

DINÂMICA COMUNICATIVA SOBRE NÚMEROS FRACIONÁRIOS

Josete Leal Dias

Doutoranda do Curso de Pós-Graduação do Instituto de Educação Matemática e Científica – IEMCI/UFPA. Professora da Escola de Aplicação da UFPA.
jlealdias@yahoo.com.br.

Francisco Hermes Santos da Silva

Prof. Dr. do Curso de Pós-Graduação do Instituto de Educação Matemática e Científica – IEMCI/UFPA. fhermes@ufpa.br

Resumo

Este artigo faz parte de uma pesquisa em andamento (doutorado) que visa investigar qual a compreensão dos professores do sexto ano do Ensino Fundamental sobre números fracionários na perspectiva da sociologia do conhecimento segundo Fleck. Os dados foram coletados a partir da aplicação de um teste diagnóstico envolvendo os cinco significados de fração (parte-todo, medida, quociente, operador multiplicativo e número), envolvendo vinte e um professores do sexto ano do Ensino Fundamental e do levantamento das produções acadêmicas de curso de Pós-Graduação no período de 2000 a 2010. A partir dos dados, analisamos a dinâmica comunicativa entre o Círculo Esotérico (as produções acadêmicas de Pós-Graduação) e Círculo Exotérico (os professores participantes). Como resultado, afirmamos a existência de uma comunicação intracoletiva, pois os dois círculos comungam ideias diferenciadas a respeito dos números fracionários. O primeiro assume números fracionários como metaconceito e o segundo assume números fracionários enfatizando os significados parte-todo e operador multiplicativo.

Palavras-chave: Coletivos de Pensamento. Círculos Esotéricos e Exotéricos. Formação docente. Ensino e Aprendizagem. Números Fracionários.

Abstract

This paper is part of a larger survey on level (doctorate), which aims to investigate teachers' understanding of the sixth year of elementary school on fractional numbers in perspective of sociology of knowledge according to Fleck. Following the guidelines of this epistemology we seek to identify and analyze two Collective thinking about fractional numbers called Esoteric Circle (the academic productions) and Exoteric (the teacher). Data were collected from the application of a diagnostic test involving the five meanings of fraction (part-whole, measure, quotient, number and multiplicative operator) applied to twenty-one teachers who work in the sixth year of Elementary School, and the survey of academic productions of the Pos-graduation Program in the period from 2000 to 2010 the fraction. Datas came from the analyze of the dynamic communication between Esoteric Circle (the Pos-graduation academic production) and Exoteric Circle (participating teachers) concluded by affirming the existence of a intracollective communication because they share the two circles of different ideas about the fractional numbers. The first group admits fraction as metaconcept and second accepts fraction as part-whole and multiplicative operator.



Keywords: Collective Thinking, Esoteric and exoteric circles, Teacher training, Teaching and Learning; Fractional Numbers.

INTRODUÇÃO

Discutir os objetos conceituais de matemática tem trazido à área grandes contribuições, tanto em relação ao ensino quanto à aprendizagem o que possibilita pensar nesses objetos em várias frentes de forma a subsidiar as práticas pedagógicas no sentido de assegurar a compreensão de tais objetos pelos estudantes. Dada a opção pelo objeto de investigação – números fracionários – é factual afirmar que as indagações acerca deste objeto têm sido contempladas por inúmeras contribuições que podem auxiliar na mediação dos conceitos matemáticos no exercício da prática docente.

Tal interesse tem apontado para diferentes maneiras de investigar, de indagar e de olhar o objeto em questão de acordo com o interesse de cada pesquisador. Esse interesse tem sido foco da psicologia da matemática, da história da matemática e demais linhas investigativas que se ocupam em problematizar tal conteúdo. Mas além das questões postas pela psicologia da aprendizagem e pelas teorizações conceituais, de que outras maneiras poderíamos averiguar o objeto em discussão?

Sem um olhar hermético podemos dizer que além das contribuições já postas podemos analisar o conhecimento a partir de considerações históricas e epistemológicas como questões relevantes. Esta perspectiva tem sido uma realidade no campo das ciências biológicas utilizando, entre outras opções, o referencial fleckiano no sentido de caracterizar a produção acadêmica de determinada área do conhecimento.

A este respeito podemos citar os estudos de Da Ros (2000) com foco na área de Saúde Pública, os de Delizoicov et al. (2004) enfocando a área de Educação em Ciências, os de Slongo (2004), Slongo e Delizoicov (2006) na área de Ensino de Biologia e, na área de Educação Matemática, no âmbito da Modelagem Matemática, podemos citar a pesquisa de Thiel (2011). Todos esses estudos apontam para a importância do pesquisador analisar um fato científico levando em conta os aspectos da dinâmica comunicativa das produções existentes.

Partindo de tais considerações nesse debate, e em se tratando de pesquisas no campo da Educação Matemática, nos interessa abordar o conceito de números

fracionários uma vez que estudos como SAEB (2001), Mack (1990), Nunes e Bryant (1997), Nunes et al. (2005), entre outros, têm apontado para as dificuldades da aprendizagem matemática, e em especial, as de números relativos em sua representação fracionária. Esses autores baseados nos estudos de Kieren (1986) assumem que o ensino dos números fracionários deve ter como preocupação a articulação de seus subconstrutores (parte-todo, quociente, medida, número e operador multiplicativo) para que o sujeito aprendiz possa significar de forma qualitativa o conceito de fração. Na literatura nacional o termo subconstrutores, propostos por Kieren, já citado, tem sido adjetivado como **significados de números fracionários**.

De posse desses referenciais, entre os quais, os estudos sobre os números fracionários e os estudos da epistemologia fleckiana, julgamos nesse momento pertinente averiguarmos em que medida as ideias presentes na comunidade científica - Pós-Graduação - estabelecem vínculos comunicativos sobre números fracionários com os docentes da Educação Básica? Assim sendo, intencionamos selecionar para analisar as produções acadêmicas em nível de Pós-Graduação no período de 2000 a 2010 que investigaram como temática os números fracionários. Nesse intuito objetivamos identificar o estilo de pensamento presente, bem como identificar a comunicação entre os pesquisadores e os professores que atuam no sexto ano do Ensino Fundamental.

