

MODELAGEM MATEMÁTICA NA INSERÇÃO DE TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA

Rhômulo Oliveira Menezes

Especialista em Matemática Fundamental – UFPA/CUNCAST
rhominho.oliveira@hotmail.com

Roberta Modesto Braga

Acadêmica de Doutorado do Curso de Pós-Graduação do Instituto de Educação Matemática e Científica –
IEMCI/UFPA. Professora da Faculdade de Matemática – UFPA/CUNCAST
robertabraga@ufpa.br

Resumo

Neste trabalho, assumimos o objetivo de investigar como os ambientes gerados no processo de Modelagem Matemática podem amenizar alguns equívocos descritos na literatura sobre a inserção das tecnologias da informação no ensino. Alguns dos equívocos abordados neste trabalho são: o uso isolado de computadores em aula específica de informática em detrimento de outras disciplinas; o papel secundário dado ao professor e o uso de programas computacionais como instrutores do aluno. A pesquisa em questão desenvolveu-se por meio de abordagem qualitativa, fazendo uso da pesquisa-ação. Além de utilizarmos a literatura de autores da área, foi planejada e executada uma intervenção pedagógica para subsidiar nosso trabalho. Tal intervenção foi realizada nas dependências do Campus Universitário de Castanhal da Universidade Federal do Pará com ingressantes do Curso de Licenciatura Matemática. A partir dos dados/informações coletados por meio de questionários e observações percebemos que os ambientes da contextualização, da interdisciplinaridade e do tratamento do erro gerados pelo processo de Modelagem Matemática, reúnem características capazes de amenizar alguns equívocos surgidos na inserção das tecnologias da informação no ensino.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Tecnologias da Informação. Ambientes. Equívocos. Ensino e Aprendizagem.

Abstract

In this paper, we analyze how the environments generated in the process of mathematical modeling can soften some mistakes described in the literature about introduction of information technology on teaching. Some of the mistakes addressed in this paper are: the isolated use of computers in specific informatics lessons to the detriment of other disciplines; the secondary role given to the teacher and the use of computational programs as instructors to the student. This research was developed in a qualitative approach - an action research. A pedagogical intervention was specially designed and undertaken, which together with a

review of the literature, supported our research. Such intervention was undertaken on the premises of the University Campus Castanhal of Federal University of Pará with first-year students of the mathematics teacher training undergraduation. The data collected through questionnaires and observations, led us to realize that environments that consider contextualization, interdisciplinarity and the error treatment, generated by the process of mathematical modeling, congregate characteristics that enable some mistakes, that have arisen in the insertion of information technology in teaching, to be overtaken.

Key Words: Mathematical Modeling. Information Technology. Environments. Mistakes. teaching and Learning.

Introdução

A caminhada deste trabalho iniciou-se a partir da investigação realizada ainda na graduação no trabalho de conclusão do Curso de Licenciatura Plena em Matemática, no qual foi desenvolvida uma atividade para ensinar conteúdos de Matemática, fazendo uso do laboratório de informática, com o intuito de inserir as tecnologias da informação no ensino de Matemática. Posteriormente no Curso de Especialização em Matemática Fundamental foi possível associar essa atividade proposta e elaborada na graduação com outra tendência do movimento da Educação Matemática, a Modelagem Matemática. Essa parceria culminou no encaminhamento desta pesquisa com contribuições de novas investigações tanto na área de tecnologia da informação como na área de Modelagem Matemática.

A vertente escolhida na área de tecnologias da informação foi referente a alguns equívocos, descritos na literatura de autores como Almeida (1998); Penteado e Borba (2000); Chaves (2004), ocorrentes na inserção das tecnologias da informação no ensino. Alguns equívocos são, por exemplo, o uso de computadores restritos a aulas de informática, o professor sendo colocado de lado durante essa mediação, o uso de *softwares* como instrutores dos alunos.

Em relação à Modelagem Matemática optamos por investigar alguns ambientes oriundos do processo da mesma no ensino de Matemática. Alguns dos ambientes em questão são os da **contextualização**, abordado segundo Barbosa (2004), o da **interdisciplinaridade**, defendido por Chaves e Espírito Santo (2008), e o do **tratamento do erro** defendido por Braga (2009).

Assim nos envolvemos com a temática desta pesquisa com o objetivo de investigar como os ambientes gerados no processo de Modelagem Matemática podem amenizar alguns equívocos descritos na literatura sobre a inserção das tecnologias da informação no ensino.

A pesquisa em questão foi desenvolvida em dois momentos: inicialmente com o estudo bibliográfico, em seguida com a pesquisa de campo, na qual vivenciamos uma atividade de Modelagem Matemática com o objetivo de coletar dados/informações por meio de questionários e observações dos sujeitos envolvidos nos ambientes gerados pela mesma.

O trabalho está organizado em quatro seções. Na primeira, trazemos algumas discussões a respeito dos ambientes gerados pela Modelagem Matemática e também sobre alguns equívocos surgidos na inserção das tecnologias da informação no ensino.

Na segunda seção, levantamos os aspectos metodológicos do trabalho, sob os quais se relataram os caminhos percorridos na pesquisa de campo e quais instrumentos utilizados para coleta e análise de dados/informações.

Na terceira seção, descrevemos resultados e análises da investigação, decorridas da aplicação da atividade de Modelagem Matemática com ingressos do curso de Licenciatura em Matemática do Campus Universitário de Castanhal da Universidade Federal do Pará.

E na quarta seção, apresentamos algumas considerações acerca da análise da pesquisa com base na literatura abordada nos itens anteriores, com a finalidade de traçar reflexões em relação ao objetivo do trabalho.

Modelagem Matemática e Tecnologias da Informação

O Movimento da Educação Matemática é composto por várias tendências metodológicas que podem auxiliar o professor na busca por qualidade nas aulas de Matemática.

Algumas das tendências metodológicas em Educação Matemática, pesquisadas e relatadas em artigos científicos, livros, teses e dissertações, são: resolução de problemas; modelagem matemática; etnomatemática; história da matemática; jogos na Educação Matemática; investigações matemáticas em sala de aula (SILVEIRA; MIOLA, 2008, p. 51).

Dentre essas tendências, nos interessam a Modelagem Matemática e as tecnologias da informação: a primeira por propor um método que promove a aliança da parte científica da Matemática (os algoritmos) com a parte disciplinar da mesma (a aplicação dos algoritmos), ou seja, a Modelagem Matemática pode proporcionar ao aluno uma aplicação dos conteúdos que são ministrados em sala; já em relação às tecnologias da informação, a escolhemos pelos equívocos que alguns teóricos da área descrevem a respeito dessa inserção tecnológica no ensino.

