ISSN 2177-9309

ARISTÓTELES E WITTGENSTEIN:
do sentido e significado da lógica

Suelen Santos
suelenassuncao@yahoo.com.br
Alesandro Pinto
alessandro_mat1@hotmail.com

Resumo
O texto que segue é um ensaio bibliográfico explicativo que tem como material de análise o referencial teórico de dois pensadores que mudaram de modo significativo o pensamento da humanidade: Aristóteles (384- 322 a.C.) e Ludwig Josef Johann Wittgenstein (1889-1951). O objetivo é dar a perceber a existência de múltiplas lógicas por meio do deslocamento do sentido e do significado da lógica desses filósofos. Segundo o pensamento e a percepção de Aristóteles sobre a lógica, a verdade é fixada nas proposições, constituindo a lógica formal. Já a lógica de Wittgenstein aponta que os jogos de linguagem, as palavras, os signos e as frases admitem vários significados, com uma pluralidade não-fixa.

Palavras-chave: Lógica, Aristóteles, Wittgenstein, sentido e significado.

ARISTOTLE AND WITTGENSTEIN:
On the sense and meaning of logic

Abstract

This paper is an explanatory, bibliographic essay that analyzes the theoretical proposals of two thinkers that significantly changed human thought: Aristotle (384-322 BC) and Ludwig Josef Johann Wittgenstein (1889-1951). It aims at showing the existence of multiple logics by displacing the sense and meaning of those philosophers' logic.According to Aristotle's thought and perception of logic, the truth is fixed in propositions, thus constituting the formal logic. Wittgenstein's logic, in turn, points out that language games, words, signs and sentences allow several meanings, with non-fixed plurality.

Keywords: Logic, Aristotle, Wittgenstein, sense and meaning.

em teia Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana
ISSN 2177-9309
Universidade Federal de Pernambuco
Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica
EDUMATEC

Na cronologia, o início

Na história da filosofia, destaca-se Aristóteles, que se tornou uma das principais personalidades entre os filósofos por muitas realizações intelectuais. Uma das maiores foi a descoberta da lógica formal no século IV a.C. Trata-se de uma lógica que se dedica ao estudo das leis do pensamento, uma ciência autônoma. Do ponto de vista de sua estrutura ou forma lógica, o conceito, o raciocínio, a demonstração e o juízo não levam em conta qualquer conteúdo de material, sendo denominada, por essa razão, de lógica formal.

Exemplo:

Nenhuma mulher sabe dançar.

Este dançarino é mulher.

Logo, este dançarino não sabe dançar.

Note-se que esse raciocínio está correto, pois a conclusão foi deduzida corretamente. Porém, a conclusão é falsa, pois a primeira proposição é falsa ("Nenhuma mulher sabe dançar"). Esse raciocínio tem validade formal, e não material, logo, temos que concluir que ele é falso; ou, se é dançarino, é porque sabe dançar, logo, a conclusão é falsa.

Os filósofos utilizam-se de argumentos para convencer, para persuadir os outros de que suas crenças são verdadeiras. Se seus argumentos forem formados por premissas que todos acreditem ser verdadeiras, se procederem com rigor e clareza, então, qualquer um que acredite nas premissas acreditará na sua conclusão. Assim, sendo um argumento bom, poderemos concluir quase com toda a certeza que qualquer pessoa racional seria convencida por ele. Um argumento ser bom é um sinal de racionalidade, e a racionalidade está na natureza, na essência do homem; ao seguir, aceitar e construir argumentos, o homem manifesta o que é de verdade (LEAR, 2006).

Os argumentos com que Aristóteles se preocupava nada tinham de material, conforme foi dito anteriormente. Eles diziam e dizem respeito à natureza do mundo; suas premissas expressam verdades básicas sobre o mundo e não fazem apelos a

em teia Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana
ISSN 2177-9309
Universidade Federal de Pernambuco
Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica
EDUMATEC

nenhuma outra premissa, tornando-se conhecidas por si só. Já os argumentos rigorosos destinam-se a revelar verdades a respeito do mundo não conhecidas por si só, mas somente podendo ser deduzidas de premissas básicas, pois os argumentos são um conjunto de premissas que levarão a uma única conclusão se forem argumentos válidos.

Segundo Lear (2006, p. 310-311), “Aristóteles acreditava que o mundo era um bom lugar e que sua inteligibilidade era a manifestação desse bem”. Caso não existisse um modo de relacionar-se aquilo que é inteligível com aquilo que não o é, o mundo não seria inteligível, deixando de ser um bom lugar. Assim, deve existir uma relação sistemática entre as verdades do mundo, que somente podem ser conhecidas como verdades mais básicas ainda e imediatamente inteligíveis. É por isso que temos necessidade de um sistema lógico – devido ao desejo natural que temos de entender, ao deslocamento que precisamos fazer para irmos do que é obvio para nós até as verdades básicas sobre o mundo. Lear (2006, p. 311) pergunta-se: “como relacionarmos sistematicamente as verdades básicas do mundo, que se tornaram imediatamente inteligíveis para nós, com as verdades menos básicas que delas dependem?”. Enquanto essa resposta não for dada, não poderemos tornar inteligível a estrutura geral da realidade.

Para Lear (2006), ao explicar-se a lógica aristotélica, devem-se definir alguns conceitos e possuir claramente o significado de proposições. Denomina-se proposição ou sentença todo conjunto de palavras ou símbolos que exprimem um pensamento de sentido completo. Toda proposição assume como valor lógico verdadeiro ou falso, pois expressa a descrição de uma realidade.

