em teia
Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana
Universidade Federal de Pernambuco
ISSN 2177-9309
Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica
EDUMATEC

PENSAMENTO ALGÉBRICO E FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Jadilson Ramos de Almeida
Doutorando em Ensino das Ciências e Matemática - UFRPE
Universidade Federal Rural de Pernambuco
jadilsonalmeida@hotmail.com
Marcelo Câmara
Doutorado em Sciences de L'education - Université de Paris X
Universidade Federal de Pernambuco
marcelocamaraufpe@yahoo.com.br

RESUMO

Esta investigação teve por objetivo verificar se licenciandos em matemática percebem indícios de pensamento algébrico em respostas dadas por alunos da educação básica a problemas de partilha de quantidades. Para responder a esse objetivo, pedimos que 22 licenciandos em matemática do Centro de Educação e Saúde da Universidade Federal de Campina Grande - UFCG, respondessem um questionário com questões abertas, no qual os licenciandos analisavam estratégias utilizadas por alunos da educação básica ao responderem problemas de partilha de quantidades. Os resultados apontam que os licenciandos encontram dificuldades em perceber indícios de pensamento algébrico em respostas dos alunos da educação básica, quando elas não são representadas por uma linguagem algébrica, ou seja, uma linguagem simbólica formal.
Palavras-Chave: Problemas algébricos, Problemas de partilha, Estratégia, Pensamento algébrico, Formação inicial de professores de matemática.

PENSEE ALGEBRIQUE ET FORMATION INITIALE DES ENSEIGNANTS DE MATHEMATIQUES

RÉSUMÉ

Cette recherche visait à déterminer si des futurs enseignants de mathématiques perçoivent des signes de la pensée algébrique dans les réponses données par des élèves de sixième anée à problèmes de partage des quantités. Pour atteindre cet objectif, nous avons demandé à 22 étudiants de premier cycle en mathématiques du Centre pour L'éducation et la Santé, Universidade Federal de Campina Grande - UFCG, de répondre à un questionnaire avec des questions ouvertes, dans lequel ils devraient analyser les stratégies utilisées par les élèves dans la résolution aux problèmes de partage de quantités. Les résultats montrent que les étudiants trouvent des difficultés à percevoir des signes de la pensée algébrique dans les réponses des élèves de l'éducation de base, quand ils ne sont pas représentés par un langage algébrique, c'est à dire, un langage symbolique formelle.
Mots-clés: Problèmes algébriques de partage, Problèmes, Stratégie, Pensée algébrique, Formation initiale des enseignants de mathématiques.

INTRODUÇÃO

A matemática sempre foi considerada de difícil compreensão por parte dos estudantes e isto é preocupante porque, em alguns casos, ela determina o futuro escolar de algumas crianças. O Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), que avalia nacionalmente a educação brasileira, revela, em seus resultados, baixos índices no rendimento dos estudantes no que se refere à matemática.

Com relação à álgebra, essa mesma avaliação mostra, desde a década de noventa, que as dificuldades dos estudantes, neste campo de conhecimento matemático, são ainda maiores, uma vez que o índice de acerto em questões referente a esse eixo matemático fica em torno de 40% em muitas regiões do país (BRASIL, 1998).

O Sistema de Avaliação da educação Básica de Pernambuco (SAEPE) revela, em seus resultados, que apenas 21,4% dos alunos do 9º ano do ensino fundamental conseguem, por exemplo, identificar uma equação do 2º grau que expressa um problema, e que apenas 22% conseguem identificar uma equação do 1º grau que representa a conversão de um problema em linguagem natural.

Autores como Lins e Gimenez (2005) consideram que o fracasso em álgebra significa, muitas vezes, o fracasso absoluto na escola, e que um dos principais obstáculos ao aprendizado da álgebra é que "a álgebra escolar representa o que eles chamam de 'momento de seleção', na educação escolar". Ainda segundo esses autores, existe uma grande dificuldade em perceber a existência de uma ruptura epistemológica nessa passagem do raciocínio aritmético para o algébrico, o que exige uma transição para a introdução de uma nova linguagem e forma de raciocínio lógico-matemático.

Talvez por conta disso, o ensino de álgebra tem um destaque nos currículos da Educação Básica. Dentre os objetivos propostos para o ensino de álgebra nas escolas públicas brasileiras, destaca-se o de desenvolver o pensamento algébrico nos estudantes por meio de atividades diversas, como apontam alguns documentos oficiais, tais como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática do Ensino Fundamental (BRASIL, 1998).

Além disso, muitas são as pesquisas realizadas com o propósito de entender o desenvolvimento do pensamento algébrico em crianças. Essas mesmas pesquisas vêm mostrando a necessidade de diversificar as atividades propostas aos estudantes com o intuito de desenvolver esse raciocínio matemático (ANDRADE; BECHER, 2011; BORRALHO; BARBOSA, 2011; PONTE; VELEZ, 2011; SILVA; SAVIOLI, 2012; PEREIRA; BRAGA, 2012).

Percebemos, portanto, que se o objetivo do ensino é o desenvolvimento cognitivo do estudante e, em particular, o desenvolvimento do pensamento algébrico, o mais importante é o trabalho com a resolução de problemas em detrimento da manipulação mecânica de símbolos ou expressões algébricas como, por exemplo, a resolução, por meio de técnicas automatizadas, de equações polinomiais do 1º grau.