Modelagem Matemática

Para elucidarmos o conceito de Modelagem Matemática recorreremos a alguns autores. D' Ambrosio (1986, p. 11) afirma que a Modelagem Matemática se constitui em “um processo muito rico de encarar situações reais e culmina com a solução efetiva do problema real e não com a simples resolução formal de um problema artificial”.

Bassanezi (2004, p. 17) diz que “A Modelagem Matemática é um processo que alia teoria à prática, motiva o usuário na procura do entendimento de realidade que o cerca na busca de meios para agir, sobre ela e transformá-la.” Já para O'shea e Berry¹ (1982 *apud* BRAGA, 2009), “A Modelagem Matemática é o processo de escolher características que descrevem adequadamente um problema de origem não matemático, para chegar a colocá-lo numa linguagem matemática”.

Entendidas as concepções de alguns autores a respeito da Modelagem Matemática, partimos para explorar como funciona sua parte operacional, ou seja, como se dá o processo da Modelagem Matemática. Para esclarecermos esse processo recorreremos às etapas propostas por Biembengut e Hein (2007, p. 13).

1. Interação: fase de reconhecimento em que o pesquisador faz os primeiros contatos com o problema ou tema a ser modelado, buscando familiarizar-se a respeito e coletar dados que possam ajudá-los em sua investigação; 2. Matemática: Etapa que são levantadas hipóteses explicativas, com base nos conhecimentos prévios do pesquisador, para as questões suscitadas. É quando se faz uso do instrumental matemático, com vistas à consecução do modelo com que se pretende representar o evento, tema ou situação de estudo; 3. Modelo: fase em que se testa a validade do modelo construído, devendo-se, no caso de sua não-adequação ao objeto estudado, retornar à etapa anterior do processo, qual seja a de “matematização”.

Conhecer o assunto pesquisado é de fundamental importância para o bom andamento do processo, a pesquisa é essencial para que isso ocorra. Nas primeiras etapas é notória a imensa possibilidade de autonomia do aluno, o mesmo pode pesquisar sobre assunto que lhe mais atrai; na sequência é possível estabelecer uma relação entre o conhecimento pesquisado com os conteúdos matemáticos. É o momento onde o conteúdo pesquisado pode ser utilizado para fundamentar uma prática e representá-la através de um modelo.

Percebemos na última etapa de Modelagem a possibilidade de o aluno revisar as outras perpassadas durante seu processo, não se resumindo em ter começo, meio e fim dispostos em uma rígida ordem sequencial. Assim, o aluno tem como rever suas anotações, seus cálculos na busca de uma resposta compatível com a realidade do problema.

¹ O'SHEA, T.; BERRY, J Assessing mathematical modeling. **Int. J. Math. Educ. Sci. Technol.** London v. 13. n. 6, 1982.

Outro aspecto importante que deve ser considerado no ambiente gerado pela Modelagem são os ‘casos para elaboração de atividades de Modelagem Matemática’ defendidos por Barbosa (2003). Os mesmos referem-se à autonomia do aluno e às interferências do professor no processo.

No caso 1, o professor apresenta um problema, devidamente relatado, com dados qualitativos e quantitativos, cabendo aos alunos a investigação. Aqui, os alunos não precisam sair da sala de aula para coletar novos dados e a atividade não é muito extensa. Já no caso 2, os alunos deparam-se apenas com o problema para investigar, mas têm que sair da sala de aula para coletar dados. Ao professor, cabe apenas a tarefa de formular o problema inicial. Nesse caso, os alunos são mais responsabilizados pela condução das tarefas. E, por fim, no caso 3, trata-se de projetos desenvolvidos a partir de temas ‘não-matemáticos’, que podem ser escolhidos pelo professor ou pelos alunos. Aqui, a formulação do problema, a coleta de dados e a resolução são tarefas dos alunos. (p. 04)

Os ‘casos’ propostos por Barbosa (2003) mostram como a participação dos sujeitos no processo de ensino e aprendizagem pode variar de um extremo ao outro. No primeiro caso, por exemplo, verificamos uma participação maior do professor durante as fases do processo, enquanto que no segundo e no terceiro, as etapas são passadas na maioria das vezes estabelecendo uma parceria entre professor e aluno.

Dentro desse contexto é pertinente discutirmos também alguns dos ambientes que a utilização da Modelagem Matemática pode proporcionar. Focaremos nos seguintes ambientes: a *contextualização*, a *interdisciplinaridade* e o *tratamento do erro*. Para subsidiar nossa discussão utilizaremos a literatura de Barbosa (2004), Chaves e Espírito Santo (2008) e Braga (2009).

A contextualização como forma de situar o aluno dentro de um conjunto de relações de determinada situação e a interdisciplinaridade como a contextualização do conhecimento matemático em outras áreas são termos comumente utilizados no cenário da Educação Matemática, no entanto bastante discutidos atualmente pela necessidade de compreensão e prática de ambas em sala de aula. Vejamos o que dizem os PCN’s (2000, p. 84) a respeito:

Interdisciplinaridade e Contextualização são recursos complementares para ampliar as inúmeras possibilidades de interação entre disciplinas e entre as áreas nas quais disciplinas venham a ser agrupadas. Juntas, elas se comparam a um trançado cujos fios estão dados, mas cujo resultado final pode ter infinitos padrões de entrelaçamento e muitas alternativas para combinar cores e texturas.

A contextualização é concebida nos PCN’s como uma forma de fomentar uma relação entre vários contextos. Voltando essa contextualização para o ensino da Matemática defendemos os vários contextos que podem envolver tal disciplina. Barbosa (2004) diz que a

Matemática pode ser trabalhada fora de seu contexto científico, matemática pura, envolvendo outros contextos, fictícios e reais, do cotidiano do aluno, reforçando a ideia do ambiente da contextualização que pode ser gerado no processo de Modelagem Matemática.

Então, especificamente, trata-se de uma atividade que convida os alunos a discutirem matemática no contexto de situações do dia-a-dia e/ou da realidade. Não se trata, portanto de contextualizar a matemática, mas de discuti-la a luz de um contexto que não é o da área específica (BARBOSA, 2004, p. 03).

Menezes e Braga (2011) exemplificam uma proposta de Modelagem Matemática que condiz com o ambiente descrito por Barbosa (2004). Os mesmos propõem a reprodução de pinturas em um programa computacional para exercitar os conteúdos iniciais de Geometria Analítica, temos assim um contexto inicial diferente do contexto científico da Matemática.

Ter que reproduzir uma pintura em um programa pode ser encarado como um problema que não tem em sua gênese fundamentação matemática, ou seja, a matemática auxilia nessa reprodução saindo totalmente de seu contexto científico e transformando uma expressão artística que até então era composta apenas por desenhos feitos a mão com tinta a óleo em uma reprodução composta de números e equações, uma linguagem puramente matemática (p. 15).