Segundo Lalande (1999, p. 873), uma proposição seria “um enunciado verbal suscetível de ser dito verdadeiro ou falso e, por extensão, enunciado algoritmo equivalente a um enunciado verbal desse gênero, por exemplo, a = b”. Lalande (1999, p. 873) ainda afirma que, “por conseqüência, a proposição também pode ser definida por um enunciado de um juízo, pelo menos virtual”.

Os argumentos, na lógica aristotélica, são estruturados por conjuntos de proposições que denominamos de premissas. Para Lalande (1999), um argumento é todo e qualquer raciocínio destinado a provar ou a refutar uma proposição.

em teia Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana
Universidade Federal de Pernambuco
Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica
EDUMATEC
ISSN 2177-9309

Uma inferência de premissas para formar uma conclusão somente será válida se, e somente se, todas as premissas forem válidas, e a conclusão precisará necessariamente ser verdadeira. Para isso, consideremos a seguinte inferência: Y é um losango, portanto, Y é um paralelogramo. A inferência é válida porque o losango é um tipo especial de paralelogramo: um paralelogramo tem os lados paralelos dois a dois. Note-se que, mesmo que Y não seja um losango e seja um quadrado, por exemplo, a inferência seria válida. Podem existir inferências válidas sem que as premissas sejam necessariamente verdadeiras. O que queremos e precisamos é que, se as premissas são verdadeiras, a conclusão precisa ser verdadeira (LEAR, 2006).

Lear (2006) diz que o primeiro a reconhecer a validade de uma inferência apenas pela sua forma não foi Aristóteles, mas que este filósofo teria sido o primeiro a vislumbrar um complexo e sofisticado sistema de inferências formais. As inferências, segundo Lalande (1999), seriam todas as operações pelas quais admitimos uma proposição cuja verdade não nos é conhecida diretamente devido à sua ligação com outras proposições que são tomadas como verdadeiras; as inferências formais seriam, para Lalande (1999), inferências que possuem uma existência atual, efetiva, proposições que existem objetivamente, aquilo que existe virtualmente e implicitamente sem ser expressamente enunciado.

O conceito de inferência válida e prova, para Aristóteles, está ligado ao método axiomático. Um exemplo de uma teoria axiomática são *"Os Elementos"*, de Euclides. Na geometria axiomatizada, são postuladas as afirmações básicas, denominadas de axiomas, e sabemos que tais afirmações básicas deveriam ser de natureza óbvia ou simples, que uma pessoa veria que são verdadeiras apenas lendo-as e que as entenderia sem necessitar de demonstrações. A partir desses axiomas, são definidas e deduzidas afirmações, teoremas, e estes são os teoremas da geometria euclidiana (aproximadamente 300 a.C). Por volta de 582 a.C, os pitagóricos encorajavam a axiomatização da geometria, muito mais até do que a busca de resultados em sua matemática, pois acreditavam que a organização revelava uma básica harmonia na natureza.

em teia
Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana
Universidade Federal de Pernambuco
Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica
EDUMATEC
ISSN 2177-9309

Para Aristóteles, as únicas inferências permitidas seriam as inferências válidas, aquelas em que, depois de as premissas serem afirmadas e verdadeiras, a conclusão seria verdadeira por consequência lógica das premissas afirmadas anteriormente. Logo, deduzimos que a geometria puramente axiomatizada seria uma geometria deduzida apenas nas afirmações deduzidas dos axiomas por meios lógicos. O que Aristóteles também desejava era visualizar um sistema de inferências formais no qual qualquer inferência válida pudesse ser expressa e qualquer inferência informalmente válida também pudesse ser traduzida numa série de inferências formalmente válidas. Isso seria importante, do ponto de vista da realidade, porque poderíamos verificar a validade da inferência apenas pela sua forma, sem termos qualquer relação com o conhecimento do assunto. Esse sistema de inferências válidas criado por Aristóteles ficou conhecido como *silogística* ou *silogismo.* Segundo Lear (2006, p. 321-322), Aristóteles apresentou em primeiro lugar sua teoria do silogismo porque acreditava ser a mais geral: “cada prova é um silogismo, mas nem todo silogismo é uma prova”. Aristóteles definiu silogismo como “um discurso (um logos) no qual, tendo afirmadas certas coisas, algo diferente do que é postulado se segue por necessidade pelo fato de serem assim” (LEAR, 2006, p. 322). Um silogismo é qualquer argumento em que certas premissas são escritas ou ditas e outras coisas se seguem a partir dessas premissas.

São apresentadas poucas inferências obviamente válidas, e somos logicamente convidados a concordar que se trata de casos em que a conclusão se segue a partir das premissas. Aristóteles apresenta-nos uma lógica de predicação. Temos aqui um estudo de quais relações predicativas seguem outras. Essa lógica era importante para Aristóteles porque ele se preocupava não somente com axiomatização da geometria, mas também em axiomatizar toda a realidade (LEAR, 2006). A vontade de Aristóteles de axiomatizar a realidade é uma importante informação, pois geralmente os professores de matemática acham que a lógica é uma linguagem puramente algébrica, isso por possuírem uma formação acadêmica cartesiana. A lógica é uma espécie de filosofia, uma vez que só pensamos a partir de proposições.

em teia Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana
ISSN 2177-9309
Universidade Federal de Pernambuco
Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica
EDUMATEC

