

## Em direção a uma caracterização da intervenção docente: ações de um professor em uma prática de modelagem matemática

Fernando Henrique de Lima<sup>1</sup>

Jussara de Loiola Araújo<sup>2</sup>

**Resumo:** Neste estudo, objetivamos caracterizar as intervenções de um professor ao longo do desenvolvimento e da organização de uma prática de modelagem na educação matemática. Com uma abordagem qualitativa, foram observadas as aulas de um professor no decorrer da realização de uma atividade de modelagem. A partir da atuação do docente, reconhecemos ações de intervenção que tinham por intuito influenciar ou direcionar a atuação dos estudantes. Nossa análise foi balizada a partir da identificação de ações de intervenção em algumas etapas de organização da prática de modelagem, a saber: escolha do tema, formulação do problema, coleta de dados, matematização e produção do modelo matemático. Desse modo, pudemos perceber que os professores possuem suas próprias rotas de intervenção de modo que essas ações não seguem o mesmo sequenciamento das etapas. Além disso, foi possível caracterizar a intervenção docente em práticas de modelagem matemática em dois grupos: as intervenções convergentes, que são aquelas nas quais o professor intervém em uma etapa específica e suas intervenções se referem, exatamente, àquela etapa; e as intervenções divergentes, nas quais a intervenção do professor se refere a etapas para além daquela em que ela acontece.

**Palavras-chave:** Educação Matemática. Intervenção do Professor. Rotas de Modelagem. Processo de Intervenção. Etapas da Modelagem.

## Towards a characterization of teacher intervention: actions of a teacher in a mathematical modelling practice

**Abstract:** In this study, we aim to characterize the interventions of a teacher throughout the development and the organization of a modelling practice in mathematics education. With a qualitative approach, a teacher's classes were observed during the course of a modelling activity. From the teacher's performance, we recognize intervention actions that were intended to influence or direct the students' performance. Our analysis was based on the identification of intervention actions in some steps of the modelling practice organization, namely: choice of subject, formulation of a question, data collection, mathematization and production of a mathematical model. Therefore, we could see that teachers have their own intervention routes so that these actions do not follow the same sequence of the steps. Besides that, it was possible to characterize the teaching intervention in mathematical modelling practices in two groups: convergent interventions, which are those in which the teacher intervenes at a specific step and his interventions refer, exactly, to that step; and divergent interventions, in which the teacher's intervention refers to steps beyond that in which it occurs.

<sup>1</sup> Doutorando em Educação pela Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG). Minas Gerais, Brasil. ✉ [fernandolima@ufmg.br](mailto:fernandolima@ufmg.br)  <https://orcid.org/0000-0002-5745-5255>.

<sup>2</sup> Doutora em Educação Matemática. Professora do Departamento de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG). Minas Gerais, Brasil. ✉ [jussara@mat.ufmg.br](mailto:jussara@mat.ufmg.br)  <https://orcid.org/0000-0002-9156-2417>.

**Keywords:** Mathematical Education. Teacher Intervention. Modelling Routes. Intervention Process. Modelling Steps.

## Hacia una caracterización de la intervención docente: acciones de un profesor en una práctica de modelación matemática

**Resumen:** En este estudio, se pretende caracterizar las intervenciones de un profesor a lo largo del desarrollo y de la organización de una práctica de modelización en la educación matemáticas. Con un abordaje cualitativo, fueron observadas las clases de un profesor durante la realización de una actividad de modelación. A partir de la actuación del docente, reconocimos acciones de intervención que tenían como objetivo influenciar o direccionar la actuación de los estudiantes. Nuestro análisis se basó en la identificación de acciones de intervención en algunas etapas de la organización de la práctica de modelación, a saber: escogencia del tema, formulación del problema, recolección de datos, matematización y producción del modelo matemático. De esta manera, pudimos percibir que los maestros poseen sus propias rutas de intervención de modo que esas acciones no sigan la misma secuencia de las etapas. Además, fue posible caracterizar la intervención docente en las prácticas de modelación matemática en dos grupos: intervenciones convergentes, que son aquellas en las que el profesor interviene en una etapa determinada y sus intervenciones se refieren, exactamente, a esa etapa; e intervenciones divergentes, en las que la intervención del profesor se refiere a etapas más allá de aquella en la que se produce.

**Palabras clave:** Educación Matemática. Intervención del Maestro. Rutas de Modelación. Proceso de Intervención. Etapas de Modelación.

### Introdução

Atividades de modelagem na educação matemática podem ser entendidas como a resolução de algum problema da realidade em contextos educacionais, utilizando, para tal, conceitos, ideias ou técnicas matemáticas. O problema da realidade pode assumir vários formatos como, por exemplo, situações oriundas do cotidiano dos estudantes ou de outras áreas do conhecimento.

A modelagem matemática tornou-se, então, uma tendência da educação matemática que, no Brasil, vem ganhando força desde a década de 1980, de modo que seu crescimento está atrelado a três principais fatores: i) pesquisas de mestrado e doutorado desenvolvidas acerca do assunto; ii) surgimento de grupos de pesquisa que se dedicam à modelagem; e iii) práticas de professores em sala de aula (BIEMBENGUT, 2009). Desse modo, ela se constitui, ao mesmo tempo, como campo de pesquisa e como prática pedagógica.

Tanto no que diz respeito à modelagem como campo de pesquisa quanto como prática pedagógica, é possível identificar uma diversidade de concepções e de perspectivas que orientam os entendimentos de pesquisadores e de professores sobre o tema (MEYER *et al.*, 2017). Neste texto, em particular, compreendemos a modelagem como “um ambiente

de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade.” (BARBOSA, 2001, p. 6).

As diversas formas como uma atividade de modelagem podem ser organizadas (BARBOSA, 2001), assim como seu caráter completamente diferente daquele que é comum em aulas convencionais de matemática<sup>3</sup>, podem ser um grande desafio para o professor (OLIVEIRA, 2010), gerando dúvidas, inseguranças e, muitas vezes, levando-o a desistir mesmo antes de tentar. O professor, muitas vezes acostumado a ter um maior controle durante as atividades em sala de aula, pode adentrar em uma zona de risco (PENTEADO, 2001) durante uma atividade de modelagem, em que outros assuntos — diferentes dos próprios da matemática — são discutidos e os alunos têm maior autonomia de ação, podendo fazer perguntas que ele não sabe responder prontamente.

A atuação do professor — especificamente a intervenção docente — durante atividades de modelagem é o foco deste artigo. Nesta investigação, objetivamos caracterizar as intervenções de um professor ao longo do desenvolvimento e da organização<sup>4</sup> de uma prática de modelagem na educação matemática.

Para atingi-lo, apresentamos, na próxima seção, alguns aspectos relativos à organização de práticas de modelagem na educação matemática. Depois, descrevemos o que estamos compreendendo por intervenções do professor ao longo dessas práticas. Apresentamos também os aspectos metodológicos que orientaram o estudo empírico para, logo em seguida, descrever e analisar trechos dos dados em que intervenções de um professor estão em destaque. Por fim, caracterizamos as intervenções docentes em atividades de modelagem matemática, concluindo com nossas considerações finais.

### **Modelagem na educação matemática: aspectos relativos à organização da prática**

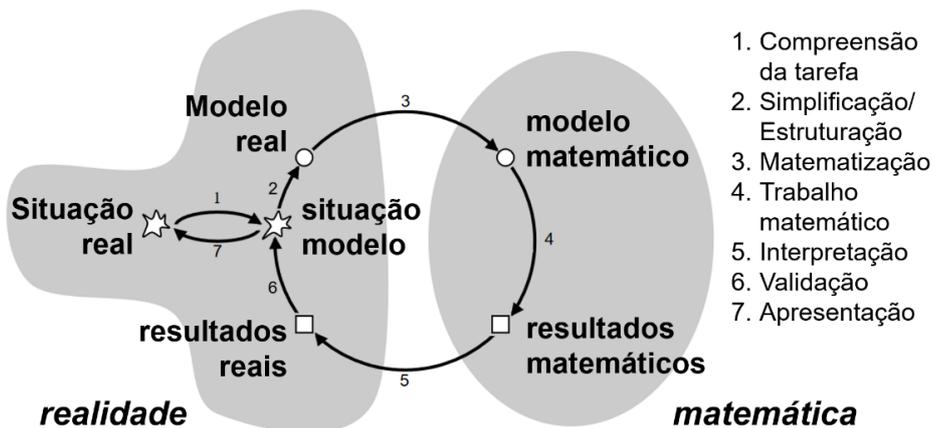
Existe um grande debate sobre as formas de se organizar uma atividade de modelagem em sala de aula na literatura brasileira e internacional (BARBOSA, 2001). Blum e Leiß (2007), por exemplo, propõem o desenvolvimento da prática a partir do ciclo de modelagem, que caracteriza a atividade como uma relação entre dois grandes domínios: a realidade, que dá origem à situação problema, e a matemática, em que o modelo matemático se situa. A figura 1 apresenta um ciclo de modelagem (BLUM; LEIß, 2007)

<sup>3</sup> Entendemos as aulas convencionais de matemática como aquelas que se enquadram no *paradigma do exercício* (SKOVSMOSE, 2000) em que, "primeiro, o professor apresenta algumas ideias e técnicas matemáticas e, depois, os alunos trabalham com exercícios selecionados." (p. 1-2).