Entretanto, será que os professores de matemática estão sendo formados para trabalhar com seus alunos o desenvolvimento do pensamento algébrico? Será que os cursos de licenciatura em matemática estão preparando os futuros professores para desenvolver o pensamento algébrico nas crianças? Levantamos essas questões por acreditar, assim como apontam alguns autores, que o ensino da álgebra está voltado, muito mais para a manipulação de símbolos e expressões no papel, sem sentido, levando o estudante a uma simples mecanização de técnicas (KIERAN, 1992, 1996).

Nesse sentido, algumas pesquisas apontam a necessidade de trabalhar com os professores de matemática, tanto na sua formação inicial (GODINO, Et al 2014; BRANCO, 2012; CYRINO; CALDEIRA, 2011; BRANCO; PONTE, 2011; ARAÚJO, 2008;) como na continuada (PIMENTEL, 2011; ARAÚJO, 2008;), atividades que venham a potencializar o desenvolvimento do pensamento algébrico em seus alunos. Concordamos com o que afirma Radford (2011), que o pensamento algébrico não surge de forma natural nas crianças, só porque estão amadurecidas o bastante. Os professores têm um papel fundamental no desenvolvimento dessa maneira peculiar de pensar das crianças, uma vez que as atividades propostas por eles, professores, podem favorecer, ou atrapalhar, a aprendizagem dos estudantes nesse campo de conhecimento matemático.

É diante desse cenário que surge o interesse em responder a seguinte questão: Será que licenciandos em matemática percebem indícios de pensamento algébrico em respostas dadas por estudantes do 6º ano do ensino fundamental a problemas de partilha de quantidades?

Para responder a essa questão pedimos que licenciandos em matemática analisassem respostas dadas por alunos do 6º ano do ensino fundamental a problemas de partilha de quantidades.

CARACTERIZANDO PENSAMENTO ALGÉBRICO

Radford (2006, p. 2) afirma que se ainda não temos uma definição precisa para pensamento algébrico, isso ocorre talvez devido ao "extenso escopo de objetos (por exemplo, equações, funções, padrões...) e processos algébricos (inversão, simplificação...) bem como os vários modos possíveis de conceber o pensamento em geral".

Portanto, por não existir um consenso para a definição de pensamento algébrico entre os pesquisadores da área, iremos, neste texto, expor algumas características desse modo de pensar, sem nenhum propósito de esgotá-las.

Fiorentini, Miorin e Miguel (1993) destacam alguns elementos que podem caracterizar melhor o pensamento algébrico. Dentre eles estão a "percepção de regularidades, percepção de aspectos invariantes em contraste com outros que variam, tentativas de expressar ou explicar a estrutura de uma situação-problema e a presença do processo de generalização" (p. 87). Esses pesquisadores afirmam que essas características do pensamento algébrico permitem considerá-lo como "um tipo especial de pensamento que pode se manifestar não apenas nos diferentes campos da matemática, como também em outras áreas do conhecimento" (p. 88).

Kieran (1992) faz uma diferenciação entre o pensamento aritmético e o algébrico. Para essa pesquisadora, o pensamento aritmético está intimamente ligado ao cálculo e à realização de operações na procura de um resultado, enquanto que o pensamento algébrico está relacionado com as estruturas e com o "uso de uma variedade de representações que permitem lidar com situações quantitativas de uma forma relacional" (p. 4). Portanto,

> [...] o pensamento algébrico pode ser interpretado como uma abordagem às situações quantitativas, que evidencia os aspectos relacionais das mesmas, com recurso a ferramentas que não são necessariamente letras usadas como símbolos e que podem ser utilizadas como suporte cognitivo para a introdução e sustentação do discurso mais característico da álgebra escolar (KIERAN, 1996, p. 274-275).

Blanton e Kaput (2005, p. 43) caracterizam o pensamento algébrico como "um processo no qual os alunos generalizam ideias matemáticas de um conjunto particular de exemplos, estabelecem generalizações por meio do discurso de argumentação, e expressam-nas, cada vez mais, em caminhos formais e apropriados à sua idade". Segundo Kaput (2008), o pensar algebricamente pode assumir diversas formas, tais como:

- o uso da aritmética como um domínio para expressar e formalizar generalizações (aritmética generalizada);
- a generalização de padrões numéricos para descrever relações funcionais (pensamento funcional);
- a modelação como um domínio para expressar e formalizar generalizações;

A *aritmética generalizada*, segundo Kaput (2008), corresponde ao pensamento sobre as operações e as propriedades associadas aos números como, por exemplo, generalizações sobre a propriedade comutativa da multiplicação ou, ainda, o reconhecimento da igualdade como uma relação entre quantidades.

O *pensamento funcional* caracteriza-se pela exploração e expressão de regularidades numéricas como, por exemplo, a descrição do crescimento de padrões ou generalizações de somas de números pares.

A *modelação* envolve a "generalização a partir de situações matematizadas ou de fenômenos como a generalização de regularidades em situações do dia a dia, em que a regularidade é secundária relativamente ao objetivo mais geral da tarefa" (CYRINO; OLIVEIRA, 2011, p. 103).

