

OPERAÇÕES EPISTEMOLÓGICAS APRESENTADAS NA ARGUMENTAÇÃO DESENVOLVIDA POR ESTUDANTES DURANTE UMA ATIVIDADE EXPERIMENTAL INVESTIGATIVA DE MATEMÁTICA

EPISTEMOLOGICAL OPERATIONS PRESENTED IN THE ARGUMENT DEVELOPED BY STUDENTS DURING AN EXPERIMENTAL RESEARCH ACTIVITY IN MATHEMATICS

Willa Nayana Corrêa Almeida

Universidade Federal do Pará, willa.almeida@hotmail.com

 <https://orcid.org/0000-0002-1449-9266>

João Manoel da Silva Malheiro

Universidade Federal do Pará, joomalheiro@ufpa.br

 <https://orcid.org/0000-0002-2495-7806>

Resumo

Este estudo apresenta um recorte de uma pesquisa de mestrado profissional e visa analisar as operações epistemológicas apresentadas na argumentação desenvolvida por estudantes participantes de um Clube de Ciências, durante uma atividade experimental investigativa sobre os conceitos introdutórios de área e perímetro. A pesquisa se caracteriza como uma abordagem qualitativa, sendo utilizada a Análise de Conteúdo para interpretação das informações levantadas a partir de videogravações. O espaço investigado é considerado um ambiente alternativo de ensino, pesquisa e extensão de ações didáticas voltadas as Ciências e Matemáticas. Durante as análises realizadas, identificamos que surgiram episódios argumentativos de acordo com o padrão de Toulmin, sendo constituídos de dados (D), conclusão (C), garantia (W), apoio (B), qualificador modal (Q) e refutação (R). Em relação às operações epistemológicas apresentadas pelos alunos no desenvolvimento da argumentação, percebemos que surgiram diversas formas de ação e pensamento que propiciaram estruturação e confirmação de ideias, explicitando como o saber matemático se constituía. Com isso, as operações principais que surgiram foram a dedução, causalidade, definição, classificação, apelo aos atributos, consistência com experiência e plausibilidade. Assim, observamos como os alunos construíram o conhecimento ao longo das etapas da atividade investigativa, proporcionando qualidade e coerência aos argumentos que emergiram.

Palavras-chave: Educação matemática. Argumentação. Operações epistemológicas.

Abstract

This study presents a clipping of a professional master's research and aims to analyze the epistemological operations presented in the argument developed by students participating in a Science Club, during an investigative experimental activity on the introductory concepts of area and perimeter. The research is characterized as qualitative approach, using Content Analysis to interpret the information gathered from video recordings. The space investigated is considered an alternative environment of teaching, research and extension of didactic actions directed to Sciences and Mathematics. During the analyzes, we identified that emerged argumentative episodes according to the Toulmin pattern, being constituted of data (D), conclusion (C), warranty (W), backing (B), modal qualifier (Q) and refutation (R). In relation to the epistemological operations presented by the students in the development of the argumentation, we realized that various forms of action and thought emerged that provided structuring and confirmation of ideas, explaining how mathematical knowledge was constituted. With this, the main operations that emerged were the deduction, causality, definition, classification, appeal to attributes, consistency with experience and plausibility. Thus, we observed how the students constructed the knowledge throughout the stages of the investigative activity, providing quality and coherence to the arguments that emerged.

Keywords: Mathematics education. Argumentation. Epistemological operations.

Introdução

Frente a um ensino de Matemática marcado por processos educacionais engessados e unidirecionais, o educador deve promover momentos de problematização e investigação em sala de aula, com o intuito de levar os alunos a mobilizarem seus conhecimentos, de maneira a discutir ideias e hipóteses, bem como assumir uma atitude ativa e condutora da própria aprendizagem (ALMEIDA, 2017; GALVÃO; COSTA; PRADO, 2017).

Galvão, Costa e Prado (2017, p. 40) consideram importante levar “o aluno a desenvolver na sala de aula uma postura investigativa em relação à Matemática, de modo que ele levante conjecturas, possa testá-las, explorar situações propostas, agir por conta própria e talvez descobrir caminhos e validar soluções encontradas”.

Nesse contexto, a partir do uso atividades experimentais investigativas os estudantes podem ser estimulados a construir e analisar diferentes processos de resolução de problemas, uma vez que o ensino investigativo promove a construção e explicitação de conceitos pelos discentes, favorecendo o surgimento de argumentos estruturados que articulem a discussão e defesa de ideias (ALMEIDA, 2017).

Toulmin (2001) concebe a argumentação como todo processo (oral, escrito ou gestual) que relaciona evidências e dados teóricos ou empíricos, permitindo o

estabelecimento de uma conclusão, que podem estar associados a justificativas e refutações que alicercem e fortaleçam as alegações levantadas.

Jiménez-Aleixandre, Rodríguez e Duschl (2000) consideram que a elaboração de argumentos também pode proporcionar operações epistemológicas que representem atitudes direcionadas à resolução de problemas para produzir conhecimento, estando associadas a aspectos de atuação e verbalização na construção de conceitos e de ideias sobre fenômenos e situações em investigação. Segundo os autores, tais operações visam qualificar o argumento construído a partir das concepções de Toulmin (2001).

Neste sentido, este estudo busca analisar as operações epistemológicas apresentadas na argumentação desenvolvida por estudantes participantes de um Clube de Ciências, durante uma atividade experimental investigativa sobre os conceitos introdutórios de área e perímetro.

A argumentação e operações epistemológicas em sala de aula

Ainda que não percebamos, o uso da argumentação se faz presente tanto em situações corriqueiras como no exercício de atividades educacionais e profissionais, sendo que nossas manifestações fazem parte de uma construção individual e coletiva em que os argumentos e enunciados são criados e adequados de acordo com nossas necessidades (PERELMAN; OLBRECHTS-TYTECA, 2005).

Segundo Moraes (2002), esse movimento de elaboração de argumentos é uma característica do cidadão participativo e responsável, uma vez que o argumentar é parte de um processo de assumir-se sujeito que aprende, defende, discute e que se envolve nas transformações das realidades, projetando nisto o seu futuro como sujeito atuante em sociedade. Logo, a presença da argumentação no processo de ensino e aprendizagem possibilita a condução dos estudantes a uma estratégia de empoderamento do letramento científico e matemático (PEZARINI; MACIEL, 2019).

Almeida (2017) considera que existe a necessidade de promoção da argumentação em sala de aula, de maneira a envolver os estudantes em constantes atividades de resolução de problemas que oportunizem a discussão, explicação e justificativas de ideias, conjecturas e hipóteses sobre as mais diferenciadas temáticas.

Sasseron (2013) entende a argumentação como um processo de construção e explicitação de ideias, que acontece por meio da análise de dados, evidências e variáveis para o estabelecimento de uma afirmação ou conclusão, que podem estar associadas a justificativas e/ou refutações.

Tal concepção está baseada na definição de argumento de Stephen Toulmin (2001), que procura estabelecer a validade de um raciocínio por meio da interpretação estrutural deles. Para o autor, quando um argumento é explicitado pode-se distinguir as principais fases que marcam o processo, partindo de uma afirmação inicial de um problema não-resolvido até a apresentação final de uma conclusão.

Assim, Toulmin (2001) delimita as funções de determinados tipos de proposições em um padrão, especificando o lugar lógico dos elementos que irão compor um argumento considerado válido, introduzindo a ideia de forma mais coerente.