<sup>4</sup> Neste artigo, ao falarmos da organização de atividades de modelagem, utilizaremos as palavras momento(s) e etapa(s) como sinônimos.

composto por sete tarefas: i) compreensão da tarefa, ii) simplificação/estruturação, iii) matematização, iv) trabalho matemático, v) interpretação, vi) validação e vii) apresentação. De acordo com o esquema proposto por Blum e Leiß (2007), a matematização da situação da realidade e a interpretação do modelo construído são etapas que conectam esses dois domínios.

Figura 1: Ciclo de modelagem



1. Compreensão da tarefa
2. Simplificação/ Estructuração
3. Matematização
4. Trabalho matemático
5. Interpretação
6. Validação
7. Apresentação

Fonte: Blum e Leiß (2007, adaptada)

Borromeo Ferri (2007), entretanto, ressalta que, apesar de ilustrativo, o ciclo não deve ser utilizado como uma amarra para a realização de atividades de modelagem. Segundo a autora, os alunos apresentam suas próprias *rotas de modelagem* ao desenvolverem atividades dessa natureza, o que implica em um ambiente composto por deslocamentos aleatórios entre as etapas de realização da prática.

A partir de uma análise de estudos sobre modelagem no Brasil e no mundo, Barbosa (2001), por sua vez, propõe três casos — sintetizados no Quadro 1 — que descrevem as organizações mais comuns para a prática de modelagem.

Quadro 1: o aluno e o professor nos casos de modelagem

Tarefas	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Elaboração da situação-problema	professor	professor	professor/aluno
Simplificação	professor	professor/aluno	professor/aluno
Dados qualitativos e quantitativos	professor	professor/aluno	professor/aluno
Resolução	professor/aluno	professor/aluno	professor/aluno

Fonte: Barbosa (2001)

No caso 1, “o professor apresenta a descrição de uma situação-problema, com as informações necessárias à sua resolução e o problema formulado, cabendo aos alunos o processo de resolução” (p. 8). Já no caso 2, “o professor traz para a sala um problema de outra área da realidade, cabendo aos alunos a coleta das informações necessárias à sua

resolução” (p. 9). No caso 3, por sua vez, “a partir de temas não-matemáticos, os alunos formulam e resolvem problemas. Eles também são responsáveis pela coleta de informações e simplificação das situações-problema” (p. 9).

Como uma síntese das formas de organizar uma atividade de modelagem apresentadas nesta seção e de discussões presentes na literatura, elencamos cinco momentos do desenvolvimento dessa atividade que auxiliarão na descrição e análise dos dados deste estudo: escolha do tema, formulação do problema, coleta de dados, matematização e construção do modelo matemático<sup>5</sup>.

A *escolha do tema*, como o próprio nome expressa, diz respeito ao momento da atividade no qual os personagens envolvidos na atividade elegem um tópico não-matemático com referência na realidade para fazer o papel de objeto do projeto em desenvolvimento (ALMEIDA; VERTUAN, 2011). A escolha do tema pode ser organizada de duas formas diferentes, a depender dos papéis que serão desempenhados pelos envolvidos (BARBOSA, 2004). A primeira forma é aquela na qual a escolha do tema parte dos estudantes, contemplando seus interesses e curiosidades próprias. A segunda forma é aquela em que a escolha do tema é feita pelo professor com base em suas intenções próprias. A atividade que serve de base para a análise dos dados desta pesquisa aconteceu a partir da escolha de tema feita pelos alunos, com a orientação do professor.

A *formulação do problema* é compreendida, neste texto, como o momento da atividade no qual os alunos, reunidos em grupos, devem, a partir do tema escolhido, delimitar uma pergunta de pesquisa ou um objetivo que lhes guiará durante o desenvolvimento de toda a atividade. Em Barbosa (2001), por exemplo, esse momento pode ser entendido como a elaboração da situação-problema. Na tentativa de alinhar as definições apresentadas neste texto com o desenvolvimento da atividade de modelagem em que a pesquisa foi realizada, utilizaremos o termo formulação do problema para nos referirmos ao momento de estruturação do objetivo elaborado a partir do tema escolhido.

A *coleta de dados* diz respeito ao momento da atividade de modelagem no qual as informações relevantes para responder ao problema formulado são obtidas (BARBOSA, 2004). O modo como essa coleta será feita depende das intenções do professor. A atividade de modelagem pode ser organizada de modo que o docente forneça todos os dados

---

<sup>5</sup> Os momentos elencados se relacionam diretamente com a organização feita pelo professor que planejou o desenvolvimento da prática de modelagem que serviu de base para a construção dos dados analisados neste texto. Além disso, por uma série de motivos, não foram realizadas observações de todo o desenvolvimento da atividade. Maiores detalhes e justificativas para a escolha dos momentos aqui citados estão disponíveis no capítulo 4 de Lima (2020).

necessários para os alunos ou pode ser desenvolvida de modo a permitir que os alunos participem desse processo, com a orientação do professor.

A *matematização* é o momento da atividade no qual os alunos fazem a transição entre dois domínios: a realidade e a matemática (BLUM; LEIß, 2007). Em geral, pode-se compreender essa etapa como o momento no qual os alunos se utilizam de ferramentas matemáticas para tentar responder à pergunta de pesquisa elaborada durante a formulação do problema. Durante a *matematização*, “os objetos, dados, relações, condições e premissas relevantes do domínio extra-matemático são então traduzidos para a matemática, resultando em um modelo matemático para resolver o problema identificado” (NISS *et al.*, 2007, p. 9).

A *produção do modelo matemático* é o momento no qual os alunos apresentam uma possível solução para o problema inicialmente formulado (BASSANEZI, 2002). O modelo matemático pode ser explicitado pelos alunos de diversas formas — um gráfico, uma planilha, uma função, uma equação, uma representação geométrica etc. —, sendo, assim, difícil de se encontrar uma única interpretação para o termo na literatura (KLÜBER; CALDEIRA, 2008). De maneira geral, também é difícil garantir a presença de um modelo matemático — na acepção tradicional do termo — em uma atividade de natureza aberta, de modo que os alunos podem desenvolver encaminhamentos que não passem pela construção de um modelo matemático (BARBOSA, 2001).

Os cinco momentos anteriormente descritos serão utilizados como um amparo teórico na descrição e análise dos dados. Mais diretamente relacionados ao objetivo da pesquisa, na seção a seguir, apontamos alguns entendimentos gerais sobre a atuação de professores com foco na intervenção docente durante atividades de modelagem.

### **Entendimentos sobre intervenção docente em atividades de modelagem**

De acordo com o Dicionário Online de Português<sup>6</sup>, *intervenção* é um substantivo que se define como o “ato de intervir, de exercer influência em determinada situação na tentativa de alterar o seu resultado; interferência; [uma] ação de expressar, de modo escrito ou artístico, um ponto de vista, acrescentando argumentos ou ideias.” Para Ferreira (2001), no popular dicionário Aurélio, intervir é “meter-se de permeio; ingerir-se, interferir”.

Apesar dos diversos contextos nos quais o termo é utilizado — como intervenção federal, intervenção artística, intervenção cirúrgica etc. —, é importante e fundamental

---

<sup>6</sup> Disponível no link: <https://www.dicio.com.br/intervencao/>.

refletir sobre seu uso no âmbito educacional (LIMA, 2020). Nesse sentido, Damiani *et al.* (2010) destacam que o uso desse conceito, em contextos educacionais, pode estar associado com uma ideia de autoritarismo e cerceamento advindo do professor para os alunos. Assim, os autores apontam que a

explicação para o sentido pejorativo atribuído à palavra poderia ser resultante de uma possível ligação com a perspectiva comportamentalista da Psicologia, entendida como pouco democrática. O comportamentalismo é criticado, grosso modo, por dissolver o sujeito da aprendizagem e visar ao controle do comportamento por agentes externos, sugerindo uma conjuntura interventiva autoritária. (DAMIANI *et al.*, 2013, p. 58).

Em nossa concepção, os entendimentos sobre intervenção e intervenção docente não precisam estar ligados a ideias consideradas negativas como interferência, autoritarismo e cerceamento. Dessa forma, faz-se necessário explicitar a que tipo de intervenção estamos nos referindo neste texto, em especial, quando esse termo está ligado à atuação docente em sala de aula.