Além da referência que Menezes e Braga (2011) fazem em relação à mudança do contexto científico da matemática para exercitar seus conteúdos, percebemos também como os autores fazem menção ao trabalho conjunto de disciplinas, ou seja, a Arte e a Matemática, duas áreas distintas na maior parte de seus contextos, mas unidas em uma proposta de Modelagem, definimos essa ação como Interdisciplinaridade.

A palavra interdisciplinaridade merece atenção em relação aos termos que a compõem. Buscando na sua etimologia, Aiub (2006, p. 108) destaca a seguinte relação: *inter* – um prefixo que sugere ação recíproca; *disciplinar* – está muito mais ligado a um tipo de saber específico; *dade* – que corresponde a qualidade, estado ou resultado da ação. Os significados dos termos indicados por Aiub (2006) sugerem uma ação recíproca entre disciplinas promovendo um estado, qualidade ou resultado dessa ação.

Para Pombo, Levy e Guimarães (1994, p. 11), a interdisciplinaridade está imersa em uma relação triádica com outros dois termos, a pluridisciplinaridade e a transdisciplinaridade, ocupando assim uma posição intermediária entre ambos.

Portanto, para que seja possível conceituar interdisciplinaridade, antes sentimos a necessidade de apresentar as distinções existentes entre os dois outros termos – pluridisciplinaridade e transdisciplinaridade – com o intuito de compará-los e assim compreender melhor o significado do primeiro deles, alvo da presente discussão.

Na pluridisciplinaridade, existe uma cooperação entre os professores de diferentes disciplinas no exame de um mesmo objeto, não havendo interação entre ambas. Pombo *et al.* (1994, p. 12) entendem-na como sendo,

Qualquer tipo de **associação** mínima entre duas ou mais disciplinas, associação essa que, não exigindo alterações na forma e organização do ensino, supõe contudo algum esforço de coordenação entre os professores dessas disciplinas.

Já na transdisciplinaridade, a relação conceitual rompe as barreiras de cada disciplina para construir um saber novo e ao mesmo tempo comum a todas elas, não sendo possível discernir que parte desse novo saber pertence a cada disciplina.

Por **transdisciplinaridade** propomos que se entenda o nível máximo de integração disciplinar que seria possível alcançar num sistema de ensino. Tratar-se-ia então da **unificação** de duas ou mais disciplinas tendo por base a explicitação dos seus fundamentos comuns, a construção de uma linguagem comum, a identificação de estruturas e mecanismos comuns de compreensão do real, a formulação de uma visão unitária e sistemática de um setor mais ou menos alargado do saber (POMBO; LEVY; GUIMARÃES, 1994, p. 12).

Entendido os significados de pluridisciplinaridade e transdisciplinaridade podemos compreender o conceito de interdisciplinaridade. Para Pombo *et al.* (1994, p. 13), a mesma deverá ser entendida como “qualquer forma de **combinação** entre duas ou mais disciplinas com vista à compreensão de um objeto a partir da confluência de pontos de vista diferentes e tendo como objetivo final e elaboração de uma **síntese** relativamente ao objeto comum”.

Partindo das contribuições de Aiub (2006) e Pombo *et al.* (1994), entendemos interdisciplinaridade como uma ação conjunta de disciplinas a fim de compreender determinado assunto, contexto, problema e etc., de forma universal, sendo assim analisados(as) sob diferentes perspectivas. Em relação aos outros termos abordados, percebemos que a interdisciplinaridade é **mais** que a pluridisciplinaridade já que a mesma vai além de uma simples associação de disciplinas e **menos** que a transdisciplinaridade, pois não ocorre uma unificação das disciplinas.

Discutidos alguns pontos sobre a interdisciplinaridade, é necessário relacionar esse recurso, citado pelos PCN's (2000), com o ambiente gerado pelo processo da Modelagem Matemática. Chaves e Espírito Santo (2008, p. 09) descrevem a,

Modelagem Matemática “como um processo gerador de um ambiente de ensino e aprendizagem, que se permite que os conteúdos matemáticos sejam conduzidos de forma articulada com outros conteúdos de diferentes áreas do conhecimento,

contribuindo, dessa forma, para que se tenha uma visão holística (global) do problema em investigação”.

A interdisciplinaridade na Modelagem Matemática proporciona maior perspectiva de ideias por parte do aluno, na medida em que possibilita uma ação concatenada de distintas áreas do conhecimento para solucionar o problema escolhido, subtraindo assim as barreiras que o limitavam a enxergar uma questão matemática pelo viés da própria disciplina.

A partir dessas situações e de alguns conceitos supracitados percebemos como a Modelagem Matemática pode englobar tanto a contextualização como a interdisciplinaridade em sua utilização, promovendo assim ambientes com muitas possibilidades para o ensino da Matemática e perspectivas de aprendizagem.

Mesmo sendo ambientes favoráveis para aprendizagem de conteúdos de Matemática, é inevitável que durante esse processo ocorram erros matemáticos por parte do aluno. Diante dessa situação se torna necessária a referência ao tratamento do erro como um ambiente gerado pela utilização da Modelagem Matemática.

O erro, sob a perspectiva tradicional do ensino da Matemática, foi visto durante muito tempo como algo que deveria ser erradicado a qualquer custo da aprendizagem do aluno, não havendo preocupação de como isso seria feito. Hoje esse pensamento começa a mudar, quando o erro passa a ser encarado como uma possibilidade que o professor pode utilizar para tentar fazer com que o aluno compreenda de forma acertada determinado assunto. Ainda em relação ao erro, Braga (2009, p. 104) complementa dizendo que “o erro também é uma forma de conhecimento, pois por meio dele podemos conhecer o certo, pois muitos dos erros cometidos por alunos de Matemática são devidos a estruturas cognitivas ainda em construção, ou seja, estão a meio caminho do processo de compreensão das coisas, assim reconhecer o erro permite buscar o correto”.

A mesma autora volta à questão do erro e do seu possível tratamento para as características que a Modelagem Matemática apresenta durante seu processo:

(...) a Modelagem Matemática caracteriza-se como um processo que reuni habilidades coordenadas em ação, com vistas a atingir um modelo do contexto estudado, e que propicia, também, um ambiente de aprendizagem significativo para o tratamento do erro do indivíduo que aprende (BRAGA, 2009, p. 49).

O ambiente proporcionado pela Modelagem Matemática viabiliza que esses erros possam ser identificados, mensurados e corrigidos pelos próprios alunos. A forma como as

etapas dessa tendência são perpassadas durante o processo e a autonomia que os alunos têm em revisitar essas etapas facilitam a execução de tais ações.