Com isso, o pesquisador propõe um layout ou modelo padronizado para a análise argumentativa a partir de componentes lógicos, que pode se apresentar no formato básico ou completo. Em sua estrutura básica, o padrão de Toulmin (2001) apresenta os seguintes elementos:

- Dados (D): São os fatos e informações aos quais recorreremos como fundamentos para a conclusão encontrada.
- Conclusão ou alegação (C): É uma ideia a ser estabelecida.
- Garantias (W^1): São afirmações que, no processo de justificação, garantem a relação entre os dados e a conclusão apresentada, já que somente os fatos não bastam para validar uma alegação. Essas proposições podem ser regras, princípios ou exemplos.

Contudo, Toulmin (2001) considera que estes três elementos podem não ser suficientes para analisar um argumento, já que nem sempre as garantias e os dados permitem inferir a conclusão com o mesmo grau de força. Desta forma, o modelo necessita de mais alguns termos constituintes, passando a ser mais complexo. Esses outros elementos são:

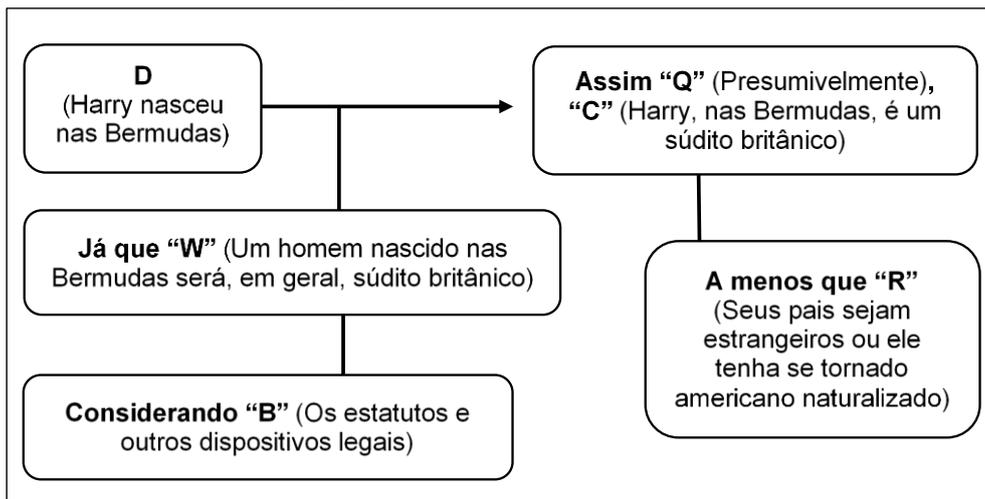
- Qualificador modal (Q): É uma referência explícita ao grau de confiança que os dados conferem à conclusão em virtude da existência da garantia, ou seja, indica a força que a garantia empresta à conclusão, apresentando-se, de maneira geral, por meio de um advérbio como por exemplo 'presumivelmente', 'possivelmente', 'exatamente', 'certamente'. Almeida (2017) considera que, devido a dinâmica que os discursos assumem em um processo argumentativo coletivo, também podem surgir locuções ou adjuntos adverbiais para qualificar o argumento, tais como 'de modo que', 'do mesmo modo', 'da mesma maneira', 'com certeza', 'de fato'.
- Condições de exceção ou refutação (R): Mostra as situações nas quais a autoridade da garantia não tem validade, contestando as suposições criadas.
- Conhecimento básico ou apoio (B^2): São fatos adicionais, explícitos ou não, com o objetivo de legitimar, defender e auxiliar na validação ou refutação de uma garantia, fazendo uma referência categórica baseada em um conhecimento básico, uma lei ou uma autoridade.

Assim, uma apresentação completa de um argumento de acordo com o padrão de Toulmin pode ser representada com base na sentença: a partir de D (dados) assim, Q (qualificadores), C (conclusão), já que W (garantia), considerando que B (apoio), a menos que R (refutação). Esquemáticamente, o modelo completo assume o aspecto apresentado na Figura 1.

Figura 1 – Padrão de argumento completo de Toulmin

¹ W – Inicial da palavra original em inglês Warranty, que significa Garantia.

² B – Inicial da palavra original em inglês Backing, que significa Apoio.



Fonte: Adaptado de Toulmin (2001, p. 151).

A situação hipotética que é exposta na Figura 1 exemplifica a utilização do layout de Toulmin em uma sentença considerada como um argumento coerente e válido, pois apresenta, basicamente, que os dados (D) correspondem a informação “Harry nasceu nas Bermudas”, dos quais se chega a conclusão (C) que “Harry é súdito britânico”, já que a garantia (W) afirma que “um homem nascido nas Bermudas é súdito britânico”.

Para complementar essa ideia, são usados outros elementos lógicos, uma vez que

Em apoio à alegação (C) de que Harry é súdito britânico, apelamos ao dado (D) de que ele nasceu nas Bermudas, e a garantia pode então ser afirmada na forma ‘um homem nascido nas Bermudas pode ser considerado súdito britânico’; no entanto, como as questões de nacionalidade são sempre sujeitas a qualificações e condições, teremos de inserir um ‘presumivelmente’ qualificado (Q) diante da conclusão, e notar que a nossa conclusão pode ser refutada caso se verifique (R) que seus pais eram estrangeiros, ou então que, depois disso, ele se naturalizou norte-americano. Finalmente, caso a própria garantia seja desafiada, poderemos inserir o apoio (B) (TOULMIN, 2001, p. 150, grifos do autor).

Enfatizamos que este padrão foi concebido para analisar funções de elocuições particulares que se encontram ao nível das frases individuais e contínuas. Entretanto, pensando nos processos discursivos que ocorrem em sala de aula, pode acontecer do argumento se completar somente após várias colocações ou ainda de maneira coletiva, podendo alguns elementos lógicos acontecerem de maneira implícita (DRIVER; NEWTON; OSBORNE, 2000).

Conforme Vieira e Nascimento (2013), este modelo funciona como um indicador para avaliar a solidez dos argumentos, de maneira que se eles podem ser enquadrados no layout proposto, então são considerados sólidos, pois apresentam coerência (os elementos lógicos do padrão estão relacionados) e consistência (os argumentos são livres de contradições internas).

Pezarini e Maciel (2019) consideram que o referido padrão promove somente a ação de identificar elementos de coerência estrutural de um argumento, não estabelecendo uma análise valorativa da qualidade desses componentes, e nem sobre o

modo como eles se relacionam, e/ou são elaborados ao longo do processo de solução e discussão de um problema.

Deste modo, para avaliar a qualidade do conteúdo dos argumentos, Jiménez-Aleixandre, Rodríguez e Duschl (2000) analisaram a capacidade dos alunos para desenvolverem discussões durante a resolução de problemas em sala de aula, procurando diferenciar momentos em que os estudantes faziam e falavam sobre os conteúdos científicos, daqueles em que apenas resolviam as tarefas propostas.

Neste estudo, a partir da constituição de argumento proposto por Toulmin (2001), os autores apresentam uma ferramenta de análise para verificar as relações estabelecidas entre as diversas formas de ação e pensamento apresentadas pelos estudantes para a construção do conhecimento. Tais atitudes são denominadas de operações epistemológicas e estão especificadas a seguir.