Menezes (1997), nessa direção, aponta que a natureza da intervenção docente está

intimamente relacionada com as concepções do professor sobre o ensino e a aprendizagem. Deste modo, a participação do professor no discurso da aula pode assumir a forma da exposição dos conteúdos — tendendo, em grande parte das aulas, para o locutor único — ou, pelo contrário, traduzir-se na dinamização da discussão entre os alunos (p. 5-6).

Alguns estudos procuram estabelecer uma relação entre a ação de intervir do professor e a realização de atividades na educação matemática numa perspectiva menos ligada a ideais autoritários, os aproximando, assim, das nossas intenções. Leiß e Wiegand (2005), por exemplo, propõem, a partir de uma seleção de pesquisas relacionadas ao assunto, uma categorização inicial para entender as intervenções docentes. Conforme o estudo feito, as intervenções podem ser classificadas em: i) afetivas; ii) metacognitivas; iii) relacionadas ao conteúdo; e iv) relacionadas à organização.

Em outro estudo, Leiß (2005) investiga a atuação de um professor em duas situações diferentes para analisar sua intervenção durante as atividades de modelagem dos estudantes. O autor conclui que a tarefa de intervir na atividade dos estudantes é complexa, pois o professor também leva em consideração o processo de aprendizagem de seus alunos. Leiß (2005) ainda destaca que um professor pode intervir

i) em diferentes *fases* (antes, durante e após o processo de solução/uma lição específica); ii) em diferentes *momentos no tempo* (por exemplo, no momento em que ocorre um erro ou somente após um período de tempo

indefinido, quando o aluno tem a chance de corrigir seu erro e o professor de diagnosticar); iii) em diferentes *níveis* (por exemplo, conteúdo matemático, nível meta/estratégico, interação social); iv) com uma variedade de *métodos* (perguntas, demonstrações, dicas etc.), v) com diferentes graus de *direcionamentos espontâneos* (de dicas implícitas a instruções inequívocas) (LEIß, 2005, p. 87, grifos no original, tradução nossa<sup>7</sup>).

Já Barbosa (2007) destaca a importância de se levar em consideração o estilo de participação do professor em um ambiente de aprendizagem de modelagem matemática. O autor, então, apresenta dois estilos de intervenção docente: i) diretiva (*directive*), na qual o professor responde diretamente às perguntas e aos questionamentos dos alunos, corrigindo os possíveis erros e apresentando direções e soluções; e ii) aberta (*open*), na qual o professor procura formular questões para os estudantes com base nas dúvidas e questionamentos dos próprios alunos.

Oliveira (2010) discute as tensões observadas nos discursos dos professores que utilizam a modelagem em suas aulas pela primeira vez. Em uma das categorias de análise propostas pela autora, ela destaca a tensão causada pela intervenção do professor. De acordo com Oliveira (2010), “a tensão da intervenção do professor esteve relacionada à produção de um texto legítimo para o professor orientar os alunos na resolução do problema no ambiente de modelagem em suas práticas pedagógicas” (p. 153).

Veronez e Castro (2018), por sua vez, realizaram um estudo com o intuito de compreender os desdobramentos das intervenções de uma professora no momento de orientação do desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. A pesquisa revelou que, por existir uma relação forte de dependência dos alunos para com a docente, grande parte das intervenções da professora partiram, inicialmente, dos questionamentos dos estudantes, sempre à procura de uma validação das suas ações. Veronez e Castro (2018) também apontam que “as intervenções realizadas pela professora ora indicam caminhos, ora validam os modos de pensar dos alunos, ora sinalizam que eles estão realizando ações adequadas, ora confirmam as conclusões deles” (p. 431) e identificam três categorias de intervenção da professora: questionar, sugerir e esclarecer.

A primeira categoria diz respeito à intervenção da professora em forma de questionamentos, ou seja, a professora faz perguntas na intenção de que os alunos reflitam sobre o que estavam pensando ou que pensem sobre algo que não haviam considerado. A segunda categoria, sugerir, agrupa

---

<sup>7</sup> No original: “i) in different *phases* (before, during and after the solution process/the specific lesson), ii) at different *points of time* (e.g. in the moment when a failure occurs or only after an indefinite time when the student has the chance to correct his failure and the teacher to diagnose), iii) on different *levels* (e.g. mathematical content, meta/strategy-level, social interaction), iv) with a variety of *methods* (e.g. questions, demonstrations, hint cards), v) with different degrees of *directness of his prompts* (from hidden hints to unambiguous instructions).”

intervenções do professor que tem como propósito orientar e direcionar o trabalho dos alunos. Sendo assim essas intervenções têm característica sugestiva. Já a terceira categoria, esclarecer, considera as intervenções com caráter explicativo. (VERONEZ; CASTRO, 2018, p. 446).

Neste trabalho, nosso intuito é, ao voltarmos nossos olhares para o processo de intervenção como um todo, ampliar as categorizações de intervenção docente em atividades de modelagem já existentes, levando em consideração algumas etapas do desenvolvimento dessas atividades. Desse modo, a partir da discussão proposta nesta seção, entendemos que, de maneira geral, os trabalhos apresentados não procuram definir ou conceituar a expressão intervenção docente. Aqui, entretanto, com o intuito de orientar a discussão dos dados, compreendemos *a intervenção docente como uma ação do professor que objetiva influenciar ou direcionar a atuação dos alunos durante o desenvolvimento da atividade de modelagem por meio de questionamentos, de sugestões ou de esclarecimentos.*

Interpretamos, assim, a intervenção docente em atividades de modelagem como um processo; isso implica entender que essa ação não ocorre somente a partir da identificação de falas pontuais ou de ações independentes e descontextualizadas do professor. Para caracterizar uma intervenção docente, é importante localizá-la diante das ações dos sujeitos envolvidos, considerando que alunos e professores se relacionam e se influenciam nesse processo.

### **Aspectos metodológicos**

Esta investigação foi desenvolvida seguindo os pressupostos metodológicos de uma abordagem qualitativa de pesquisa (ALVES-MAZZOTTI, 1999), focalizando nossas atenções “no indivíduo, com toda a sua complexidade e na sua inserção e interação com o ambiente sociocultural e natural.” (D’AMBROSIO, 1996, p. 93).

Adotamos a observação participante (ALVES-MAZZOTTI, 1999) como procedimento de produção dos dados. O registro foi feito a partir da gravação de aulas em áudio e em vídeo (com o auxílio de filmadoras e de gravadores de voz) e das anotações em caderno de campo. Também compõem o *corpus* de dados desta pesquisa as conversas entre alunos e professor no ambiente virtual do *WhatsApp*<sup>8</sup>, aplicativo utilizado pelo docente como recurso para o desenvolvimento de parte da atividade; recurso, esse, que vem ganhando espaço no ensino por meio da modelagem por possibilitar a comunicação virtual entre os

---

<sup>8</sup> O *WhatsApp* é um aplicativo multiplataforma de mensagens instantâneas e chamadas de voz para celulares.

sujeitos envolvidos na realização da atividade fora da sala de aula (PEREIRA; SOUZA JUNIOR, 2019). Os registros em áudio foram posteriormente transcritos seguindo as orientações de Powell, Francisco e Maher (2004).

Para este estudo, foi criada uma prática pedagógica de modelagem, planejada e orientada pelo professor Henrique<sup>9</sup> (sujeito de pesquisa desta investigação). A atividade foi desenvolvida em uma turma do 1º. ano e em outra do 2º. ano do Ensino Médio Técnico de um colégio de Belo Horizonte, Minas Gerais. A prática foi desenvolvida no período de 10/04/2018 a 31/07/2018 e se caracterizou como uma atividade no caso 3 de Barbosa (2001) que, mesmo sendo comum na tradição brasileira no desenvolvimento de projetos de modelagem (ARAÚJO, 2010), não é a que mais ocorre. Pesquisas mais recentes mostram uma certa preferência de professores por uma prática menos aberta, na qual os temas a serem abordados são definidos pelos professores (NUNES *et al.*, 2020),

Para a seleção dos dados, separamos momentos da atuação docente nos quais foi possível identificar a intervenção do professor no decorrer da atividade de modelagem. A organização dos dados, apresentada na seção seguinte, foi feita considerando as três etapas escolhidas pelo próprio professor para a realização da atividade: a escolha do tema, a formulação do problema e a matematização.

Enfatizamos o fato de que Henrique, à época de realização desta pesquisa, era um professor que possuía grande vivência no desenvolvimento de atividades dessa natureza — fazendo isso por, pelo menos, uma década — e dispunha, também, de um amplo conhecimento teórico sobre a modelagem, que foi tema de sua dissertação de mestrado e de sua tese de doutorado.