A lógica de Wittgenstein

Para Wittgenstein (2003), o pensamento está envolvido e conectado no ato de pensá-lo. Não existe nada em um pensamento sem que, ao pensá-lo, não tenhamos a consciência do que estamos pensando. O pensamento, para Wittgenstein, não é um objeto, não é uma máquina da qual possamos esperar resultados inusitados ou improváveis, de que consigamos algo que não possa ser lido, desse objeto, dessa máquina. A lógica, para Wittgenstein, funciona de modo totalmente diferente do funcionamento de um objeto, de uma máquina. Ele afirma que, "na lógica, só conseguimos dela o que pretendíamos com ela" (WITTGENSTEIN, 2003, p. 191). Se afirmamos que um copo é de vidro, não pensamos em 20, 30 ou 100 copos diferentes, menores ou maiores, que são de vidro, e não podemos pensar em "todos os copos de vidro existentes". Da mesma maneira, se falamos que "ele está em casa", não pensamos em 10, 20 ou 100 posições em que ele poderia estar, nem em "todas" as posições possíveis ou lugares onde ele estaria dentro da sua casa. Segundo Wittgenstein (2003), seja qual for o lugar que viermos a pensar onde ele pode estar na casa, estaremos corretos. Para Wittgenstein, parecem existir duas possibilidades de dedução: em uma delas, a premissa menciona tudo o que a conclusão faz; na outra, não.

Já na lógica aristotélica, isso não ocorre. As inferências de premissas só terão validade se, e somente se, todas as premissas forem verdadeiras, e necessariamente a conclusão também é verdadeira. Na seção sobre Aristóteles, vimos que a prova e a validade de inferências estão ligadas ao método axiomático e que, num sistema axiomático, as proposições estão divididas em teoremas e axiomas. As proposições primitivas, os axiomas, não estão demonstradas no sistema, e, a partir dessas proposições primitivas, os teoremas são demonstrados.

A palavra *demonstração* não quer dizer ou afirmar, na perspectiva de Wittgenstein, "derivação de outras proposições", mas "justificação da verdade". As proposições lógicas justificam-se a si mesmas (o que não quer dizer que sejam autoevidentes). Para Wittgenstein, se todas as proposições da lógica são a sua demonstração, então, não fará sentido falar de proposições primitivas ou axiomas. Não

ISSN 2177-9309

existirão proposições lógicas não-demonstráveis, nem existindo proposições primitivas, nem proposições derivadas. Ao abandonarmos uma concepção axiomática da lógica, defendida por Aristóteles, deixa de existir a necessidade de apelar à autoevidência para explicar o reconhecimento da verdade das leis lógicas primitivas (MACHADO, 2004).

De acordo com a inferência: "o tênis é preto; temos, portanto, que a metade dele também é preto", isso é dúbio; essa conclusão não é mencionada na primeira proposição. Se falamos "se você atingir o alvo em qualquer lugar deste círculo, você ganhará o prêmio...", e, então, "você o atingiu aqui, portanto...", o lugar mencionado na primeira proposição não foi mencionado na segunda. Prever essa possibilidade, se fosse essencial desprezar esse único caso, daria à premissa um sentido incorreto, e a conclusão não mais dependeria dela (WITTGENSTEIN, 2003).

Para Wittgenstein, a ideia de que uma proposição deve ser pensada juntamente com qualquer proposição que a acarrete é baseada em uma falsa e psicologizante noção. Wittgenstein afirma que "devemos nos ocupar apenas com o que está contido nos signos e regras" (WITTGENSTEIN, 2003, p. 192). Em outras palavras, Wittgenstein (2003) quer dizer que uma proposição não é decorrente de outra até ser confrontada com ela. Ela indica apenas a existência de possibilidades de se construírem proposições que decorram da primeira, não dando um número definido de tais proposições.

Para Rosa (2010), Wittgenstein tentou mostrar a resposta ao problema da relação entre o pensamento ou raciocínio e a lógica. Wittgenstein discute e questiona a argumentação antipsicologista de Frege, formulando uma versão diferente da versão sustentada por este, a saber, a de que as leis lógicas não são leis do nosso pensamento ou raciocínio, mas sim normas constitutivas do pensamento enquanto tal. A concepção psicologista de Wittgenstein significa que, se as leis da lógica descrevem em nossa mente as inferências básicas, então, não está excluída a possibilidade de existirem pessoas cujas operações mentais sejam guiadas por princípios totalmente distintos daqueles que guiam as nossas operações. Na matemática clássica, temos que 1+1=2, mas, para algumas tribos indígenas, temos que 1+1≠2. Podemos notar que esses índios possuem normas construtivas diferentes das normas construtivas da matemática clássica. Ferreira (2002) deixa claramente evidente que as leis do pensamento não são

em teia Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana
ISSN 2177-9309
Universidade Federal de Pernambuco
Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica
EDUMATEC

generalizadas e que podemos ter normas construtivas diferentes, conforme já tinha afirmado Wittgenstein. Sobre essas normas, podemos exemplificar: "ganhei 10 flechas de pescar peixe dos Kaiabi. Perdi uma na pescaria e dei três para meu cunhado. Com quantas flechas fiquei?" (FERREIRA, 2002, p. 57). Tarupi Juruna respondeu: nove flechas. Lavuciá Juruna respondeu: 21 flechas.

Notamos que tivemos respostas diferentes, pois existiu claramente uma articulação diferente, distintas normas construtivas matemáticas, leis lógicas diferentes para a resolução de uma mesma situação matemática.

Qual o pensamento ou raciocínio utilizado por Tarupi para chegar ao valor de nove flechas e por Lavuciá para ter chegado ao valor de 21 flechas?

