecida, ou seja, qual é o lugar da incógnita. É importante que essas variações sejam conhecidas pelos professores, porque indicam um problema diferente que exigirá da criança diferentes estratégias de solução.

Vejam as categorias semânticas dos problemas aditivos nos quadros 1 e 2.

Quadro 1: Categorias Semânticas de Problemas Aditivos (Parte I)

|   |   |
|---|---|
| <p><b>TRANSFORMAÇÃO (T)</b> - Expressam uma ação direta sobre uma quantidade que causa um aumento ou um decréscimo, quer dizer, uma situação inicial sofre uma mudança e transforma-se em uma situação final.</p> | <p><b>1. Acrescentar. Resultado desconhecido.</b><br/>Antônio tinha 12 figurinhas. Ganhou de seu amigo Bruno mais 8 figurinhas. Quantas figurinhas Antônio tem agora?</p>                               |
|   | <p><b>2. Diminuir. Resultado desconhecido.</b><br/>Gláucia tinha 14 moedas. Ela deu 3 moedas para Mônica. Com quantas moedas ela ficou?</p>   |
|   | <p><b>3. Acrescentar. Mudança desconhecida.</b><br/>Sara tinha 5 chaveiros. Então ganhou de Cristina mais alguns chaveiros. Agora Sara tem 12 chaveiros. Quantos chaveiros Sara ganhou de Cristina?</p> |
|   | <p><b>4. Diminuir. Mudança desconhecida.</b><br/>Janaína tinha 22 lápis de cores. Na escola, ela deu alguns para suas amigas. Janaína agora tem 8 lápis. Quantos lápis ela deu?</p>                     |
|   | <p><b>5. Acrescentar. Início desconhecido.</b><br/>No meu aquário, há alguns peixes. Então eu coloquei mais 4 peixes. Agora eu tenho 12 peixes. Quantos peixes eu tinha antes?</p>                      |
|   | <p><b>6. Diminuir. Início desconhecido.</b><br/>Em uma partida, perdi 12 bolas de gude, ficando com 21. Quantas bolas de gude eu tinha no início do jogo?</p>   |
| <p><b>COMPARAÇÃO (CP)</b> - Comparam quantidades. A relação entre os números do problema é estática, ou seja, eles não sofrem mudanças.</p>   | <p><b>1. Mais que. Diferença desconhecida.</b><br/>Alice tinha 12 balas. Irene tinha 5 balas. Quantas balas Alice tem a mais que Irene?</p>   |
|   | <p><b>2. Menos que. Diferença desconhecida.</b><br/>Meu tio tem 48 anos e minha tia tem 29. Quantos anos minha tia tem a menos que meu tio?</p>   |
|   | <p><b>3. Mais que. Quantidade menor desconhecida.</b><br/>Luciana colheu 34 laranjas e ela colheu 16 a mais do que sua irmã. Quantas laranjas colheu sua irmã?</p>                                      |
|   | <p><b>4. Menos que. Quantidade menor desconhecida.</b><br/>Minha mãe tem 42 anos e minha tia tem 14 anos a menos do que ela. Qual a idade da minha tia?</p>   |
|   | <p><b>5. Mais que. Quantidade maior desconhecida.</b><br/>Roberto comprou uma lapiseira por 12 reais e um caderno que custou 9 reais a mais que a lapiseira. Quanto custou o caderno?</p>               |
|   | <p><b>6. Menos que. Quantidade maior desconhecida.</b><br/>Joel ganhou em uma partida 43 bolas de gude. Ele ganhou 18 a menos do que André. Quantas bolas André ganhou?</p>                             |

(Adaptado de: JUSTO, 2009)