Quadro 1: Operações epistemológicas

Tipo de Operação Epistemológica	Descrição
Indução	O estudante procura por padrões ou regularidades.
Dedução	Identificação de exemplos particulares de leis ou regras.
Causalidade	O aluno busca por uma relação de causa e efeito, procura por mecanismos de confirmação do conhecimento.
Definição	Manifestação de entendimento de um conceito.
Classificação	Agrupamento de objetos e organismos de acordo com os critérios.
Apelo a: - Analogias - Exemplos - Atributos - Autoridade	O estudante faz apelo a analogias, exemplos ou atributos como uma forma de explicação. Pode-se recorrer ainda a uma autoridade, como por exemplo, a fala do professor, uma ideia levantada em um texto ou um vídeo.
Consistência: - Com outro conhecimento - Com experiência - Compromisso de consistência - Metafísico (estado do objeto)	O aluno utiliza fatores que dão coerência e entendimento ao que está sendo discutido. Essa consistência pode surgir por meio de uma experiência e/ou pelo uso de outros conhecimentos. Pode-se ainda buscar um compromisso de consistência com o que está sendo dito, ou observar o estado metafísico do objeto.
Plausibilidade	Afirmação ou avaliação de seu próprio conhecimento ou dos outros estudantes.

Fonte: Adaptado de Jiménez-Aleixandre, Rodríguez e Duschl (2000, p. 768)

Assim, as operações epistemológicas são aquelas relacionadas à produção e avaliação do saber científico, e emergem nas atividades práticas realizadas pelo estudante, em que podem avaliar hipóteses alternativas ou relacionar teorias com provas (JIMÉNEZ-ALEIXANDRE; RODRÍGUEZ; DUSCHL, 2000).

Os autores salientam que as operações epistemológicas proporcionam coerência às ideias expostas e defendidas, qualificando o conteúdo dos discursos produzidos. Para

isso, é enfatizada a necessidade de o educador criar um ambiente adequado em sala de aula que leve os estudantes a investigar e resolver problemas de maneira colaborativa.

Aspectos metodológicos

Esta pesquisa possui uma abordagem metodológica qualitativa de acordo com os pressupostos de Bogdan e Biklen (1994), que a concebem como um conjunto de “estratégias de investigação que partilham determinadas características” (p. 16), constituindo-se, assim, como um processo de reflexão e análise da realidade observada.

Logo, esse tipo de investigação consiste em “um processo de reflexão e análise da realidade através da utilização de métodos e técnicas para compreensão detalhada de um objeto de estudo em seu contexto histórico e/ou segundo sua estruturação” (OLIVEIRA, 2014, p. 37).

A constituição das informações a serem analisadas deu-se essencialmente por meio de videogravação de uma Sequência de Ensino Investigativo (CARVALHO et al., 2009), com posterior transcrição das falas. Segundo Oliveira (2014), este procedimento facilita a observação das argumentações desenvolvidas durante uma atividade em sala de aula, assim como a visualização das atitudes do professor para conduzir o processo.

Para interpretação dos dados, optamos em utilizar a Análise de Conteúdo desenvolvida por Bardin (2011), que assegura que essa abordagem tem por finalidade efetuar deduções lógicas e justificativas, referentes às informações tomadas para análise.

A sequência experimental foi desenvolvida no Clube de Ciências Prof. Dr. Cristovam W. P. Diniz, da Universidade Federal do Pará (UFPA) - Campus Castanhal, que busca implementar um ambiente de educação não formal, destinado para o ensino, pesquisa e extensão de ações didáticas voltadas às Ciências e Matemáticas, almejando a popularização da ciência, a iniciação científica infanto-juvenil e a formação inicial e continuada de professores (MALHEIRO, 2016).

Segundo Malheiro (2016) e Almeida (2017), para se alcançar os objetivos pretendidos, adotam-se Sequências de Ensino Investigativo que utilizam a experimentação investigativa como principal metodologia ativa utilizada. De acordo com Carvalho et al. (2009) tal perspectiva pedagógica possui como ponto de partida, um problema que, para ser solucionado, é necessário que se execute uma experiência.

A cada dois sábados uma atividade experimental é desenvolvida no clube. No primeiro dia de encontro, efetuam-se os seis primeiros passos, são eles: 1- O professor propõe o problema, 2- Agindo sobre os objetos para ver como eles reagem, 3- Agindo sobre os objetos para obter o efeito desejado, 4- Tomando consciência de como foi produzido o efeito desejado, 5- Dando explicações causais e 6- Escrevendo e desenhando.

O segundo sábado é dedicado à sétima e última etapa (7- Relacionando atividade e cotidiano), na qual é realizada a contextualização e a sistematização do conhecimento construído no decorrer do experimento. Nesse momento é comum o uso de imagens,

jogos, dinâmicas, histórias, desenhos, simulações, apresentações em slides, exposições teatrais, entre outros.

A partir do desenvolvimento dessas sete fases, e com o acompanhamento e a orientação do professor-monitor, os estudantes passam pelos momentos de exploração, conjectura, testes de hipóteses, justificção e validação. Com isso, “uma atividade investigativa pode impulsionar a exploração das ideias matemáticas relacionadas ao problema em análise, com a consideração sobre as possíveis estratégias a serem mobilizadas para sua solução e validação” (GALVÃO; COSTA; PRADO, 2017, p. 41).

Conforme Malheiro (2016) e Almeida (2017), os docentes que acompanham e desenvolvem as ações pedagógicas com os alunos são voluntários, que denominamos de professores-monitores, sendo eles licenciados ou em formação inicial em cursos de Pedagogia ou Licenciaturas diversas, como Ciências Naturais, Biologia, Física, Química e Matemática.

A atividade aplicada foi intitulada “Problema das Formas” e buscava discutir os conceitos introdutórios de área e perímetro, sendo adaptada de uma prática pedagógica apresentada por Cazzola (2008). Assim, o momento pedagógico seguiu as etapas de experimentação investigativa propostas por Carvalho et al. (2009), sendo composta de sete momentos específicos.

Durante a atividade os alunos deveriam manipular os materiais fornecidos (bolinhas de gude/petecas e um cercado feito com bloquinhos de madeira unidos por um arame formando uma circunferência), para solucionar a seguinte problema: Entre todas as formas possíveis de uma cidade, qual o melhor formato para que ela possa ter mais casas com menos muros?

Para solucionar essa questão, os alunos construíram com os bloquinhos de madeira (muros) várias formas geométricas planas, verificando em qual delas caberia mais bolinhas de gude (casas) em sua superfície. Após essa manipulação, eles chegaram à conclusão que o melhor formato seria o círculo.

A explicação matemática para esse experimento está relacionada com a Geometria Euclidiana, mais especificamente com o Teorema Isoperimétrico, também conhecido como Problema da Cerca. Essa proposição afirma que “dado um comprimento fixo, dentre todas as figuras planas, fechadas, convexas e de perímetro igual a esse comprimento, o círculo é a que possui maior área” (MORETO, 2013, p. 50).

Os discentes participantes da investigação foram uma professora-monitora, além quatro alunos do quinto ano (Grupo 1) e três do sexto ano (Grupo 2), com idades variando de 10 a 14 anos. Nesse sentido, os sujeitos envolvidos nos diálogos são identificados pela letra maiúscula A, acompanhada de números sequenciados para diferenciação de cada aluno (A1 a A7). Já a professora-monitora foi designada por Prof.

Ressaltamos que, ao realizarem a inscrição no Clube de Ciências Prof. Dr. Cristovam W. P. Diniz, os pais ou responsáveis dos estudantes assinam o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), autorizando a participação das crianças nas pesquisas realizadas nesse ambiente de ensino, liberando o uso das falas e das imagens.

Resultados e discussões

Após os momentos iniciais de organização e motivação dos grupos, os estudantes debruçaram-se sobre os materiais para solucionar a problemática proposta. Primeiramente, alguns discentes acreditaram que para colocarem o máximo de petecas no cercado precisariam apenas dispor umas sobre outras. Entretanto, a professora-monitora levou os alunos a compreender que cada bolinha de gude correspondia a uma habitação da localidade que seria construída, e que elas precisavam ocupar toda a superfície da circunferência de madeira, sem que estivessem sobrepostas. Essa ação foi importante para que os alunos não confundissem área e volume, já que buscávamos explorar apenas os conceitos introdutórios de área e perímetro de figuras planas.