> Tarupi: "Meu cunhado vai me pagar 3 flechas de volta. Então Kaiabi deu 10, eu fico com 13. Mas acontece que eu vou pagar Kaiabi, dar 10 flechas para ele também, então eu vou ficar com 2. Aí eu junto as 7 que eu já tenho em casa e fico com 9 flechas" (FERREIRA, 2002, p. 57).
> Lavuciá: "Agora eu tenho 21 flechas porque eu já tinha 9, então 10 mais 9 é igual a 19. Meu cunhado vai me pagar de volta as 3 que eu dei para ele mais 3 que ele estava me devendo. Isso dá 19 mais 6 é igual a 25. Mas eu perdi uma flecha no rio, então agora eu tenho 24. Como meu sogro já tinha me dado 3 flechas, então fica 24 menos 3 é igual a 21" (FERREIRA, 2002, p. 58).

Se não queremos que nosso pensamento ou raciocínio se reduza ao absurdo, confuso e renunciador de qualquer juízo, devemos reconhecer as leis lógicas como a lei da identidade; caso contrário, existirá uma impossibilidade do nosso pensamento enquanto tal – ele seria uma "confusão total" (ROSA, 2010, p. 32-33).

Wittgenstein desenvolveu a filosofia da linguagem por recusar-se a crer nos sistemas abstratos da lógica formal, que constituiu um crítico recuo em relação à posição logicalizante do determinismo implícito da noção de "estado das coisas" que puderam ser descritas pela linguagem do *Tratactus lógico-philosophicus* (1971). Em oposição ao que a filosofia analítica estabelece como relação de correspondência entre o objeto (material ou conceitual) e o nome, em que o nome significa o objeto e o objeto é

Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana
ISSN 2177-9309
Universidade Federal de Pernambuco
Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica
EDUMATEC

a significação do nome, Wittgenstein aconselha observarmos os usos que fazemos da linguagem na vida diária. Na filosofia analítica, a abordagem dada à significação é na perspectiva de que as linguagens recebem sentidos pelas suas relações com seus referentes. Por exemplo, o zero pode ter vários significados, dependendo do contexto em que nos referimos ao zero. Se for dentro dos conjuntos numéricos (conjunto dos naturais), o zero significa o nada; no conteúdo que se refere às funções, se desejarmos determinar o zero de uma função f(x), o zero representará as suas raízes, isto é, os valores atribuídos a x que tornarão f(x)=0. O estado das coisas, acontecimentos e o mundo das coisas contêm o objeto a que o nome se refere. Essa concepção de língua promove a ruptura com uma estruturante atividade, o que vai nos remeter a unidades ontológicas (estados de coisa, acontecimentos no mundo e objetos) que são relativizadas com respeito à sua localização espaço-temporal e pessoal, assim como as pessoas envolvidas (quem produz e quem interpreta) fazem parte desse contexto existencial (COLARES, 2011).

Para Colares (2011), a produção de um sentido acontece entre usuários de uma língua interativamente como uma função da construção de objetos de discurso a partir da percepção de seu nome no curso de uma atividade determinada: “o termo ‘jogo de linguagem’ deve aqui salientar que o falar da linguagem é uma parte de uma atividade ou de uma forma de vida” (COLARES, 2011, p. 333). Em *Investigações Filosóficas*, não mais importa a significação como extensão (etiquetagem biunívoca na relação linguagem-mundo), pois o uso (práxis) assume uma dimensão irredutível (COLARES, 2011).

Assim, a matemática é vista como “as matemáticas” e adquire múltiplos sentidos. Por exemplo: uma criança vai ao mercado e compra quatro balas por R$ 1,00. Daí, fazemos a seguinte pergunta: “quanto você pagaria se comprasse uma bala apenas?”. Ela responde: “eu pagaria R$ 0,25 por bala”. Observamos que sua resposta está correta e sabemos que ela tem a ideia do significado de 25 centavos de real, mas será que ela sabe o significado do número decimal 0,25? Podemos perfeitamente compreender que, mesmo que ela não tenha o conhecimento do significado do decimal

ISSN 2177-9309

0,25, a criança pode utilizar-se de suas normas construtivas matemáticas cotidianas e realiza a compra de suas balas.

A filosofia proposta por Wittgenstein está baseada na ideia de compreendermos a relação entre o ser humano e a realidade pela lógica, e não pela epistemologia ou pela psicologia. Para Wittgenstein, o papel da filosofia é analisar a linguagem que revele sua verdadeira forma e a sua relação com os fatos da vida e do mundo. “A filosofia é uma crítica da linguagem, e a proposição não é necessariamente sua forma real” (PECORATO, 2008, p. 314). A filosofia tem por objetivo decifrar a lógica do pensamento, resultando em proposições filosóficas, mas decifrando, elucidando as proposições (PECORARO, 2008).

Wittgenstein foi o precursor da virada linguística, com a noção de “jogo”. A noção de “jogo” de linguagem, originada no contexto da filosofia analítica, é desenvolvida na perspectiva filosófica e também na perspectiva linguística, destacando-se, ainda, nas consagradas orientações da pragmática.