Quadro 2: Categorias Semânticas de Problemas Aditivos (Parte II)

|   |  |
|---|--|
| <p><b>IGUALAÇÃO (I)</b> -<br/>Acarretam a comparação de duas quantidades e uma mudança de uma dessas quantidades para que uma igualdade seja estabelecida. Essa categoria de situações pode ser considerada como uma mescla das duas categorias anteriores, comparação e transformação.</p> | <p><b>1. Acréscimo. Valor de igualação desconhecido.</b><br/>Na casa de Adriano existem 22 árvores e na de Roberto existem 14. Quantas árvores Roberto precisa plantar para ficar com a mesma quantidade de árvores que Adriano?</p>   |
|   | <p><b>2. Decréscimo. Valor de igualação desconhecido.</b><br/>Na 4ª série, há 35 cadeiras e 26 crianças. Quantas cadeiras eu preciso retirar da sala para ficar com a mesma quantidade do que de crianças?</p>   |
|   | <p><b>3. Acréscimo. Fazer o valor conhecido igualar.</b><br/>Marcelo tem 15 reais. Se a sua mãe lhe der mais 9, ele terá a mesma quantia que Davi. Quantos reais tem Davi?</p>   |
|   | <p><b>4. Decréscimo. Fazer o valor desconhecido igualar.</b><br/>No ônibus que vai para POA, há 17 pessoas; se 6 pessoas descerem do ônibus que vai a Feliz, haverá o mesmo número de pessoas nele como no ônibus que vai para POA. Quantas pessoas estão no ônibus que vai a Feliz?</p> |
|   | <p><b>5. Acréscimo. Fazer o valor desconhecido igualar.</b><br/>Meu vestido tem 12 botões. Se o vestido de minha irmã tivesse 5 botões a mais, ele teria o mesmo número de botões que o meu. Quantos botões tem o vestido de minha irmã?</p>   |
|   | <p><b>6. Decréscimo. Fazer o valor conhecido igualar.</b><br/>Neco tem 13 carrinhos. Se ele der 9 dos seus carrinhos, ele terá o mesmo número de carrinhos que Zeca. Quantos carrinhos tem Zeca?</p>   |
| <p><b>COMBINAÇÃO (CB)</b> -<br/>Implicam situações estáticas entre uma quantidade e suas partes.</p>  | <p><b>1. Todo desconhecido.</b><br/>Alexandre tem 8 bombons e Leandro tem 14. Quantos bombons eles têm ao todo?</p>  |
|   | <p><b>2. Parte desconhecida.</b><br/>Patrícia e Gabriel colecionam chaveiros. Eles têm, juntos, 22 chaveiros. Gabriel tem 14. Quantos chaveiros Patrícia tem?</p>  |

(Adaptado de: JUSTO, 2009)

Em cada uma das categorias semânticas encontram-se problemas canônicos e não canônicos. Os problemas canônicos são aqueles que podem ser resolvidos a partir da modelagem direta da situação apresentada no problema, ou seja, a operação que o resolve é a mesma da situação apresentada. Os problemas não canônicos apresentam uma situação aditiva que requer uma subtração para ser resolvida, ou vice-versa. Eles são mais difíceis de resolver do que os canônicos, pois requerem um conhecimento conceitual mais avançado (ORRANTIA, 2006). O quadro 3 classifica os diferentes tipos de problemas em canônicos e não canônicos, segundo as pesquisas de García, Jiménez e

Hess (2006), Jiménez e García (2002), Justo (2009), Miranda e Gil-Llario (2001), Orrantia (2006), Pessoa (2002) e Sá (2002).

Quadro 3: Classificação dos problemas aditivos em canônicos e não canônicos.

|                          |               |               |
|--------------------------|---------------|---------------|
| <b>TRANSFORMAÇÃO (T)</b> | Canônicos     | T1, T2, T4    |
|                          | Não canônicos | T3, T5, T6    |
| <b>COMPARAÇÃO (CP)</b>   | Canônicos     | CP1, CP3, CP6 |
|                          | Não canônicos | CP2, CP4, CP5 |
| <b>IGUALAÇÃO (I)</b>     | Canônicos     | I2, I3, I6    |
|                          | Não canônicos | I1, I4, I5    |
| <b>COMBINAÇÃO (CB)</b>   | Canônico      | CB1           |
|                          | Não canônico  | CB2           |

(Adaptado de: JUSTO, 2009)

Logo, dentre os vinte problemas aditivos existem aqueles que são mais difíceis de ser resolvidos por exigirem um conhecimento conceitual mais avançado que os outros. Como já foi abordado anteriormente, a influência da compreensão do problema matemático está apoiada na significação semântica que a situação do problema sugere, podendo-se afirmar que tanto a semântica quanto a posição da incógnita influenciam a construção do conhecimento sobre o campo aditivo. Assim sendo, o ensino da resolução de problemas aditivos precisa levar em conta a complexidade desse campo conceitual e, portanto, o conhecimento do professor sobre o campo conceitual aditivo é essencial para a aprendizagem dos alunos.