Lins (1992, 1994) destaca que o pensamento algébrico é uma maneira, entre outras, de produzir significados para objetos algébricos. Nesse sentido, para esse pesquisador, pensar algebricamente é: (1) pensar aritmeticamente; (2) pensar internamente; (3) pensar analiticamente.

Pensar aritmeticamente é produzir significados apenas em relação a números e operações aritméticas, "significa que os objetos com os quais se está a trabalhar são exclusivamente números, operações aritméticas e uma relação de igualdade" (CYRINO; OLIVEIRA, 2011, p. 101). Portanto, nessa perspectiva, é por meio da linguagem aritmética que o pensar algebricamente se revela nas suas primeiras características.

Pensar internamente é considerar números e operações segundo as suas propriedades. Essa característica do pensamento algébrico foca-se na "possibilidade que temos de distinguir soluções internas, isto é, aquelas produzidas dentro das fronteiras dos campos semânticos dos números e das operações aritméticas" (LINS, 1992, p. 16).

O *pensar analiticamente* é operar sobre números desconhecidos como se fossem conhecidos. Nessa perspectiva, o pensamento algébrico caracteriza-se "como um método de procura das verdades no qual o desconhecido é tratado como conhecido" (LINS, 1992, p. 16). Segundo Lins (1994), nesse momento, os números genéricos são tratados como se fossem específicos e as "incógnitas" são tratadas como se fossem "dados".

Neste artigo utilizamos a expressão "pensamento algébrico" como a capacidade de analisar e estabelecer relações, de expressar ou explicar a estrutura de uma situação-problema produzindo significado para os objetos algébricos como, por exemplo as equações polinomiais do 1º grau.

PENSAMENTO ALGÉBRICO E FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES: algumas pesquisas

Branco e Ponte (2011) realizou uma pesquisa com o objetivo de analisar as respostas dadas por licenciandos a problemas algébricos. Em seus resultados perceberam que a experiência de analisar, refletir e resolver situações problemas contribui para a formação dos futuros professores em relação aos aspectos relacionados ao ensino e a aprendizagem da álgebra.

Resultados parecidos foram encontrados em outra pesquisa realizada por Branco (2012), que teve por objetivo verificar o trabalho realizado por futuros professores na sua formação inicial durante uma sessão de trabalho direcionada para a exploração de tarefas de cunho algébrico, visando à validação de uma conjectura. Essa pesquisadora observou que a análise de situações que possibilitam o desenvolvimento do pensamento algébrico na formação inicial proporciona momentos de discussão entre os licenciandos que promovem o conhecimento para ensinar matemática. Além disso, permite ao futuro professor identificar o melhor modo de abordar a situação com os seus alunos e apoiar o estabelecimento de generalizações por parte dos alunos, uma das características do pensamento algébrico.

Cyrino e Caldeira (2011), em um artigo que teve por objetivo investigar como o contexto de uma comunidade de prática de formação inicial de professores de matemática colabora para aprendizagem sobre o pensamento algébrico dos futuros professores envolvidos, perceberam que os licenciandos conseguem desenvolver melhor o conceito de pensamento algébrico, assim como pensar sobre atividades que levem ao desenvolvimento desse tipo de pensamento, ao analisarem e responderem situações problema que possibilitem o desenvolvimento do pensar algebricamente.

Nesse sentido, acreditamos que, na sua formação inicial, os futuros professores de matemática podem e devem ter experiências de aprendizagem que visem diferentes aspectos do pensamento algébrico, para que na sua futura prática o possam promover nos seus alunos, como mostram os resultados das pesquisas supracitadas.

Além disso, Godino et al (2014, p. 18), afirmam que, “se queremos desenvolver o pensamento algébrico nas aulas do primário, e melhorar o tratamento da álgebra no secundário, o professor deve ser o principal agente dessa troca”. Portanto, assim como Godino et al (2014), acreditamos que o professor é o responsável por estimular e favorecer o desenvolvimento do pensamento algébrico em estudantes da educação básica.

Radford (2011, p. 139) lembra que

> o pensamento algébrico é de nenhuma maneira 'natural', algo que aparecerá e se desenvolverá uma vez que os estudantes tenham amadurecido bastante. O pensamento algébrico é um tipo de reflexão e ação cultural muito sofisticado, um modo de pensamento que foi refinado sucessivamente ao longo de séculos antes de alcançar sua forma atual.

Portanto, o estudante da educação básica não irá desenvolver naturalmente o pensamento algébrico. Para que isso aconteça, o professor precisa propor situações que levem os estudantes a realizar generalizações, estabelecer relações e, assim, construir sentido para álgebra.

Nesse sentido, analisar respostas de alunos da educação básica a problemas de estrutura algébrica pode possibilitar aos futuros professores de matemática uma reflexão sobre o que ensinar e como ensinar para desenvolver esse tipo de pensamento. Portanto, esse é o objetivo de nosso trabalho, levar os licenciandos a refletirem sobre respostas de alunos da educação básica a problemas de estrutura algébrica, a fim de verificar se percebem quando eles mobilizam o pensamento algébrico para resolver a situação proposta.