Para Wittgenstein, a noção do jogo linguístico (“ser governado por regra” e “seguir uma regra”) não é nunca uma questão de “exatidão lógica”, mas antes decorre do funcionamento de um processo simbólico, num contexto específico, que gera a (inter)ação. A ideia do jogo de linguagem, portanto: (a) tem limitadas as suas escolhas, impostas à atividade do jogador pelas regras; (b) tem caráter não-rigoroso determinado pelas regras, que possibilitarão a escolha entre várias táticas e, eventualmente, a determinação da melhor tática caso por caso, assegurando o sucesso ou o melhor resultado do jogo e restringindo as possibilidades de produção de sentidos, pois, se um texto não tem um único sentido (ambiguidade, polissemia, deslocamentos poéticos etc.), também não tem todos os sentidos *ad infinitum*, remetendo a análise ao funcionamento estratégico de discursos em situações autênticas de interação. Em outras palavras, para jogarmos um jogo (de linguagem matemática), devemos conhecer as regras (táticas) e jogá-lo (COLARES, 2011).

O atomismo lógico de Wittgenstein tem a intencionalidade de estabelecer as bases lógicas fundamentais para que qualquer linguagem descreva de modo

em teia Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana
ISSN 2177-9309
Universidade Federal de Pernambuco
Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica
EDUMATEC

significativo aquilo que está no mundo que conhecemos e que é composto de possibilidades de espaços lógicos (MOREIRA, 2010).

Wittgenstein busca estabelecer as leis lógicas que governam todo o espaço de possibilidades, leis que tenham validade para todo e qualquer mundo. Segundo Moreira (2010), a proposição, na lógica de Wittgenstein, tem sentido desde que descreva um estado das coisas, e quem garante esse sentido é a descrição da possibilidade no espaço lógico pela proposição. Esse sentido é determinado quando a proposição descreve um fato que poderá ser uma verdade ou não, que pode ser ou não ser o caso.

Conforme Moreira (2010), o atomismo lógico tem sua força na independência lógica dos átomos. Nele, Wittgenstein defende que o sentido da proposição depende de uma bipolaridade, não existindo dependências em relação com as outras proposições. A tese de Wittgenstein repercute na capacidade de uma figuração de linguagem, pois uma proposição só necessita expressar o estado das coisas que representa.

Assim, para Moreira (2010), os problemas filosóficos consistem em problemas de linguagem. Tentam, na sua lógica, dizer algo que não se pode dizer, uma vez que tratam daquilo que condicionará o que pode ser dito. Tentam falar de coisas à margem do mundo, fora dos limites da linguagem, daquilo que está à margem da teoria. Essa é a esfera lógica que inscreve o que pensamos e o que dizemos, estabelecendo limites para o pensar e para o que a linguagem vai descrever. O mundo em que vivemos é composto de possibilidades do espaço lógico, e o que estiver fora desse espaço não pode ser pensado, logo, não vai ser descrito significativamente (MOREIRA, 2010). O impensado, nessa perspectiva lógica de Wittgenstein, não é possível, visto que pensamos por meio de linguagem, e, se não há linguagem para pensarmos em determinado estado de coisas, então, não há pensamento sobre.

Para Wittgenstein, existe um tipo de generalidade na regra de

> p v q decorre de p e um tipo diferente para proposições do tipo p, ~p,~~p,~~~~p... decorre de p.q. “Se F_1(a) [= a cor de F_1] acarreta ~F_2, então a possibilidade da segunda deve ser provida na gramática da primeira”, senão, não poderíamos chamar F_1 e F_2 de cores (WITTGENSTEIN, 2003, p. 198).

ISSN 2177-9309

Se a segunda proposição surgisse sem ser esperada pela primeira, com certeza, não seria decorrência da primeira. A primeira proposição deverá reconhecer a segunda como decorrência sua, ou deverão estar unidas em uma única gramática, que permanecerá a mesma antes e depois da inferência. De acordo com Wittgenstein, "nenhuma proposição é uma consequência de p, a menos que p a reconheça como sua consequência" (WITTGENSTEIN, 2003, p. 198).

> [...] Se uma proposição acarreta ou não outra proposição deve ser claro a partir da gramática da proposição e apenas a partir disso. Não pode ser o resultado de nenhum discernimento de um novo sentido: apenas de um discernimento do antigo sentido. Não é possível construir uma nova proposição que decorra da antiga que não possa ser construída (talvez sem saber se era verdadeira ou falsa) quando a antiga foi construída. Se um novo sentido fosse descoberto e decorresse da primeira proposição, isso não significaria que essa proposição alterou seu sentido? (WITTGENSTEIN, 2003, p. 198).

Para Rosa (2010, p. 38), Wittgenstein refere-se a uma lógica com uma concepção dualística, pois afirma que tal visão sobre a "lógica" converte a "lógica na física do reino intelectual"; esse motivo dá-se porque simultaneamente afirma que a lógica é "um corpo de verdades sobre o mundo", que não é uma ciência experimental, que suas proposições são tomadas como verdadeiras não por meio de verificações empíricas, mas sim exclusivamente pelo intelecto. Segundo Rosa (2010), Wittgenstein também diz que o intelecto é um tipo de sentido, do mesmo modo que o tato, a audição, a visão ou o olfato são sentidos.

Conforme Machado (2004), Wittgenstein afirma que toda e qualquer proposição descreve uma situação que é possível e que, existindo e sendo um fato, a torna verdadeira. O que tornará essa situação possível é o sentido dado pela proposição. Essa independência entre o sentido e a verdade das proposições é também independente em relação aos fatos. Sendo o sentido uma situação possível, uma possibilidade lógica, e uma situação possível é o sentido de uma proposição, as possibilidades lógicas também serão independentes dos fatos. O que é logicamente possível não será pelos fatos determinado. Se uma possibilidade lógica é uma possibilidade independentemente dos

ISSN 2177-9309

fatos, então, é necessariamente uma possibilidade. Analogamente, uma tautologia será necessariamente verdadeira, e uma contradição será necessariamente falsa (MACHADO, 2004).