### Resolução de problemas aditivos

Enquanto a criança permanece ligada ao contexto da situação apresentada no problema, sem dominar as relações entre as operações de adição e de subtração, ela tenta resolver pela operação que caracteriza o problema, ou seja, se a situação é aditiva, ela resolve pela adição, se a situação é subtrativa, ela usa a subtração (JUSTO, 2000). Ou, por vezes, ela se liga a palavras-chave como “mais”, “ganhou” ou outras para escolher a operação. Em crianças escolarizadas, Justo (2000) verificou que, até o 3º ano do Ensino Fundamental, o uso da adição para resolver diferentes problemas aditivos,

canônicos ou não canônicos, que pedem uma subtração, ainda é muito frequente. O avanço no uso da subtração para a resolução desse tipo de problema aditivo se dá, mais comumente, no período que compreende o 3º e o 4º ano, entre os 8 e 9 anos de idade (JUSTO, 2000).

Logo, a questão “É de mais... ou de menos?...” permeia a resolução dos problemas aditivos pelas crianças. A oscilação entre a adição e a subtração aparece de forma explícita ou mesmo implícita em suas tentativas de solução. Transparece na fala de crianças, nas dúvidas apresentadas, nas suas ações sobre os materiais, nas estratégias de contagem, de composição e de modelagem, assim como na escrita das operações (JUSTO, 2004).

Vasconcelos (1998) afirma que a dúvida das crianças “É de mais ou de menos?” traduz-se como um problema de ensino que pode estar expresso na ênfase excessiva no cálculo numérico, pelo trabalho com “palavras-chave”, por não se trabalhar com a compreensão dos problemas, por não se identificarem nem se analisarem as diferenças entre diversos tipos de problemas e pelo uso indiscriminado de material concreto. Acreditamos, porém, que a questão é muito mais complexa. Justo (2004) aponta que uma possível fonte dessa problemática está na gênese desses problemas e dessas operações, ou seja, em sua estrutura aditiva, e que, talvez por isso, somente um ensino adequado não seja o suficiente para dar conta dela, pois a problemática também é de aprendizagem. A dúvida “mais... ou menos?...” surge durante a construção desse campo conceitual, no qual a adição e a subtração encontram-se profundamente imbricadas; em que relações, esquemas, operações, estruturas operatórias, propriedades e invariáveis são construídas e reconstruídas num constante ir e vir. Não há como evitar essa dúvida ou oscilação durante a construção do campo conceitual aditivo, pois esta se constitui num conflito cognitivo importante, que passa por diferentes caminhos ou formas de raciocinar sobre a solução de problemas aditivos. Assim, entendemos que “o segredo da aprendizagem pode estar muito mais na relação entre como se ensina e como se aprende” (JUSTO, 2004, p. 118).

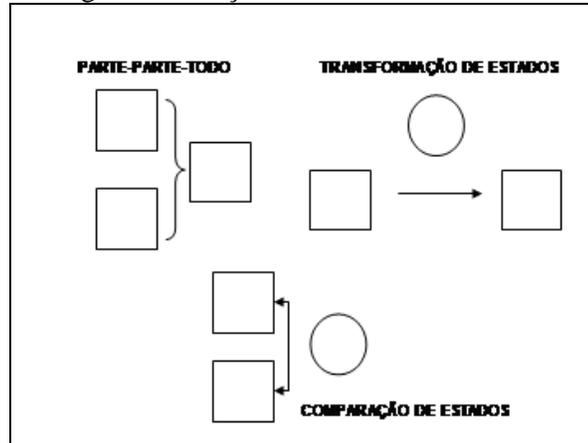
Orrantia (2003) ressalta que o conhecimento conceitual tem papel importante no processo de resolução de problemas e que, possivelmente, seja a causa das dificuldades

que muitos alunos encontram para solucionar aqueles mais difíceis. Concordamos com Orrantia (2003) ao defender que não resolve apenas aumentar a variabilidade dos problemas propostos aos alunos, incluindo os mais difíceis, mas é fundamental proporcionar a eles a aprendizagem de estratégias apropriadas em função dos modelos teóricos que descrevem o processo de resolução de problemas. Atualmente, a representação tem sido considerada uma importante etapa na resolução de problemas aditivos. A elaboração de uma representação é concebida como o processo pelo qual se estabelecem vínculos entre a situação proposta no problema, a rede semântica da pessoa, seu conhecimento de procedimentos e seu conhecimento geral acerca das relações matemáticas e espaciais (RESNICK; FORD, 1998).