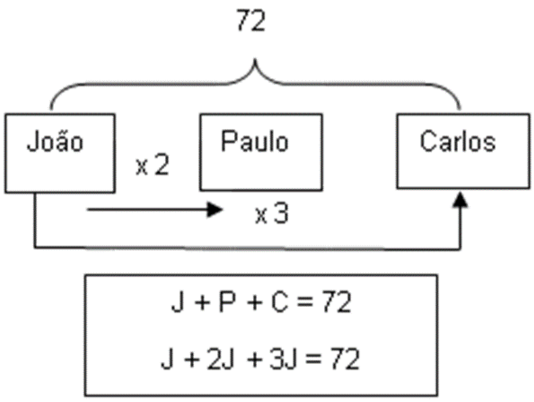
PROBLEMAS DE PARTILHA

Um problema de partilha se caracteriza por ter uma quantidade total conhecida e essa quantidade é repartida em partes desiguais e desconhecidas (MARCHAND; BEDNARZ, 1999). Podemos visualizar um exemplo desse tipo de problema no exemplo 1 a seguir:

Exemplo 1*. João, Paulo e Carlos têm juntos, 72 figurinhas. Paulo tem o dobro de figurinhas de João e Carlos tem o triplo de figurinhas de João. Quantas figurinhas têm cada um?*

Representamos esse problema no esquema a seguir, no qual podemos perceber que para o estudante realizar a conversão do enunciado em linguagem natural para a equação, em linguagem algébrica, é necessário estabelecer relações entre as informações, entre os dados colocados no problema. São essas relações que podem levar os estudantes a desenvolver o pensamento algébrico.

Esquema 1. Estrutura do problema do exemplo 1



Estudos em história da matemática indicam que os problemas de partilha estão intimamente associados às origens da álgebra, tal como a conhecemos hoje, a partir da necessidade de repartir heranças e resolver situações do cotidiano. Além disso, pesquisas como as de Marchand e Bednarz (2000) e Oliveira e Câmara (2010) indicam que esse tipo de problema pode favorecer a passagem da aritmética à álgebra, uma vez que leva o estudante a estabelecer relações entre as informações do enunciado.

MÉTODO

Esta pesquisa teve por objetivo verificar se licenciandos em matemática percebem indícios de pensamento algébrico em respostas dadas por alunos da educação básica a problemas de partilha.

Para responder a esse objetivo pedimos que licenciandos em matemática respondessem a um questionário com questões abertas, no qual eram levados a analisar as respostas de três alunos da educação básica a problemas de partilha[1].

O instrumento de coleta era composto por três problemas de partilha respondidos por estratégias diferentes. O problema 1 foi respondido por meio da estratégia “atribuir valores”, ou seja, para chegar à resposta, o aluno atribui um valor para a primeira incógnita para, em seguida, encontrar os valores das outras incógnitas, chegando à resposta do problema por tentativa e erro.

Para responder ao problema 2 o aluno utilizou uma estratégia “algébrica sem registro algébrico formal[2]”, ou seja, as relações existentes no enunciado do problema são identificadas

[1] O questionário utilizado nessa pesquisa utiliza as respostas dadas a problemas de partilha por alunos do 6º Ano do Ensino Fundamental que participaram de uma pesquisa que tinha por objetivo investigar as estratégias de alunos do 6º ano na resolução de problemas de partilha, realizada por Oliveira e Câmara (2011).

pelo aluno, entretanto ele não as representa em uma linguagem algébrica formal, ele equaciona mentalmente o problema. Em sua resposta, percebemos que o estudante se vale de uma linguagem sincopada, ou seja, utiliza linguagem natural, numérica e alguns símbolos algébricos.

Já para responder ao problema 3 o aluno utilizou uma estratégia "algébrica com registro algébrico formal", ou seja, o aluno identificou as relações contidas no enunciado do problema e as representou por meio de uma linguagem simbólica, utilizando uma equação polinomial do 1º grau.

Temos, nos resultados a seguir, a análise prévia de cada estratégia mobilizada pelos alunos da educação básica, além das análises realizadas pelos licenciandos sobre essas estratégias.

As perguntas feitas aos licenciandos foram as seguintes:

1. A resposta do aluno é correta?
2. Como você pensa que o aluno respondeu o problema?
3. O que você acha da estratégia utilizada pelo aluno para resolver o problema?

Participaram da pesquisa vinte e dois licenciandos em matemática do Centro de Educação e Saúde da UFCG, localizado na cidade de Cuité, interior do estado da Paraíba, sendo treze (13) matriculados no 4º período e nove (9) matriculados no 6º período. Nesse artigo não temos nenhuma intenção de comparar as reflexões dos licenciandos do 4º período com os do 6º período. Foram escolhidos licenciandos desses períodos apenas pelo fato do primeiro autor ter acesso a eles por ministrar, no momento da pesquisa, disciplinas nesses dois períodos.