Com isso, todos alunos primeiramente experimentaram o formato de círculo. Depois o Grupo 1 testou os formatos de pingo de chuva, maçã, quadrado, triângulo e retângulo. Já o Grupo 2 fez as formas de coração, quadrado, triângulo, pentágono e retângulo.

Durante esse momento de manipulação dos objetos, os estudantes discutiram suas ideias e hipóteses, ocasionado o surgimento de argumentos estruturados que apresentavam operações epistemológicas para indicar ações e pensamentos. Para exemplificar essa etapa, o Quadro 2 a seguir mostra o Grupo 2 testando a hipótese de que o quadrado poderia ser o melhor formato para a cidade.

Quadro 2: Momento de teste da hipótese do formato quadrado

Turno	Discurso	Padrão de Toulmin	Operações epistemológicas
1	A6: Deixa eu tentar fazer um quadrado aqui (<i>começa construir um quadrado com o cercado de madeira</i>).	Dados	
2	A7: Isso é um retângulo. Tem que ser um quadrado, tem que ter lados iguais.	Garantia	Dedução Definição
3	A6: Tá... Pronto... Vamos colocar as petecas na mesma quantidade.		Plausibilidade
4	A5 e A6: Um, dois, três, quatro, cinco... (<i>continuam contando até chegar em trinta e dois</i>).		
5	A6: Está bom, porque já está saindo do formato.	Qualificador modal	Plausibilidade Causalidade
6	A7: Trinta e dois (<i>anotando no papel o resultado obtido</i>).		
7	A7: Espera... Deixa ajeitar esse quadrado (<i>manipula os lados do cercado para não desfazer o formato de quadrado</i>).	Dados	Indução
8	Prof: Mas que formato é esse mesmo?		
9	A7: Era para ser um quadrado.		Plausibilidade
10	A5: Mas só que ele desmontou quando colocamos as petecas.		Plausibilidade

11	A7: Espera... Deixa ajeitar esse quadrado (<i>manipula o cercado tentando formar novamente um quadrado</i>).	Dados	
12	Prof: Mas olhem que vocês estão forçando. Retirem um pouco e formem o quadrado certinho.		
13	A6: Mas está formado agora (<i>mostra o quadrado que conseguiu montar</i>).		
14	Prof: Eu não estou vendo um quadrado aí não.		
15	A5: Um quadrado tem que ter lados iguais e cantos retinhos... (<i>começa a arrumar o quadrado</i>). Pronto.	Garantia Apoio	Definição
16	A6: Ficou um quadrado com as beiras boleadas por causa do cercado. Mas ficou quadrado.	Refutação Conclusão	Apelo a atributos

Fonte: Produzido com base nas informações constituídas durante a pesquisa

A partir da manipulação dos materiais, os estudantes obtiveram os dados empiricamente, ou seja, em ação direta com a atividade experimental. Desta maneira, segundo o padrão de Toulmin (2001), temos que a passagem dos dados (D) para a conclusão (C) de que o quadrilátero que estava sendo analisado era um quadrado, deu-se mediante a autorização explícita das garantias (W1 e W2) feitas por A7 e A5, as quais afirmaram que um quadrado deveria possuir lados iguais e ângulos retos. Logo, o apoio (B) desse argumento está correspondendo com a definição matemática de quadrado.

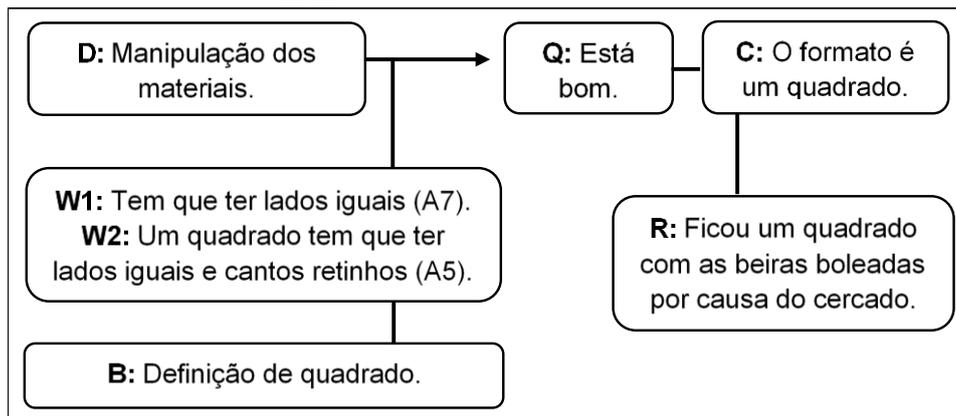
Destacamos que, conforme assevera Toulmin (2001), o qualificador modal (Q) consiste em uma referência que explicita um certo grau de força para a conclusão, os quais podem ser apresentados por meio de advérbios. Portanto, ao usar o adjunto adverbial “Está bom”, o estudante A6 fortificou o argumento que estava em construção, informando que se fossem colocadas mais bolinhas no cercado o formato não se manteria (CAMPEDELLI; SOUZA, 2000).

Entretanto, devido às limitações existentes no objeto manuseado, A6 encontra uma refutação (R) para o conceito encontrado. Tal condição de exceção mostra que nessa situação experimental em particular, a característica de ângulos medindo 90° não pode ser atendida, contestando, assim, as suposições criadas (TOULMIN, 2001).

Então, neste episódio, observamos que a partir da interação existente sobre as características do quadrado, os alunos desenvolveram em conjunto e com o auxílio da professora-monitora, um argumento completo de acordo com os elementos do padrão de Toulmin (2001).

Destacamos que todos os layouts apresentados nessa seção de análise foram organizados a partir da adaptação das falas dos alunos ao longo dos episódios apresentados. Com isso, buscamos mostrar de maneira esquemática como os mais variados discursos organizam-se de acordo com os elementos estruturais de Toulmin (2001). Assim, apresentamos na Figura 2 o modelo de argumento desenvolvido pelo Grupo 2 durante o teste da hipótese do quadrado.

Figura 2: Layout do argumento desenvolvido durante o teste da hipótese do quadrado



Fonte: Produzido com base nas informações constituídas durante a pesquisa

Ao construir esse argumento estruturado, o grupo inicia o teste de uma nova hipótese de solução da problemática, para isso A6 expressa e auxilia na construção do quadrilátero. Com isso, no turno 2, A7 observa as características do tamanho dos lados do formato que estava sendo feito e deduz que o mesmo era de um retângulo. Para auxiliar o colega, o discente acrescenta que um quadrado deveria ter lados iguais. Com essas falas, o aluno desenvolve as operações epistemológicas de **dedução**, em que identifica características particulares para se encontrar um conceito, e **definição**, na qual busca explicitar uma regra matemática.

No turno seguinte, A6 observa e avalia o formato produzido, afirmando que a quantidade de petecas deveria ser a mesma. Logo, o aluno desenvolveu a **plausibilidade** (JIMÉNEZ-ALEIXANDRE; RODRÍGUEZ; DUSCHL, 2000).

Após construírem a forma desejada e verificarem quantas bolinhas de gude cabiam dentro do cercado, os estudantes perceberam que as petecas estavam forçando os lados do mesmo, fazendo com que o quadrado se desfizesse. Para alertar os colegas sobre essa situação, A6 coloca: “Está bom, porque está saindo do formato”.