Diante desses ambientes gerados pela utilização da Modelagem Matemática no ensino, se torna importante mencionar que a mesma não deve ser encarada como uma panaceia que irá preencher todas as lacunas do processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Para que a utilização desse método alcance resultados satisfatórios, é necessário um trabalho em conjunto da tríade escola, professor e aluno.

Tecnologias da Informação

Há grande expectativa no nível da educação com relação às contribuições que o uso de diferentes tecnologias pode exercer no processo de ensino e aprendizagem e por isso a inserção destas vem ocorrendo de diferentes formas, causando diferentes resultados.

O computador, por exemplo, gradativamente vem sendo inserido nas escolas brasileiras, no entanto ainda ocorrem alguns equívocos nessa inserção como o caso da sua utilização desvinculada das outras disciplinas ou então quando se atribui ao computador o papel de instrutor do aluno. Almeida (1998, p. 33) diz que

Existem instituições que procuram inserir o computador no processo pedagógico como ferramenta de aprendizagem, mas como não é rápido nem fácil preparar os professores para essa utilização, muitas vezes é contratada uma pessoa (física ou jurídica) que se propõe a iniciar imediatamente o trabalho junto aos alunos e preparar os professores paulatinamente. Nesse caso, os professores acompanham seus alunos nas atividades informáticas, mas o responsável pela mediação dos alunos com o computador é um 'instrutor', considerado detentor do saber sobre a máquina.

Além do uso dos computadores nas aulas específicas de informática, a escola deve procurar estimular os professores para que os mesmos possam utilizar esse recurso de forma integrada com as disciplinas do currículo escolar, não propiciando assim uma aprendizagem prioritária de conceitos sobre o manuseio do computador e de seus recursos.

Outro equívoco recorrente nessa inserção tecnológica acontece quando se atribui ao computador o papel de instrutor do aluno. Nesse caso o professor seleciona um programa, adequado ao conteúdo que foi ministrado, e em uma ação seguinte propõe atividades para exercitar esses assuntos usando o tal programa como instrumento de aprendizagem. Almeida (1998) diz que essa proposta não deixa explícito o pensamento do aluno que o utiliza, mas sim o pensamento do especialista que o elaborou. Pentead e Borba (2000, p. 07) corroboram dizendo que "(...) em situação de ensino, deve-se fugir do uso de novas tecnologias tomadas

como meros instrumentos para assumi-las como um componente do meio em que a aprendizagem se dá”.

Nessa situação, Valente (2010) faz uma comparação entre os *softwares* que promovem o ensino e os *softwares* que auxiliam na construção do conhecimento. Para o autor, o modelo de ensino do primeiro baseia-se no professor e em sua preparação para transmitir conhecimento para os alunos, os mesmos por sua vez estão incumbidos de memorizar esse conhecimento através do programa escolhido. Os *softwares* utilizados nessa ação pedagógica normalmente são os tutoriais e os jogos que auxiliam na fixação de assuntos, sendo esse modelo criticado por Valente (2010), pois não ajuda a preparar profissionais para o mundo complexo de hoje.

Já no segundo, o aluno, ao invés de ser ensinado pelo computador, assume o papel de ensinar a máquina, o professor apenas media o conhecimento. Os *softwares* utilizados são as linguagens de programação (Logo, Basic, Pascal), os programas denominados de aplicativos e também os *softwares* utilizados na construção de mídia. Esse modelo de ensino faz com que o aluno crie suas próprias soluções, fazendo-o pensar e aprender sobre como buscar e usar novas informações, aprendendo a aprender.

Valente (2010), nessas discussões sobre os programas que promovem o ensino e os que auxiliam na construção do conhecimento, nos faz refletir sobre a utilização ‘adequada’ dessas tecnologias, uma vez que os programas de computador por si só não são responsáveis por um ensino de qualidade. Percebemos na literatura que não adianta o professor ter acesso a essas tecnologias e não usá-las para acrescentar na sua prática pedagógica; no final a aula se tornará cansativa e o foco da utilização desses recursos será perdido, ou seja, ao invés de o aluno se interessar pela sugestão do professor, o mesmo acabará utilizando o computador em sua distração pessoal, fugindo ao objetivo da proposta. Penteadó e Borba (2000, p. 10) abordam sobre essa responsabilidade do professor.

O professor é responsável direto pelo uso do computador na sala de aula e as possibilidades de trabalho dependerão do seu desempenho. Embora a presença do computador na sala de aula possa promover um encantamento inicial e motivação nos alunos, esse clima logo acabará se o professor não desenvolver um plano de atividades que os tire da passividade.

Por isso defendemos que essa abordagem, dos computadores e de seus programas, deva ocorrer tendo como objetivo principal promover a autonomia do aluno, fazendo-o assim ativo em seu processo de aprendizagem.

Características Metodológicas

Diante do ambiente proporcionado pela atividade interdisciplinar através do uso das tecnologias da informação e visando ainda investigar um recorte contendo pessoas que pensam e agem de forma subjetiva dentro desse ambiente, caracterizamos a pesquisa em questão dentro de uma abordagem qualitativa, que, segundo Silva (2008, p. 27), “(...) abordagens qualitativas privilegiam, geralmente, a análise de microprocessos, por meio de ações sociais individuais e coletivas”.

O *lócus* da nossa pesquisa de campo foi o Campus Universitário de Castanhal da Universidade Federal do Pará, no laboratório² de informática, realizada em um dia da semana de acolhimento aos calouros³. A coleta de dados/informações foi feita durante a realização da oficina intitulada *Modelagem: Matemática e Arte*.

Para podermos alcançar nosso objetivo, utilizamos como instrumento de coleta de dados o questionário, aplicado na intenção de verificar as percepções dos participantes sobre a oficina, e a observação que nos ajudou a guiar a atividade proposta. O questionário foi aplicado ao final da oficina, foi aberto e versou sobre suas impressões a respeito da oficina.

Para a oficina foram disponibilizadas vagas para os calouros 2012, não sendo motivo de recusa para a participação na mesma a área de conhecimento a qual seus cursos estavam vinculados. Mesmo sem esses impedimentos, somente ingressos do curso de Licenciatura Plena em Matemática se inscreveram. Das 20 vagas oferecidas, 16 foram preenchidas.

As atividades desenvolvidas na oficina foram realizadas em um esquema de duplas no laboratório. Inicialmente realizamos algumas discussões primitivas relacionadas a ponto, reta e circunferência e associadas ao software *graphequation*⁴, com atenção à adaptação dos alunos para o uso da ferramenta. Na sequência, os participantes foram convidados a modelar matematicamente pinturas com auxílio do *software*. Para essa ação utilizamos o programa *graphequation*, a pintura impressa e outros materiais de medição (régua) e marcação (caneta).