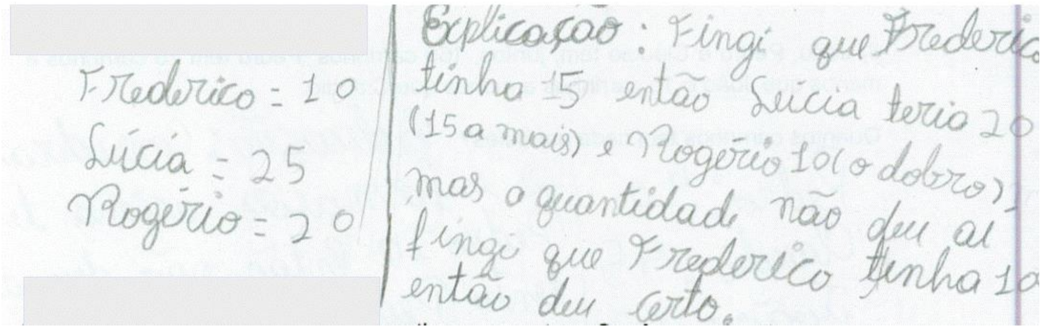
RESULTADOS

Análise da primeira estratégia – "atribuir valores"

Problema 1: *Frederico, Rogério e Lúcia têm, juntos, 55 revistas em quadrinhos. Rogério tem o dobro de revistas de Frederico e Lúcia tem 15 revistas a mais que Frederico. Quantas revistas em quadrinhos têm cada um?*

[2] Estamos chamando nesse artigo de "registro algébrico formal" aquele que se vale de uma linguagem simbólica formal, utilizando símbolos característicos da álgebra escolar, ou seja, letras, sinais de operações, números, sinais de igualdade, dentre outros.

Figura 2 – Estratégia utilizada para resolver o problema 1.



Fonte: Oliveira e Câmara (2011).

O aluno responde corretamente o problema atribuindo valores, ou seja, atribui a quantidade de revistas em quadrinhos de Frederico para, em seguida, encontrar o número de revistas de Rogério e de Lúcia. Ou seja, para chegar ao resultado final, o aluno precisa atribuir um valor inicial, que nesse caso é encontrado por tentativas. Apesar de responder corretamente o problema, e de conseguir observar as relações entre a quantidade de revistas de Frederico, Rogério e Lúcia, esse aluno não mobilizou, ao que tudo indica, um pensamento algébrico, uma vez que a resposta aparece por tentativa e erro, ou seja, o estudante não conseguiu estabelecer as relações do problema utilizando conceitos algébricos (BECHER; GROENWALD, 2009).

Para essa estratégia, seis licenciandos (27%) responderam que a resposta estava errada, ou seja, não perceberam que apesar de não utilizar uma estratégia que utiliza um registro simbólico algébrico, o aluno chegou à resposta correta. Esse fato parece indicar que, mesmo estando no ensino superior, alguns licenciandos ainda têm dificuldades em responder problemas simples envolvendo equações polinomiais do 1º grau.

Ao serem perguntados como o aluno respondeu a esse problema, todos os licenciandos, mesmos aqueles que disseram que a resposta do aluno estava errada, perceberam que o aluno chegou à resposta por tentativa e erro, ou seja, atribuindo valores. O interessante é que apenas um terço dos 22 participantes relatou que essa estratégia é limitada, como mostram os recortes de falas a seguir:

> *Para um problema com números pequenos é prático, já se fosse com números maiores, ele poderia conseguir, mas levaria muito tempo em um único problema* (L17).
>
> *Para esse tipo de problema a estratégia que ele utilizou ainda pode ser considerada. Mas, para um problema "maior" essa estratégia não é segura e necessitaria de vários testes* (L20).

Esses licenciandos parecem perceber a relevância das ferramentas algébricas na resolução de problemas, uma vez que perceberam que a estratégia 1 pode ser, dependendo da magnitude dos valores, enfadonha, cansativa, demorada ou insuficiente.

Apesar de 33% dos licenciandos perceberem que a estratégia "atribuir valores" é uma estratégia limitada, dois terços não perceberam que essa estratégia pode ser falha, demorada e até insuficiente para resolver um problema de estrutura algébrica. O mais preocupante é que três licenciandos relataram que até hoje, ou seja, até na graduação, utilizam essa estratégia para resolver problemas desse tipo:

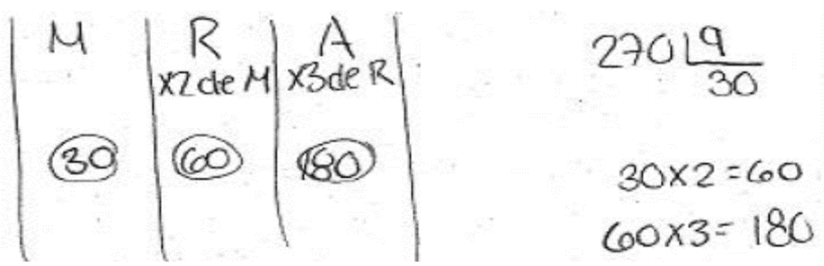
[...]até hoje respondo problemas desse tipo assim (L16).

Isso mostra que alguns futuros professores de matemática ainda mobilizam uma estratégia mais próxima do pensamento aritmético para resolver problemas algébricos. Esses resultados apontam a necessidade de se trabalhar na graduação esses tipos de problemas, além de discutir com os licenciandos em matemática atividades que levem os estudantes da educação básica a desenvolverem o pensamento algébrico. Esses resultados corroboram com as pesquisas de Godino et al (2014), Branco (2012), Cyrino e Caldeira (2011), Branco e Ponte (2011) e Araújo (2008).

