



## **DIÁLOGOS DIDÁTICOS MATEMÁTICOS: uma caracterização para a dinâmica comunicativa em fóruns na EaD online**

**Cibelle de Fátima Castro de Assis**

Doutorado em Educação Matemática UFPE

Professora da UFPB – PB – Brasil

[cibelle@dce.ufpb.br](mailto:cibelle@dce.ufpb.br)

### **Resumo**

Este artigo discute os resultados de uma pesquisa de doutorado que investigou a dinâmica da comunicação entre tutores e estudantes e o envolvimento em diálogos voltados para a aprendizagem da Matemática em fóruns de discussão na Educação a Distância – EaD online. Realizamos um estudo experimental de observação da disciplina Cálculo Vetorial e Geometria Analítica oferecida por uma Universidade Federal do Nordeste do Brasil que teve o Moodle como ambiente computacional de suporte das atividades acadêmicas. A investigação considerou categorias de comunicação, entre as quais *Diálogo Didático Matemático*, a partir da qual se buscou caracterizar o processo comunicativo com objetivo de aprendizagem em situações de colaboração. A análise dos dados nos permite afirmar que as interações da categoria citada aconteceram espontaneamente, embora tenham acontecido raramente, durante pouco tempo e envolvendo uma minoria de estudantes. A pesquisa mostrou que as atividades voltadas para promover esses diálogos devem ser estruturadas e para as quais devem ser disponibilizadas ferramentas tecnológicas específicas para que os estudantes manipulem diferentes registros de representação semiótica e se comuniquem com qualidade. Os resultados iluminaram uma perspectiva para o ensino e para a aprendizagem matemática que valoriza a colaboração em fóruns na EaD online.

**Palavras-Chave:** Educação a distância. Matemática. Moodle. Fóruns. Colaboração.

### **Abstract**

This article discusses the results of a doctoral research that investigated the dynamics of communication between tutors and students and the involvement in dialogue aimed at learning of mathematics in discussion forums in Distance Education. The study comprised of a case study of the course Vectorial Calculus and Analytic Geometry online mode promoted by a Public University in the Northeast of Brazil with the Moodle as computational environment to support the activities. The research considered some categories of communication, between than including Mathematic Didactic Dialogue from which we characterized the communication process with the purpose of

learning. Data analysis allowed us to state that the interactions in the category mentioned happened spontaneously, although have happened rarely, briefly and involving a minority of students. The research pointed that the activities aimed at promoting these dialogues should be structured and for which should be available specific technological tools for the students to manipulate different kinds of registers of semiotic representation in order to communicate with quality. The results illuminate a perspective for the teaching and learning mathematics that valorize the collaboration in forums in the Online Distance Education.

**Keywords:** Online Distance Education, Mathematics, Didactic Dialogue, Moodle, Collaboration

## INTRODUÇÃO

Os resultados aqui apresentados estão inseridos em uma pesquisa de doutorado intitulada **Diálogo Didático Matemático na EaD: uma perspectiva para o ensino e aprendizagem em fóruns no Moodle** (ASSIS, 2010) onde buscamos compreender a comunicação matemática e verificar como o diálogo com “qualidades” pode se tornar uma estratégia eficiente e uma opção didática adequada a ser adotada e estimulada nos programas de Educação a Distância (EaD) online que utilizam um Ambiente Virtual de Aprendizagem, como o Moodle.

Neste contexto, alguns questionamentos surgiram e nortearam a pesquisa: o que caracteriza a dinâmica das interações voltadas para a discussão da Matemática em fóruns? É possível favorecer o processo de aprendizagem nos fóruns? Que estratégias didáticas devem orientar, sob a perspectiva do ensino na EaD, as atividades para a aprendizagem matemática, em fóruns, através do diálogo?

Neste artigo, entretanto, fizemos um recorte deste estudo com o objetivo de apresentar uma caracterização para a dinâmica comunicativa em situações de aprendizagem em fóruns de discussão do Ambiente Virtual Moodle. Dessa forma, utilizamos as mensagens categorizadas como *diálogos didáticos matemáticos* e os seus elementos constitutivos de destaque.

Acreditamos que o potencial da EaD na mudança paradigmática da educação não está restrito ao uso das sofisticadas tecnologias, mas à maneira como os estudantes e professores apropriam-se desses instrumentos para desenvolver projetos alternativos que superem a reprodução e levem à produção do conhecimento, numa perspectiva emancipadora e democratizante de atendimento às necessidades concretas dos sujeitos

envolvidos (OLIVEIRA, 2003). A transição paradigmática não se resume a se adaptar às novas circunstâncias, é necessário

[...] repensar a educação, planejar novamente o ensino e a aprendizagem e implementar tudo de novas maneiras sob novas circunstâncias. É necessária uma reorganização estrutural ampla do ensino e da aprendizagem (PETERS, 2006, p.49).

Este processo reivindica uma formação abrangente que permita ampliar as diferentes maneiras de interagir com a pluralidade dos diferentes mundos (OLIVEIRA, 2003). Indica a necessidade de (re)pensar a educação, incluindo a própria Educação a Distância, passando pelas formas de construir, produzir, adquirir e compartilhar o conhecimento.

## FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E METODOLÓGICA

A fundamentação teórica e metodológica deste estudo repousa nos conceitos e proposições trazidos na Teoria do Diálogo Didático Mediado de Aretio (2001) e na adaptação do modelo de cooperação Investigativa – Modelo CI apresentado por AlrØ e Skovsmose (2006) e suas relações com a Aprendizagem Colaborativa discutida por Dillemburg (1999) e Pallof e Pratt (2004).