Para Wittgenstein, as proposições são leis do pensamento e revelam a essência do pensamento humano; elas vão expressá-lo corretamente, porque mostram ou revelam a técnica ou a essência do pensar. A lógica mostra o que é pensar e também tipos de pensar; a lógica pode mostrar-nos o que podemos compreender por proposição e por linguagem (ROSA, 2010).

Segundo Rosa (2010), Wittgenstein reconhece que as leis da lógica são leis do pensamento não por descreverem as operações básicas do raciocínio humano, mas porque são capazes de mostrar o que os seres humanos denominam de pensar, isto é, porque a lógica vai expressar regras gramaticais, normas de descrição ou representação que definirão significados do que definiremos de raciocinar ou pensar, isentando as leis lógicas de qualquer conteúdo cognitivo (ROSA, 2010). Isso porque o significado das coisas não está nas coisas, mas é anterior a elas: a linguagem é que define as coisas e o uso que se faz dela num contexto inteligível possível.

Inferências ou Considerações Finais

Durante muitos séculos, e para muitos povos da antiguidade, era lógico que a Terra era o centro do universo e que o Sol e a Lua giravam em torno da Terra em uma órbita circular. Isso parecia lógico porque o Sol aparece no leste e desaparece no oeste. Aproximadamente 600 a.C., Thales de Mileto (Ásia Menor), filósofo, descobre a esfericidade da terra, a obliquidade da eclíptica e as causas dos eclipses. Cem anos mais tarde, Pitágoras, filósofo e matemático, descobre o movimento diurno da terra sobre seu eixo (movimento de rotação) e seu movimento anual ao redor do Sol, e liga as estrelas e os planetas ao sistema solar. Hiparco (160 a.C.), de Alexandria (Egito), inventa o astrolábio, calcula os eclipses, observa as manchas solares, determina o ano trópico e a duração das revoluções da Lua (GENTILE, 2004). Mesmo assim, depois de Cristo, perto do ano 140 d.C., Ptolomeu, da Escola de Alexandria, afirma que "a Terra é uma

ISSN 2177-9309

esfera no centro do universo; ela é composta de quatro elementos: a terra, a água, o ar e o fogo".

Passaram-se mais de 1.200 anos depois da afirmação de Ptolomeu para que Copérnico (1472-1543), nascido na Prússia, repetisse as ideias de Pitágoras e afirmasse que o Sol está no centro do universo, que os planetas descrevem órbitas circulares em torno desse astro, inclusive a Terra, e que a Lua é um satélite da Terra, o que foi provado mais tarde também por Galileu Galilei, em 1610 (GENTILE, 2004). Depois de Copérnico e Galileu, viria Kepler, na Alemanha. Descobrindo as leis que levam seu nome, ele reconhece que os planetas não descrevem órbitas circulares em torno do Sol, e sim elípticas, das quais o Sol ocupa um dos focos, sendo a circunferência um caso particular da elipse, e que seus focos estão numa mesma posição. Já Newton, na Inglaterra, descobre as Leis da Gravitação Universal. Enfim, não temos mais um sistema baseado em probabilidades, mas uma ciência com uma base fundamentada no cálculo e na geometria, tudo isso aproximadamente 3.200 anos depois de Moisés (GENTILE, 2004).

Por que falamos nessas coisas? Porque a lógica somente é encontrada naquilo que conhecemos, naquilo que aceitamos como verdadeiro, nas revelações verdadeiras das coisas com que tomamos contato no universo. Ao conhecermos as verdades estabelecidas nas proposições, segundo Aristóteles, na união de sentenças atômicas por conectivos, no jogo de linguagem segundo Wittgenstein, ou nas verdades estabelecidas por outro pensador qualquer, o "ilógico" tornar-se-á "lógico". Ao compararmos a lógica de Aristóteles com a de Wittgenstein, observamos que o último apresenta uma lógica pós-estruturalista, pois a linguagem não pode ser estruturada logicamente e formalmente. As palavras, os signos e as frases admitem vários significados, possuindo uma pluralidade nada fixa. A linguagem funciona em seus usos, em um determinado contexto; ela inventa a realidade, inventa os objetos de que falo. Os "jogos de linguagem" são estabelecidos e caracterizados por suas regras. A linguagem é um recurso natural da humanidade, e ignoramos as regras de como formamos e articulamos os discursos.

ISSN 2177-9309

Com o novo entendimento sobre a linguagem proposto por Wittgenstein – de que, dentro de determinados contextos, existem regras próprias –, notamos que não temos total controle sobre os discursos, os saberes e as verdades. A lógica aristotélica é uma lógica clássica, formal e fixa. Como vimos, portanto, há dependência do significado dos símbolos, o que é negado na lógica de Wittgenstein. Isso mostra a dependência do significado dos símbolos na lógica aristotélica, o que é negado na lógica de Wittgenstein.

Diante das observações do deslocamento e do significado entre as lógicas de Aristóteles e Wittgenstein, percebemos que a lógica é uma filosofia, pois trata de operações mentais (ideia, juízo e raciocínio). Questionamos a realidade, desenvolvemos formas de raciocínio e processos; questionamos a realidade formulando problemas e resolvendo-os, utilizando o pensamento lógico e matemático, deduzimos, inferimos, selecionamos procedimentos, verificando se são adequados. Essas características tornam a lógica uma filosofia.