Corroborando com Deleizoicov, Angotti e Pernambuco (2009), compreendemos o conhecimento como *partilha coletiva e fundamentalmente o sujeito como um ser que compartilha ideias com seu entorno*. Nesse sentido, nos lançamos a investigar o objeto matemático denominado números fracionários no sentido de relacionarmos as ideias de Fleck com as discussões sobre os números fracionários na perspectiva sociológica assumida pelo autor, a de que: o conhecimento é um empreendimento coletivo.

Dado o exposto, optamos por apresentar este artigo em uma estrutura que contemple as seguintes seções:

Na seção (I) denominada *sobrevoos sobre números fracionários* trazemos elementos sobre o ensino de números fracionários apresentando algumas sínteses sobre o objeto em questão objetivando proporcionar aos leitores aproximações acerca da temática.

Na seção (II) trazemos elementos da epistemologia de Fleck como contribuições da sociologia do conhecimento à área de Educação Matemática o que nos possibilita



assumir neste estudo a matemática como objeto de produção coletiva e cultural. Com isso queremos dizer que investigar os objetos conceituais como elementos da matemática cultural é reconhecê-los como produção passível de veicular valor e uma determinada forma de comunicá-los. Assim sendo, a seleção, a organização e a negociação de significados devem ser pensadas à luz de uma compreensão que inclua as formas comunicativas de determinados grupos divulgando verdades e modos de interpretar a realidade.

Na seção (III) apresentamos o percurso eleito e a maneira como chegamos a algumas sínteses desse estudo.

Na seção (IV) apresentamos os resultados, seção na qual apontamos de forma empírica as sínteses produzidas compreendendo-as como aproximações de determinado fato científico.

E finalmente na seção (V) tratamos das considerações finais buscando pontuar de maneira geral os achados deste estudo.

Sobrevoos sobre números fracionários

No âmbito do ensino e da aprendizagem deste objeto é consenso asseverar a existência de certos ritos de apresentação do tópico, a exemplo, o uso de figuras de barra de chocolate e de pizza, com ênfase, sobretudo, em situações estáticas envolvendo quantidades contínuas. Tal prática minimiza a vivência pedagógica deste objeto de estudo em contexto envolvendo quantidades discretas. Seja qual for a ênfase, é pertinente dizer que as formas mediacionais estão ligadas à maneira como o objeto é assumido por determinado(s) grupo(s). Obviamente que cada filiação teórica poderá trazer para si, usando o discurso de Vergnaud (1993, p. 30), limitações quanto ao domínio deste conteúdo como um campo conceitual. Por Campo Conceitual, Vergnaud, já citado, considera ser *um conjunto vasto, porém organizado de problemas, situações, conceitos que dão sentido ao objeto matemático*. Vergnaud (1993) ao estudar as estruturas matemáticas insere o tópico números fracionários no contexto das estruturas multiplicativas. Lessa (2011) partindo das orientações de Vergnaud apresenta a figura abaixo indicando alguns conceitos que fazem parte desse campo conceitual:



Figura 01: Representação do Campo conceitual de números fracionários.

Como pode ser visto, os exemplos de conceitos ou conteúdos matemáticos a serem ensinados e que estão acima postos é uma das possíveis relações para os números fracionários, pois podemos trazer outros elementos pertinentes a este campo conceitual. O importante é ressaltar que para a compreensão de fato do que vêm a ser números fracionários, é preciso que o sujeito aprendente vá além da identificação de sua representação fracionária em termos da clássica representação de figuras geométricas. De acordo com a literatura, essas representações correspondem ao contexto das frações unitárias, e assim, comprometem por parte do sujeito aprendente estabelecer relações lógicas que possam contemplar a complexidade do conceito em voga. Para tal é preciso compreendê-lo como uma rede de significados pertencentes a um determinado campo conceitual.

Nesse sentido, a Teoria dos Campos Conceituais - TCC - de Vergnaud vem contribuir no que diz respeito ao estudo dos objetos de aprendizagem matemática no contexto da aula. Levando em conta o objeto matemático *números fracionários* e sua rede de significações se faz premente pensar em duas ideias: uma que diz respeito ao conceito e a outra no que se refere ao significado.

Nesta teoria, enquanto o termo conceito é compreendido como triplete (C = S.I.R), termo que será melhor detalhado a seguir, o termo sentido é assumido como uma relação do sujeito – de seus conhecimentos – com as situações e com os significantes, ou seja, o sentido não é apenas uma evocação dos esquemas em determinada situação por um significante, mas da relação realizada pelo sujeito no enfrentamento das situações.



Assim compreendido, levar em conta na aprendizagem o desenvolvimento e ou utilização de um conceito é, por conseguinte, ancorar o olhar nessa terna de forma relacionada para alcançar a significação conceitual.

Mas o que significa *conceito*, em especial dos objetos matemáticos, para além de sua definição? Como exposto, um conceito é formado pela terna C (S.I.R) que significa:

(S) um conjunto das situações que dão sentido ao conceito (referente); (I) um conjunto de invariantes operatórios (teoremas-em-ação e conceitos-em-ação) em que se baseia a operacionalidade do conceito (significado); (R) um conjunto de formas de linguagem (ou não) que permitem representar simbolicamente o conceito, suas propriedades, as situações e os procedimentos de tratamento (significante) (VERGNAUD, 1993, p. 15).

Partindo desse contexto é necessário indicar que um conceito só pode ser definido a partir de situações que estão relacionadas às representações simbólicas ou por meio do conjunto de invariantes operatórios. E como esse argumento se materializa no objeto em estudo? A possibilidade para tal é compreender que (S) é o conjunto de situações que dão sentido ao conceito, e neste caso, podemos trazer os cinco significados de fração tratados por Nunes et al. (2003) que são: quociente, medida, parte-todo, número e operador multiplicativo; (I) invariantes operatórios que são as propriedades e as operações, e de modo especial, na referência de Nunes e colaboradores seriam os invariantes de ordem e equivalência; (R) o referente que diz das representações simbólicas, linguagens oral, escrita e pictória.

É inegável a contribuição da teoria dos Campos Conceituais para os estudos na área da Educação Matemática o que tem possibilitado certo número de produções visando contribuir para a melhoria do ensino. Indicar caminhos ou enfatizar certas opções tem sido a preocupação dos educadores matemáticos para a qualificação do ensino e da aprendizagem deste objeto, tanto em nível de processo de aprendizagem quanto em nível de formação docente.