A caracterização *diálogo didático* presente no título deste trabalho tem sua origem na seguinte concepção de EaD trazida por Aretio (2001):

La educación a distancia se basa en un **diálogo didático mediado** entre El profesor (institución) y El estudiante que, ubicado en espacio diferente al de aquél, aprende de forma independiente (cooperativa). (ARETIO, 2001, p. 41, grifo nosso)

Nesta concepção, a essência da EaD revela-se através de algumas características como o alto grau de separação física entre o professor e os estudantes no espaço e no tempo; o suporte de uma organização ou instituição que administre, planeje, produza materiais e avalie o processo educativo; a comunicação mediada pelas diversas tecnologias; a autoaprendizagem do aluno como exercício da autonomia, a sua independência em relação ao professor quanto ao gerenciamento do tempo e do estudo e o trabalho coletivo (cooperativo ou colaborativo) como meio para aprendizagem.

Portanto, *diálogo didático* faz referência ao diálogo estabelecido para ensinar e aprender através dos meios de comunicação na EaD. A teoria do Diálogo Didático Mediado de Aretio (2001) assenta-se fundamentalmente na questão do estabelecimento deste diálogo entre os envolvidos separados fisicamente um do outro, no espaço e possivelmente no tempo.

Aretio (2001) classifica as possibilidades de diálogo didático entre professor e aluno na Educação a Distância em função de três aspectos presentes nas interações: da intermediação, do tempo e do canal. Dessa forma, em função da intermediação, ela pode ser presencial (sem intermediação) ou não presencial e, portanto, mediada através de algum canal material de comunicação. Em função do tempo, este diálogo pode ser síncrono ou assíncrono. Síncrono quando acontece em tempo real de forma simultânea e imediata à produção da mensagem como ocorre com a conversa presencial, telefônica ou no chat interativo. Assíncrono quando, ao contrário, a comunicação não acontece em tempo real com uma diferença temporal que pode ser de segundos, minutos, horas ou dias como ocorre com o email e com a comunicação no fórum. Em função do canal, tem-se o diálogo real que se produz ou de forma síncrona ou assíncrona mediante alguma via de comunicação, ou simulado, quando se produz um diálogo irreal, imaginário, virtual, entre o autor do material e o usuário. Neste último caso, o estudante interage com o material produzido.

Nesta perspectiva, se por um lado, o aluno aprende de forma independente, uma vez que ele controla seu tempo, decide onde estudar e impõe o ritmo de estudo que deseja, e exercita a sua autonomia, por outro lado, esta aprendizagem também acontece nas relações sociais, na colaboração e nos diálogos didáticos entre professores e estudantes e entre os próprios estudantes. No entanto, para Moore e Kearsley (2007), é de se esperar alguma “distância” neste processo, seja ela uma distância física, comunicativa ou psíquica entre os envolvidos. Para os autores, a distância é um fenômeno pedagógico, e não simplesmente uma questão geográfica ou física. Esta distância comunicativa causa “um hiato na comunicação, um espaço psicológico potencial de compreensões errôneas entre os instrumentos e os estudantes” (MOORE; KEARSLEY, 2007, p. 240).

Para explicar a posição do diálogo na comunicação, Moore propôs a distância comunicativa e formulou a Teoria da Distância Transacional. A Distância Transacional

é função das grandezas: *diálogo*, *estrutura* e *autonomia*. Sendo assim, ela é determinada pela intensidade das interações entre docentes e discentes (diálogo), pelo grau em que o caminho a ser seguido no estudo está prefixado por meio de programas de ensino preparados (estrutura) e, por fim, pela intensidade em que os próprios estudantes determinam os seus estudos (autonomia).

Aretio (2001) coloca que esta autonomia não é plena e o aluno deve perceber que a aprendizagem também constitui um processo de algo que ele não tem ou não pode alcançar exclusivamente sozinho, entretanto, pode contar com apoio de tutores ou professores ou dos próprios colegas fazendo uso dos recursos tecnológicos disponíveis e do trabalho colaborativo.

Aquello que no puede alcanzarse por si mismo o que, aun pudiendo se prefiere hacer de otra manera, puede lograrse con el apoyo Del profesor o tutor del programa, curso o materia o, lo que cada vez es más común, gracias a las nuevas tecnologías, mediante el denominado aprendizaje colaborativo (ARETIO, 2001, p. 37).

Aretio (2001) conceitua aprendizagem colaborativa como uma possibilidade de aprendizagem entre vários participantes desde que sejam enfatizados o valor do grupo e dos esforços entre os professores e estudantes e entre os próprios estudantes.

Aprendizagem Colaborativa pode ser concebida como um processo de aquisição de conhecimento resultante das negociações entre alunos ao consultar-se mutuamente e ao avaliar diferentes parâmetros (PALLOF; PRATT, 2004). Desta forma, o processo da aprendizagem tem seu início nas interações pessoais, nos diálogos e na colaboração entre os sujeitos quando tentam resolver um problema particular cuja solução não parece ser evidente. Os alunos se apoiam e colaboram individualmente buscando um conjunto de conhecimento emergente de um grupo.