Essa filosofia possui múltiplas linguagens, pois, embora sendo da natureza humana a busca de um método único para a explicação e resolução de problemas, situações e determinados testes e exercícios, a linguagem e a lógica para resolução dos testes são diferentes porque são aplicadas em contextos diferentes.

Podemos analisar, pelo nosso ensaio bibliográfico, que a lógica pode ser considerada como uma filosofia constituída de múltiplas linguagens. O seu sentido e significado serão dados de acordo com o contexto onde a linguagem é aplicada, pois as linguagens representarão a verdade, descrevendo o mundo e até mesmo representando-o. Nesse caso, o nosso mundo seria o mundo matemático. Essa definição fica incontestável, pois, ao observarmos a definição de lógica para cada um dos filósofos citados neste ensaio, o seu entendimento de lógica foi dado em contextos distintos, o que vai caracterizar a existência de múltiplas lógicas, assim como existem múltiplas matemáticas. Se existem múltiplas matemáticas, existirão múltiplos raciocínios lógicos e, por consequência, múltiplas lógicas.

Saber identificar esses diferentes tipos de lógica favorecerá a construção de uma didática mais adequada para o ensino dos sentidos e significados dos objetos

em teia Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana
ISSN 2177-9309
Universidade Federal de Pernambuco
Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica
EDUMATEC

matemáticos; auxiliará, também, na identificação da lógica em que o nosso aluno está tendo dificuldade, e será possível solucionar a sua dificuldade frente à especificidade de algum dos significados matemáticos. Vamos mostrar algumas atividades e exercícios que utilizam os diferentes tipos de lógica citados durante o ensaio. Abaixo, seguem dois exemplos de atividades e exercícios que utilizam a lógica aristotélica e de Wittgenstein, respectivamente.

Exemplo 1) Demonstre que a soma entre dois números ímpares é um número é par.

Hipótese	Tese
a é ímpar b é ímpar	$x = a + b$ é par

Demonstração:

Sendo o conjunto dos números naturais escrito por $N = \{0, 1, 2, 3, ...,n\}$, o conjunto dos números ímpares escrito por $\{1, 3, 5, 7, 9, ...,2n+1\}$ e o conjunto dos números pares escrito por $\{0, 2, 4, 6, 8, ...,2n\}$.

Se a é ímpar e $a = 2n + 1$; e se b é ímpar e $b = 2p + 1$, $n \in N$, $p \in N$, então temos:

$a + b = 2n + 1 + 2p + 1$

$a + b = 2n + 2p + 2$

$a + b = 2(n + p +1)$

$a + b = 2k$, onde $k = n + p +1$, $k \in Z$ e x é par.

Como "x" pode ser escrito na forma 2k, então x é par. C.Q.D

Comentário:

Analogia com o pensamento aristotélico:

em teia Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana
ISSN 2177-9309
Universidade Federal de Pernambuco
Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica
EDUMATEC

Premissa 1: a é ímpar

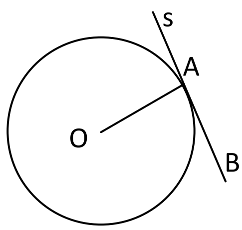
Premissa 2: b é ímpar

Conclusão: x = a + b é par

x = a + b é par (Silogismo Perfeito)

Exemplo 2) Demonstre que toda reta perpendicular a um raio na sua extremidade da circunferência é tangente à circunferência (Fonte: Dolce, 1993, p. 153).

Seja a circunferência λ(O,r) e A um de seus pontos.



Hipótese	Tese
$s \perp \overline{OA}$ em A	A é tangente a λ

Demonstração:

Seja B outro ponto de s, distinto do ponto A

($\overline{OA} \perp$ s e $\overline{OB}$ oblíquo a s) $\Rightarrow \overline{OB} > \overline{OA} \Rightarrow \overline{OB} > r \Rightarrow$ B é externo a λ.

Logo, a reta t tem um único ponto T comum com λ, pois os demais são externos. Logo, s é tangente a λ.

Comentário:

Analogia com o pensamento aristotélico:

Premissa 1: $s \perp \overline{OA}$ em A

Conclusão: A é tangente a λ

ISSN 2177-9309

A é tangente a λ (Silogismo Imperfeito)

Exemplo 3) (UNESP – SP) Do solo, você observa um amigo numa roda gigante. A altura h em metros de seu amigo em relação ao solo é dada pela expressão $h(t) = 11{,}5 + 10\,sen\left[\left(\frac{\pi}{12}\right)(t - 26)\right]$, onde t é o tempo dado em minutos e a medida angular em radianos.

a) Determine a altura em que seu amigo estava quando a roda começou a girar.

b) Determine a altura mínima e máxima que seu amigo alcança e o tempo em uma volta completa (período).