Nickerson, Perkins e Smith (1994) lembram que, para conseguir solucionar um problema que está sendo considerado como difícil, se faz necessário procurar um modo radicalmente diferente de representá-lo. A isso podemos agregar a ideia de Resnick e Ford (1998) que sugerem a utilização de uma forma de representação intermediária (física ou visual), não linguística, pois esta representação manteria a informação do problema em um formato que se supõe seja mais acessível, enquanto se executam os cálculos, reduzindo a carga da memória e, portanto, a probabilidade de erros.

Para as situações apresentadas nos problemas aditivos, pesquisadores preocuparam-se em desenvolver representações que auxiliassem os alunos a resolverem-nos. Vergnaud (1990) elaborou uma representação para as relações de base encontradas nos problemas aditivos, das quais exemplificamos três na figura 3:

Figura 3: Relações aditivas de base.



Fonte: Vergnaud (1990).

As formas simbólicas que Vergnaud propõe estão diretamente ligadas à compreensão das relações entre as quantidades conforme apresenta a situação-problema. Vergnaud (2011, p. 26) reforça o papel do professor no ensino da resolução de problemas como “um mediador essencial”, cujo “papel não se limita a acompanhar a atividade dos alunos”, mas é essencial na “escolha das situações a serem propostas aos alunos” e na “representação de sua estrutura conceitual por meio de formas simbólicas acessíveis”.

Outro trabalho importante sobre a representação foi estudado por Nunes et al. (2005). Os pesquisadores afirmaram que o raciocínio aditivo baseia-se na coordenação de três esquemas de ação entre si: juntar, separar e colocar em correspondência; portanto, enfatizam que os alunos precisam utilizar esses três esquemas de ação ao resolver problemas do campo aditivo. O uso de calculadoras, de diferentes representações gráficas e de retas numéricas (Figura 4) como auxílio para representar o raciocínio matemático usado para resolver os problemas foi sugerido por eles a partir de resultados de pesquisas anteriores: Magina e Campos (2004) e Magina et al. (2001).

Figura 4: O uso da reta numérica para a resolução de um problema de transformação aditiva com início desconhecido.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11

Resp.:

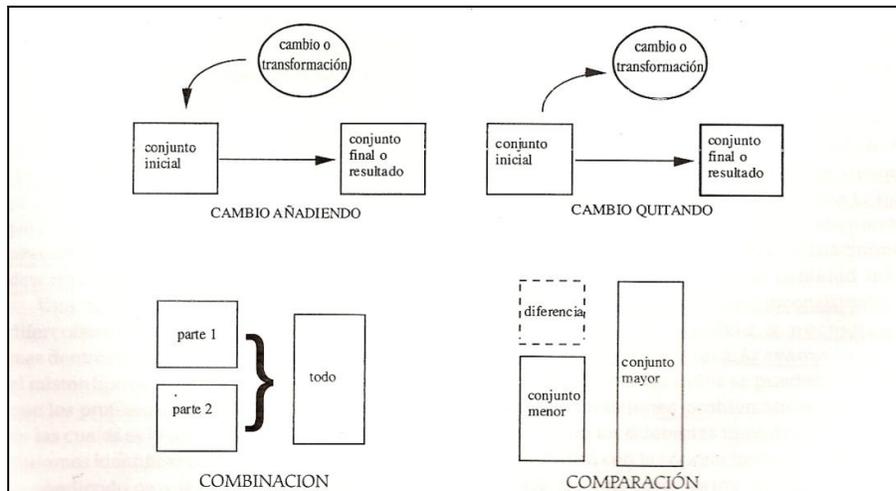
Sandra tinha alguns doces. Sua avó lhe deu mais 2. Agora ela tem 8. Quantos doces ela tinha antes? Use a linha numérica para mostrar como você encontrou a resposta. Escreva sua resposta no quadro acima.