Segundo Dillemburg (1999), para analisar os efeitos da aprendizagem colaborativa, visto a variedade de contextos e interações, não se deve procurar por tais efeitos de forma generalizada, mas sim sobre os efeitos de categorias particulares de interações. Isto incide em questões metodológicas que podem ocorrer *a priori* controlando os tipos de interações ou, analisando *a posteriori*, que interações geralmente aconteceram durante a colaboração. Por tanto, os estudos na área devem se aproximar das interações colaborativas objetivando um melhor entendimento dos mecanismos que se destacam neste processo.

Identificamos no trabalho de AlrØ e Skovsmose (2006) uma proposta de aprendizagem onde alunos e professores exploram conjuntamente um cenário de investigação. Os autores apresentam um modelo idealizado para a comunicação na dinâmica de um grupo aplicado ao ensino e à aprendizagem da Matemática cujos elementos constituem-se de atos dialógicos. No Modelo de Cooperação Investigativa ou Modelo-CI, originalmente *inquiry co-operation*, o ponto central são as interações entre alunos e professores e interações exclusivamente entre alunos.

O Modelo de Cooperação Investigativa é composto por oito elementos que descrevem diferentes atitudes dos alunos perante o interesse em participar de uma discussão dialógica. Segundo AlrØ e Skovsmose (2006), esse processo envolve as ações de *estabelecer contato, perceber, reconhecer, posicionar-se, pensar alto, reformular, desafiar e avaliar*. Embora esses elementos tenham sido apresentados de forma isolada, eles representam aspectos de um mesmo processo unificado de investigação. Na dinâmica de uma discussão matemática, eles podem ocorrer em diversas formas e em qualquer ordem.

O *diálogo didático*, portanto, colaborativo, fundamenta a nossa hipótese de que as qualidades da comunicação influenciam as qualidades da aprendizagem matemática. Insistimos na tarefa de esclarecer em que sentido o *diálogo didático* e a aprendizagem podem estar conectados e, além disso, apresentar condições para que este diálogo seja favorecido iluminando, portanto, uma perspectiva para o ensino e aprendizagem da Matemática na EaD online.

A expressão que permeará todo o nosso texto- o *diálogo didático matemático*- traduz a ideia de uma situação comunicativa onde ocorrem processos de ensino e aprendizagem colaborativa da matemática através do diálogo entre alunos, e eventualmente com seus professores, tendo suporte na mediação tecnológica. Nesse diálogo é possível identificar atos dialógicos como reformular, desafiar, avaliar, perceber, reconhecer e posicionar-se que compõem o Modelo CI.

## **REVISÃO DA LITERATURA**

Em Matemática, toda comunicação se estabelece com base em representações onde os objetos a serem estudados são conceitos, propriedades, estruturas, relações que

podem expressar diferentes situações, portanto, para ensinar e para a aprendizagem precisamos levar em consideração essas diferentes formas de representação.

Para Duval (2003), o que caracteriza a atividade matemática do ponto de vista cognitivo e que a faz original e específica em relação aos outros domínios do conhecimento científico é que a atividade matemática requer a utilização de sistemas de representação. São vários sistemas de escrita para os números, notações simbólicas para os objetos, as escritas algébricas, as figuras geométricas, as representações em perspectivas, gráficos cartesianos, diagramas etc. Essa pluralidade de registros de representação de um mesmo objeto e a articulação desses diferentes registros é condição para a compreensão em matemática.

As recentes publicações de experiências com cursos de graduação em Matemática à distância apontam os desafios e as dificuldades de adaptação desta área de conhecimento ao “fazer” matemática online. Os relatos de casos são unânimes sobre as dificuldades da comunicação online exatamente porque exigem recursos específicos para a escrita e ferramentas de suporte para as atividades de cálculo, construção de gráficos, resolução de problemas, os quais precisam ser assimilados e dominados pelos alunos e pelos professores para esse fazer matemática.

Segundo Behar e Notare (2009), a Educação a Distância, da forma como vem sendo pensada e idealizada, tem valorizado as interações, as trocas de informações, os debates *online*, de forma intensa. Porém, uma vez que o principal veículo de comunicação é a escrita, o fazer matemática torna-se trabalhoso e até mesmo frustrante, tanto para professores quanto para alunos.

No entanto, ao compararmos com os relatos das primeiras iniciativas desses cursos e se analisarmos diferentes experiências nacionais e internacionais, percebemos um avanço nessas questões, principalmente no que diz respeito à tecnologia empregada e aos recursos desenvolvidos para a comunicação e expressão. Identificamos iniciativas de professores preocupados em desenvolver e proporcionar um padrão de comunicação mais eficiente, que vai desde a construção de editores de fórmulas científicas com funcionalidades integradas aos diferentes recursos de interação e comunicação dos Ambientes Virtuais de Aprendizagem até *softwares* colaborativos de geometria para comunicação síncrona e assíncrona.

Os pesquisadores Engelbrecht e Harding (2004) colocam que apesar dos cursos em Matemática não terem ficado à frente do pioneirismo dos cursos por Internet, a sua crescente participação nessa forma de educação é notável. Ao realizarem estudos sobre tecnologias envolvidas no ensino para alunos de graduação baseado na Web, destacaram que era preciso refletir sobre o lugar da Matemática na mudança para a aprendizagem *online*.

Os autores apostam nas facilidades visuais e nas oportunidades de exploração oferecidas pelos bons materiais para substituir o paradigma das aulas expositivas. Mas por outro lado, colocam que é audacioso dizer que os professores de matemática abraçam a Internet com grande entusiasmo, quando na verdade relutam e são da opinião de que a Matemática é uma matéria conceitual onde o contato face a face é necessário para tratar dos seus objetos.