Com essas palavras, o discente desenvolve as operações epistemológicas **plausibilidade** e **causalidade**, pois avaliou e concluiu que se a quantidade de objetos dentro do cercado aumentasse o formato não se manteria. Já no turno 7, A7 procura organizar o cercado de maneira que seja mantido o padrão quadrado, demonstrando usar a **indução** como operação de estruturação do seu pensamento e ação.

Neste momento, a professora-monitora pergunta aos alunos qual o formato que estava sendo feito, com o intuito de verificar e relembrar as ideias anteriormente debatidas pelos discente durante a manipulação dos materiais. Para responder o questionamento, nos turnos 9 e 10, os educandos A5 e A7 utilizam a operação epistemológica **plausibilidade**, na qual procuraram afirmar seu próprio conhecimento sobre o motivo das características do quadrilátero não serem atendidas (JIMÉNEZ-ALEIXANDRE; RODRÍGUEZ; DUSCHL, 2000).

Em seguida, nos turnos 12 e 14, a professora-monitora estimula os alunos a observar suas ações, descrevendo-as mentalmente, chegando nas características matemáticas de um quadrado. Isso leva A5 a explicitar a **definição** de um conceito, ao

destacar que “um quadrado tem que ter lados iguais e cantos retinhos”, já que um quadrilátero que apresenta lados iguais e ângulos medindo 90° é considerado um quadrado (DOLCE; POMPEO, 2013).

A partir disso, o grupo consegue formar o quadrilátero desejado. Mas, devido às limitações do material manipulado, A6 percebe que a característica de ângulos retos não seria atendida. Para evidenciar sua percepção, o discente faz um **apelo aos atributos** do objeto, afirmando, no turno 16, que “ficou um quadrado com as beiras boleadas por causa do cercado”.

Dando continuidade à análise, apresentamos no Quadro 3, a seguir, o momento em que os alunos do Grupo 1 expõem a solução encontrada para o problema da atividade experimental. Esclarecemos que a situação observada acontece após a equipe ter testado várias hipóteses como solução da problemática.

Quadro 3: Momento de apresentação da resolução do problema pelo Grupo 1

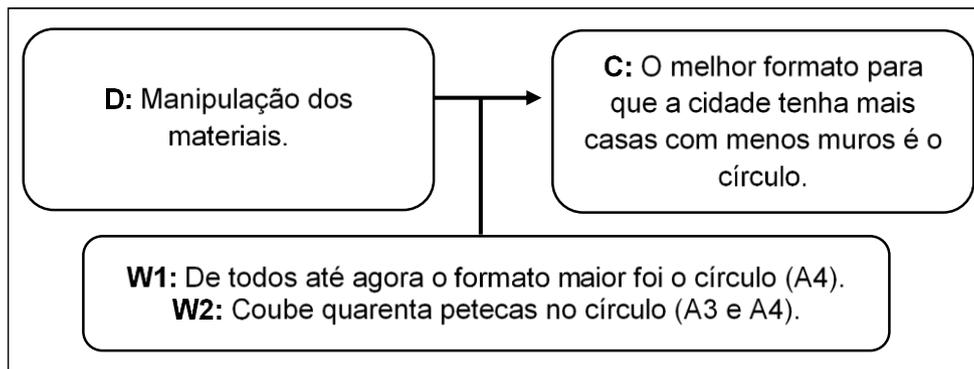
Turno	Discurso	Padrão de Toulmin	Operações epistemológicas
17	A4: De todos até agora o formato maior foi o círculo.	Garantia	Plausibilidade
18	A1: Mas foi quarenta no círculo mesmo?		
19	A4: Vamos fazer de novo pra você ver (A3 e A4 colocam quarenta petecas no formato de círculo para comprovar a afirmação).	Dados	Causalidade
20	A4: Está vendo como deu quarenta? (direcionando-se para A1).	Garantia	Causalidade
21	Prof: Qual que deu quarenta?		
22	A4: O círculo.	Conclusão	

Fonte: Produzido com base nas informações constituídas durante a pesquisa

Nesse episódio, verificamos novamente que, a partir das constatações encontradas com a manipulação dos objetos e a testagem de várias hipóteses de formatos, o grupo obteve os dados (D) necessários para justificar a conclusão (C) de que o melhor formato para que a cidade tivesse mais casas com menos muros seria o círculo. Como garantias (W1 e W2) de autorização dessa alegação, A4 afirmou que a referida forma foi a que comportou mais petecas dentre todas testadas, sendo mostrado por A3 e A4 que cabiam exatamente quarenta unidades dentro do cercado (TOULMIN, 2001).

Deste modo, organizando as informações de acordo com Toulmin (2001), averiguamos que os estudantes construíram um argumento com estrutura básica, tendo o seguinte layout.

Figura 3: Layout do argumento desenvolvido pelo Grupo 1 sobre resolução do problema



Fonte: Produzido com base nas informações constituídas durante a pesquisa

Para qualificar o conteúdo desse argumento, os alunos desenvolveram algumas operações epistemológicas. No turno 17, notamos que A4 procura confirmar para si mesmo e seus colegas as verificações encontradas até aquele momento. Assim, com a fala “de todos até agora o formato maior foi o círculo”, ela expressa a **plausibilidade**.

Na sequência, o discente procurou por um mecanismo de confirmação dessa afirmação, já que A1 tinha dúvidas sobre a colocação feita. Sendo que, ao manipularem os materiais, A3 e A4 puderam comprovar que a maior quantidade de petecas que cabia no círculo era quarenta unidades. Com essas ações, procurava-se estabelecer uma relação de causa e efeito, utilizando a operação de **causalidade** (JIMÉNEZ-ALEIXANDRE; RODRÍGUEZ; DUSCHL, 2000).

Logo após esse momento, a professora-monitora procurou testar se os estudantes conseguiram relacionar as conclusões explicitadas em uma situação diferenciada. Para isso, questionou qual seria o melhor formato para a cidade, caso seus governantes quisessem construir apenas prédios. Essa situação é apresentada no Quadro 4.

Quadro 4: Momento de apresentação da resolução do problema pelo Grupo 1 (continuação)

Turno	Discurso	Padrão de Toulmin	Operações epistemológicas
23	Prof: Hum... Ah, tá... E se eu quisesse nessa cidade fazer vários prédios, se quisesse construir pra cima, qual o formato que ia ter? Qual seria?		
24	A4: Ia ser círculo do mesmo jeito.	Qualificador modal Conclusão	Plausibilidade
25	Prof: Por que seria círculo?		
26	A4: Porque eu ia colocar em cima da casa e ia virar um prédio.	Garantia	Causalidade
27	Prof: Ah, tá... Me mostra então como é? Como é vocês iriam fazer? (<i>Alunos começam a colocar petecas no formato de círculo</i>).	Dados	
28	A2: Deu cinquenta.		

29	Prof: Cinquenta? Se tivesse mais petecas caberia mais ainda?		
30	A4: Caberia.		
31	Prof: Então qual é o formato que ia caber mais?		
32	A2 e A4: No círculo.	Conclusão	Plausibilidade
33	Prof: Por que o círculo?		
34	A4: Porque cabe mais peteca. Porque quando a gente usa os outros formatos, eles ficam querendo se transformar no círculo pra poder caber.	Garantia	Consistência com experiência

Fonte: Produzido com base nas informações constituídas durante a pesquisa

De acordo com os elementos e a estrutura proposta por Toulmin (2001), foram obtidos os dados (D) por meio da manipulação dos materiais e dos testes das hipóteses levantadas, que levaram os alunos a concluir (C) que, do mesmo jeito (Q), o melhor formato para a cidade seria o círculo, independentemente se fossem construídas casas ou prédios.