Fonte: Nunes et al. (2005).

Em uma nova pesquisa dessas pesquisadoras (MENDONÇA et al., 2007), elas verificaram que há uma estagnação nos grupos estudados no 4º ano com relação ao avanço no desempenho, o que elas explicaram que pode estar relacionado com o fato de que, nessa série, os professores costumam enfatizar a formalização das operações para resolver os problemas e proibem o uso de recursos de representação (dedos, desenhos etc.). Este resultado reforça que diferentes usos de representação auxiliam na resolução de problemas matemáticos.

Orrantia (2003, 2006) propôs que os problemas aditivos pudessem ser ensinados a partir do uso de representações figurativas ou gráficas. Orrantia (2006) usou as representações como *ajudas* para as crianças que apresentavam dificuldades em resolver problemas aditivos (Figura 5). As representações usadas por ele foram inspiradas nas de Vergnaud (1990), mas adaptadas para a classificação de três categorias semânticas: transformação, combinação e comparação.

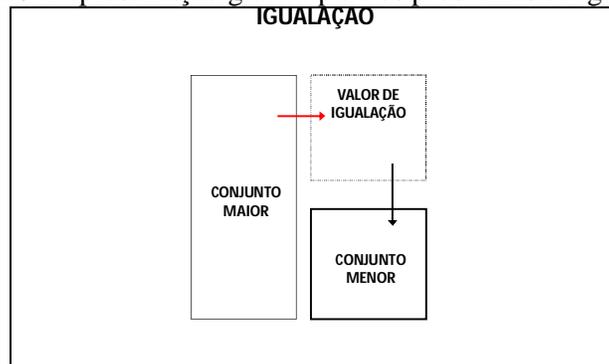
Figura 5: Representações gráficas para os problemas aditivos.



Fonte: Orrantia (2006).

Para os problemas de igualação, Justo (2009) trouxe uma representação inspirada em Orrantia (2006), apresentada na figura 6:

Figura 6: Representação gráfica para os problemas de igualação.



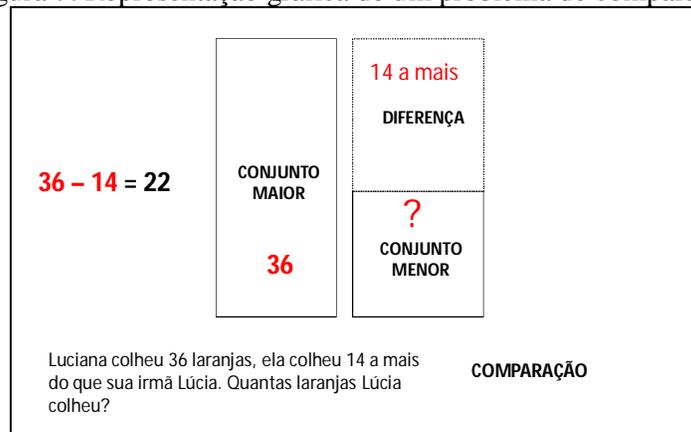
Fonte: Justo (2009).

Trabalhando com estas representações, os pesquisadores (VERGNAUD, 1990, 2009; ORRANTIA, 2006; JUSTO, 2009) pretendiam que os estudantes usassem as formas geométricas para colocarem as quantidades que o problema apresenta e as setas para indicarem as relações e os sentidos existentes entre as quantidades, conforme a

ISSN 2177-9309

semântica indicada pelo problema. O exemplo trazido na figura 7 ilustra o uso da representação:

Figura 7: Representação gráfica de um problema de comparação.



Fonte: A autora.

Os questionamentos possíveis, a partir da representação, e que serviriam como auxílio à resolução, poderiam ser: “Quem tem mais laranjas? Luciana ou Lúcia? Quantas laranjas ela tem? O que temos que fazer para descobrir quantas laranjas a Lúcia colheu? Se Lúcia tem *menos* laranjas, que conta fazemos para chegar à quantidade *menor*?” Ao refletir sobre essas questões, a representação serve como um apoio ao raciocínio e à escolha da operação matemática, no caso a subtração, que leva ao resultado do problema.