Para Smith e Ferguson (2005), faz necessário compreender a origem dos problemas nos cursos de matemática online, entre as quais os autores consideram que as características dos estudantes são muito diferentes dos estudantes dos cursos presenciais na universidade, são mais velhos e dispõem de pouco tempo para os estudos, pois trabalham; além disso, a sua maioria está retornando para os estudos depois de uma longa parada. Outra razão incide no caráter cumulativo da Matemática, com métodos recentes e antigos de construção, portanto, menos tolerante com lacunas no conhecimento e, por fim, por causa dos modelos de educação online e os comuns sistemas de gerenciamento de cursos que não atendem efetivamente aos desafios do fazer matemática online.

Para Leventhall (2004), atitudes comunicativas são referências para criação de ambientes virtuais que atendam a essas necessidades de fazer matemática. Estudantes e professores utilizam uma grande variedade de comportamentos verbais e não verbais para trocar informações quando tratam de matemática em uma aula convencional, o que inclui registros escritos à mão, gestos e destaques que complementam a linguagem matemática, gestos que indicam movimento; os estudantes compartilham documentos, tomam notas, usam folhas; escrevem equações enquanto falam ou falam posteriormente.

Dessa forma, um ambiente virtual ideal para o ensino e para a aprendizagem da Matemática deveria integrar uma ferramenta de construção de equações (que não seja simplesmente uma janela “*pop-up*”) com uma versão simplificada do LaTeX ou um

estilo de linguagem natural juntamente com um SMS/*Messenger* disponível na forma de atalho para ser veloz no envio de mensagens instantâneas; ferramentas de desenho que sejam apropriadas para figuras matemáticas com sistema de eixos que podem ser arrastados; compartilhamento de documentos para serem editados pelo menos por duas pessoas em tempo real; recursos de áudio que possam associar as equações escritas à sua versão falada; ferramenta para visualizar a construção contínua das equações ou expressões ao invés de apresentadas já finalizadas; e a opção de mostrar gestos ou sinais em 3D para indicar posição e direção, por exemplo (LEVENTHALLL, 2004).

Para Behar e Notare (2009), o ideal para facilitar a comunicação matemática nesses ambientes é substituir a linguagem de formatação e marcação por uma mais transparente e intuitiva ao usuário, semelhantemente ao que ocorre no editor *Microsoft Equation*.

A Matemática *online* pode mesclar comunicação síncrona e assíncrona. O Centra, por exemplo, é um ambiente que combina aulas virtuais interativas, *e-meeting*, plataforma para seminários via Web e conferências colaborativas. A comunicação síncrona através da Internet é mais uma opção para o “fazer” matemática na Educação *online*. Integrar as facilidades da conversa em tempo real do *chat* com um ambiente adequado para a escrita e para o compartilhamento de materiais, incluindo gráficos, tabelas, diagramas e figuras geométricas, possibilita um avanço potencial na proposta de ensinar e aprender matemática neste contexto. Nesse sentido, as potencialidades de *softwares* como MathChat e Tabulæ sinalizam as exigências para se ter uma matemática *online* que permite experimentação e manipulação de objetos colaborativamente e, portanto, ferramentas que contribuam para o *diálogo didático matemático*.

## **METODOLOGIA**

Face aos objetivos declarados, desenvolvemos um Estudo de Caso através do acompanhamento da disciplina Cálculo Vetorial e Geometria Analítica do programa de Graduação em Matemática a Distância integrante do sistema UAB/CAPES. Esta disciplina pertence ao segundo semestre do curso citado, com duração de 15 semanas, tendo sido acompanhada de 02 de março a 20 de julho, tempo que durou o primeiro semestre letivo de 2009.

Observamos as interações entre o professor, dois tutores bacharéis em Matemática que dão apoio online aos estudantes e os 253 alunos ativos na disciplina. Cada aluno era vinculado a uma das 16 cidades-polo. A pesquisa teve como espaço para observação e coleta de dados o Ambiente Virtual de Aprendizagem Moodle na versão 1.8.

A fase experimental da pesquisa consistiu na *categorização dos tópicos de discussão* dos fóruns que durou todo o semestre letivo, até que a última mensagem fosse inserida. No fórum, um tópico de discussão consiste em um conjunto de mensagens organizadas dentro de uma mesma temática.

A leitura das mensagens e acompanhamento da dinâmica se deu através da observação diária do envio das mensagens aos fóruns por tutores e estudantes. Este procedimento requereu constante atualização nos nossos registros, uma vez que, com o tempo, os tópicos de discussão podiam mudar de categoria.

A criação das categorias foi inspirada nas diferentes concepções de diálogo apresentadas por Aretio (2001), Moore e Kearsley (2007) e Peters (2006), no modelo de Cooperação Investigativa - Modelo CI, desenvolvido por Helle AlrØ e Ole Skovsmose (2006) apresentados no referencial teórico. Assim as categorias criadas foram: *Monólogo, Diálogo e Diálogo Didático Matemático*. As duas primeiras categorias apresentam duas subcategorias: *monólogo matemático e diálogo matemático*. Vejamos o que caracteriza essas categorias e subcategorias, no Quadro 1, a seguir.