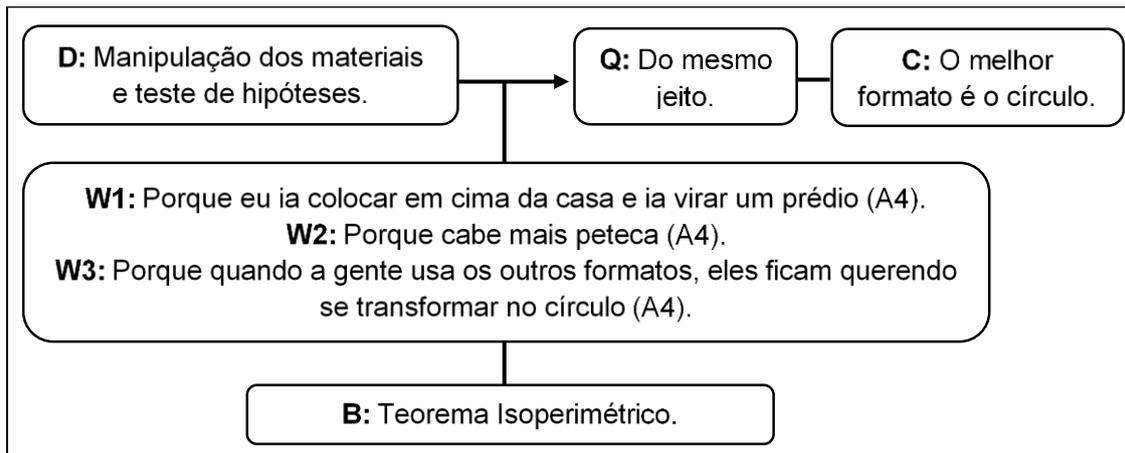
A expressão “do mesmo jeito” colocada por A4, é classificada uma locução adverbial que significa ‘do mesmo modo’ ou ‘da mesma maneira’ (CAMPEDELLI; SOUZA, 2000). Desta maneira, tal colocação caracteriza-se como um qualificador modal (Q) que concede força à conclusão encontrada pelos estudantes.

Como garantias dessa alegação, A4 explicitou que ao se colocar as casas umas sobre as outras elas se tornariam prédios (W1). Colocou, ainda, que na forma circular cabia mais petecas (W2). E por fim, acrescentou que ao se testar outras configurações para a cidade, o cercado era forçado e voltava a se transformar em círculo (W3).

Tem-se como apoio (B) dessa argumentação o teorema isoperimétrico. Ressaltamos que apesar dos alunos não conhecerem esse conceito, suas colocações apoiam-se implicitamente nessa relação (CAZZOLA, 2008; MORETO, 2013).

Desse modo, a partir dos componentes do padrão de Toulmin (2001), temos que o layout desse argumento se apresenta da seguinte maneira.

Figura 4: Layout do argumento desenvolvido pelo Grupo 1 durante a resolução do problema envolvendo prédios



Fonte: Produzido com base nas informações constituídas durante a pesquisa

Durante a construção desse argumento, os alunos desenvolveram operações epistemológicas que foram estimuladas por meio do questionamento feito pela professora-monitora. A partir de sua fala no turno 23, a docente procurou testar se os estudantes conseguiram relacionar as conclusões explicitadas em uma situação diferenciada. Para isso, questionou qual seria o melhor formato para a cidade, caso seus governantes quisessem construir apenas prédios.

Como resposta, A4 afirma enfaticamente que “la ser círculo do mesmo jeito”, buscando confirmar o conhecimento obtido por meio da experimentação desenvolvida. Sendo assim, o estudante apresentou a operação epistemológica da **plausibilidade**.

Ao observar tanta convicção na solução apresentada, no turno 25 a docente questionou “Por que seria círculo?”. Novamente A4 é categórica em sua declaração e apresenta um entendimento empírico que comprovasse sua resposta, atingindo a operação epistemológica da **causalidade** (JIMÉNEZ-ALEIXANDRE; RODRÍGUEZ; DUSCHL, 2000).

Para suscitar ainda mais discussões em torno da problemática colocada, a professora-monitora solicita que os educandos testassem a hipótese, para que descrevessem e nomeassem as ações realizadas e os efeitos obtidos. Tal incentivo fez com que os alunos se voltassem novamente para a manipulação do material para, assim, chegarem a um resultado.

Assim, nos turnos 32 e 34, o grupo chegou à uma conclusão com **plausibilidade** de que, independente se fossem casas ou prédios construídos, o melhor formato para a cidade seria o círculo. Como comprovação dessa resposta, A4 utilizou a operação epistemológica **consistência com experiência**, em que utilizou fatores observados na manipulação dos materiais para dar coerência e entendimento do que estava sendo discutido (JIMÉNEZ-ALEIXANDRE; RODRÍGUEZ; DUSCHL, 2000).

A partir da observação desse episódio e do argumento construído ao longo dele, constatamos que por meio da experimentação investigativa, os discentes perceberam e comprovaram empiricamente o teorema isoperimétrico. Com isso, os estudantes explicitaram suas compreensões de que para se obter o máximo de casas construídas

(área) com o mínimo de muros (perímetro), a cidade deveria ter a forma circular (CAZZOLA, 2008; MORETO, 2013).

Depois de verificar que ambos os grupos já haviam resolvido o problema, a professora-monitora iniciou as discussões que levaram os estudantes a exporem o caminho tomado para solucionar a problemática procurando dar explicações para o fenômeno investigado, bem como destacarem as hipóteses levantadas e o motivo de terem sido refutadas. Logo, por meio desse relato, os educandos tomaram consciência do exercício manipulativo desenvolvido e começaram a ação intelectual da atividade, que buscava levá-los à interpretação, compreensão e argumentação dos conceitos introdutórios de área e perímetro.

Após as socializações dos alunos, se passou à última etapa do encontro que buscava sistematizar individualmente a aprendizagem ocorrida durante a aula, sendo que foi solicitado que os alunos escrevessem e desenhassem sobre a atividade desenvolvida.

No sábado seguinte aconteceu a etapa “Relacionando atividade e cotidiano”, em que procuramos complementar a sistematização do conhecimento gerado no encontro anterior, discutindo os principais conceitos, ideias e dúvidas surgidas. Para tanto, esse período foi composto por vários tipos de estratégias e recursos didáticos, tais como apresentações em slides, vídeos, imagens, jogos e simulação de situações, buscando envolver ludicamente os alunos de maneira que participassem ativamente das investigações, discussões e exposição de suas ideias, e assim estimular o surgimento de argumentos.

Um desses momentos consistiu na apresentação aos discentes da seguinte situação hipotética³: “O Mickey possuía um sítio que passava um rio por dentro dele, como o ratinho desejava doar parte de seu terreno para Donald propôs um desafio a seu amigo, de maneira que para receber esse presente, o pato deveria cercar o máximo de terra com o couro de apenas um boi”. A solução desse caso pelos estudantes é exposta no Quadro 5.

Quadro 5: Momento de resolução da situação problema do Pato Donald

³ A situação foi adaptada do problema relacionado com uma antiga lenda contada por Virgílio na obra *Eneida*, sobre uma princesa chamada Dido, também conhecida como Elisa, que fugiu e fundou a cidade de Cartago no norte da África fazendo uso intuitivo dos conceitos de maximização de área com o mínimo de perímetro a partir do teorema isoperimétrico (MORETO, 2013). A lenda conta que, ao chegar no lugar escolhido para fundar a cidade, a princesa tentou comprar terras da realeza local para que pudesse se estabelecer. O acordo feito com o rei foi que ela só teria em terras o que pudesse abranger com a pele de um boi. Dido e seu grupo decidiram, então, cortar a pele em tiras tão finas quanto possível, emendá-las e com elas englobar, em forma de semicírculo, um terreno beirando o mar.