Dentre os casos citados por Barbosa (2003) para a utilização da Modelagem Matemática, trabalhamos na oficina seguindo os pressupostos do Caso 1, onde o professor escolhe o problema, oferece as informações e cabe ao aluno, com a mediação do professor, interpretar e chegar a um modelo adequado para aquele problema.

² Equipado com 40 computadores com acesso à internet.

³ Realizada no período de 05 a 09 de março de 2012.

⁴ O *graphequation* é um programa que faz gráficos de regiões e curvas no plano cartesiano através de equações e inequações. A versão utilizada foi a 2.07 que está em língua inglesa, podendo ser instalado nos seguintes sistemas operacionais: *Windows 98*, *Windows 2000*, *Windows XP* e *Windows Vista*. Este Programa pode ser encontrado para *Download* na página <http://www.peda.com/>, sendo disponibilizada a versão *Demo* gratuitamente para utilização particular, dando a opção de se fazer ou não o registro.

Após o período de coleta de dados/informações, tínhamos em mãos as respostas dos questionários e nossas observações feitas durante a oficina. Para poder analisar tais informações, procuramos agrupá-las, amarrando-as a pontos importantes para o desenvolvimento do trabalho. Feito isso pudemos caracterizar episódios vividos na oficina e corroborados por algumas respostas dos participantes.

Atividade de Modelagem Matemática

Etapas da atividade desenvolvida na oficina:

Apresentamos aos alunos a pintura que seria modelada com ênfase na história que cercava o pintor e seu estilo artístico. Para a atividade escolhemos a pintura ‘Abstrato’ do pintor Kazuo Wakabayashi.



Figura 1: Pintura Abstrato

Para conhecermos a história deste pintor tivemos que nos remeter à história da arte nipo-brasileira que começou em 1935 com um grupo de artistas plásticos de São Paulo, o Seibi. Com a segunda Guerra Mundial, o grupo se dispersou e voltou a se reunir na década de 40; nessa nova formação aparece o nome Kazuo Wakabayashi.

Kazuo Wakabayashi começou seus trabalhos com pintura óleo ainda no Japão, no entanto, na escola técnica de Hikone da cidade de Shiga, ele só podia pintar telas com temas bélicos. Posteriormente dedicou-se inteiramente à pintura entrando para escola de Belas Artes de Tóquio.

Ao chegar ao Brasil foi ajudado por dois artistas Manabu Mabe e Tomie Ohtake; estes pintores o ajudaram e indicaram para que participasse do grupo Seibe; o grupo prezava por uma pintura figurativa. Suas obras são estudos de arte abstrata, cuja cor e gesto são elementos essenciais de produção.

Após esse contato com a pintura, com o autor e com seu estilo, começamos a indagar os alunos sobre as possíveis associações que poderiam ser feitas entre a pintura escolhida com os assuntos discutidos inicialmente.

Para isso pedimos aos alunos que marcassem com a caneta os eixos cartesianos na pintura impressa. Posteriormente pedimos que os mesmos marcassem e identificassem os vértices de cada figura geométrica que compunha a pintura.

A partir destas ações os alunos puderam analisar na pintura duas situações matemáticas distintas: a primeira envolvia a construção dos retângulos que estavam paralelos aos eixos e a segunda envolvia a construção de retângulos que estavam posicionados de forma oblíqua na pintura.

Feita a marcação dos eixos e dos vértices foi possível identificar pelo menos dois pontos de cada reta o que ajudou a encontrar suas respectivas equações (nesse caso foram encontrados dois pontos de cada reta e a partir daí encontradas as equações aplicando determinantes). As retas encontradas foram: $-6.1x - 3.3y + 70.21 = 0$; $-7.5x - 4.4y + 53.75 = 0$; $-9.0x + 3.3y + 29.76 = 0$; $-8.7x + 2.8y + 71.14 = 0$; $-3.9x - 3.4y + 09.08 = 0$ e $-4.8x - 3.8y - 13.04 = 0$.

Após terem encontrado as retas e suas delimitações os participantes introduziram esses dados no *graphequation*. Vejamos a seguir na figura 02.

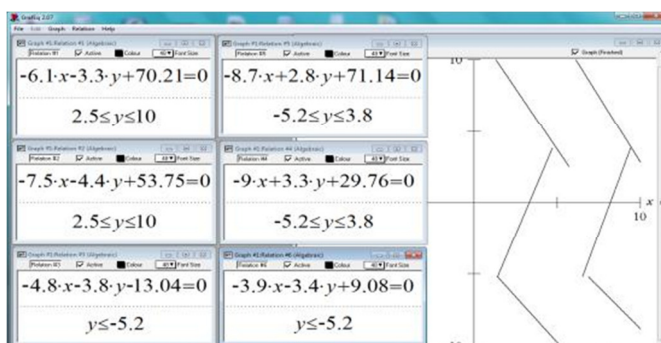


Figura 2: Retas suportes com delimitações em relação ao eixo y

Mas as retas por si só não representavam os retângulos da pintura; para reproduzir o efeito de preenchimento foi necessário usar desigualdades (inequações). Veja a seguir como ficou o desenho anterior com esse novo recurso matemático:

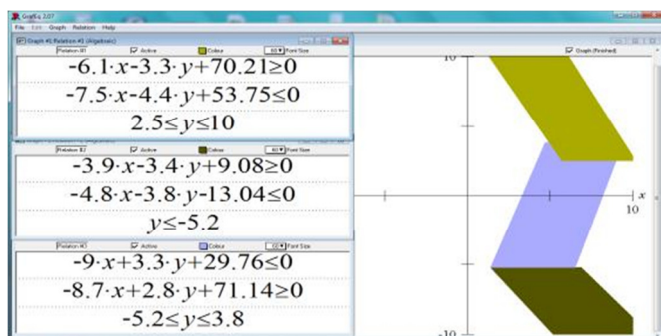


Figura 3: Retângulos oblíquos da obra

Com os retângulos paralelos aos eixos da abscissa e da ordenada, os participantes agiram determinando as regiões no plano cartesiano.

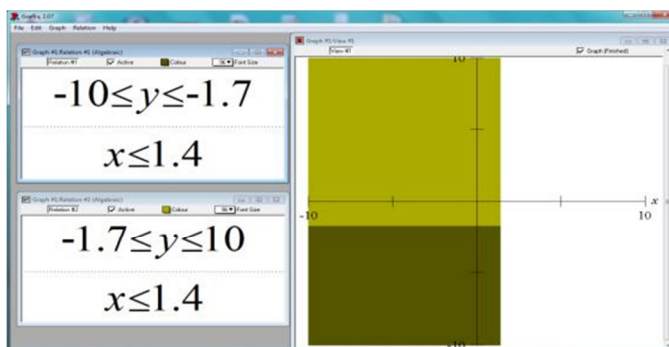


Figura 4: Retângulos determinados por regiões no plano

Para finalizar a pintura mudou-se o fundo branco para a cor que está na pintura original. Para fazer isso os participantes utilizaram a janela *View Tools* que fica ao lado da janela do gráfico e clicaram em *Background*; feito isso se abriu um painel de cores onde foi possível escolher a cor mais próxima da pintura original.