Na categoria *Diálogo Didático Matemático*, o *estabelecer contato* fica evidente como também o objetivo comum de solucionar um problema pelo diálogo através da formação de um espírito de comunidade de aprendizagem. A relação é caracterizada pela proximidade entre os estudantes em relação ao posicionamento alheio, seja de concordância ou de discordância. Nesta comunicação, a Matemática é o tema central. São introduzidas informações novas e relevantes do ponto de vista da aprendizagem desses conteúdos que podem estimular os estudantes a *posicionar-se, perceber e reconhecer perspectivas, avaliar* a si mesmo e aos colegas, *reformular e desafiar* os demais com novos questionamentos e perspectivas, como colocado pelo Modelo CI. Difere da categoria 2, *Diálogo Matemático*, por apresentar elementos característicos da colaboração e do interesse em resolver em grupo uma questão. Neste caso é identificado

o retorno do estudante propositor da questão à discussão ou dos demais estudantes, em uma atitude de satisfação pela discussão estabelecida.

**Quadro 1 - Categorias e subcategorias para análise dos tópicos de discussão**

<i>Monólogo</i>	<i>Diálogo</i>	<i>Diálogo Didático Matemático</i>
<ul style="list-style-type: none"> <li>· Uma única mensagem do estudante propositor;</li> <li>· Os estudantes não inserem comentários;</li> <li>· O tutor eventualmente participa;</li> <li>· Ato dialógico predominante: <i>pensar alto</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· Interação entre dois ou mais participantes;</li> <li>· Os estudantes inserem comentários;</li> <li>· Atos dialógicos predominantes: <i>estabelecer contato, pensar alto, posicionar-se, reformular, desafiar e avaliar</i>;</li> <li>· Percepção de grupo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· Interação entre dois ou mais participantes;</li> <li>· O estudante propositor, geralmente, retorna ao tópico e insere mais uma mensagem;</li> <li>· Os estudantes inserem comentários;</li> <li>· Atos dialógicos presentes: <i>estabelecer contato, pensar alto, perceber, reconhecer, posicionar-se, reformular, desafiar e avaliar</i>.</li> <li>· Percepção de grupo;</li> <li>· As mensagens tratam exclusivamente de conteúdos matemáticos;</li> <li>· Declaração de que a discussão foi relevante para a aprendizagem individual ou do grupo.</li> </ul>
<p><b><i>Monólogo Matemático</i></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>· Subcategoria da categoria Monólogo;</li> <li>· As mensagens tratam, exclusivamente, de conteúdos matemáticos.</li> </ul>	<p><b><i>Diálogo Matemático</i></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>· Subcategoria da categoria Diálogo;</li> <li>· As mensagens tratam, exclusivamente, de conteúdos matemáticos.</li> </ul>	

Os diálogos da categoria *Diálogo Didático Matemático* foram analisados, quantitativamente, considerando a frequência com que ocorreram nos fóruns, número de alunos e tutores envolvidos nas discussões, quantidade de tópicos inseridos e de comentários, como também o tempo de duração. Analisamos qualitativamente, considerando os propósitos que motivaram os estudantes a inserir os tópicos de discussão, as atitudes dos participantes quanto ao envolvimento nessas discussões, os registros de representação semiótica mobilizados no Moodle, bem como os recursos utilizados para a escrita e para a comunicação matemática.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Foram observados e analisados os 10 fóruns do tipo “Fórum da Semana” e o fórum “Tópicos Duplicados”. Foram categorizados 410 tópicos de discussão que geraram 1.030 comentários ou 1.440 mensagens no total. Participaram dos tópicos de discussão, inserindo mensagens de abertura, 112 estudantes durante o transcorrer da disciplina.

Observando os tópicos de discussão em suas categorias, podemos afirmar que aqueles caracterizados por *Monólogo* foram os mais presentes na disciplina. De fato, 35% (142 tópicos) dos tópicos foram inseridos nesta categoria seguida da *Diálogo* com 31% (126 tópicos). Quanto às demais, tivemos *Monólogo Matemático* com 15% (62 tópicos), *Diálogo Matemático* com 12% (50 tópicos) e por último a categoria *Diálogo Didático Matemático* com 7% (30 tópicos). O gráfico a seguir ilustra essa caracterização dos tópicos.