Em relação aos estudos no campo da aprendizagem, no que diz respeito aos anos iniciais, entre outros, citamos Guerra e Silva (2008) que orientam o estudo de frações a partir do princípio da contagem, uma vez que esse recurso se faz presente no cotidiano dos alunos. Os autores asseveram que por meio dessa abordagem seria possível



minimizar as exigências de um pensamento fundamentado em aspectos algébricos para o ensino de frações nos anos iniciais.

Neste mesmo nível de ensino temos a contribuição de Malaspina (2007) inspirada nos trabalhos de Nunes et al. (2003) corroborando com a ideia de que o ensino dos números fracionários deveria articular os cinco significados ou subconstructores, como já mencionados acima, que constituem o campo teórico de números fracionários. A inserção desta discussão nas séries iniciais ainda é um debate em aberto uma vez que o conceito de fração contém idéias algébricas sofisticadas requerendo, portanto, um olhar atento para a questão do ensino deste conceito. Nos estudos de Malaspina, já citado, os resultados apontaram que as crianças apresentavam melhor desempenho quando eram submetidas a situações-problema envolvendo o significado quociente. Pelos estudos aqui citados, acreditamos que a problemática que envolve a aprendizagem de números fracionários ainda requer estudos.

No que tange à formação de professores, Canova (2006), em sua pesquisa, concluiu que os professores dos anos iniciais possuíam dificuldades em assimilar o conceito de números fracionários como uma rede de significados. Nesta mesma direção, Silva (2007), ao oferecer aos professores do sexto ano do Ensino Fundamental uma formação continuada envolvendo fração, concluiu que de maneira geral os professores participantes possuíam dificuldades conceituais em relação ao conceito de números fracionários. Segundo a autora, há necessidade de maior investimento em formação continuada como forma de eliminar o fosso entre o avanço científico do referido conceito e as práticas pedagógicas desenvolvidas em relação ao ensino de fração. Esse fosso foi observado por Damico (2007) na formação inicial de licenciandos em matemática, asseverando que os futuros professores saem da universidade com uma visão confusa sobre números relativos, em especial, na representação fracionária.

Entre outras considerações, essas em destaque, oferecem-nos de modo sucinto o grau de complexidade que vem a ser o debate sobre esse tema. Se por um lado, há orientações no sentido de oportunizar aos docentes caminhos para prática pedagógica, por outro, não se pode descuidar em questionar a formação conceitual do professor, uma vez que este é o protagonista da mediação, e assim, efetivar uma proposta curricular de forma satisfatória é necessário, além de outros domínios, que o professor compreenda os elementos internos do saber matemático.



Ainda neste debate, podemos citar os estudos de Amorim, (2007); Behr, Lesh, Post e Silver (1983); Catalani, (2002); Romanatto (1999), Rosa (2007), Silva (2010), anunciando as dificuldades no domínio conceitual deste objeto o que nos possibilita afirmar, mediante os estudos realizados, que as dificuldades de ensino neste tópico matemático ocorrem desde a Educação Básica até o Ensino Superior.

Mediante as observações expostas pelos estudos referenciados podemos apontar a existência de uma tendência em analisar o fato científico em destaque. A esta tendência chamaremos de estudos sobre números fracionários dentro de uma perspectiva endógena, isto porque a rota investigativa apresentada explicita análises referentes aos aspectos dos subconstrutores de números fracionários, ou seja, as investigações nos proporcionam debates sobre o fato científico em destaque, circunscrito no âmbito deste objeto como ente matemático, ou de outro modo, porque tratam o objeto em estudo em uma matriz interna ao próprio saber matemático.

Com tais contribuições percebemos a necessidade de estudos que analisem o conhecimento sobre números fracionários em seus aspectos sociológicos/exógenos, ou de outra forma, que analisem as formas de comunicação entre os Coletivos de Pensamento que atuam no âmbito da pesquisa e do ensino dos números fracionários. Nesses termos, apresentaremos alguns indicadores sobre a epistemologia de Fleck para explicitar o que vem a ser Coletivo de Pensamento, categoria investigativa fundamental para este estudo.

Poderíamos perguntar: o que justificaria essa opção – a de olhar para aspectos externos ao que já se tem pesquisado nesse assunto? Uma das respostas poderia ser: em que medida as discussões teóricas ou as finalidades formativas da formação inicial são colocadas como problemáticas do processo de profissionalização docente? E, se há dificuldades para o ensino de fração, bem como há apontamentos indicando possibilidades metodológicas, mediante essa síntese, é necessário investigar as relações entre as formulações teóricas propostas e o contexto escolar? Como pensar o ensino sobre números fracionários sem levar em conta a dinâmica comunicativa entre os sujeitos envolvidos no processo de negociação de significados dos objetos de aprendizagem matemática?

Nesses termos, consideramos que investigar sobre *em que bases comunicativas o docente divulga e negocia os significados de números fracionários* nos ajudará a

problematizar questões que ainda estão timidamente exploradas ou ainda não tocadas no que diz respeito às pesquisas no âmbito desta temática.

Além desse interesse é possível indicar que observamos na literatura, em grande parte das produções, uma invariante na maneira de investigar e de apontar as sínteses sobre as dificuldades no ensino e na aprendizagem de números fracionários. Essa invariante aponta para a ideia de que a dificuldade em relação ao ensino de fração está na *difícil tarefa do professor dominar o conceito em voga devido à complexidade conceitual envolvida neste campo numérico*. A esse foco investigativo, como já citado, denominamos de foco endógeno por se dirigir diretamente aos objetos de aprendizagem matemática.

Partindo desse pressuposto, e no sentido de traçarmos uma rota diferenciada das apresentadas em nível das produções acadêmicas, buscamos na sociologia do conhecimento analisar o objeto matemático - fração - em seus aspectos exógenos. Além de compreendermos que o ensino de fração requer o conhecimento das questões relativas ao domínio de natureza conceitual, a nosso ver, requer analisá-lo à luz de vertentes que extrapolem esse olhar.

Dessa forma, investigar fração pelo viés da sociologia da matemática poderá contribuir na formação docente inicial ou continuada. Isto porque asseveramos que além de investigar aspectos ligados ao domínio conceitual dos conteúdos da Educação Básica é necessário investir em estudos que explicitem questões exógenas ao domínio conceitual e que são constitutivas da maneira de conhecer e de negociar os objetos matemáticos.

Assumimos que possibilitar ao docente uma visão de educar matematicamente nesses dois pressupostos – exógeno e endógeno – é relevante porque assim contribuiremos para uma formação que não dogmatize seu próprio fazer/conhecer, pois precisamos acolher os diversos conhecimentos para que possamos pensar nossos próprios limites de conhecer. Nessa perspectiva, nos propomos a trazer alguns elementos de Ludwik Fleck.