Passamos a exibir, na próxima seção, alguns trechos de intervenção docente identificados na prática do professor Henrique que nos auxiliam a alcançar o objetivo traçado para este estudo.

### **O que podemos observar nos momentos de intervenção docente?**

Nesta seção, apresentamos uma seleção de trechos de transcrições em que ocorrem intervenções do professor Henrique, que nos ajudam a alcançar o objetivo inicialmente proposto neste texto. As intervenções foram observadas em três etapas do andamento da prática: a escolha do tema; a formulação do problema; e a matematização. As etapas foram assim determinadas pelo próprio professor. Desse modo, aproveitamos a organização

---

<sup>9</sup> Todos os nomes presentes neste texto são fictícios a fim de preservar a identidade dos sujeitos.

inicial proposta por Henrique para construir nossa análise.

Nesse primeiro momento, analisaremos as intervenções a partir dos pressupostos teóricos discutidos na terceira seção deste artigo. Em um segundo momento, na seção seguinte, apresentamos uma discussão dos dados em busca de uma relação entre as intervenções do professor e o desenvolvimento da atividade de modelagem matemática. Por motivos didáticos, cada trecho possui, em sua legenda, uma marca que localiza a intervenção em uma das etapas do desenvolvimento da atividade de modelagem de acordo com a organização e a identificação utilizadas por Henrique.

O professor Henrique iniciou a aula da turma do 1º ano fazendo um convite aos alunos para participar do desenvolvimento deste trabalho, sem citar que se tratava de uma atividade de modelagem.

**Henrique:** [...] eu quero começar aqui fazendo um convite para vocês... para fazer um trabalho sobre o que vocês quiserem.

**Vicente:** Pizza [risos dos estudantes].

**TRECHO I**, 1º ano, Escolha do tema, 27/04/2018.

Inicialmente, após a sugestão de Vicente [I], é possível perceber certa estranheza dos alunos ao convite feito pelo professor sobre o trabalho não ter um tema definido *a priori*. Inclusive, os alunos encararam a ideia com pouca seriedade, levando a conversa sobre o tema *Pizza* para outros caminhos, até que Henrique resolveu intervir.

**Henrique:** Vocês vão... eu vou colocar um negócio aqui [escrevendo no quadro branco], mas, assim, eu estou com medo de até me arrepender. Vamos desencanar de pizza um pouco e pensar o seguinte: [...] você tem qualquer tema do mundo que você curte para você estudar e fazer um trabalho sobre isso.

**Danilo:** Que louco!

**Henrique:** Só que eu não falei o que vai ser o trabalho; eu quero só dar uma dica: é de matemática. Nós estamos falando de matemática.

**Danilo:** Faz de futebol.

**Henrique:** Eu já vou escrever 3 coisas aqui que em algum momento alguém falou aí.

**TRECHO II**, 1º ano, Escolha do tema, 27/04/2018.

Percebe-se nas falas de Henrique [II] uma urgência em organizar as discussões que se iniciaram a partir do convite feito por ele aos alunos. Quando ele solicitou aos estudantes que esquecessem um pouco a discussão a respeito do tema *Pizza* e os levou a se concentrarem nas sugestões de outros temas para a atividade, a intervenção feita por ele se assemelha ao que Leiß e Wiegand (2005) caracterizam como *intervenção relacionada à organização*. Nesse momento, Henrique faz com que os alunos voltem sua atenção ao quadro branco para continuarem o processo de sugestões de tema para a atividade de modelagem. Também é possível notar o momento em que Henrique fala, em forma de dica,

como ele mesmo pontua, que o trabalho será de matemática. Essa intervenção demonstra que, mesmo afirmando estar aberto a todos os tipos de sugestões dos alunos, ele posiciona a atividade que seria desenvolvida como algo da disciplina de Matemática, isto é, em algum momento, a matemática teria que aparecer. Observa-se que essa intervenção possui um caráter *sugestivo*, como apontado por Veronez e Castro (2018), e que, tanto no trecho I quanto no trecho II, as intervenções realizadas por Henrique se relacionaram diretamente com a escolha do tema, etapa na qual a atividade de encontrava.

Em outro momento, após informar aos alunos sobre a elaboração de um texto sobre o tema que seria escolhido, Henrique notou que um dos grupos de estudantes ainda aparentava estar preocupado com o lugar da matemática no trabalho. O professor interveio e, em comunicação com toda a turma, disse:

**Henrique:** Não se preocupem, nesse primeiro momento, se tem matemática ou não tem, como que a matemática vai entrar, [por]que isso é o nosso próximo passo. O primeiro passo é escrever um negócio legal sobre o tema que vocês quiserem.

**TRECHO III**, 1º ano, Escolha do tema, 27/04/2018.

Essa intervenção [III] possui um caráter mais *diretivo* (BARBOSA, 2007), com uma orientação que não deixa margem para dúvidas dos alunos. Esse mesmo tipo de orientação explícita foi observado por Leiß (2005) ao dizer que professores intervêm com diferentes graus de *direcionamentos espontâneos*. Nesse trecho [trecho III], Henrique faz o que o autor chama de *instrução inequívoca*, e se afasta daquela intervenção em que o professor faz apontamentos implícitos. Percebe-se, também, que Henrique, além de intervir fazendo referência à escolha do tema, também menciona a próxima etapa da realização da atividade que é a formulação do problema.

Foi possível observar que a turma do 2º ano, diferentemente da turma do 1º ano, era mais contida durante a sugestão de temas e Henrique precisou intervir mais.

**Henrique:** O que eu quero fazer aqui nesse primeiro momento é despertar o interesse de vocês para o tema que vocês quiserem. [...] O trabalho, ele vai ter algumas partes, que eu vou ir explicando ao longo dele, mas a síntese geral do trabalho é que vocês vão fazer uma associação do uso da matemática na vida de vocês (ou na vida em sociedade) [inaudível] e relacionar a matemática com contextos que vocês bem entenderem. [...] Vocês vão ver que não é assim: ah, elaborar um problema igual aquele do livro didático com respostinha tal e uma fórmula... é interpretar, é argumentar...

**TRECHO IV**, 2º ano, Escolha do tema, 11/05/2018.

Nesse trecho [IV], percebe-se que Henrique procurou incentivar o envolvimento dos alunos para a continuidade da atividade e começou a apresentar mais detalhes a respeito do andamento de uma atividade de modelagem para os estudantes. Sem detalhar todos os processos vindouros, Henrique *esclarece* (VERONEZ; CASTRO, 2018), em poucas

palavras, o objetivo primordial da atividade na esperança de, acreditamos, fazer com que os alunos se envolvessem mais nesse momento inicial de escolha do tema. As ações de intervenção do professor, entretanto, não se restringiram, nesse trecho [IV], apenas à escolha do tema. É possível perceber referências feitas às etapas de formulação do problema e matematização.

Como consequência natural da intervenção de Henrique, porém, a curiosidade dos alunos se elevou e eles começaram a solicitar mais detalhes a respeito da atividade de modelagem, da matemática e da relação entre elas. Henrique, então, começou a citar alguns exemplos de atividades de modelagem orientadas por ele no passado.

**Henrique:** Um trabalho, por exemplo, que é o seguinte: o grupo queria descobrir — eu não gosto de ficar falando isso não, para não induzir, mas é só para exemplificar — quem venceria uma luta entre o *Coisa* e o *Hulk*<sup>10</sup>. [...] Na época, eles queriam criar esse confronto e começaram a utilizar quantificadores das características desses caras. [...] No final das contas, [com] os critérios matemáticos que eles criaram, chegaram a duas conclusões paradoxais: uma é que o *Hulk* tem força infinita para bater para o resto da vida e outra é que o *Coisa* tem força infinita para apanhar para o resto da vida e nenhum dos dois conseguiria vencer a luta.

**Luan:** Mas eu não entendi a relação da matemática com isso.

**Henrique:** Então, para chegar nessa conclusão, [...] eles começaram a usar fórmula de física de força, fórmulas envolvendo tempo... e, óbvio, utilizaram a criatividade, que é principal coisa que vocês vão fazer. Vocês vão criar! Vocês não vão pegar algo que exista, sacou? [...] Um trabalho que os meninos fizeram foi tentar estimar a energia, em Joules mesmo, com as fórmulas de física, de uma *Genki Dama*<sup>11</sup>. Uma *Genki Dama* equivale, por exemplo, a quantas bombas atômicas?

**Lorena:** Aaaah!

**TRECHO V**, 2º ano, Escolha do tema, 11/05/2018.

A intervenção aqui observada [V] apresenta uma natureza menos *diretiva* (BARBOSA, 2007), já que Henrique *esclareceu* (VERONEZ; CASTRO, 2018) os questionamentos dos alunos sobre a relação da matemática com a atividade de modelagem, mas não intencionou dizer o que os alunos deveriam fazer. Leiß (2005), nessa direção, também indica que as intervenções em atividades de modelagem podem apresentar uma *variedade de métodos*. Nesse caso específico, observamos que Henrique fez uso de exemplos de outras atividades de modelagem matemática para responder às perguntas dos estudantes e, mais uma vez, as intervenções não se restringiram à escolha do tema. Henrique interveio de modo a fazer referência à formulação do problema, à coleta de dados, à matematização e à produção do modelo matemático.