Resolução:

a) Para determinarmos a altura em que seu amigo se encontra, tomamos o tempo t = 0. Logo, temos:

$$h(t) = 11{,}5 + 10\,sen\left[\left(\frac{\pi}{12}\right)(t - 26)\right]$$

$$h(t) = 11{,}5 + 10\,sen\left[\left(\frac{\pi}{12}\right)(0 - 26)\right]$$

$$h(t) = 11{,}5 + 10\,sen\left[\left(\frac{\pi}{12}\right)(-26)\right]$$

$$h(t) = 11{,}5 + 10\,sen\left[\left(-26\frac{\pi}{12}\right)\right]$$

$$h(t) = 11{,}5 + 10\,sen\left[\left(\frac{-13\pi}{6}\right)\right]$$

$$h(t) = 11{,}5 + 10\,sen\left[\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right]$$

$$h(t) = 11{,}5 + 10\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$h(t) = 11{,}5 - 5$$

$$h(t) = 6{,}5m$$

b) Para determinamos a altura mínima e a altura máxima que o seu amigo alcança, devemos trocar o valor do seno por seu valor mínimo e máximo, que são, respectivamente, -1 e 1. Assim, temos:

em teia
Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana
Universidade Federal de Pernambuco
Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica
EDUMATEC
ISSN 2177-9309

$$h(t)_{mínima} = 11,5 + 10(-1)$$
$$h(t)_{mínima} = 11,5 - 10$$
$$h(t)_{mínima} = 1,5\,m$$

$$h(t)_{máxima} = 11,5 + 10(+1)$$
$$h(t)_{máxima} = 11,5 + 10$$
$$h(t)_{máxima} = 21,5\,m$$

Toda função seno pode ser escrita na forma f(x) = a + b.sen (cx + d), com a, b, c e d pertencentes ao conjunto dos reais, e o seu período poderá ser dado por P = $\left|\frac{2\pi}{c}\right|$; assim, temos:

$$P = \left|\frac{2\pi}{c}\right|$$
$$P = \left|\frac{2\pi}{\frac{\pi}{12}}\right|$$
$$P = \left|2\pi.\frac{12}{\pi}\right|$$
$$P = |2.12|$$
$$P = |24|$$
$$P = 24\,\text{min}$$

Comentário:

O problema acima trata de uma modelagem matemática em que uma situação ocorrida em uma roda gigante foi modelada matematicamente, usando-se a função seno. Há aqui um exemplo de “jogo de linguagem”, conforme proposto por Wittgenstein, pois a utilização das regras da trigonometria está ocorrendo num contexto diário e necessitamos da interpretação do aluno. Embora ele possa conhecer todas as regras da trigonometria, tais como as que regem um triângulo retângulo, um triângulo qualquer, e as relações entre as funções trigonométricas, adição e subtração de arcos, etc., é

em teia Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana
Universidade Federal de Pernambuco
Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica
EDUMATEC
ISSN 2177-9309

necessário que o aluno reconheça uma das ferramentas da linguagem trigonométrica e onde empregá-la; além disso, ele deve criar uma descrição de um objeto, produzir esse objeto de acordo com uma descrição, relatar um acontecimento e apresentar os resultados por meio de cálculos.

Também vai ser identificável que nenhum de nossos alunos será ignorante em todos os tipos de lógica, e sim que ele tem mais facilidades para identificar um tipo de lógica do que outra, de acordo com o uso que faz dos conceitos matemáticos. Isso favorecerá na preparação de uma aula e na escolha de exercícios baseados nas múltiplas lógicas, e não em uma única, formando, assim, alunos com uma visão mais globalizada da matemática.

Para a formação de futuros professores de matemática, fica a contribuição de que lógica é uma filosofia possuidora de múltiplas linguagens e de que a percepção do seu sentido e significado dentro dessas linguagens diversificadas ajudará na didática utilizada pelos futuros professores em suas aulas e em sala. Eles perceberão que a aprendizagem em matemática está ligada à compreensão desses significados. Assim, ao apreenderem o significado de um objeto ou acontecimento, serão capazes, juntamente com seus alunos, de estabelecer suas relações com outros objetos e acontecimentos e farão com que seus alunos resolvam situações-problema, saibam validar estratégias e resultados, desenvolvam formas de raciocínio e processos, tais como dedução, indução, intuição, analogia e estimativa, utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis.

REFERÊNCIAS

COLARES, Virgínia. Direito fundamental à imagem e os jogos de linguagem: análise crítica do discurso jurídico. **Cadernos da Escola de Direito e Relações Internacionais**, Curitiba, 12: 327-350 vol. 1, 2011.

FERREIRA, Mariana Kawall Leal. **Idéias Matemáticas de Povos Culturalmente Distintos**. São Paulo: Global, 2002. (Série antropologia e educação)

em teia
Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana
ISSN 2177-9309
Universidade Federal de Pernambuco
Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica
EDUMATEC

GENTILE, Salvador. **La Gênese –** Les Miracles et les Prédictions selon le Spiritism. 5. ed. Française: Paris, 2004.

LALANDE, André. **Vocabulário Técnico e Crítico da Filosofia.** 3. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1999.

LEAR, Jonathan. **Aristóteles**: o desejo de entender. São Paulo: Discurso Editorial, 2006.

MACHADO, Alexandre Noronha. **Lógica e Forma de Vida – Wittgenstein e a natureza da necessidade lógica e da filosofia**. 2004. Tese (Doutorado) - UFRGS, Porto Alegre, 2004.

MOREIRA, Jorge Henrique Lima. Wittgenstein: A superação do Atomismo Lógico – **Revista de Filosofia, Argumentos**, Ano 2, Vol 3, 2010.

PECORARO, Rossano. **Os filósofos**: clássicos da filosofia, Vol 2. Rio de Janeiro: PUC-Rio, 2008.

ROSA, Marco Henrique. Frege, Wittgenstein e a Normatividade da Lógica. **Revista índice**, Vol 2, n.1, 2010. Disponível em:<www.revistaindice.com.br> . Acesso em: 07 mar. 2011, 00:08:20

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Gramática Filosófica.** São Paulo: Loyola, 2003.