Elementos da Epistemologia de Fleck

Ludwik Fleck (1896-1961), médico judeu-polonês, especialista em imunologia e microbiologia, sociólogo do conhecimento e filósofo, publica seu livro ‘*A gênese e o desenvolvimento de um fato científico*’ pela primeira vez em 1935. Fleck fazia oposição ao Círculo de Viena sendo considerado como um dos precursores da compreensão construtivista, interacionista e histórica do conhecimento. Segundo Thiel (2011), Fleck produziu um esquema conceitual apropriado para a sociologia do conhecimento e para a sociologia etnológica, motivando a divulgação das observações findadas de seus estudos de casos pertinentes à medicina, mais precisamente as compreensões e os tratamentos da sífilis dentro de um legado histórico sociocultural.

Fleck por meio de suas análises preocupou-se em afirmar que só se concebe um trabalho científico quando este se reveste de uma concepção de um coletivo e estilo de pensamento como instrumento conceitual para conhecer a qualidade do saber. Nesse pressuposto, Fleck não descarta o papel do indivíduo como importante fator para a construção do conhecimento, pois acredita em aspectos fundamentais na relação sujeito com o objeto investigado, tais como: a fisiologia sensorial e a psicologia inerente a cada sujeito. Considerando esses aspectos, o autor entende que a estabilidade conferida à teorização do conhecimento é possibilitada somente com o estudo de uma determinada comunidade de pensamento.

Como transformar as observações realizadas pelos pesquisadores em *atos científicos*? Essa também foi uma das preocupações colocadas por Fleck, e assim, o autor traz para a pesquisa científica o caráter espaço-temporal da construção do conhecimento. Nesse intuito, assevera que os fatos científicos são produzidos por comunidades de praticantes bem definidas que trabalham em lugares determinados, e que, portanto, o estudo das práticas dos pesquisadores coloca em evidência a materialidade e a historicidade da produção científica.

Fleck assume a ciência como um empreendimento plural e partilhado e não uma justaposição de forma isolada da produção de um fato científico, mas fundamentalmente comunicabilidade entre os diversos praticantes pertencentes a diferentes comunidades disciplinares/pensamento. Os participantes têm grande abertura para pertencerem a mais de uma comunidade de pensamento. As distintas comunidades podem manter contato



permanente, e assim, os conceitos e as práticas podem circular continuamente entre os variados estilos de pensamento (EP).

Para Fleck, compreender a teoria do conhecimento como produção individualista é uma ilusão e uma visão inadequada do conhecimento científico, pois as convicções empíricas, as estruturas sociológicas e as crenças que unem os cientistas são fatores que precisam ser levados em conta. Assim, define os conceitos de Coletivo de Pensamento e Estilo de Pensamento.

Um Coletivo de Pensamento refere-se a uma unidade social de uma comunidade científica em um determinado campo do saber. Estilo de Pensamento refere-se aos acordos, às proposições, a uma maneira de fazer. Essas proposições mesmo que de forma distanciada estão apoiadas em aportes teóricos que o coletivo de especialista constrói. Desta forma, *o saber não é nunca possível em si mesmo, mas sob as condições de certas presunções sobre o objeto* (FLECK, 1986, p. 23), portanto, não há compreensão a priori, mas como produto histórico e sociológico de atuação de um Coletivo de Pensamento.

O Coletivo de Pensamento formado pelos cientistas possibilita organizar o modo de observar, ou seja, o ver confuso pertencente aos leigos cede lugar ao **ver formativo**. As percepções e as orientações investigativas conectadas a uma tradição formam o Estilo de Pensamento que marca época e imprime na personalidade dos cientistas o método e o estilo para as soluções dos problemas.

O Estilo de Pensamento apresenta duas fases bem distintas: (a) **classicismo** – é a fase **em que as observações se encaixam perfeitamente** na teoria contribuindo para o processo de extensão do estilo de pensamento o que Fleck denomina de *harmonia das ilusões*. Nesta fase há três momentos: (i) instauração; (ii) extensão; (iii) transformação do estilo; (b) **complicações** – é a fase das **exceções**, podendo contribuir para a transformação e a mudança de um Estilo de Pensamento.

Para o acontecimento dessas fases há uma dinâmica comunicativa, uma espécie de popularização, uma *coerção de ideias* (FLECK, 1986), o que justifica a comunicação no Coletivo de Pensamento. A interlocução no interior de uma comunidade científica é denominada de circulação comunicativa dos Círculos Esotérico e Exotérico. Essa comunicação é responsável pela manutenção ou não de um EP.



O Círculo Esotérico é formado pelos especialistas de um campo dentro da generalidade científica, é o chamado saber especializado, onde ocorre o saber inédito, e o Círculo Exotérico são os leigos, aqueles que não participam diretamente da produção inédita, mas podem compartilhar com os conhecimentos produzidos pelo Círculo Esotérico (SCHÄFER; SCHNELLE, 1986).

As relações comunicativas podem ser intercoletiva – ocorrendo entre os Círculos, e intracoletiva – que ocorre no interior de cada Círculo. É na dinâmica comunicativa que as ideias, os valores, as concepções, as palavras têm significados singulares, pois estão impregnadas pelo tom estilístico de cada Círculo.

Vale ressaltar que a comunicação denota a forma de olhar o fenômeno e para justificar essa assertiva Fleck busca auxílio nas teorizações da psicologia da *Gestalt*, e assim, explicita os termos que vai denominar de tipos de observar: o **ver confuso** inicial e o **ver formativo**, uma maneira de observar um fenômeno de forma direta e desenvolvida no treinamento prévio no campo científico em questão.

De acordo com Pfuetzenreiter (2003), esta preparação desperta a capacidade para uma visão direcionada para determinada perspectiva, no entanto, ao mesmo tempo em que direciona o **ver** do Coletivo, este direcionamento acaba por anular a habilidade deste mesmo Coletivo assumir outras formas de percepção. O **perceber dirigido** é o núcleo central do estilo de pensamento do Círculo Esotérico uma vez que o **ver confuso ou inicial** por pertencer ao Círculo Exotérico não está impregnado pela visão direcionada do estilo de pensamento da comunidade proponente do saber.