Turno	Discurso	Padrão de Toulmin	Operações epistemológicas
35	A7: Eu colocava um aqui... um aqui... um aqui... (<i>indicando pontos diferentes sobre a carteira que estava sentado</i>).	Dados	Dedução
36	Prof: Mas você colocava o quê?		
37	A7: Uma cerca invisível...		
38	Prof: Cerca invisível? Mas tem que ter o couro de um boi.		
39	A7: Pois é... Eu colocava um pedaço do couro do boi bem aqui... outro pedaço aqui... e outro aqui (<i>novamente indica vários pontos sobre a carteira</i>). Aí chamava de cerca invisível.	Dados	Dedução
40	Prof: Mas só que... (<i>pega o cercado de madeira usado no experimento proposto</i>). Olhem aqui o meu muro... Não está todo interligado? Não tem nada invisível no muro da nossa cidade. Então como seria se ele quisesse fazer esse muro com o couro do boi pra pegar o máximo de área possível? Pra ter o maior espaço possível para ele fazer uma casa boa pra morar? Mas só pode usar um boi...		
41	A7: É fácil... Não é preciso usar o COURO INTEIRO DO BOI. Usa só um pedacinho... Vai cortando de pouquinho em pouquinho assim oh... (<i>desenha linhas horizontais no ar</i>). Aí vai colocando um por cima do outro... Aí daria...	Dados Garantia	Dedução
42	A6: Eu ia cortando o couro em fitas, e ia construindo... lá fazendo uma cerca com o couro em fita...	Garantia	Dedução
43	A7: Assim ia dar bastante...		Dedução
44	Prof: Ai então o couro ia dar muito... Aqui (<i>indica A3 para que pudesse falar</i>).		
45	A3: Ele ia cortando o couro bem fininho e ia colocando...	Conclusão	Dedução
46	Prof: Bem fininho... (<i>confirma com a cabeça</i>). Mas ele ia colocando em que formato?		
47	A1, A3, A4 e A7: De círculo...	Conclusão	Classificação
48	A6: Formato circular.	Conclusão	Classificação
49	Prof: Por que circular?		
50	A1 e A6: Porque vai ter mais espaço.	Garantia	Causalidade

Fonte: Produzido com base nas informações constituídas durante a pesquisa

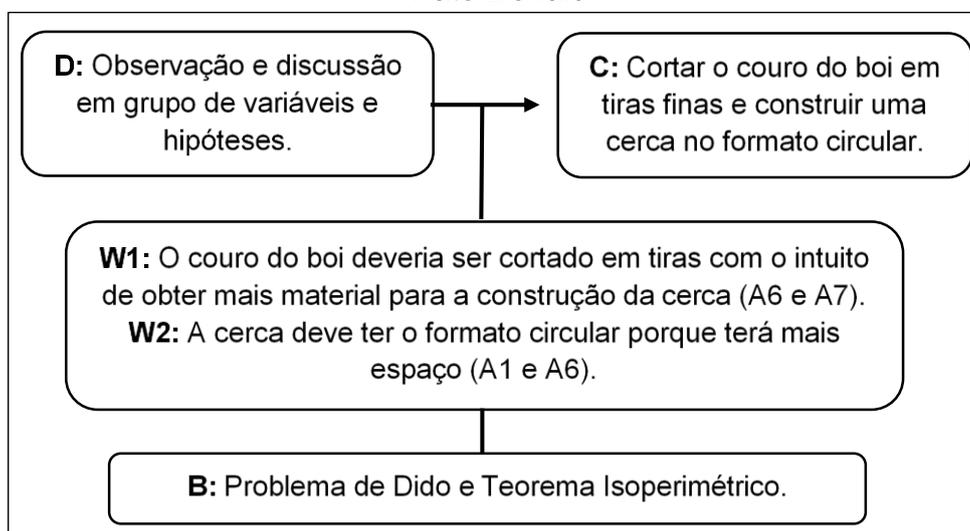
Percebemos que os educandos construíram um argumento que pode ser organizado de acordo com os elementos propostos por Toulmin (2001). Desta maneira, a partir dos dados (D) em que os alunos observaram e discutiram as variáveis e hipóteses que poderiam solucionar o problema, chegou-se à conclusão (C) que para se obter o

máximo de terreno era necessário cortar o couro do boi em tiras finas e construir uma cerca no formato circular.

Como garantias para essa alegação, A6 e A7 colocaram que se o couro fosse cortado em tiras bem finas Donald iria obter mais material para delimitar a terra (W1). E ainda, A1 e A6 explicitaram que no formato circular o terreno teria mais espaço (W2) (TOULMIN, 2001). O apoio (B) implícito dessa argumentação se encontra no problema resolvido pela princesa Dido, que faz uso do teorema isoperimétrico para demarcar o máximo de área com o mínimo de material para o contorno (CAZZOLA, 2008; MORETO, 2013).

Logo, a estrutura do argumento desenvolvido pelos estudantes, de acordo com o padrão de Toulmin (2001) é o seguinte.

Figura 5: Layout do argumento desenvolvido durante a resolução da situação problema do Pato Donald



Fonte: Produzido com base nas informações constituídas durante a pesquisa

Para qualificar esse argumento, os estudantes desenvolveram operações epistemológicas que foram estimuladas a partir da situação problema que envolvia o Pato Donald. Nos turnos 35, 37 e 39, A7 expressou de que maneira iria resolver inicialmente a problemática. Para isso, o estudante faz uso da **dedução**, já que procura identificar situações e exemplos que auxiliem na construção da cerca em volta do terreno (JIMÉNEZ-ALEIXANDRE; RODRÍGUEZ; DUSCHL, 2000).

Para entender o que o educando estava colocando, nos turnos 36 e 38, a professora-monitora faz algumas perguntas com o intuito de que o estudante colocasse à prova suas convicções levantadas. Na sequência, no turno 40, ao verificar que o caminho tomado por A7 não solucionaria a pergunta proposta, a docente retoma ideias já discutidas e apresenta novamente o problema a ser solucionado.

Ao fazermos uso dessas ações, a professora-monitora guiou A7 para o levantamento e avaliação de novas hipóteses, levando-o a repensar suas colocações e,

utilizando novamente a operação **dedução**, inferir que o couro do boi poderia ser cortado em tiras para delimitar a terra (JIMÉNEZ-ALEIXANDRE; RODRÍGUEZ; DUSCHL, 2000).

A partir disso, nos turnos 42 e 43, A6 e A7 novamente fazem uso da **dedução** para confirmar que com o couro cortado em fitas Donald teria mais material para construir sua cerca. Na sequência, no turno 45, A3 procura caracterizar que o couro deveria ser cortado em tiras finas, utilizando novamente a operação epistemológica **dedução**.

Após essa tomada de consciência das ações a serem tomadas, faltava que os alunos definissem qual o melhor formato que a cerca deveria possuir. Para isso, a professora-monitora questionou: “Mas ele ia colocando em que formato?”, buscamos inserir na fala dos alunos os termos da linguagem matemática.

A partir dessa colocação, quase de maneira unânime, os educandos colocaram que o círculo seria a melhor forma, desenvolvendo, desta forma, a **classificação** do formato de acordo com suas características. Sendo que, no turno 50, A1 e A6 utilizam a **causalidade** para confirmar o motivo do círculo ser o mais adequado (JIMÉNEZ-ALEIXANDRE; RODRÍGUEZ; DUSCHL, 2000).