<sup>10</sup> *Coisa* e *Hulk* são personagens fictícios das histórias em quadrinhos conhecidos por sua extrema força e por sua alta resistência.

<sup>11</sup> A *Genki Dama* é um dos poderes de *Goku*, personagem fictício do anime *Dragon Ball Z*. A energia acumulada nesse poder advém da energia vital de vários seres vivos do planeta Terra que doam sua energia para que *Goku* possa reunir certa quantidade de poder. Quanto mais seres vivos emprestam seu poder, maior e mais forte é a energia da *Genki Dama*.

De maneira geral, podemos perceber que as intervenções de Henrique durante a escolha do tema possuem um caráter de sugestão e esclarecimento, como um certo destaque para este último. Acreditamos que isso se deve ao fato de que os estudantes estavam vivenciando pela primeira vez uma prática de modelagem matemática.

Na turma do 1º ano, durante a formulação do problema, a partir das informações coletadas e apresentadas no trabalho escrito pelos integrantes do grupo cujo tema era Guerra, Henrique, com o intuito de ajudá-los, conversa com os alunos.

**Henrique:** Para a gente fazer uma abordagem matemática... assim, vocês pegaram várias guerras — vocês falaram até da Guerra de Troia — [...] agora a gente vai chegar no momento de afunilar isso aqui e fazer algumas escolhas. Olhando o trabalho de vocês, eu vi que vocês resolveram fazer um apanhado de guerras ao longo da história. Existem algumas teorias bem consolidadas que associam crescimento econômico mundial com guerras; que, inclusive, períodos de crise profunda sempre antecedem uma guerra, porque a guerra alavanca novamente a economia mundial... tipo a segunda guerra...

**Alice:** Tipo agora!

**Henrique:** Tipo agora! O que vocês acham de uma tentativa de correlacionar, ao longo da história, índices econômicos e tal — não só os de crescimento; todos os índices econômicos — com as grandes guerras com capacidade para impactar não só a economia, mas a geopolítica e todas as relações...? Me parece que o trabalho de vocês consegue ir para esse lado e, da minha parte, eu consigo ajudá-los a marcar como a matemática vai entrar... mais do que matemática, eu gostaria que entrasse funções. [...] Tá uma boa direção para vocês?

**Gilberto:** Eu acho que sim.

**Aline:** Se não for difícil achar essas coisas de economia.

**Henrique:** Tudo é difícil! [...] Vai pensando nisso aí, então. Associar, ao longo do tempo, índices econômicos com as grandes guerras

**Aline:** Mas aí como é que vai ser?

**Henrique:** Vocês vão pesquisar mais sobre e podem me procurar.

**TRECHO VI**, 1º ano, Formulação do problema, 22/05/2018.

Nesse trecho [VI], é possível notar que Henrique faz, em suas intervenções, relações com as etapas de formulação do problema e coleta de dados. Além disso, ele fez uso de perguntas durante o momento da intervenção. No entanto, as perguntas, mesmo não sendo retóricas, não possuem um caráter questionador. A intenção está mais próxima a uma confirmação ou a uma negação das *sugestões* (VERONEZ; CASTRO, 2018) apresentadas por ele. Dessa forma, as intervenções observadas nesse trecho possuem um caráter mais *diretivo* (BARBOSA, 2007). É possível perceber, também, nas falas de Henrique, um desejo de guiar a formulação do problema para algo que possa ser interpretado matematicamente. Além disso, em certo momento, Henrique especifica sua vontade de que o trabalho de modelagem ganhe um tratamento por meio de funções matemáticas.

Ainda que a escolha do tema tenha sido feita pelos alunos, sem a interferência do professor Henrique na decisão final — o que poderia indicar uma dificuldade na direção da

atividade de modelagem pelo docente levando-se em consideração suas expectativas —, ele manteve o controle do desenvolvimento da atividade durante suas intervenções.

Silva e Oliveira (2015) observaram que, quando a escolha do tema é feita pelo professor, isso imprime maior controle do docente no andamento da atividade. Com Henrique, acreditamos que o controle se manteve devido sua experiência com projetos dessa natureza. Até esse momento da atividade, Henrique não havia demonstrado o que Oliveira e Barbosa (2007) chamam de *tensão do próximo passo* em suas intervenções. Mesmo ao responder os questionamentos dos alunos, ele aparentava ter um planejamento bem desenhado a respeito do desenvolvimento das atividades de cada grupo.

Essas observações ficam claras ao analisarmos a intervenção de Henrique durante conversa com alunos do 1º ano integrantes do grupo cujo tema era Redes Sociais.

**Henrique:** Eu tenho duas possibilidades para sugerir para vocês seguirem com o trabalho de vocês, baseado na abordagem que vocês fizeram [no trabalho escrito].

**Quitéria:** Conteúdo matemático?

**Henrique:** Conteúdo matemático para pensar como que a matemática vai entrar também. Mais do que matemático, eu gostaria que ainda aparecesse funções... algum tipo de função.

**Danilo:** Seria mais voltado para o crescimento que se tem das redes sociais.

**Henrique:** Essa é uma coisa.

**Danilo:** A forma como a rede social entra no mundo dos negócios, pela forma do marketing, ações... essas coisas.

**Henrique:** Redes sociais e valores de mercado?

**Danilo:** Exatamente! A marca que, por exemplo, o Facebook tem, as redes sociais mais utilizadas no Brasil, entendeu?

**Henrique:** Então tá...! Assim, dá, porque... Quanto que o Facebook valia em 2010?

**Danilo:** Não faço a mínima ideia

**Henrique:** Também não! Quanto que vale em 2015? Quanto que vale hoje? Ao longo do tempo isso provavelmente vai variar. Será que é uma função quadrática? Será que ela cresce e depois ela decresce? Será que ela é linear? Uma afim?

**Danilo:** Igual, a gente tem redes sociais que tão crescendo mais que o Facebook, que tá entrando em decrescimento.

**Henrique:** Será? Isso é que nós vamos investigar! Número de usuários? Também dá para fazer uma análise desse tipo. Associar valor de mercado e número de usuários? Então, vou sugerir que vocês façam o seguinte: vamos por esse caminho que vocês estão falando aí. [...] Para esse momento, se preparem, então, para coletar dados econômicos e quantitativos de números de usuários e alcance dessas redes.

Manuela, uma das integrantes do grupo, sugeriu ao professor e ao restante do grupo fazer uma análise apenas de alguns países ou só do Brasil. Henrique responde:

**Henrique:** Pode fazer um recorte geográfico do Brasil ou pode fazer uma análise mundial também, mas, assim, se preparem para pegar esses dados e tentar ver se a gente consegue funções que modelam esse comportamento, não só do número de usuários, como também do valor das empresas no mercado.

**TRECHO VII**, 1º ano, Formulação do problema, 22/05/2018.

Nesse trecho [VII], Henrique também interveio na atividade dos alunos de maneira a induzir o tratamento do problema proposto por meio de funções. Ao contrário das intervenções observadas no trecho anterior [VI], as ações aqui parecem ter uma natureza menos *diretiva* (BARBOSA, 2007), já que Henrique, mesmo apresentando duas possibilidades de formulação do problema no início da conversa, a partir das ideias verbalizadas pelos integrantes do grupo, vai adaptando suas *sugestões* (VERONEZ; CASTRO, 2018), relacionando-as aos momentos de formulação do problema, coleta de dados e matematização.

Em conversa com alunos do 1º ano, integrantes do grupo cujo tema era Games, Henrique apresenta algumas possibilidades de direções para a formulação do problema e abordagem na coleta de dados do problema.

**Henrique:** Sobre as possibilidades novas para o trabalho de vocês, eu quero dar duas dicas. Uma das duas, se vocês acharem que vale a pena, é bem prática e bem divertida, digamos assim. Vocês tentarem fazer uma análise (de função) de alguém jogando algum jogo. Analisar a capacidade da pessoa, a habilidade da pessoa; com quantos movimento por segundo ou minuto ela consegue fazer alguma coisa. Por exemplo, no FIFA<sup>12</sup>, ver duas pessoas jogando, analisar duas pessoas jogando, [...] fazer uma análise de toques [no controle do jogo] por minuto ou qualquer coisa que consiga quantificar essa habilidade manual da pessoa jogando e o resultado do jogo em comparação com outra pessoa.