O estudo

Baseando-nos na epistemologia fleckiana buscamos analisar a dinâmica comunicativa entre os Coletivos de Pensamento identificados como (i) Círculo *Esotérico: as produções em nível de Pós-Graduação* e, (ii) Círculo *Exotérico: os professores participantes da pesquisa que atuam no sexto ano do Ensino fundamental*.

Esta análise é formada pelas sínteses encontradas em cada Coletivo de Pensamento. Deste modo, para a análise do Estilo de Pensamento do Círculo Esotérico foram feitas as seguintes ações:



- Consulta ao banco da CAPES das produções de Pós-Graduação de 2000 a 2010 envolvendo números relativos em sua representação fracionária. Nesta consulta conseguimos eleger e analisar vinte produções, sendo quatro teses e dezesseis dissertações.
- Construção de um inventário sobre as pesquisas, agrupando as produções em focos temáticos, conforme Fiorentini et al. (2002).
- Leitura não diacrônica para verificarmos a linguagem estilizada do Coletivo de Pensamento encontrado e a base teórica, elementos que sustentam e estilizam o Coletivo de Pensamento e que permitem a identificação de determinado estilo. Para análise desses aspectos nos baseamos nas orientações de Cutolo (2001) e Delizoicov et al. (2002). A linguagem estilizada é observada a partir de elementos como conceitos/palavras que demarcam determinados grupos de investigação; são os termos próprios utilizados pelos pesquisadores a partir de uma determinada corrente teórica. Podemos também observar a maneira como os pesquisadores abordam o fenômeno, mas sempre no sentido de explicitar as palavras que materializam um fazer metodológico próprio de determinado grupo. A base teórica é selecionada a partir da matriz conceitual que demarca a filiação teórica dos pesquisadores.

Após essas ações selecionamos para este momento somente sete excertos das produções acadêmicas que serão considerados como o corpus do Círculo Esotérico.

Para a análise do Estilo de Pensamento do Círculo Exotérico, constituído pelos professores participantes, selecionamos uma das quinze questões envolvendo os cinco significados de números fracionários: parte-todo, medida, operador multiplicativo, quociente e número. Este teste faz parte de uma pesquisa em andamento.

A questão selecionada para este momento, a **questão 2**, tinha como comando solicitar ao professor elaborar situações-problema com o conceito de fração. Do instrumento de coleta de dados, esta questão foi considerada aberta porque permitia aos participantes a elaboração de situações didáticas que contemplassem os cinco significados de números. Esta questão foi selecionada para verificarmos o EP desse Coletivo. Para melhor exemplificação, a questão 2 possuía o seguinte comando: *Crie situações-problema envolvendo a notação $3/5$.*

A partir das respostas buscamos identificar a linguagem estilizada observando o estilo, o contexto das situações criadas pelos participantes dentre os cinco significados de fração postos na literatura.

Os resultados foram organizados e apresentados em um diagrama, uma espécie de mapa conceitual, o que possibilitou averiguar o Estilo de Pensamento presente neste Coletivo. O referido diagrama é composto pelos significados de números fracionários emergidos dos exemplos citados pelos professores. Abaixo de cada significado de fração temos a identificação dos sujeitos proponentes, a exemplo, no significado parte-todo temos como identificação dos sujeitos participantes o registro: (P.A) e (P.R), ou seja, temos as respostas do professor A e do professor R, e assim, sucessivamente. A seguir, apresentamos o diagrama:

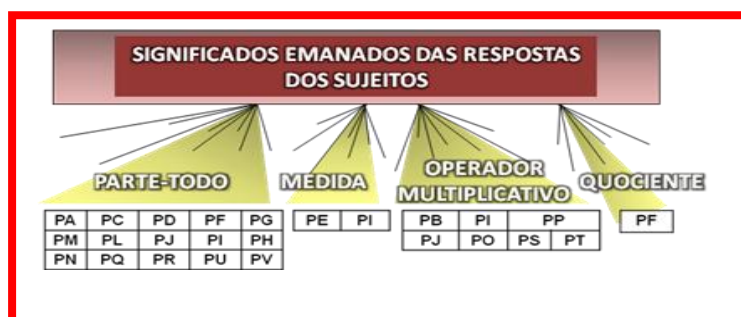


Figura 02: diagrama geral dos significados de números fracionários apresentados pelos professores em relação à notação $3/5$.

Como pode ser observado, o diagrama tem como síntese de exemplos para a situação problema referente à questão 2 a incidência do significado parte-todo. Esta ênfase como já exposto reduz o ensino de números fracionários em exemplos de situações-problema estáticos, preso ao contexto das quantidades contínuas tendo fundamentalmente a representação de figuras retangulares como maior expoente. De acordo com os protocolos apresentados as situações-problema propostas seguiram essa mesma orientação.

É possível observar na figura acima que os professores (PF) e (PJ) aparecem em mais de um significado de números fracionários. Vale ressaltar que no momento da elaboração da situação-problema os exemplos oferecidos pelos referidos professores não contemplavam de forma concreta os respectivos significados. Por exemplo, o

sujeito participante (PF) escreveu no exemplo a palavra *quociente*, mas em seu protocolo apresentou situação somente no contexto do significado parte-todo.

Ressaltamos que o significado de número não foi contemplado pelos professores, o que indica que o ensino de números fracionários parece conviver com práticas presas à concepção de números fracionários no contexto de fração unitária, o que compromete a compreensão deste tópico como ente matemático.

Enquanto o diagrama forma a empiria analítica do Círculo Exotérico, o quadro-síntese e os excertos das produções acadêmicas, apresentados abaixo, formam a base empírica do Círculo Esotérico.

Assim pensado, das vinte produções selecionadas sete formam o corpus deste artigo. A ordem de apresentação das produções no quadro abaixo não corresponde à ordem de apresentação dos excertos retirados das pesquisas porque os recortes efetivados obedecem à ordem alfabética.

Quadro 1: Produções Acadêmicas de 2000 a 2010 sobre números fracionários

AUTOR	TÍTULO
Maria José Ferreira Silva	Investigando saberes de Professores do Ensino Fundamental com enfoque em números fracionários para a quinta série
Angélica da Fontoura Garcia Silva	O desafio do desenvolvimento profissional docente: análise da formação continuada de um grupo de professores das séries iniciais do Ensino Fundamental, tendo como objeto de discussão o processo de ensino e aprendizagem de frações
Maria Conceição de Oliveira Malaspina	O início do ensino de Fração: uma intervenção com alunos de 2ª série do Ensino Fundamental
Wilson Robert Rodrigues	Números Racionais: um estudo das concepções de alunos após o estudo formal
Raquel Factori Canova	Crença, concepção e competência dos professores do 1º e 2º Ciclos do Ensino Fundamental em relação à Fração
Alexis Martins Teixeira	O professor, o ensino de fração e o livro didático: um estudo investigativo
Vera Lucia Merline	O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico com alunos de 5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental

Os excertos das amostras selecionadas serão apresentados nos resultados como forma de possibilitar compreender a análise e as sínteses desse estudo.