Portanto, a representação é fundamental na resolução de problemas. Segundo Vergnaud (1990, 2009), sem palavras e símbolos, a representação e a experiência não podem ser comunicadas. Assim, o pensamento é muitas vezes acompanhado, ou mesmo dirigido, por linguística e processos simbólicos. No campo da matemática, notações numéricas e algébricas desempenham um papel muito importante na conceituação e nos processos de raciocínio e, sendo assim, as representações fornecem um amparo para o pensamento na resolução de problemas matemáticos.

### **Considerações finais**

Voltando às reflexões do início desse ensaio, uma consequência da falta de conhecimento do professor sobre a diversidade de problemas do campo aditivo pode ser vislumbrada em uma das práticas escolares mais tradicionais e importantes: a avaliação. Os instrumentos de avaliação são uma fonte de construção de crenças para os alunos sobre suas próprias capacidades e habilidades de aprender. Como destacamos na reflexão inicial, se o professor não tem conhecimento sobre a diversidade de situações e categorias semânticas que envolvem o campo aditivo, ele entende que os problemas podem ser classificados pela operação matemática que os resolve. Assim, em uma situação de avaliação, ele pode escolher os problemas matemáticos segundo esse critério, não considerando a amplitude de conceitos e nem as diferenças em termos de dificuldade que os problemas aditivos apresentam. Isso pode implicar em que o professor escolha como atividade de avaliação a resolução de um tipo de problema aditivo que nunca havia sido proposto antes e, assim, o aluno pode estar se defrontando pela primeira vez com um problema aditivo dos mais difíceis e, justamente, em um momento de avaliação. Neste caso, a dificuldade não poderia ser atribuída ao aluno, pois ela se encontra no desconhecimento do professor sobre o conteúdo a ser ensinado.

O conhecimento matemático do professor, ou melhor, a falta desse conhecimento, ainda é um dos fatores do insucesso dos estudantes na Matemática. Creemos ser essa uma justificativa importante para que estudos continuem sendo feitos e que sejam divulgados nas escolas, para que alcancem a aprendizagem dos alunos.

Dessa forma, destacamos a importância de um ensino comprometido com a melhoria da aprendizagem matemática dos estudantes do Ensino Fundamental que, além de aspectos cognitivos, leve também em consideração a diversidade de situações pertencentes ao campo conceitual aditivo, o papel da representação na resolução de problemas aditivos e a metodologia da resolução de problemas.

## Referências

BRANDÃO, A. C.; SELVA, A. C. V. O livro didático na Educação Infantil: reflexão versus repetição na resolução de problemas matemáticos. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 25, n. 2, p. 69-83, jul./dez. 1999.

CARPENTER, T. P.; HIEBERT, J.; MOSER, J. M. The effect of instruction on children's solutions of addition and subtraction word problems. **Educational Studies in Mathematics**, Boston, v. 14, n. 1, pp. 55-72, 1983.

FAYOL, Michel. **A criança e o número**: da contagem à resolução de problemas. Tradução: Rosana Severino Di Leone. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

GARCÍA, A. I.; JIMÉNEZ, J. E.; HESS, S. Solving Arithmetic Word Problems: An analysis of classification as a function of difficulty in children with and without arithmetic LD. **Journal of Learning Disabilities**, vol. 39(3), p. 270-281, May/June 2006.

JIMÉNEZ, J. E.; GARCÍA, A. I. Strategy choice in solving arithmetic word problems: are there differences between students with learning disabilities, G-V poor performance and typical achievement students? **Learning Disability Quarterly**, 25, p. 113-122, Spring, 2002.

JUSTO, Jutta C. R. Os Significados das Operações Matemáticas de Adição e Subtração: a evolução da compreensão de 1ª a 4ª séries. In: V Reunión de Didactica Matemática del Cono Sur. **Anais...** Universidad de Santiago de Chile, janeiro/2000.

\_\_\_\_\_. Mais... Ou Menos?...: **A construção da operação de subtração no campo conceitual das estruturas aditivas**. 2004. Dissertação (Mestrado em Educação), Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre: UFRGS, 2004.

\_\_\_\_\_. **Aprendizagem de problemas do campo aditivo**. Projeto de Tese (Doutorado em Educação), Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre: UFRGS, 2007.

\_\_\_\_\_. **Resolução de problemas matemáticos aditivos**: possibilidades da ação docente. Tese (Doutorado em Educação), Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre: UFRGS, 2009.