Análise da segunda estratégia – "Algébrica sem registro algébrico formal"

Problema 2: *Marta, Rafael e Ana têm, juntos, 270 chaveiros. Rafael tem o dobro do número de chaveiros de Marta, e Ana tem o triplo do número de chaveiros de Rafael. Quantos chaveiros tem cada um?*

Figura 3 – Resposta ao problema 2.



Fonte: Oliveira e Câmara (2011).

Nessa resposta, o sujeito identifica as relações, mesmo sem representá-las de maneira algébrica formal como, por exemplo, M, 2M e 6M. Kieran (1992, 1994) lembra que para o aluno mobilizar o pensamento algébrico ele não precisa, necessariamente, utilizar uma linguagem algébrica.

Em seguida, ele equaciona, mentalmente, M + 2M + 6M = 270. Por isso a divisão de 270 por 9. Portanto, apesar de o estudante se valer, na resolução do problema, de uma linguagem sincopada, utilizando alguns símbolos, como os números e as iniciais dos nomes para indicar as personagens do problema, podemos concluir que o estudante valeu-se do pensamento algébrico para chegar ao resultado esperado, uma vez que conseguiu estabelecer as relações existentes entre as informações do enunciado para equacionar, mesmo que mentalmente, o problema.

Quatro licenciandos, dos vinte e dois que participaram da pesquisa (18%), relataram que a resposta do aluno da educação básica estava errada. Dois desses quatro licenciandos disseram que a resposta ao primeiro problema também estava errada. Isso nos leva a indagar porque alguns licenciandos, futuros professores de matemática da educação básica, ainda têm dificuldade em entender um problema que é trabalhado no ensino fundamental?

Apesar de boa parte dos licenciandos relatarem que a resposta ao problema 2 está correta, dezenove (86%) não entenderam a estratégia utilizada pelo aluno da educação básica para responder ao problema. Ao serem perguntados sobre o que achavam dessa estratégia, responderam:

> *Não entendi porque o aluno dividiu por 9 (L08);*
> *[...] Não muito compreendida" (L06).*

Além disso, oito licenciandos (36%) relataram, erradamente, que a estratégia utilizada para resolver o problema 2 era baseada no "chute", ou seja, confundiram com a estratégia "atribuir valores", como relatam alguns licenciandos:

> *Ele dividiu 270 por vários números, porém o 9 foi o único resultado que deu certo... (L05);*
> *Ele "chutou" alguns valores para conseguir chegar até a resposta certa (L20);*
> *Ele não foi tão bem pelo fato de utilizar "chute" no início da resolução (L02).*

Percebemos, a partir desses relatos, que alguns licenciandos não percebem o pensamento algébrico por trás da estratégia utilizada para resolver o problema 2. Entretanto, o aluno, ao dividir 270 por 9, estabeleceu as relações existentes entre as informações do enunciado e montou mentalmente uma equação, mesmo não a representando por escrito, em linguagem algébrica formal.

Apenas três licenciandos perceberam que o aluno da educação básica se valeu de uma estratégia algébrica, como relata o L14:

Ele conseguiu visualizar a álgebra por trás do problema [...].

Nesse caso, o licenciando percebeu que, mesmo não se valendo de uma linguagem algébrica, o estudante mobilizou um pensamento algébrico para responder ao problema.

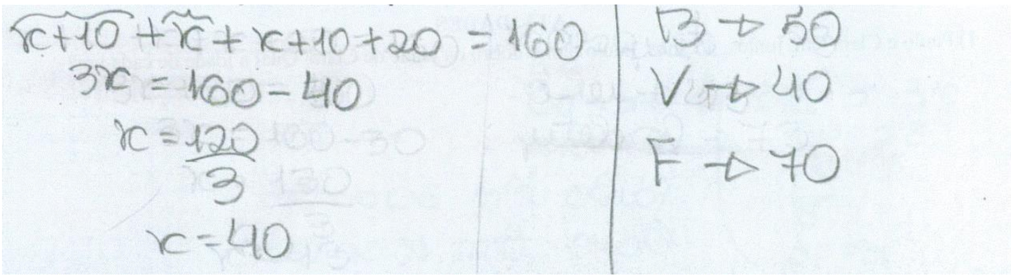
Percebemos, portanto, que é necessário discutir com licenciandos em matemática não só atividades que possam contribuir para o desenvolvimento do pensamento algébrico, apesar de entendermos a importância desse tipo de atividade, como apontam algumas pesquisas. Porém, verificamos que se faz necessário também discutir com os futuros professores de matemática estratégias adotadas por estudantes da educação básica ao responderem problemas algébricos, tendo em vista que eles podem estar se valendo de uma estratégia algébrica, mobilizando alguma característica do pensamento algébrico, que deve ser reconhecida, valorizada e trabalhada pelo professor.

No caso de um aluno que utilize uma estratégia como a 2, talvez o que falte seja desenvolver a capacidade de representar o seu pensamento em uma linguagem algébrica mais formal, revelando que talvez esteja em um nível de desenvolvimento algébrico menor do que o estudante que utilize uma linguagem algébrica formal para representar o problema (GODINO et al, 2014).