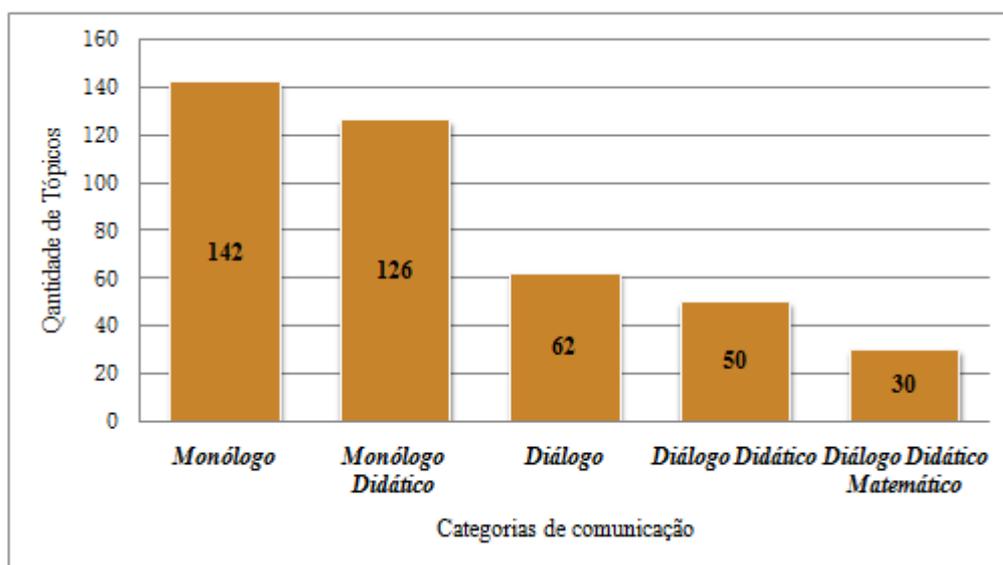


Gráfico 1 - Categorias de Comunicação por Tópicos de Discussão nos Fóruns

Como percebemos na análise feita anteriormente sobre os fóruns, a categoria *Diálogo Didático Matemático* foi quantitativamente a menor entre as demais. Os tópicos desta categoria foram inseridos espontaneamente pelos estudantes sem qualquer orientação do professor. Participaram como propositores de tópicos 52 estudantes que representam 20,5% do total.

Em 18 dos 30 tópicos desta categoria, o que representa 60%, foi registrada a presença de pelo menos um dos tutores nessas discussões. A presença dos dois tutores na mesma discussão aconteceu em 33,3% dos tópicos. Em apenas 2 tópicos a comunicação aconteceu exclusivamente entre os alunos, ou seja, sem os tutores.

Na categoria *Diálogo Didático Matemático* foram inseridos 210 comentários, o equivalentemente a 20,4% do total de comentários (Gráfico 2). A maior concentração dos comentários dos estudantes e dos tutores encontra-se na categoria *Diálogo* com 436 (71,8%) e 93 (29,2%) comentários, respectivamente.

Na categoria *Diálogo Didático Matemático*, 54 comentários foram dos estudantes que inseriram os tópicos (26%), 70 comentários foram dos tutores (33%) e demais estudantes (não propositores) inseriram 86 comentários (41%). O Gráfico 2, a seguir, ilustra este dados.

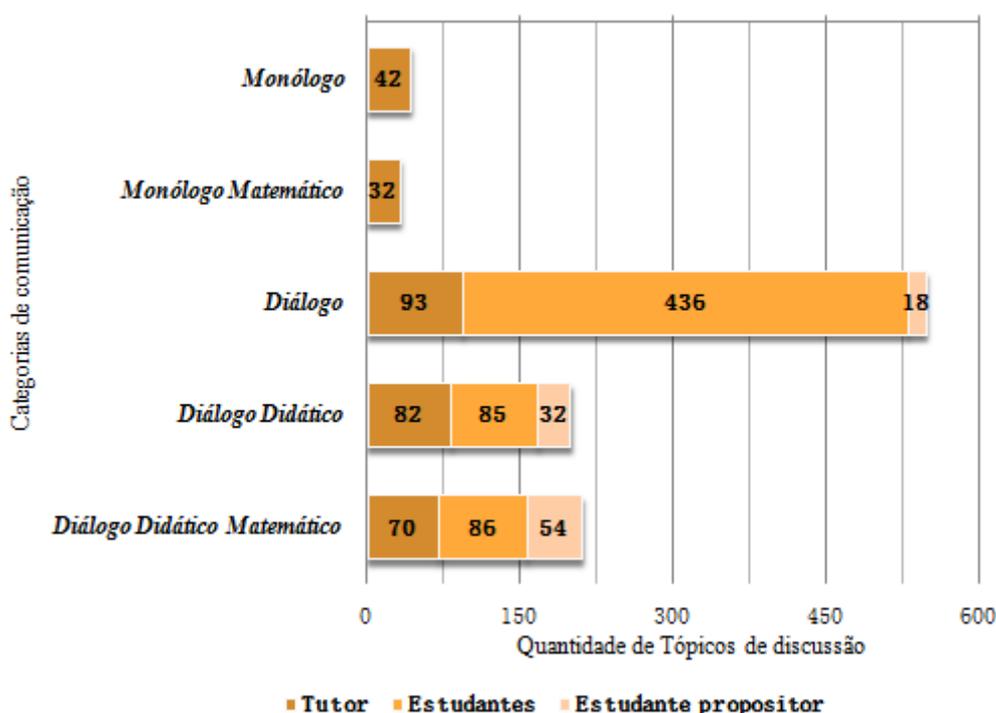


Gráfico 2 – Comentários por categoria de Comunicação nos fóruns

Em comparação com as demais categorias, na categoria *Diálogo Didático Matemático*, os 54 comentários dos estudantes que inseriram os tópicos representam 51,9% dos comentários na totalidade, os 70 comentários dos tutores representam 21,9% e os 86 dos demais estudantes (não propositores) representam 14,2%. Estes dados

revelam como a comunicação nesta categoria priorizou o retorno do estudante propositor e a interação com os demais estudantes e tutores.

Devido à própria característica assíncrona da comunicação nos fóruns, percebemos que a duração das discussões variou entre 1 e 13 dias, com média de quatro dias. As mais frequentes foram as discussões que ocorreram durante 2 dias e 4 dias, portanto, de curta duração.

Em alguns casos, as trocas das mensagens aconteceram quase de forma síncrona, em outros, com intervalos de mais de uma semana. Entretanto, percebemos que o intervalo de tempo entre as mensagens nos *diálogos didáticos matemáticos* eram muito menores do que a duração do próprio fórum quer as discussões tenham sido concluídas quer tenham sido abandonadas pelo grupo.