ISSN 2177-9309

MAGINA, S.; CAMPOS, T. As estratégias dos alunos na resolução de problemas aditivos: um estudo diagnóstico. **Educação Matemática Pesquisa. Educ.** São Paulo, v.6 n.1, p. 53-71, 2004.

MAGINA, Sandra et al. **Repensando Adição e Subtração**: contribuições da teoria dos campos conceituais. São Paulo: PROEM Editora, 2001.

MAGINA, Sandra et al. As Estratégias de Resolução de Problemas das Estruturas Aditivas nas Quatro Primeiras Séries do Ensino Fundamental. **Zetetiké**, Cempem, FE, Unicamp, v. 18, n. 34, jul/dez, 2010.

MENDONÇA, T. M. et al. As estruturas aditivas nas séries iniciais do Ensino Fundamental: um estudo diagnóstico em contextos diferentes. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, 2007, vol.10, n.2. pp. 219-239.

MIRANDA, A.; GIL-LLARIO, M. D. Las Dificultades de Aprendizaje en las Matemáticas: concepto, manifestaciones y procedimientos de manejo. **Revista de Neurologia Clínica**, 2(1), p. 55-71, 2001.

NESHER, P.; GREENO, J. G.; RILEY, M.S. The development of semantic categories for addition and subtraction. **Educational Studies in Mathematics**, Boston, v. 13, n.4, pp. 373-394, nov-dec., 1982.

NICKERSON, R. S.; PERKINS, D. N.; SMITH, E. E. **Enseñar a pensar**: aspectos de la aptitud intelectual. Barcelona, España: Paidós/M.E.C., 1994.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artmed, 1997.

NUNES, T. et al. **Educação Matemática**: números e operações numéricas. São Paulo: Cortez, 2005.

ORRANTIA, Joesetxu. El rol del conocimiento conceptual em la resolución de problemas aritméticos com estructura aditiva. **Infancia y Aprendizaje**, vol. 26(4), p. 451-468, 2003.

\_\_\_\_\_. Dificultades en el Aprendizaje de las Matemáticas: una perspectiva evolutiva. **Revista de Psicopedagogia**, vol 23(71), pp. 158-180, 2006.

PESSOA, C. A. S. Interação Social: uma análise do seu papel na superação de dificuldades de resolução de problemas aditivos. **Anais da 25ª ANPED**, set/out, 2002. Disponível em: <http://www.anped.org.br/25> Acesso em 09 jan. 2004.

RESNICK, Lauren B.; FORD, Wendy W. **La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos**. Barcelona, España: Paidós, M.E.C., 1998.

RILEY, M. S.; GREENO, J. G.; HELLER, J. I. Development of children's problem-solving ability in arithmetic. In: GINSBURG, H. (Ed.). **The Development of Mathematical Thinking**. New York: Academic Press, 1983.

SÁ, Pedro F. Porque alguns problemas aditivos são mais difíceis que outros? **Anais do V Encontro Pernambucano de Educação Matemática**, out, 2002. Disponível em: [http://www.dmat.ufpe.br/~mro/extensao/v\\_epem/anais](http://www.dmat.ufpe.br/~mro/extensao/v_epem/anais). Acesso em 09 jan. 2004.

VASCONCELOS, Leila. Problemas de adição e subtração: modelos teóricos e práticas de ensino. In: SCHLIEMANN, A.; CARRAHER, D. (orgs.). **A compreensão de conceitos aritméticos: ensino e pesquisa**. Campinas, SP: Papirus, 1998.

VERGNAUD, Gérard. La théorie des champs conceptuels. **Recherches em Didactiques des Mathématiques**, 10 (23), p. 133-170, 1990.

VERGNAUD, Gérard. A Trama dos Campos Conceituais na Construção do Conhecimento. **Revista do Geempa**, Porto Alegre, p. 9-19, 1996.

VERGNAUD, Gérard. The Theory of Conceptual Fields. **Human Development**. 52:83-94, 2009. Acessível em [www.karger.com/hde](http://www.karger.com/hde).

VERGNAUD, Gérard. O longo e o curto prazo na aprendizagem da matemática. **Educar em Revista**, Curitiba, Brasil, n. Especial 1/2011, p.15-27, 2011.