**Afonso:** Como assim?

**Henrique:** Você tá jogando e você tá jogando [apontando para dois dos alunos integrantes do grupo]...

**Augusto:** Será que o analógico [pequena alavanca presente nos controles de videogames] conta?

**Henrique:** Será? Critério é seus! Assim, eu tô dando uma ideia bem maluca, não sei aonde vai parar, mas, pensando assim, que o objetivo final de vocês é associar a capacidade quantitativa de manipular o controle com o resultado do jogo, a vitória no jogo. E mostrar isso em termos de função. Não sei como ainda não. Eu tenho que ver para onde isso vai. Mas, como objetivo, isso atende vocês? Parece um objetivo...

**Augusto:** Plausível? Talvez.

[...]

**Henrique:** Então vocês podem comparar jogos. Assim, quanto que esse TPM (toques por minuto)... quanto que o TPM é mais relevante para um tipo de jogo? Para jogo de RPG<sup>13</sup>, isso faz diferença quase nenhuma.

**Afonso:** Ah é! Realmente.

**Augusto:** Para o *Guitar Hero*<sup>14</sup> ia ser [inaudível].

**Henrique:** Para o *Guitar Hero* isso faz muita diferença.

**Afonso:** Então é relacionar toques por minuto com alguma coisa?

**Henrique:** É! Ou comparando jogo com jogo, ou comparando jogador com jogador, ou comparando o próprio jogador ao longo das fases do jogo.

**Afonso:** Realmente, é uma boa ideia.

<sup>12</sup> Jogo eletrônico multiplataforma de futebol com licença oficial da Federal Internacional de Futebol (FIFA).

<sup>13</sup> RPG é uma sigla que significa *Role Playing Game*, jogo no qual os jogadores podem criar diversos enredos.

<sup>14</sup> Jogo eletrônico multiplataforma musical cujo objetivo é acertar uma sequência determinada de notas musicais.

**Henrique:** Vale a pena ir por esse caminho?

**Afonso:** Vale!

**TRECHO VIII**, 1º ano, Formulação do problema, 22/05/2018.

Nesse trecho [VIII], é possível notar que Henrique iniciou a conversa com duas *sugestões* (VERONEZ; CASTRO, 2018) em mente para o desenvolvimento da atividade e, à medida que ele percebe o interesse dos integrantes do grupo pela primeira sugestão, ele deixa de mencionar a segunda. Também é possível perceber que, diante das dúvidas dos alunos, Henrique procura *esclarecer* (VERONEZ; CASTRO, 2018) partes da abordagem sugerida por ele, mantendo uma natureza *aberta* (BARBOSA, 2007) nas suas intervenções. Nota-se, ainda, que as intervenções de Henrique se relacionam com a coleta de dados, a matematização e a produção do modelo matemático, além da perceptível relação com o momento de formulação problema, etapa na qual os alunos se encontravam nesse trecho.

Alguns grupos levaram a discussão sobre a formulação do objetivo para o ambiente virtual do *WhatsApp* e Henrique também os orientou quando necessário, como é o caso dos integrantes grupo Redes Sociais que estavam mais preocupados em pensar nas respostas do problema que iria ser formulado do que em formular, de fato, um objetivo para o trabalho. Henrique, então, interveio.

**Henrique:** Responder realmente é outra parte. No momento, ainda precisam perguntar. Diante do problema escolhido, vocês formulam uma frase em forma de pergunta ou de objetivo para guiar o trabalho.

**TRECHO IX**, 1º ano, Formulação do problema, 27/06/2018.

A intervenção observada neste trecho [IX] tem um caráter de *organização* (LEIß, WIEGAND, 2005) da atividade e de *esclarecimento* (VERONEZ; CASTRO, 2018) de uma das tarefas que o grupo precisava cumprir para continuar o desenvolvimento de seu trabalho. Além disso, ao contrário das intervenções anteriores, a ação de Henrique relaciona-se unicamente com a etapa de formulação do problema.

Em geral, assim como na etapa de escolha do tema, as intervenções de Henrique durante a formulação do problema apresentam um caráter de sugestão e esclarecimento. Mas, de maneira oposta, o destaque aqui fica por conta das sugestões que aparentam ser mais necessárias na ação do professor durante esse momento da atividade.

Ainda no *WhatsApp*, durante uma conversa entre os alunos do grupo cujo tema era Redes Sociais, no momento da matematização, um dos alunos se manifestou e expressou sua dúvida em relação ao desenvolvimento dessa etapa

**Danilo:** Professor, não entendi muito bem a materialização. É pra gente falar sobre o tema e mostrar como entra matemática?

**Henrique:** Não é materialização, é matematização. [...] É justamente quando vocês vão usar matemática para responder à pergunta elaborada pelo grupo. Será parte integrante do trabalho final, e sustentará as conclusões de vocês.

**Danilo:** Dá um exemplo utilizando outro tema qualquer? Só pra me guiar e eu já penso melhor em que fazer.

**Henrique:** Não precisa nem dar um exemplo de outro caso, pode ser o caso de vocês mesmo. Já que vocês querem falar sobre crescimento e decrescimento de usuários em uma rede social, no caso o Facebook, vocês podem pegar alguns dados e já começar a construir, num plano cartesiano, os pontos referentes a isso. Pode colocar em um eixo o ano, no outro o número de usuários (tudo fundamentado com fonte, comprovando tudo que vocês estão falando) e ver se isso tem cara de alguma função, se aparece uma função de 1º grau, 2º grau, exponencial. Inclusive, fazer previsões a respeito do que vai acontecer com esse número de usuários, baseado nos conhecimentos que vocês têm de crescimento e decrescimento.

**Danilo:** Ok!

**TRECHO X**, 1º ano, Matematização, 05/07/2018.

Nesse trecho [X], Henrique procurou esclarecer a Danilo o que ele e o restante do grupo precisariam fazer durante o processo de matematização. Para isso, o professor, a pedido de Danilo, *exemplificou* (LEIB, 2005) como a matematização seria abordada no problema formulado pelo grupo. Percebe-se, ainda, uma relação entre as intervenções de Henrique e os momentos de coleta dos dados e de matematização.

Em outro momento, o grupo cujo tema era Resistência Corporal já tinha seu objetivo definido — o de comparar a resistência do corpo humano levando-se em consideração profundidades e altitudes determinadas. No entanto, eles tinham dúvidas acerca da inserção da matemática no problema e Henrique interveio.

**Henrique:** Tem uma parte que já tem dados práticos mesmo: o tempo que gasta para chegar em determinadas distâncias, o tempo que gasta para determinadas viagens... outras são teóricas mesmo. Se vocês acatarem essa sugestão e quiserem ir por esse caminho — vocês não são obrigados, mas se quiserem ir —, tentem pesquisar quais foram os lugares mais fundos que o ser humano já escavou, na Terra, em fossas submarinas... Tentem chegar nos extremos. Tentem entender os objetivos: por que que chegou? Por que que não foi mais do que conseguiu ir? E algumas grandezas físicas que estão por trás disso. Por exemplo, pressão, temperatura... E vocês conseguem mostrar, eu suponho, que o tanto que a pressão aumenta debaixo da Terra, do ponto A até o ponto B, depois do ponto B até o ponto C<sup>15</sup>, não vai aumentando linearmente. A sensação que eu tenho é que isso aumenta conforme outra função matemática, talvez exponencial, não sei. Pesquisem fórmulas a respeito disso e que vocês conseguem mostrar usando, por exemplo, função; o porquê é difícil passar de certos pontos, por causa de temperatura, sei lá por causa de quê. Mas não é só matemática que vai ter. Vai ter coisa também de química, elementos químicos tóxicos que tem em determinadas profundidades. E aí, depois, a coisa é para cima. Que tipo de proteção você começa a precisar a cada altura. [...] Qualquer um de nós consegue, com 100 reais, comprar uma passagem de avião e voar 9, 10 mil metros de altitude. Agora, a 15 mil, 20 mil esses aviões já não conseguem, tem cálculos para isso. Se você quiser ter a experiência de chegar a 20, 30 mil metros de altitude, você já vai precisar investir um pouco mais [de dinheiro]. Essas limitações, tanto para cima, quanto para baixo, vocês podem explorar quantitativamente

**TRECHO XI**, 2º ano, Matematização, 29/06/2018.

---

<sup>15</sup> Neste momento, Henrique estava apontando para uma folha de papel na qual a distância entre os pontos A e B é igual à distância entre os pontos B e C.

Nesse trecho [XI], Henrique ajudou o grupo *sugerindo* (VERONEZ; CASTRO, 2018) uma forma para a coleta de dados e uma abordagem para a matematização do problema.

Durante conversa no *WhatsApp*, uma das integrantes do grupo cujo tema era *Dragon Ball Z*, a aluna Vitória, explica a Henrique que a abordagem que o grupo estava utilizando para tratar matematicamente o trabalho apresentava recursos da física.