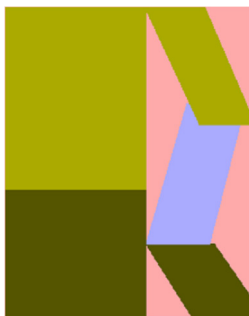


Figura 5: Recriação da pintura Abstrato

Após a atividade, aplicamos um questionário aberto com o intuito de verificar as percepções dos participantes sobre a aprendizagem de conteúdos matemáticos através da modelagem e da pintura selecionada.

Discussões levantadas com as repostas dos questionários e as observações

Este tópico tem por objetivo apresentar discussões acerca das informações obtidas no estudo de campo, sendo essas discussões subsidiadas pelo referencial teórico adotado nos itens anteriores.

Alguns cenários, constituídos a partir de nossas conjecturas e embasados por Almeida (1998) a respeito da utilização das tecnologias da informação no ensino de Matemática, nos moveram a questionar os participantes da oficina a respeito da utilização das tecnologias da informação em experiências vividas pelos mesmos durante suas experiências na escola.

A maioria dos participantes respondeu com uma negativa a essa pergunta, dos 16 apenas 2 tiveram contato com as tecnologias da informação em aulas de Matemática. Esses por sua vez complementam suas respostas: o primeiro cita problemas com frações na 5ª série incentivados a competir em duplas e o segundo cita localizar pontos em retas na 3ª série do ensino médio.

Notamos nesses episódios onde ocorreu a inserção das tecnologias da informação nas aulas de Matemática, pela resposta do primeiro aluno, que o professor procurou envolver esse recurso tecnológico em uma situação de competição, em um contexto que despertasse nos alunos a vontade de participar e aprender, ou seja, houve uma modificação no ambiente de ensino e na situação, utilizando da competitividade para ensinar seus conteúdos.

Se tratando de contexto, Barbosa (2004) fala sobre como a Modelagem Matemática promove um ambiente em que aluno tem a oportunidade de sair do contexto da matemática pura, e pode ter contato com outros contextos, com outras situações, despertando seu interesse e curiosidade; por isso utilizamos alguns dos ambientes gerados pela Modelagem para inserir as tecnologias da informação no ensino de Matemática.

A partir desse momento os questionamentos feitos aos participantes e suas respectivas respostas são relacionados à oficina *Modelagem: Matemática e Arte*, ou seja, as questões referentes às etapas do processo de Modelagem, assim como as percepções dos alunos para esta forma de abordar conteúdos de Matemática em associação com as tecnologias da informação.

Como foi mencionado na metodologia, foram disponibilizadas vagas para os calouros 2012 do campus de Castanhal da UFPA, não sendo motivo de recusa para a participação na oficina a área de conhecimento a qual seus cursos estavam vinculados. Mesmo sem esses impedimentos, somente egressos do curso de Licenciatura Plena em Matemática se inscreveram. Com isso nossa pergunta se tornou mais pertinente a esse público, já que futuros professores de Matemática tiveram a oportunidade de avaliar a nossa proposta metodológica e verificar sua viabilidade em sala de aula.

Quando questionados com relação à proposta desenvolvida na oficina, os participantes consideraram viável a possibilidade de se aplicar tal proposta em sala de aula, ou melhor, nas aulas de matemática. Para elucidarmos essa afirmação escolhemos alguns comentários que mostram com propriedade os motivos pelos quais os mesmos defendem essa abordagem metodológica.

<Participante C> “*porque é uma forma de incentivar os alunos a se interessar mais pela matemática usando o computador*”.

<Participante E> “*é uma forma divertida de aprender matemática e informática juntas, o aluno fica mais curioso*”.

<Participante F> “*ajudaria no desenvolvimento e análise de gráficos e cálculos, diminuindo a dificuldade dos exercícios propostos em aula*”.

Nas respostas dos participantes podemos perceber características inerentes aos meandros da Modelagem Matemática. Mesmo sem um conhecimento profundo sobre essa tendência, os participantes enriquecem suas falas com palavras facilmente encontradas quando se quer descrever uma experiência de Modelagem Matemática.

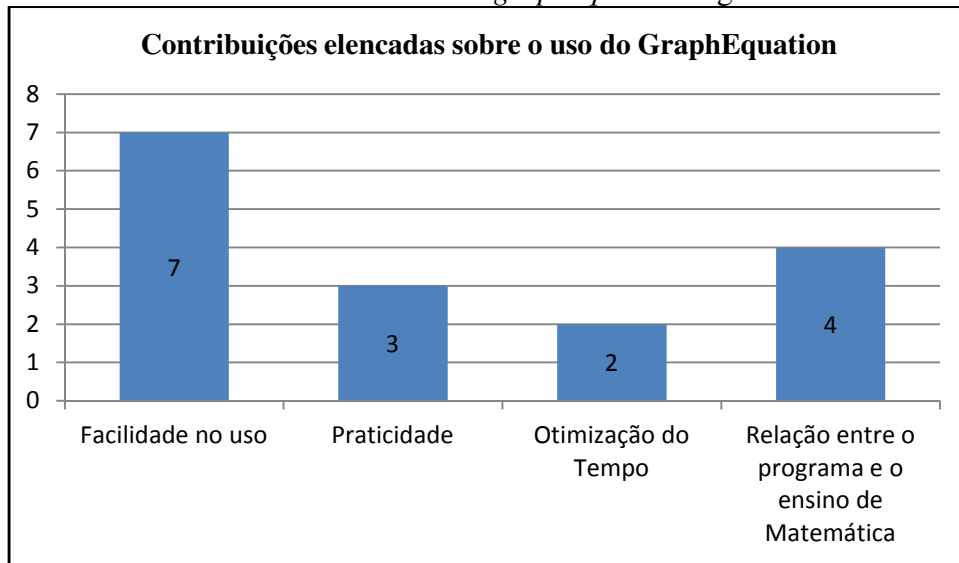
Além desse viés emergido na gênese da Modelagem, as falas dos participantes indicam nuances dos ambientes, interdisciplinar defendido por Chaves e Espírito Santo (2008) e do tratamento do erro defendido por Braga (2009), proporcionados pela utilização de tal tendência.