A respeito da assincronia em cursos *online*, especialmente em fóruns, percebemos que o valor deste tempo reside no fato de que quando os alunos formulam perguntas, eles precisam mostrar seu trabalho. Algumas vezes, enquanto as fazem, descobrem que puderam responder a suas próprias perguntas, por exemplo. Em outras situações, os alunos conseguem focalizar as suas perguntas à medida que explicam onde encontram a dificuldade. Outros ainda podem reservar tempo para estudar o problema e oferecer soluções. Compartilhamos com Moore e Kearsley (2007, p. 162) a ideia de que os alunos que fazem perguntas sabem que compreendem parte da matéria e os alunos que respondem às perguntas sentem mais confiança em si mesmos porque podem oferecer soluções.

Quanto à participação numérica dos alunos nesses diálogos, eles variaram entre 1 e 11 alunos com média de participação de 4 alunos por tópico. A predominância foi de discussões com 3 alunos o que ocorreu em 10 tópicos de discussão dentre os 30 tópicos da categoria.

Consideramos bastante reduzida a presença numérica dos alunos nos tópicos desta categoria ao compararmos com a quantidade total de alunos da disciplina. Entre alguns fatores que podem ter contribuído para esta estatística, consideramos que o excesso de mensagens acumuladas e disponíveis simultaneamente nos tópicos, já que eles ficaram permanentemente abertos, pode não estimular a leitura e a troca de mensagens de forma que o grupo se beneficie ou colabore efetivamente.

Independentemente do tema, os alunos tinham como objetivo ou intenção inserir tópicos de discussão para socializar seus problemas, dúvidas e dificuldades na expectativa de que no fórum fossem esclarecidas, quer sejam pelos colegas ou pelos tutores. Estas mensagens apresentavam dificuldades na solução dos exercícios propostos, no desenvolvimento dos exercícios resolvidos ou dificuldades com aspectos da teoria, geralmente retirados do material didático de apoio da disciplina. As mensagens também tratavam especificamente das soluções das questões da avaliação *online* ou sobre os *feedbacks* de erro ou de parcialmente correto, que eram enviados pelo próprio Moodle quando os estudantes respondiam os questionários.

Entre os 30 tópicos desta categoria foram identificados 21 tópicos com a característica de discussão sobre exercícios, ou seja, 70% dos tópicos. Nos demais, foi observada uma proposta mais produtiva aos estudantes, distanciando-se do modelo de problemas e exercícios comuns nos livros de apoio desta disciplina que enfatizam o volume de cálculos e algumas soluções padrões para as questões.

Para a inserção de textos matemáticos nas mensagens, os alunos e tutores utilizaram alguns recursos. Os alunos utilizaram o teclado numérico para a escrita dos números e para algumas expressões algébricas. Utilizaram o editor WIRIS para a escrita numérica e para situações mais específicas da escrita simbólica da Matemática como na notação de vetores, normas, matrizes, determinantes e sistemas. Em outras ocasiões utilizaram o WIRIS para a escrita textual. O Latex foi de uso quase exclusivo dos tutores, exceto pelo uso de um aluno em uma única vez. Os alunos também utilizaram o recurso “copiar e colar” quando transcreveram os enunciados das questões propostas nos questionários *online*, incluindo as figuras.

Os registros de representação semiótica presentes nas mensagens dos alunos foram predominantemente do tipo *linguagem natural*, *geométrico numérico* e *simbólico vetorial*. Estes últimos registros foram utilizados para a escrita simbólica da Matemática e para apresentar uma sequência de cálculos específicos como a norma de um vetor, produto vetorial, interno e misto e para expressar as relações entre seus objetos. Quanto aos registros *simbólico geométrico* e *gráfico*, estes se fizeram presentes nos enunciados das questões apresentadas pelos alunos, como registro de partida, e possivelmente para se chegar às soluções das questões, inclusive com o uso do GeoGebra. No entanto, nos

fóruns, não foram utilizados pelos alunos os registros do tipo *gráfico* para comunicar uma informação ou expressar um raciocínio.

Portanto, com as ferramentas da Educação a Distância *online* disponíveis nos fóruns é possível envolver os alunos em atividades que estimulam a compreensão matemática. Como dito anteriormente, o Moodle com o WIRIS ou com a possibilidade da escrita da linguagem LaTeX e com a possibilidade de importar do GeoGebra figuras, diagramas e gráficos, oferece aos estudantes e aos docentes possibilidades reais de estabelecer a comunicação e o “fazer” matemática. A questão está na apropriação desses recursos por parte dos estudantes para que este processo aconteça fluentemente com a articulação e o acesso aos diferentes registros de representação semiótica dos objetos matemáticos como de fato aconteceu, mesmo em um número bastante reduzido de *diálogos didáticos matemáticos*.

O envolvimento dos alunos com os colegas e com os tutores nos fóruns foi analisado a partir dos atos dialógicos do Modelo de Cooperação Investigativa - Modelo CI adaptado de AlrØ e Skovsmose (2006). Dessa forma, retomaremos aqui esses atos e os contextualizaremos de acordo com os diálogos observados.