**Vitória:** Professor, o nosso trabalho tem uma abordagem física bem maior que uma abordagem matemática. Aliás, os cálculos são basicamente provenientes de questões físicas. Nesse caso, teria algum problema ou podemos prosseguir? Não que a física não envolva a matemática, muito pelo contrário, mas a nossa abordagem tem uma maior relação com isso. Algum problema?

**Henrique:** Bom, é importante vocês ressaltarem no trabalho quais são os conceitos matemáticos, mesmo que sejam dentro da física. Por exemplo, equação do 2º grau, proporcionalidade... mesmo que a matemática seja uma ferramenta da física, é importante vocês ressaltarem isso. Não tem problema não. Ora a matemática vai aparecer como ferramenta mesmo. E se esse for o caso do trabalho de vocês, isso não é um problema.

**TRECHO XII**, 2º ano, Matematização, 24/07/2018.

Nessa intervenção [XII], Henrique esclareceu (VERONEZ; CASTRO, 2018) a dúvida de Vitória e apontou *exemplos* (LEIß, 2005) para auxiliar no entendimento da aluna.

Em outro momento, Henrique explica o conceito do princípio fundamental da contagem para os integrantes do grupo *Phineas e Ferb*, para ajudá-los durante a matematização do problema proposto.

**Henrique:** vocês vão usar um conceito conhecido como “princípio fundamental da contagem” [...] isso não se trata de probabilidade, isso se trata do cálculo combinatório, que é a parte da matemática na qual a gente aprende a fazer de quantas maneiras possíveis a gente consegue organizar os dados. No caso de vocês, de quantas maneiras possíveis podem ser dadas aquelas sequências de respostas. Probabilidade já é um outro conceito, mas que utiliza o cálculo combinatório, que utiliza o número de possibilidades — afinal de contas, via de regra, quanto mais possibilidades você tem para fazer algo, menor é a probabilidade de que duas coisas coincidam. Se você tem três respostas possíveis, é fácil que duas coincidam. Se você tem 1 milhão de respostas possíveis, é muito pouco provável que duas coincidam. Essa é a ideia geral do trabalho de vocês.

**TRECHO XIII**, 2º ano, Matematização, 26/07/2018.

A partir do tratamento escolhido pelos integrantes do grupo, Henrique interveio ao *sugerir* (VERONEZ; CASTRO, 2018) o uso do princípio fundamental da contagem, conceito com o qual os estudantes da turma ainda não haviam tido contato. Diante dessa situação, Henrique *esclarece* (VERONEZ; CASTRO, 2018) algumas noções do princípio e de probabilidades para o grupo. Desse modo, nos dois últimos trechos [XII e XIII], nota-se que as intervenções de Henrique, ao contrário das anteriores, fazem referência apenas à etapa de matematização, momento no qual os alunos se encontravam no instante em que foram observadas as ações do docente.

## **Uma discussão em direção a uma caracterização da intervenção docente em atividades de modelagem matemática**

Nesta seção, discutiremos, a partir dos dados apresentados e analisados na seção anterior, a relação entre as intervenções do professor identificadas e o desenvolvimento inicialmente proposto por ele a partir da organização da prática em três momentos: escolha do tema; formulação do problema; e matematização, a fim de apresentar uma caracterização para a intervenção docente em atividades de modelagem matemática.

Ao analisarmos essa seleção de trechos, foi possível notar que, em diversos momentos, as intervenções de Henrique relacionavam-se, simultaneamente, a várias etapas do desenvolvimento de uma atividade de modelagem, mesmo que, teoricamente, houvesse a intenção de centrar o processo de modelagem em uma etapa naquele momento em específico.

Tomemos, como exemplo, o trecho VII; nele, Henrique, apesar de localizar e orientar o desenvolvimento da atividade para a formulação do problema, não se restringe a realizar intervenções apenas sobre essa etapa. Em alguns momentos pontuais, Henrique também realiza intervenções sobre a coleta de dados e a matematização. No trecho IV, focado no processo de escolha do tema, Henrique realiza uma intervenção associada a esse momento, mas, também, à formulação do problema e à matematização.

Em outros trechos, entretanto, identificamos que o processo de intervenção fica centrado apenas na etapa de realização da atividade, como é o caso dos trechos II e XII, que aconteceram durante a escolha do tema e a matematização, respectivamente.

A partir das análises dos trechos apresentados na seção anterior, foi possível identificar, para além das três etapas inicialmente planejadas por Henrique para a organização da prática (a escolha do tema, a formulação do problema e a matematização), a ocorrência de intervenções que se relacionavam com outros dois momentos que já são discutidos na literatura (a coleta de dados e a produção do modelo matemático). Dessa maneira, com base nessas relações, o quadro 2 a seguir foi construído destacando a etapa do desenvolvimento da atividade de modelagem na qual se identificou a intervenção e as etapas relacionadas nessa ação do professor.

Quadro 2: Síntese da relação das intervenções entre as etapas do desenvolvimento da atividade de modelagem matemática

<b>Trecho</b>	<b>Etapas de identificação da intervenção</b>	<b>A intervenção se referia a</b>
I	Escolha do tema	Escolha do tema

II	Escolha do tema	Escolha do tema
III	Escolha do tema	Escolha do tema e formulação do problema
IV	Escolha do tema	Escolha do tema, formulação do problema e matematização
V	Escolha do tema	Escolha do tema, formulação do problema, coleta de dados, matematização e produção do modelo matemático
VI	Formulação do problema	Formulação do problema e coleta de dados
VII	Formulação do problema	Formulação do problema, coleta de dados e matematização
VIII	Formulação do problema	Formulação do problema, coleta de dados, matematização e produção do modelo matemático
IX	Formulação do problema	Formulação do problema
X	Matematização	Coleta de dados e matematização
XI	Matematização	Coleta de dados e matematização
XII	Matematização	Matematização
XIII	Matematização	Matematização

Fonte: Elaboração dos Autores

O Quadro 2 mostra que, durante as intervenções do professor Henrique, as etapas de modelagem se relacionam de maneira não sequencial, ou seja, no momento em que os estudantes estão realizando uma tarefa (escolha do tema, formulação do problema ou matematização) as intervenções do professor podem fazer referência a outras etapas da atividade, não se prendendo somente ao momento do desenvolvimento da atividade de modelagem em que os alunos se encontram.

Importante problematizar, entretanto, a possível interpretação, a partir desta análise, de uma crença a respeito do engessamento das etapas de modelagem. Ao propormos uma análise a partir dos momentos da atividade de modelagem e confrontá-los com as etapas a que se referem as intervenções do professor, não queremos afirmar que a atuação dos estudantes acontece de maneira sequencial, na ordem das etapas. Muito pelo contrário, concordamos com Borromeo Ferri (2007) que afirma que os alunos definem suas próprias *rotas de modelagem* durante o desenvolvimento de uma atividade, atribuindo, assim, um caráter de imprevisibilidade aos trabalhos produzidos pelos estudantes. Como já justificamos anteriormente, escolhemos as etapas da atividade de modelagem para balizar a análise devido ao planejamento feito pelo professor Henrique e à atuação dos alunos que enxergaram as etapas como parte do processo em sua totalidade. Desse modo, fazendo

um empréstimo do termo utilizado por Borromeo Ferri (2007), é possível perceber que os professores também possuem uma atuação imprevisível, fazendo com que eles também definam suas próprias *rotas de intervenção* no desenvolvimento de práticas de modelagem.

A análise do quadro 2 também sugere a formação de dois grandes grupos de intervenções a partir dos trechos analisados. Num primeiro grupo, encaixam-se aquelas intervenções que acontecem e se referem, exclusivamente, à mesma etapa do desenvolvimento da atividade de modelagem. E, num segundo, encaixam-se aquelas que acontecem em uma determinada etapa do desenvolvimento da atividade, mas se referem a outros momentos. Assim, chamaremos o primeiro grupo — composto pelos trechos I, II, XII e XIII — de **intervenções convergentes** e o segundo — composto pelos trechos III, IV, V, VI, VII, VIII, IX, X e XI — de **intervenções divergentes**, caracterizando a intervenção docente em atividades de modelagem matemática.

Também destacamos nossa percepção a respeito das características das intervenções observadas nas etapas de escolha do tema e formulação do problema. Parece-nos, a partir dos trechos analisados, que 1º) as intervenções para esclarecer são mais comuns durante o momento de escolha do tema e 2º) aquelas para sugerir aparecem com mais frequência durante a formulação do problema. Sobre a primeira, acreditamos que essa conexão aconteça devido ao fato de que os estudantes não possuíam nenhuma vivência com atividades de modelagem, ao passo que, na segunda, o professor precisou sugerir efetivamente encaminhamentos para a continuidade das atividades dos alunos.