Outro equívoco abordado por nós, no item 1, refere-se ao episódio onde o computador é utilizado como instrutor do aluno. Valente (2010) critica essa relação denominando os softwares que favorecem a hierarquia computador - aluno como softwares que promovem o conhecimento.

Os computadores podem assumir uma posição mais significativa do que simples instrutores na aprendizagem do aluno auxiliando-o na ressignificação de conteúdos matemáticos, ou seja, promovendo aplicações para os algoritmos e as fórmulas que são por sua vez inerentes ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Em algumas etapas da atividade foi utilizado o programa *graphequation*. A utilização desse programa não seguiu os princípios dos programas que promovem o ensino; foi embasada também na literatura de Valente (2010), mas versando a filosofia dos *softwares* que auxiliam na construção do conhecimento. Na oficina foram planejadas atividades onde os participantes tiveram a oportunidade de vivenciar essa filosofia nomeada por Valente (2010), os mesmos agiram ativamente na construção de seus conhecimentos conseguindo assim alcançar seus objetivos, que no caso da oficina era a recriação da pintura no programa.

Diante da utilização do programa pelos participantes para exercitar os conteúdos iniciais de Geometria Analítica, estes elencaram algumas contribuições observadas na atividade com o uso do *software graphequation*. Os participantes em geral tiveram impressões de caráter prático sobre o uso do programa, divergindo assim opiniões acerca das contribuições que o mesmo possibilitou.

Gráfico 1: Possibilidades do *graphequation* segundo os alunos

Silveira e Miola (2008), ao mencionarem as parcerias que podem ser estabelecidas entre as tendências do Movimento Educação Matemática, nos ajudaram a preparar e aplicar uma proposta de Modelagem Matemática que pudesse contornar os equívocos ocorridos na inserção das tecnologias da informação, como ferramentas pedagógicas.

Mas através da observação realizada na oficina e da análise das respostas dos participantes, notamos como esse recurso tecnológico acabou também ajudando a potencializar o processo de Modelagem Matemática, quando da obtenção e validação dos modelos matemáticos encontrados. Esse fato se torna mais evidente nas respostas organizadas no Gráfico 1, onde percebemos através das características elencadas que os participantes atribuíram uma importância significativa para a utilização do programa *graphequation*.

Além da facilidade, praticidade e otimização do tempo, alguns participantes enveredaram seus comentários para falar da relação entre o *graphequation* e o ensino da Matemática; percebemos nas respostas alocadas a essa categoria que através dessa atividade de Modelagem Matemática foi possível amenizar alguns equívocos mencionados por Almeida (1998). Primeiro, o professor - pesquisador teve um papel importante na atividade, pois é ele que media a relação estabelecida entre o aluno e o programa, não necessitando assim de técnicos de informática para viabilizar a atividade, já que o docente conhece o programa, suas ferramentas e suas possíveis aplicações. Segundo, o programa *graphequation* não foi utilizado visando uma aprendizagem em si mesmo, ou seja, não era nossa meta fazer com que os participantes apenas aprendessem a manipular o software, queríamos sim que os mesmos utilizassem as tecnologias da informação, mais para auxiliar no seu aprendizado dos conteúdos de Geometria Analítica.

A nossa proposta além de propiciar uma abordagem que favorecia a inserção das tecnologias da informação, propiciou também trazer outro pano de fundo para a oficina, o contexto das obras de arte, mais especificamente pinturas com temáticas abstrata e geométrica.

Para medirmos os conhecimentos referentes à Arte e à Matemática, recorremos a Chaves e Espírito Santo (2008) que falam que a Modelagem Matemática promove um ambiente que favorece a interdisciplinaridade de conhecimentos, dando ao aluno a oportunidade de encarar uma situação sob o ângulo de várias perspectivas.

Como o objetivo dos participantes na oficina era modelar matematicamente pinturas com o auxílio do *graphequation*, consideramos que esta atividade foi feliz nessa ação interdisciplinar, já que conseguiu combinar áreas distintas do conhecimento para que os participantes pudessem exercitar os conteúdos de Geometria Analítica. Assim, ao questionar os participantes sobre desenvolver os conteúdos matemáticos da relação matemática e arte, encontramos respostas que justificam o uso da Modelagem Matemática para trabalhar interdisciplinarmente.

<Participante C> “*a arte pode ser melhor interpretada através da própria matemática*”.

<Participante L> “*nos ensina a ver a matemática de uma outra forma*”.

<Participante N> “*na verdade em tudo se encontra a matemática e na arte não é diferente*”.

É interessante ressaltar a desconfiança dos participantes com a proposta em questão, por acharem que nas pinturas não havia recursos que pudesse colaborar para sua aprendizagem, ou mesmo a não possibilidade de aprender matemática a partir do contexto de pinturas. A todo o momento perguntavam sobre a arte, ‘quando vamos começar a trabalhar com ela?’, ‘como vai ser possível essa parceria?’, eram questões recorrentes no começo da oficina. Mas quando foi apresentada a atividade, os mesmos conseguiram reconhecer e entender que tinham que usar seus conhecimentos, sobre os conteúdos abordados, para recriar as pinturas, ou seja, modelá-las.

Durante a recriação das pinturas, inevitavelmente surgiram erros cometidos pelos participantes, causados por falta de atenção, ou por alguma dúvida em relação aos conteúdos. Alguns, por exemplo, ocorreram em relação à marcação dos pontos na pintura, ou seja, sobre os valores negativos e positivos que cada coordenada podia assumir, dependendo do quadrante. Outros aconteceram nas etapas onde os participantes deveriam obter as equações que representavam as figuras geométricas, ou então quando tinham que determinar cada região a ser preenchida da pintura através de inequações.

Quando os participantes cometiam alguns dos erros supracitados, os mesmos percebiam que havia algo errado graças ao programa *graphequation* e também as discussões e interações realizadas entre eles. Com isso chegavam à confirmação do erro na recriação da pintura.

A partir das discussões feitas entre eles e analisando os dados fornecidos pelo *graphequation*, os participantes iniciavam uma procura pelo erro cometido, caso não conseguissem sozinhos, intervínhamos nas discussões fazendo perguntas para que os mesmos pudessem identificá-los e tratá-los, conseguindo assim recriar a pintura proposta.

Em relação ao conteúdo trabalhado na oficina, ponto e reta, os participantes não apresentaram dificuldades significativas sobre seus conceitos. Os erros que costumeiramente surgiram no decorrer do processo deviam-se na maioria das vezes à base frágil de conteúdos fundamentais que os mesmos não tinham assimilado corretamente, como: jogo de sinais, identificação de pontos cartesianos, definição de pontos em seus respectivos quadrante e até em contas de multiplicação.