Resultados

Como já afirmado, nós assumimos a ciência a partir de Fleck, como um empreendimento coletivo o que nos leva a analisar a compreensão docente sobre números fracionários pelo viés da sociologia da matemática.

No intuito de responder à indagação posta, apresentaremos os resultados levando em conta o corpus empírico deste estudo: os resultados da dinâmica comunicativa dos Círculos Exotérico e Esotérico.

Em relação à identificação do EP do Círculo Exotérico após a análise e a confecção do diagrama, podemos dizer que a maneira de assumir os números fracionários aponta para uma estilização de pensamento que enfatiza a elaboração das situações-problema com ênfase em dois significados de números fracionários: parte-todo e operador multiplicativo como demonstrado no diagrama anteriormente exposto.

Em relação à identificação do Estilo de Pensamento do Círculo Esotérico esclarecemos que foi necessário destacar aspectos internos das produções para identificarmos a estilização presente, tais como: a pergunta de pesquisa, os objetivos e os resultados anunciados levando em conta os focos temáticos – se na linha de processo de aprendizagem ou de formação docente. É na leitura desses elementos que podemos verificar a estilização de um pensamento de coletivo porque as certezas, as palavras que demarcam o terreno teórico que embasam as produções manifestam uma maneira de conceber o fenômeno.

Dando continuidade à apresentação dos resultados expomos os excertos a partir da análise das amostras visando explicitar a linguagem estilizada dos pesquisadores. Essa linguagem objetiva indicar o **ver formativo** desse Coletivo de Pensamento. Procuramos destacar nos excertos expressões que poderiam demarcar tal linguagem como poderá ser constatado:

AMOSTRA (A)

Quais as concepções que são possíveis de se identificar com relação aos cinco diferentes significados da fração (Número, Parte-todo, Quociente, Medida e Operador Multiplicativo), a partir da aplicação de um estudo diagnóstico, com alunos das 4^a e 8^a séries do ensino fundamental? (p. 18).

AMOSTRA (B)

É possível uma Formação Continuada promover ações que permitam aos professores algumas mudanças em sua prática de ensino de números fracionários para a quinta série do ensino Fundamental, como forma de envolver os cinco significados (p. 41).

AMOSTRA (C)

*Analisar fatores que podem interferir no desenvolvimento profissional de professores das primeiras séries do Ensino Fundamental, como resultado de uma formação continuada com a finalidade de discutir questões relacionadas à abordagem **da representação fracionária de números racionais em seus cinco significados** (p. 101).*

*[...] Quanto à competência, constatamos que não houve um desempenho **equitativo entre os cinco significados da fração e os invariantes**. Estas evidências levaram-nos a concluir que há a necessidade de se ampliar o campo conceitual desses professores com relação ao objeto fração (p. 268).*

AMOSTRA (D)

*Os resultados obtidos mostram uma tendência, tanto entre os professores polivalentes, como especialistas, em valorizar **a fração com o significado operador multiplicativo na elaboração dos problemas** (p. 9).*

AMOSTRA (E)

*De modo geral, pode-se afirmar que os professores constroem para a quinta série, uma organização matemática muito rígida para números fracionários com tipos de tarefas que associam, sobretudo, a concepção **parte-todo em contextos de superfícies, mobilizando a técnica da dupla contagem** (p. 10).*

AMOSTRA (F)

*Quanto à competência, constatou-se que esta aparece fortemente ligada ao **significado parte-todo, seguido dos significados, medida e quociente**. Mas, no geral, os professores apresentaram desempenho baixo na resolução dos problemas de fração (p. 10).*

AMOSTRA (G)

Constatamos que não houve, em nenhuma das séries pesquisadas, um desempenho equitativo entre os cinco significados de fração propostos por Nunes et al. (2003) (p. 202).

A partir dos destaques realizados nas amostras pudemos identificar a estilização da linguagem utilizada pelos pesquisadores como forma de consolidar o que podemos chamar de *Estilo de Pensamento*. Como exemplo, podemos citar o uso do termo: *os cinco significados de fração/subconstrutores*. Além das expressões, o EP também se constitui a partir do marco teórico utilizado pelos pesquisadores. Desta forma é possível verificar na base teórica desse Coletivo de Pensamento a presença de autores como Behr, Post, Hiebert, Lesh, Nunes, Bryant, Kieren, no que diz respeito ao tratamento dos números fracionários formando a matriz teórica das produções.

Desta forma é pertinente indicar que o Estilo de Pensamento do Círculo Esotérico está alicerçado numa concepção de ensino de fração como uma rede conceitual havendo a chamada sintonia das ideias ou *harmonia das ilusões*. Nesses termos, o **ver é formativo** reforçando a fase de instauração do Estilo de Pensamento, pois há uma forte comunicação intracoletiva que demarca um Estilo de Pensamento hegemônico em nível de produção acadêmica na Pós-Graduação.

O Círculo Esotérico estabelece um Estilo de Pensamento sobre números fracionários baseado nos cinco subconstrutores; o Estilo de Pensamento dos professores ou do Círculo Exotérico enfatiza dois, dentre os cinco significados, que o Círculo Esotérico comunga, o que nos leva a pensar que a comunicação intercoletiva é distante entre esses dois Coletivos, e assim, reforça a comunicação intracoletiva.

A presença de uma comunicação intracoletiva em detrimento a uma comunicação intercoletiva tem como consequência a existência de um estilo de pensamento que reforça certas verdades, certas práticas em relação ao objeto em estudo. Com isso há dificuldades dos professores como Coletivo de Pensamento de se aproximarem das novas discussões sobre determinados conceitos, consequentemente em termos fleckianos, seria dizer que o ver deste Coletivo está impedido de comungar de outras percepções, outras formas de ver os fatos (PFUETZENREITER, 2002, 2003). Em termos de ensino e de aprendizagem dos números fracionários é possível dizer da



necessidade da divulgação ou extensão do estilo de pensamento do Círculo Esotérico, pois uma de suas funções é proporcionar o **ver formativo**.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Uma das formas de buscar mudanças no interior da escola é investir em novas possibilidades de compreender e divulgar os conteúdos historicamente acumulados pela humanidade como forma de possibilitar ao estudante uma educação para o enfrentamento de situações-problema necessárias ao desenvolvimento do domínio dos objetos de aprendizagem.