Considerações Finais

Frente aos discursos elaborados pelos discentes com o auxílio da professora-monitora durante aplicação da atividade experimental investigativa, podemos observar os argumentos foram se desenvolvendo de acordo com os elementos constitutivos do padrão de Toulmin. Grande parte dos dados foram obtidos a partir da manipulação dos materiais, observação e discussão em grupo de variáveis, assim como do levantamento e teste de hipóteses. Com os fatos apurados, manifestaram-se outros termos argumentativos como conclusões, garantias, apoios, qualificadores modais e refutações.

Frente à argumentação elaborada pelos discente com o auxílio professora-monitora, identificamos sua estrutura de acordo com o Padrão Argumentativo de Toulmin (2001). Observamos que foram construídos argumentos básicos, sendo compostos por apenas dados (D), conclusão (C) e garantia (W).

À medida que perguntas instigantes eram colocadas ao longo do processo, surgiram organismos mais elaborados e fundamentados em relação as justificativas apresentadas, proporcionando mais força às ideias defendidas. Assim, constatamos argumentos mais completos que apresentaram tanto os componentes básicos (dados, conclusões e garantias), quanto apoios (B), qualificadores modais (Q) e refutações (R).

Em relação às operações epistemológicas apresentadas pelos alunos no desenvolvimento da argumentação, percebemos que surgiram diversas formas de ação e pensamento, com o intuito de proporcionar qualidade, estruturação e confirmação de ideias, bem como expor as maneiras como o conhecimento matemático se constituía.

Desta maneira, as operações epistemológicas apresentaram-se, em sua maioria, na forma de dedução, causalidade, definição, classificação, apelo aos atributos, consistência com experiência, e plausibilidade. Com a identificação dessas falas

características, observamos a maneira como os estudantes iam construindo o conhecimento ao longo das etapas da atividade investigativa, proporcionando coerência às ideias expostas e defendidas.

Observamos também que a metodologia investigativa aplicada teve grande relevância para o surgimento de argumentos e operações epistemológicas. Já que o ciclo argumentativo teve início com a proposição do problema a ser analisado, tendo continuidade nas etapas posteriores de manipulação dos materiais para resolução da problemática, bem como nos momentos de exposição do caminho tomado e explicação dos fenômenos estudados. Desta maneira, o trabalho investigativo em grupo propiciou a exploração de informações, o levantamento de conhecimentos prévios, testes de hipóteses, exposição e defesa de ideias com consistência e coerência.

Esse movimento de manipulação e investigação proporcionou os dados necessários para que arranjos cognitivos fossem realizados, permitindo o surgimento de operações epistemológicas, bem como a tomada de consciência das condições e características do fenômeno, além de auxiliar no reconhecimento e ordenação das variáveis a serem consideradas para a solução da problemática proposta.

Com relação ao conhecimento matemático, observamos que a utilização do concreto introduziu a abstração da temática envolvida, levando os educandos compreenderem e vivenciarem os conceitos apresentados. Ressaltamos, ainda, que o propósito da atividade não consistia em apresentar ou definir as fórmulas de cálculo de área e perímetro dos variados formatos geométricos planos, mas se buscava introduzir tais conteúdos, de maneira que os mesmos fossem entendidos e pudessem ser aplicados na vida cotidiana.

As intervenções da professora-monitora tiveram grande importância no processo argumentativo levaram os educandos a refletirem conjuntamente suas ações, auxiliando no desenvolvimento de operações epistemológicas que qualificassem os argumentos. Tais ações propiciaram oportunidades de interações discursivas entre docente-discentes e discentes-discentes, bem como possibilitou momentos de estudo e debate dos conteúdos em foco.

Destarte, torna-se relevante que o educador tenha consciência de seu papel de incentivador e regulador durante a construção de ideias, atentando-se para que suas intervenções levem os estudantes a desenvolver, sistematizar e qualificar o conhecimento matemático.

Agradecimentos

Ao Grupo de Estudo, Pesquisa e Extensão FormAÇÃO de Professores de Ciências e ao Clube de Ciências Prof. Dr. Cristovam W. P. Diniz da Universidade Federal do Pará (Campus Castanhal).

Referências

- ALMEIDA, W. N. C. **A Argumentação e a Experimentação Investigativa no Ensino de Matemática**: O Problema das Formas em um Clube de Ciências. Dissertação de mestrado em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas, Universidade Federal do Pará, Belém-Pará, maio, 2017.
- BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. 1. ed., 3. reimp. São Paulo: Edições 70, 2011.
- BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto Editora, 1994.
- CAMPEDELLI, S. Y.; SOUZA, J. B. **Português**: Literatura, produção de textos e gramática. 3. ed. – São Paulo: Editora Saraiva, 2000.
- CARVALHO, A. M. P.; VANNUCCHI, A. I.; BARROS, M. A.; GONÇALVES, M. E. R, REY, R. **Ciências no ensino fundamental**: O conhecimento físico. São Paulo: Scipione, 2009.
- CAZZOLA, M. **Problem-Based Learning and Mathematics**: Possible Synergical Actions. In: GOMEZ CHOVA, L.; MARTÍ BELENGUER, D.; CANDEL TORRES, I. (Org.) International Conference of Education, Research and Innovation, Proceeding, International Association of Technology, Education and Development. Espanha: s. n., 2008.
- DOLCE, O.; POMPEO, J. N. **Fundamentos da Matemática Elementar** (Volume 9): Geometria Plana. 9. ed. – São Paulo: Atual, 2013.
- DRIVER, R.; NEWTON, P.; OSBORNE, J. Establishing the norms of scientific argumentation in classrooms. **Science Education**, v. 20, p. 1059-1073, 2000.
- GALVÃO, M. E. E. L.; COSTA, N. M. L.; PRADO, M. E. B. B. Construção de funções a partir de problemas geométricos: uma abordagem investigativa. **REnCiMa**, v.8, n.2, p.39-57, 2017. Disponível em: <http://revistapos.cruzeirosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/1218/882>. Acesso em: 20 mar. 2019.
- JIMÉNEZ-ALEIXANDRE, M.P., RODRÍGUEZ, A. B.; DUSCHL, R.A. “Doing the Lesson” or “Doing Science”: Argument in High School Genetics. **Science Education**, v. 84, 2000.
- MALHEIRO, J. M. S. Atividades experimentais no ensino de ciências: limites e possibilidades. **Actio: Docência em Ciência**, v. 1, n. 1, p. 107-126, jul./dez., 2016.
- MORAES, R. Participando da conversa: Construindo competências argumentativas na fala e na escrita. In: SCARTON, G.; SMITH, M. M. **Manual de redação**. Porto Alegre: PUCRS, FALE/GWEB/PROGRAD, 2002.
- MORETO, F. A. **Problema isoperimétrico e aplicações para o ensino médio**. 2013. 63f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista - Rio Claro (SP): UNESP, 2013.
- OLIVEIRA, M. M. **Como fazer pesquisa qualitativa**. 6.ed. Petrópolis, Rio de Janeiro: Vozes, 2014.
- PERELMAN, C.; OLBRECHTS-TYTECA, L. **Tratado da argumentação**: A nova retórica. São Paulo: Martins Fontes, 2005.

PEZARINI, A. R.; MACIEL, M. D. Avaliação dos argumentos e das argumentações produzidas pelos estudantes de ciências e biologia a partir de uma proposta didática pautada em Toulmin e Bonini. **REnCiMa**, v. 10, n.1, p. 27-47, 2019. Disponível em: <http://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/2251/1107>. Acesso em: 20 mar. 2019.

TOULMIN, S. E. **Os usos do Argumento**. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

VIEIRA, R. D.; NASCIMENTO, S. S. Argumentação no ensino de ciências: tendências, práticas e metodologia de análise. 1. ed. - Curitiba: Appris, 2013.