Os conteúdos que os participantes apresentaram dificuldades foram os mesmos conteúdos desenvolvidos nas experiências dos autores estudados na pesquisa, ou seja, a Modelagem em parceria com as tecnologias da informação pode estar ajudando a fortificar essa base nas séries iniciais do fundamental maior, para que o aluno não chegue com essas dúvidas no ensino médio ou no ensino superior, como foi percebido com os participantes da oficina. Caso os participantes hipoteticamente tivessem tido atividades de Modelagem Matemática, como as abordadas neste trabalho, talvez os mesmos apresentassem menos dificuldades em recordar os conteúdos necessários para se compreender os assuntos de ponto, reta e circunferência.

Algumas Considerações

A questão norteadora do trabalho teve como objetivo investigar como os ambientes gerados no processo de Modelagem Matemática podem amenizar alguns equívocos descritos na literatura sobre a inserção das tecnologias da informação no ensino.

Os resultados obtidos a partir da pesquisa de campo mostraram que os ambientes gerados da utilização da Modelagem Matemática podem amenizar os equívocos descritos por autores como Almeida (1998), Pentead e Borba (2000) e Valente (2010), viabilizando assim uma inserção de qualidade das tecnologias da informação no ensino de Matemática. Nosso objetivo foi alcançado, já que investigamos no ambiente que construímos na oficina, características que indicam a possibilidade de amenizar tais equívocos.

Algumas das características encontradas foram: a possibilidade de estabelecer pontes entre áreas distintas do conhecimento, a relação estabelecida durante o processo de Modelagem Matemática entre professor – aluno e aluno – aluno e também a autonomia dada ao aluno na busca de soluções para as situações propostas.

Nesse sentido acreditamos que o ambiente da contextualização evidenciada na intervenção por meio da Modelagem envolvendo Matemática e Artes visuais sugere contribuições, na medida em que os alunos foram capazes de perceber a matemática através da pintura quando da escolha de modelos que representavam a mesma.

O ambiente da interdisciplinaridade pode contribuir para o contorno do equívoco no qual o computador e seus programas são utilizados especificamente em aulas de informática. Para isso vivenciamos uma experiência que passou pelas áreas da matemática e das artes, dando assim oportunidade de combinações no uso das tecnologias da informação com outras disciplinas do currículo escolar.

O tratamento do erro, além de tornar os participantes ativos em sua aprendizagem mostrando que os alunos são capazes de depurar seus dados e utilizar seus passos errôneos na busca por uma aprendizagem sólida, também auxiliou indicando a possibilidade de contornar outro equívoco, sendo esse referente ao papel secundário que é dado aos professores em atividades envolvendo o uso de computadores. Vimos na experiência proporcionada pela oficina a importância do professor e de sua interação com os alunos para o desenvolvimento sadio da atividade envolvendo Modelagem e tecnologias.

Além das contribuições proporcionadas por ambientes gerados no processo de Modelagem Matemática associada às tecnologias da informação, percebemos que estas tecnologias auxiliaram no processo metodológico da Modelagem potencializando suas etapas, pois as tecnologias da informação trabalhadas na atividade da oficina tornaram o processo de Modelagem Matemática, prático e realizável em um espaço de tempo apropriado para a dinâmica de sala de aula atual.

É importante ressaltar que as discussões abordadas no trabalho não encerraram todas as possibilidades de pesquisa nessa temática, sendo apenas um começo para fomentar a investigação da associação das tecnologias da informação com o processo de Modelagem Matemática.

Referências

AIUB, M. Interdisciplinaridade: da origem à atualidade. **O Mundo da Saúde** [Internet]. v. 30, n. 1, p 107-116, janeiro/março de 2006.

ALMEIDA, M. E. Computador como ferramenta na reflexão na formação e na prática de professores. In: **Novas Perspectivas para o Ensino de Graduação**. São Carlos, 1998. p. 24 – 36.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. **A “contextualização” e a Modelagem na educação do ensino médio**. 2004. Disponível em: < <http://www.uefs.br/nupemm/enem2004b.pdf> >. Acesso em: 26 de nov. de 2011.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. **Uma perspectiva de Modelagem Matemática**. 2003. Disponível em: < <http://www.uefs.br/nupemm/cnm2003.pdf> >. Acesso em: 26 de nov. de 2011.

BASSANEZI, R. C. **Ensino – aprendizagem com modelagem matemática – uma nova estratégia**. 2. ed. São Paulo: Contexto, 2004. 392 p.

BIEMBENGUT, Maria Salete; HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no ensino**. 4. ed. São Paulo: Contexto, 2007.

BRAGA, Roberta Modesto. **Modelagem Matemática e Tratamento do Erro no Processo de Ensino – Aprendizagem das Equações Diferenciais Ordinárias**. 2009. 180f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Pará, Belém. 2009.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais: Bases legais**. Brasília: Ministério da Educação. 2000. 109 p.

CHAVES, Eduardo O. C. **O Computador na Educação**. [S 1]: Chaves.com, 2004. Disponível em: < <http://www.chaves.com.br/TEXTSELF/EDTECH/funteve.htm> >. Acesso em: 23 de out. de 2009.

CHAVES, M. I. A.; ESPÍRITO SANTO, A. O. Modelagem Matemática: uma concepção e várias possibilidades. **Revista Bolema**, Rio Claro, ano 21, número 30, 2008.

D’AMBROSIO, Ubiratan. **Da realidade à ação - reflexões sobre educação e matemática**. São Paulo: SUMMUS/UNICAMP, 1986. 115p.

MENEZES, Rhômulo Oliveira; BRAGA, Roberta Modesto. Arte, Informática e Matemática unidas em uma proposta de Modelagem Matemática. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7, 2011, Belém. **Anais...** Belém. 2011.

PENTEADO, Miriam G.; BORBA, Marcelo C. (org.). **A formação em ação**: formação de professores, pesquisa e extensão. São Paulo: Olho d'água. 2000. 79 p.

POMBO, Olga; GUIMARÃES, Henrique; LEVY, Teresa. **A interdisciplinaridade**: reflexão e experiência. 2. ed. Lisboa: Texto, 1994.

SILVA, Otto Henrique Martins. **Professor – Pesquisador no Ensino de Física**. Curitiba: Ibepe, 2008. 161 p.

SILVEIRA, Everaldo; MIOLA, Rudinei José. **Professor – Pesquisador em Educação Matemática**. Curitiba: Ibepe, 2008. 160 p.

VALENTE, J. A. O uso inteligente do computador na educação. **Pátio**: Revista pedagógica: Inteligência: dimensões e perspectivas. v. 1, ano 1, p 18-21, maio/junho, 1997.jan/mar 1993, p.3-16.