Dentre essas possibilidades temos as produções acadêmicas. No que tange às discussões sobre o ensino e a aprendizagem de números fracionários, as pesquisas têm apontado para as dificuldades em tratá-los como objeto escolar principalmente na Educação Básica. E uma dessas dificuldades vem a ser a complexidade envolvida neste objeto conceitual, bem como alguns limites observados no tratamento desse ente matemático pelos sujeitos que estão à frente da divulgação e negociação de tais conhecimentos.

A preocupação em problematizar as questões que envolvem a temática em voga tem possibilitado estudos que tratam de elementos de natureza endógena, como por exemplo, as discussões sobre fração e seus subconstrutores.

Neste texto buscamos elucidar a importância de um olhar para além dos aspectos endógenos – natureza conceitual - constituinte do saber matemático, e assim, explicitamos por meio de uma análise sociológica mostrar que a prática pedagógica pode e deve ser pensada como um empreendimento coletivo.

A comunicação entre os sujeitos envolvidos no processo de promoção e divulgação do conhecimento pode ser percebida como elemento reflexivo para as crenças e concepções que materializam um dos objetos da didática – o ensino -, caso contrário, os professores se fecham em certezas e habitus pedagógicos que de certa forma criam maneiras de cristalizar práticas e desenvolver uma cultura de ensinar.

Assim sendo, como anunciado anteriormente, o interesse para este momento está em observar a dinâmica comunicativa sobre números fracionários por compreender a



matemática como um empreendimento para além de suas amarras conceituais e para isso o apoio em Fleck se fez fundamental.

O exercício proposto não se restringe a apontar as limitações, mas, e fundamentalmente, socializar com educadores e demais interessados a necessidade de refletirmos sobre o que fazemos, como e para que fazemos no sentido de tornar a escola e, por conseguinte, a aula, um espaço para a construção de conhecimento. Ou de outra forma, socializar alguns achados que poderão nortear e inquietar aqueles que fazem da docência um constante devir.

Em sentido lato, em termos de dinâmica comunicativa, podemos ensejar que os portadores dos Estilos de Pensamento denominados de Círculos Esotérico e Exotérico vivem estilos diferenciados culminando com o fortalecimento da comunicação intracoletiva. Por conseguinte, cada Comunidade estabelece suas verdades e bases teóricas que legitimam as práticas investigativas e didáticas no que diz respeito aos números fracionários.

O Círculo Esotérico vivencia a chamada fase **classicismo, momento denominado de instauração**, em que as observações dos fatos de uma teoria se encaixam perfeitamente, contribuindo para o processo de extensão do estilo de pensamento, embora haja a necessidade de mais investimento nessa extensão.

Quanto ao estilo que caracteriza o Círculo Esotérico podemos dizer que a marca estilizada é a compreensão de números fracionários constituída pelos cinco subconstructores formando assim uma rede conceitual. Quanto ao estilo de pensamento do Círculo Exotérico nota-se que este Coletivo se distancia do saber estilizado do Círculo Esotérico, pois assume números fracionários como significado parte-todo e operador multiplicativo.

Como visto, os Círculos chamados de Esotérico e Exotérico mantêm para si a interconexão de suas ideias, uma espécie de malha em que a interação fica circunscrita no próprio Coletivo de Pensamento que por sua vez sustenta o equilíbrio das ideias, cria solidez e mantém uma realidade fixa a respeito do fenômeno. Essa prática comunicativa, por sua vez, reforça a crença de que a verdade do fato científico é determinada pelo estilo de pensamento assumido.

Neste estudo, concluímos que o Círculo Esotérico contempla o conceito de números fracionários como metaconceito, enquanto que o Círculo Esotérico enfatiza



alguns significados. Nesses termos, concluímos que o estilo de pensamento sobre números fracionários é diferente, resultado advindo da comunicação intracoletiva evidenciada em cada Coletivo de Pensamento. Esta ocorrência favorecerá principalmente ao Círculo Exotérico fortalecer suas crenças e, assim, o conhecimento sobre números fracionários poderá não superar os limites postos.

Em virtude do exposto, podemos dizer que há um fosso na dinâmica comunicativa dos Círculos Exotérico e Esotérico em relação à compreensão de números fracionários porque cada Coletivo de Pensamento estabelece para si um olhar peculiar. Por conseguinte, a dinâmica comunicativa de negociação de significados sobre números fracionários na escola básica concorre para que o ensino de fração fique preso às primeiras matrizes de compreensão sobre esse objeto matemático, a compreensão de fração como fração unitária.

Como possibilidade de ultrapassar barreiras no que se refere à negociação de significados de números fracionários, concluímos afirmando a necessidade do alargamento da compreensão de fração como metaconceito por parte do Círculo Exotérico. E para que isso ocorra será necessário que este estabeleça uma comunicação intercoletiva no sentido de dinamizar as ideias matemáticas em consonância com o movimento interno da matemática como área de conhecimento.

REFERÊNCIAS

AMORIM, M. P. **Apropriação de significações do conceito de números racionais: um enfoque histórico-cultural.** 2007. 187f. Dissertação (Mestrado) em Educação - Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma, 2007.

BEHR, M.; LESH, R.; POST, T. R.; SILVER, E. A. Rational number concepts. In: LESH, R.; LANDAU, M. (Eds.). **Acquisition of mathematical concepts and process.** New York: Academic Press, 1983. p. 91-126.

CANOVA, R. F. **Crença, concepção e competência dos professores do 1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental com relação à fração.** 2006. 220fls. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Pontifícia Católica de São Paulo - PUC, São Paulo, 2006.



CATALANI, E. M. T. **A inter-relação forma e conteúdo no desenvolvimento conceitual de fração.** 2002. 223f. Tese (Doutorado) em Educação - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2002.

CUTOLO, L. R. A. **Estilo de pensamento em educação médica: um estudo do currículo do curso de graduação em medicina da UFSC.** 2001. 227f. Tese (Doutorado) em Educação – Centro de Ciências da Educação, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2001.