Dessa maneira, na seção seguinte, apresentamos as considerações finais para esta investigação, destacando os principais resultados alcançados e as possíveis questões que ainda carecem de uma atenção da comunidade de pesquisadores no que diz respeito à intervenção docente em atividades de modelagem matemática.

## Considerações Finais

Neste estudo, nosso objetivo foi caracterizar as intervenções de um professor ao longo do desenvolvimento e da organização de uma prática de modelagem na educação matemática. Assim, a partir da seleção de dados apresentada, percebemos que a intervenção docente em atividades de modelagem na educação matemática não segue o mesmo sequenciamento das etapas em que, para alguns autores — como Blum e Leiß (2007) por exemplo —, a atividade de modelagem pode se organizar. Desse modo, podemos afirmar que professores, ao desenvolverem práticas de modelagem, possuem suas próprias *rotas de intervenção*, fazendo uma apropriação de um conceito proposto por

Borromeo Ferri (2007)

Caracterizamos, também, as intervenções docentes em atividades de modelagem matemática em dois grupos: as **intervenções convergentes**, que são aquelas nas quais o professor intervém em uma etapa específica e suas intervenções se referem, exatamente, àquela etapa; e as **intervenções divergentes**, nas quais a intervenção do professor se refere a etapas para além daquela em que ela acontece.

Destacamos, ainda, que futuros estudos, no que diz respeito à intervenção docente em modelagem, precisam se preocupar em compreender mais características dessas ações dos professores. Qual a natureza das intervenções com caráter de sugestão, de esclarecimento ou de questionamento? Quais as consequências da intervenção docente na atuação dos estudantes durante o desenvolvimento de práticas de modelagem?

Para finalizar, gostaríamos de retomar a ideia de que a atuação docente pode ser um processo gerador de incertezas e inseguranças no momento em que se adentra na zona de risco (PENTEADO, 2001). Em atividades de modelagem, o ato de intervir, por exemplo, pode provocar uma série de tensões (OLIVEIRA, 2010) que, muitas vezes, fazem com que professores desistam de realizar essa prática. Dessa forma, acreditamos que este estudo pode servir de apoio para professores e para formadores ao dar luz ao processo de intervenção como uma ação docente tão imprevisível quanto a atuação dos alunos. Nesse sentido, nosso intuito, para além do objetivo de investigação, é contribuir com a formação de professores que ensinam matemática apresentando um estudo que pode se apresentar como um exemplo para que docentes e futuros docentes compreendam a intervenção em atividades de modelagem e se encorajem a realizar práticas dessa natureza.

## Agradecimentos

Agradecemos ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) que, por meio de apoio financeiro, possibilitou a realização da pesquisa de mestrado na qual os dados para este artigo foram produzidos.

## Referências

ALMEIDA, L. M. W.; VERTUAN, R. E. Discussões sobre “como fazer” modelagem matemática na sala de aula. *In*: ALMEIDA, M. W.; ARAÚJO, J. L.; BISOGNIN, E. (Orgs.). **Práticas de Modelagem Matemática na Educação Matemática**. Londrina: Eduel, 2011. p. 19-43.

ALVES-MAZZOTTI, A. J. O método nas ciências sociais. *In*: ALVES-MAZZOTTI, A. J.;

GEWANDSZNAJDER, F. **O método nas ciências naturais e sociais**: pesquisa quantitativa e qualitativa. São Paulo: Editora Pioneira, 1999. p. 107-188.

ARAÚJO, J. L. Brazilian research on modelling in mathematics education. **ZDM – The International Journal on Mathematics Education**, v. 43, n. 3-4, p. 337-348, jun. 2010.

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. *In*: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. **Anais...** Rio Janeiro: ANPED, 2001. p. 1-30.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? **Veritati**, n. 4, p. 73-80, 2004.

BARBOSA, J. C. Teacher-Student Interactions in Mathematical Modelling. *In*: HAINES, C.; GALBRAITH, P.; BLUM, W.; KHAN, S. (Eds.). **Mathematical modelling**: education, engineering and economics. Chichester: Horwood Publishing Limited, 2007. p. 232-240.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**: uma nova estratégia. São Paulo: Editora Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, M. S. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **Alexandria – Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 2, n. 2, p. 7-32, jul. 2009.

BLUM, W.; LEIß, D. How do students and teachers deal with modelling problems? *In*: HAINES, C.; GALBRAITH, P.; BLUM, W.; KHAN, S. (Eds.). **Mathematical modelling**: education, engineering and economics. Chichester: Horwood Publishing Limited, 2007. p. 222-231.

BORROMEO FERRI, R. Modelling from a cognitive perspective: Individual modelling routes of pupils. *In*: HAINES, C.; GALBRAITH, P. L.; BLUM, W.; KHAN, S. (Eds.). **Mathematical modelling (ICTMA 12)**: Education, engineering and economics, Chichester, UK: Horwood, 2007. p. 260-270.

D'AMBROSIO, U. **Educação matemática**: da teoria à prática. Campinas: Papyrus, 1996.

DAMIANI, M. F.; ROCHEFORT, R. S.; CASTRO, R. F.; DARIZ, M. R.; PINHEIRO, S. S. Discutindo pesquisas do tipo intervenção pedagógica. **Cadernos de Educação**, Pelotas, v. 1, n. 45, p. 57-67, 2013.

FERREIRA, A. B. H. **Mini Aurélio século XXI**: o minidicionário da língua portuguesa. 4. ed. revisada e ampliada. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2001.

KLÜBER, T. E.; CALDEIRA, A. D. O que é isto, a Modelagem Matemática para e na Educação Matemática? *In*: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2008, Rio Claro, SP. **Anais...** Rio Claro: UNESP, 2008. p. 1-18.

LEIß, D. Teacher intervention versus self-regulated learning? **Teaching Mathematics and its Applications**, v. 24, n. 2-3, p. 75-89, 2005.

LEIß, D.; WIEGAND, B. A classification of teacher interventions in mathematics teaching.

ZDM – The International Journal on Mathematics Education, v. 37, n. 3, p. 240-245, 2005.

LIMA, F. H. **Um estudo sobre as intervenções de um professor em atividades de modelagem matemática**. 2020. 142 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação (FaE), Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), Belo Horizonte, Minas Gerais, 2020.

MENEZES, L. O discurso do professor de Matemática. **Educação e Matemática**, v. 44, p. 5-11, 1997.

MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. S. **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte, MG: Autêntica Editora, 2017.

NISS, M.; BLUM, W.; GALBRAITH, P. L. Introduction. *In*: BLUM, W.; GALBRAITH, P. L.; HENN, H.; NISS, M. (Eds.). **Modelling and Applications in Mathematics Education: the 14th ICMI study**, New York: Springer, 2007. p. 3-32.

NUNES, A. S.; NASCIMENTO, W. J.; PALHARINI, B. N. Modelagem matemática: um panorama da pesquisa brasileira na educação básica. **REnCiMa – Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 11, n. 4, p. 232-253, jul. 2020.

OLIVEIRA, A. M. P. **Modelagem matemática e as tensões nos discursos dos professores**. 2010. 199 f. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Instituto de Física, Universidade Federal da Bahia, Universidade Federal de Feira de Santana, Salvador, Bahia, 2010.

OLIVEIRA, A. M. P.; BARBOSA, J. C. A primeira experiência de Modelagem Matemática e a tensão do “próximo passo”. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2007, Belo Horizonte. **Anais...** Recife: SBEM, 2007. p. 1-17.

PENTEADO, M. G. Computer-based learning environments: risks and uncertainties for teachers. **Ways of Knowing Journal**, v. 1, n. 2, p. 23-35, Autumn, 2001.

PEREIRA, G. M. R.; SOUZA JUNIOR, A. J. Tecnologias digitais e modelagem matemática: um mapeamento de dissertações e teses brasileiras no ensino de cálculo diferencial e integral no ensino superior. **REnCiMa – Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 10, n. 2, p. 160-175, jun. 2019.

POWELL, A.; FRANCISCO, J.; MAHER, C. Uma abordagem à Análise de Dados de Vídeo para investigar o desenvolvimento de ideias e raciocínios matemáticos de estudantes. **Bolema – Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 17, n. 21, p. 1-47, maio 2004.

SILVA, L. A.; OLIVEIRA, A. M. P. Quando a escolha do tema em atividades de modelagem matemática provém do professor: o que está em jogo? **Acta Scientiae – Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, Canoas, v. 17, n. 1, p. 40-56, jan./abr. 2015.

SKOVSMOSE, O. Cenários para Investigação. **Bolema – Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 13, n. 14, p. 1-24, 2000.

VERONEZ, M. R. D.; CASTRO, E. M. V. Intervenções do Professor em Atividades de Modelagem Matemática. **Acta Scientia – Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, Canoas, v. 20, n. 3, p. 431-450, maio/jun. 2018.