Análise da terceira estratégia – "Algébrica com registro algébrico formal"

Problema 3. *Em uma escola, 160 alunos praticam esportes. O número de alunos que jogam basquete é 10 a mais dos que jogam vôlei, e o número de alunos que jogam futebol é 20 a mais dos que jogam basquete. Nessa escola, quantos alunos praticam cada esporte?*

Figura 4 – Resposta ao problema 3.



Fonte: Oliveira e Câmara (2011)

A estratégia utilizada para responder a esse problema é a mesma adotada no exemplo do problema 2, entretanto, utilizando uma linguagem algébrica formal, ou seja, esse estudante vai mais além do que o aluno que respondeu ao problema 2 pois, além de se valer de um pensamento algébrico para responder o problema, ele conseguiu representá-lo em uma linguagem algébrica formal, simbólica, por meio de uma equação polinomial do 1º grau. Ao mobilizar um pensamento algébrico para estabelecer as relações necessárias entre as informações do enunciado, ele se mostra capaz de representar essas relações em uma linguagem algébrica, diferente do aluno anterior, que equacionou o problema mentalmente. Revela-se assim, que ele se encontra em um nível de desenvolvimento do pensamento algébrico mais avançado que o aluno que adotou a estratégia 2.

Portanto, apesar de o aluno que respondeu ao primeiro problema não mobilizar um pensamento estritamente algébrico, acreditamos que os problemas de partilha podem contribuir para o desenvolvimento desse tipo de pensamento, ao levar o estudante a analisar o problema, estabelecer relações entre as informações do enunciado, possibilitar a representação do problema em uma linguagem cada vez mais simbólica, que expresse e sintetize suas ideias, construindo significado para os objetos algébricos.

Os resultados parecem indicar que fica mais fácil para os licenciandos analisarem a resposta a um problema de partilha quando o aluno utiliza uma estratégia e uma linguagem simbólica, uma vez que apenas um licenciando relatou que a resposta do aluno ao problema 3 estava errada, enquanto que seis tinham relatado que a resposta ao problema 1 estava errada e quatro relataram que a resposta ao problema 2 estava errada.

Os licenciandos percebem muito mais claramente a álgebra quando o aluno se vale de uma linguagem algébrica, uma vez que 17 dos 22 participantes da pesquisa (77%) indicam que a estratégia utilizada para resolver ao problema 3 é uma estratégia algébrica, como podemos observar nos recortes de falas a seguir:

> *Utilizando um pouco de conhecimento de álgebra (L22);*
> *Ele utiliza uma equação para solucionar o problema (L20);*
> *Ele usou o conhecimento que tem sobre equações, [...] (L18).*

Metade dos licenciandos que participaram da pesquisa relatou que essa estratégia é a mais adequada para resolver um problema desse tipo, como podemos perceber na fala seguinte:

> *[...] muito eficaz, já que utilizou a equação do 1º grau para resolver, um dos meios mais corretos* (L05).

Entretanto, o mesmo licenciando (L05), não percebeu que para resolver o problema 2 a estratégia utilizada também foi uma equação do 1º grau, mesmo sem representa-la na linguagem simbólica. Na verdade, esse licenciado relatou que a estratégia utilizada para resolver o problema 2 foi a de “atribuir valores”, como indica sua fala:

> *[...] ele dividiu 270 por vários números, porém o 9 foi o único que deu certo* (L05).

Isso parece indicar que alguns licenciandos em matemática só percebem aspectos do pensamento algébrico em estratégias utilizadas por alunos da educação básica ao responderem problemas de estruturas algébricas quando eles utilizam uma linguagem algébrica formal, simbólica, utilizando símbolos comuns aos adotados na álgebra escolar, como as letras “x” e “y”, para representar incógnitas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante de nossas análises, percebemos que alguns licenciandos em matemática encontram dificuldades em perceber o pensamento algébrico em estratégias utilizadas por alunos da educação básica em resposta a problemas de partilha, quando ela não está em uma linguagem simbólica, ou seja, quando o problema de partilha não é convertido em uma equação do 1º grau, como fez o aluno ao responder o problema 3.

Isso nos indica que, além de trabalhar atividades que possam desenvolver o pensamento algébrico, como apontam diversas pesquisas (BRANCO 2012, CYRINO; CALDEIRA 2011, BRANCO; PONTE 2011, ARAÚJO 2008), existe também a necessidade de discutir as possíveis estratégias adotadas por alunos da educação básica ao se depararem com problemas de estrutura algébrica.

Além disso, acreditamos também que seja interessante discutir o que caracteriza pensar algebricamente, já que muitos revelaram não perceber quando os alunos da educação básica estão mobilizando esse tipo de pensamento.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, L. S.; BECHER, E. L. As representações semióticas e suas contribuições para o desenvolvimento do pensamento algébrico. In: **Anais da XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática.** Recife, 2011.

ARAÚJO, E. A. Ensino de álgebra e formação de professores. In: **Educação Matemática Pesquisa**, v. 10, n. 2. São Paulo, 2008.

BECHER, E. L.; GROENWALD, C. L. O. Características do pensamento algébrico de estudantes do 1º ano do Ensino Médio. In: **Anais do X Encontro Gaúcho de Educação Matemática**, Ijuí-RS, 2009.