DA ROS, M. A. **Estilo de pensamento em educação médica: um estudo da produção da FSP-USP e ENSP-FIOCRUZ entre 1948 e 1994, a partir de epistemologia de Ludwik Fleck.** 2000. 276f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2000.

DAMICO, A. **Uma investigação sobre a formação inicial de professores de matemática para o ensino dos números racionais no Ensino Fundamental.** 2007. 345f. Tese (Doutorado) em Educação Matemática - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC-SP, 2007.

DELIZOICOV, D.; ANGOTTI, J. A.; PERNAMBUCO, M. M. **Ensino de ciências: fundamentos e métodos.** São Paulo: Cortez, 2009.

_____ et al. Sociogênese do conhecimento e pesquisa em ensino: contribuições a partir do referencial fleckiano. **Caderno Brasileiro do Ensino de Física**, Florianópolis, v.19, número especial: p.50-66, mar. 2002.

_____ et al. Conhecimento, Tensões e Transições. **Revista Ciências e Educação.** UNESP, Bauru – SP. v. 10. n 3, p 443-460, mar 2004.

FIorentini, D. et al. Formação de Professores que ensinam matemática: um balanço de 25 anos de pesquisa brasileira. **Educação em Revista – Dossiê: Educação Matemática.** Belo Horizonte - UFMG, 2002. p. 137-159.

FLECK, L. **La Génesis y el Desarrollo de un Hecho Científico.** Tradução: Schäfer, L e Schnelle, T. Madrid: Alianza Editorial, 1986.

GUERRA R. B.; SILVA F. H. S. da. As Operações com Frações e o Princípio da Contagem. **Revista BOLEMA**, Rio Claro, SP. Ano 21, nº 31. pp, 41-54. 2008.

KIEREN, T. E. **Number and measurement: mathematical, cognitive and instructional foundations of rational number.** Columbus: OHERIC/SMEA, 1986. p. 101-144.



LESSA, V. E. **A compreensão do conceito de número fracionário**: significado medida. In: XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática – CIAEM - 26-30 de junho. Recife, 2011.

MACK, N. K. Learning rational numbers with understanding: the case of informal knowledge. In: CARPENTER, T. P.; FENNEMA, E.; T.A. 1993. Journal for Research in Mathematics Education, vol,21,nº1, p. 16-32, 1990

MALASPINA, M. C. O. **O início do ensino de fração**: uma intervenção com alunos de 2ª série do ensino fundamental. 2007. 187fls. Dissertação (Mestrado) em Educação Matemática - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

MERLINE, V. L. **O conceito de fração em seus diferentes significados**: um estudo diagnóstico com alunos de 5ª e 6ª séries do ensino fundamental. 2005. 238fls. Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

NUNES, T. et al. **Educação Matemática**: os números e as operações numéricas. São Paulo: Cortez, 2005.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo Matemática**. Tradução de Sandra Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

NUNES, T.; BRYANT, P.; PRETZLIK, U.; HURRY, J. **The effect of situations on children's understanding of fractions**. Trabalho apresentado no encontro da British Society for Research on the Learning of Mathematics. Oxford, June, 2003.

PFUETZENREITER, M. R. A Epistemologia de Ludwik Fleck como referencial para a pesquisa no ensino na área de saúde. **Ciência & Educação**, Unesp, Bauru, v. 8, n. 2, p. 147-159, 2002.

_____. Epistemologia de Ludwik Fleck como Referencial para a Pesquisa nas Ciências Aplicadas. **Revista Episteme**, Porto Alegre, n. 16, p. 111-135, jan./jun. 2003.

RODRIGUES, W. R. **Números Racionais**: um estudo das concepções de alunos após o estudo formal. 2005. 207fls. Dissertação (Mestrado) em Educação Matemática - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

ROMANATTO, M. C. Número racional: uma teia de relações. **Zetetiké**, Unicamp, São Paulo, 7, 12, 37-49. 1999.

ROSA, R. R. da. **Dificuldades na compreensão e na formação de conceitos de Números Racionais**: uma proposta de solução. 2007. 187fls. Dissertação (Mestrado em



Educação em Ciências e Matemática) - Faculdade de Física, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, 2007.

SAEB, Relatório SAEB 2001- Matemática. **Sistema de Avaliação do Ensino Básico**. Brasília, INEP, MEC, 2001.

SCHÄFER, L.; SCHNELLE, T. Los Fundamentos de la visión sociológica de Ludwik Fleck de la teoría de la Ciencia. In: FLECK, L. **La Génesis y el desarrollo de un hecho científico**. Madrid: Alianza Editorial S.A, 1986.

SILVA, A. F. G. **O desafio do desenvolvimento profissional docente**: análise da formação continuada de um Grupo de professores das séries iniciais do ensino fundamental, tendo como objeto de discussão o processo de ensino e aprendizagem das frações. 2007. 208fls. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – PUC, São Paulo, 2007.

SILVA, J. A. da. Processos cognitivos envolvidos no cálculo com frações. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, Brasília, v. 91, n. 229, p. 652-678, set./dez. 2010.

SILVA, M. J. F. **Investigando saberes de professores do Ensino fundamental com enfoque em números Fracionários para a quinta série**. 2005. 302fls. Tese (Doutorado) em Educação Matemática - Universidade Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

SLONGO, I. I. P. **A produção acadêmica em ensino de biologia**: um estudo a partir de teses e dissertações. 2004. 275f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2004.

SLONGO, I. I. P.; DELIZOICOV, D. Um panorama da produção acadêmica em ensino de biologia desenvolvida em programas nacionais de pós-graduação. **Investigações em Ensino de Ciências**, Porto Alegre, v.11, n. 3, pp.323-341, 2006. Disponível em: <http://www.if.ufrgs.br/ienci/artigos/Artigo_ID156/v11_n3_a2006.pdf>. Acesso em: 13 mar, 2012.

TEIXEIRA, A. M. **O professor, o ensino de fração e o livro didático**: um estudo investigativo. 2008. 195fls. Dissertação (Mestrado Profissional) Mestrado Profissional em Matemática - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

THIEL, A. A. **Educação e Modelagem Matemática no Brasil sob o referencial fleckiano**: uma comunidade compartilhando de um mesmo coletivo de pensamento? In: XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática - CIAEM. 26-30 de Junho. Recife, Brasil, 2011.



VERGNAUD, G. Teoria dos campos conceituais. In: NASSER, L. (Ed.). **Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro**, pp. 1-26. 1993.