BLANTON, M. L.; KAPUT, J. J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 36, n. 5, p. 412-443, 2005.

BORRALHO, A.; BARBOSA, E. Padrões e o desenvolvimento do pensamento algébrico. In: **Anais da XIII Conferência Iteramericana de Educação Matemática**, Recife, 2011.

BRANCO, N. A representação de relações e a generalização na exploração de tarefas de um ponto de vista algébrico: um estudo com futuros professores e educadores. **In: Interacções**, n.20, Portugal, 2012.

BRANCO, N.; PONTE, J. P. A álgebra na formação inicial de professores dos primeiros anos: Uma experiência de formação. In: Idagatio Didactica, v. 3, n. 1, Portugal, 2011.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC, SEF. 1998.

CYRINO, M. C. C. T.; CALDEIRA, J. S. Processos de negociação de significados sobre pensamento algébrico em uma comunidade de prática de formação inicial de professores de matemática. In: **Investigações em Ensino de Ciências.** v. 16, n. 3. 2011.

CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. M. Pensamento algébrico ao longo do ensino básico em Portugal. In: **Boletim de Educação Matemática**, vol. 24, n. 38, Rio Claro, 2011.

FIORENTINI, D.; MIORIN, M. A.; MIGUEL, A. Contribuição para um repensar... a Educação Algébrica Elementar. In: **Pro-Posições**. Vol. 4, nº 1[10]. 1993.

GODINO, J. D.; AKÉ, L. P.; GONZATO, M.; WILHELMI, M. R. Niveles de algebrización de la actividad matemática escolar. Implicaciones para la formación de maestros. In: **Enseñanza de las Ciencias**. Nº. 32, v. 1, 2014.

KAPUT, J. Teaching and learning a new algebra. In: FENNEMA, E. ROMBERG, T. A. (Eds.), **Mathematics classrooms that promote understanding.** Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum. 1999.

KIERAN, C. **The learning and teaching of school algebra. Handbook of research on mathematics teaching and learning**. National Council of Teachers of Mathematics; New York, NY, 1992.

________. The changing face of school algebra. In: ALSINA, C. *et al*. (Eds.), **ICME 8: Selected Lectures**. Seville: S. A. E. M. Thales. 1996.

LINS, R. C. **A framework for understanding what algebraic thinking is**. 1992. 330 f. Tese (Doctor of Philosophy) – School of Education, University of Nothingam, Nothingam, UK: 1992.

______. O Modelo teórico dos campos semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. **Dynamis**, Blumenau, v. 7, n. 1, p. 29 – 39. 1994.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI**. 5 Ed. Campinas: Papirus, 2005.

MARCHAND, P. & BEDNARZ, N. L'enseignement de l'algèbre au secondaire: une analyse des problèmes présentés aux élèves. In: **Bulletin AMQ**, Vol. XXXIX, N°4. Québec: AMQ, 1999.

____________________________. Développement de l'algèbre dans un context de resolution de problems. In: **Bulletin AMQ**, Vol. XL, N°4. Québec: AMQ, 2000.

NOGUEIRA, D. M. C. R. **Desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos do 10º ano no tema funções através da resolução de problemas com recurso às TIC.** Dissertação de Mestrado em Ciências da Educação. Universidade do Minho. Portugal, 2010.

OLIVEIRA, I.; CÂMARA, M. Problemas de estrutura algébrica: uma análise comparativa entre as estratégias utilizadas no Brasil e no Québec. In: XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática, SBEM, Recife, 2011.

PEREIRA, G. N.; BRAGA, M. N. S. Investigação matemática e a construção do pensamento algébrico: uma metodologia de ensino a compreensão de incógnita. In: **Revista Eventos Pedagógicos**. Mato Grosso, UEMT, v. 3, nº 3, p. 320-340, 2012.

PERNAMBUCO, **Base Curricular Comum para as Redes Públicas de Ensino de Pernambuco:** Matemática. Secretaria de Educação, Recife: SE, 2008.

_____________. Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco: Matemática. Secretaria de Educação, Recife: SE, 2012.

PIMENTEL, T. Um programa de formação contínua e o desenvolvimento do pensamento algébrico de professores do 1º ciclo do ensino básico. In: **Actas do Encontro de Investigação em Educação Matemática**. Portugal, 2011.

PONTE, J. P.; VELEZ, I. Representações em tarefas algébricas no 2º ano de escolaridade. In: **Boletim GEPEM**. Rio de Janeiro-RJ, Nº 59, p. 53-68, 2011.

RADFORD, L. Algebraic thinking and the generalization of patterns: A semiotic perspective. In**: North America Conference of the International Group of Psychology of Mathematics Education - PME**, Bergen University College, 2006.

____________. Grade 2 students' non-symbolic algebraic thinking. In: CAI, J. KNUTH, E. (Eds.), **Early algebraization. Advances in mathematics education**. Berlin: Springer-Verlag. 2011.

SILVA, D. P.; SAVIOLI, A. M. P. D. Caracterizações do pensamento algébrico em tarefas realizadas por estudantes do Ensino Fundamental I. In: **Revista Eletrônica de Educação**. São Carlos, SP. UFSCar, v. 6, nº 1, p. 206-222, 2012.