As discussões eram iniciadas e alimentadas com atos de *posicionar-se*. Isto significa que os alunos apresentavam em suas mensagens os seus posicionamentos. Por exemplo, eles compartilharam ideias, opiniões sobre uma solução, conceitos teóricos da matéria e procedimentos para a solução da questão. Posicionaram-se apresentando perspectivas, raciocínios, dúvidas, erros e acertos, o que contribuiu para a criação de uma perspectiva comum que sempre foi de se chegar a uma solução. Dessa forma, os alunos tanto diziam o que pensavam como estavam receptivos à crítica de suas posições e pressupostos pelos demais. Nesse sentido, podemos afirmar que os alunos que se posicionaram tiveram abertura para o diálogo e coragem de se expor em um espaço pouco reservado da disciplina mas apropriado para essas discussões.

*Perceber* significa descobrir alguma coisa da qual nada se sabia ou não se tinha consciência antes. *Perceber* significa aproximar-se de um assunto e insistir nele antes de rejeitá-lo. Ao fazerem questões que suscitaram explicações ou confirmações, os alunos foram levados a cenários que favoreceram o ato de perceber, registrados tanto nas mensagens de agradecimento pela discussão realizada, pelas dúvidas dirimidas, pelas dicas apresentadas, pelos esclarecimentos dados, quanto nas frases de concordância. Os

alunos perceberam detalhes e outros pontos de vista que os fizeram vislumbrar soluções para os problemas matemáticos em discussão ou esclarecimentos de dúvidas pessoais específicas. Foram beneficiados aqueles que abriram tópicos ou aqueles que acompanharam, a partir de qualquer momento, a discussão. Fazemos estas colocações com base nas afirmações dos estudantes do tipo “agora dá para fazer a questão” ou “vendo o diálogo de vocês e suas dicas foi possível esclarecer as minhas” ou “agora consegui entender”. Também afirmamos que o não perceber fez parte do posicionamento de alguns alunos, claramente registrados nas mensagens do tipo “ainda não entendi”, “gostaria de mais exemplos” ou “não estou conseguindo resolver”.

Outro ato observado nas interações entre os estudantes e com os tutores foi o ato de *desafiar*. Isto significa que estávamos atentos se os alunos levariam a discussão para outra direção ou se questionariam as perspectivas já estabelecidas. Podemos afirmar que apenas os tutores estavam focados em *desafiar* os alunos, além de fazerem os alunos *perceberem* o que não sabiam. Isto pode ser percebido nas mensagens que faziam referências às colocações e aos exemplos do livro didático bem como nas solicitações de reformulação dos enunciados dos problemas escritos pelos alunos e nas próprias perguntas hipotéticas iniciadas com “o que acontece se”, “reveja a passagem”, “observe o exemplo”. O ato de desafiar foi menos frequente nas mensagens dos estudantes do que dos tutores. Quando aconteceram estavam nos questionamentos direcionados ao próprio tutor, em mensagens como “por que não pode ser feito assim?”, “pode ser qualquer número real?” ou “posso tomar outros valores para  $y$ ?”.

Outro ato do modelo CI observado foi *avaliar*. Percebemos que os alunos avaliaram-se uns aos outros, avaliaram a si mesmos e ao tutor. Esse ato esteve presente nas mensagens de elogios aos tutores e aos colegas pelo trabalho realizado, mas também no apontamento de erros e nos posicionamentos revelados, por exemplo, nas falas “preste atenção”, “acho que você errou”. A autoavaliação ocorreu nas mensagens onde os alunos revisaram os seus posicionamentos e refletiram sobre os seus processos de aprendizagem. Percebemos isso nas frases do tipo “acho que ainda existe um erro na minha resposta”, “me aprofundando mais um pouco notei que o erro foi meu” e “acho que as minhas respostas estão corretas”.

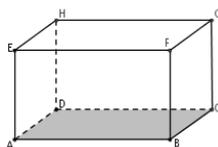
Examinar perspectivas e ideias possibilita o reconhecimento de uma perspectiva por todos os envolvidos na discussão. Assim, *reconhecer* é um ato que aprofunda a

discussão. As falas dos alunos revelaram que o ato de reconhecer é sinal do envolvimento na discussão, o que pode ser percebido nas frases “os dados são outros mas o enunciado é o mesmo”, “dê uma olhadinha no material pois...”, “quando você diz que ..você quer dizer que..”, “veja a resposta dada em...acho que é o caminho para a solução”, “esta regra é igual a de produtos notáveis” e “tem toda razão”.

*Reformular*, dentre os atos dialógicos observados, foi o menos registrado. Significa repetir o que já foi dito com palavras ligeiramente diferentes focando os termos e as ideias chave. No caso dos *Diálogos Didáticos Matemáticos*, reformular foi utilizado por alguns participantes para confirmar o que se entendeu do outro. Reformular neste sentido foi um elemento importante no processo de escuta consciente. Exemplos desses atos podem ser percebidos nas frases “tem toda razão, temos que considerar os... que são...” ao reformularem conceitos ou “estou com a mesma dúvida que ELG, encontrei o polinômio....porque deu falso?” quando reformularam dúvidas.

O exemplo a seguir ilustra um dos diálogos da categoria *Diálogo Didático Matemático* que ocorreu no Tópico 2 do Fórum Semanal 1, intitulado *Dúvida sobre Vetores*. Participaram deste tópico seis alunos e os dois tutores da disciplina durante cinco dias. A discussão teve início com a exposição do aluno TAO sobre suas dúvidas na contagem dos vetores a partir de um problema. Observemos que ele iniciou a discussão *posicionando-se* e, na sequência, a interação da tutora e dos colegas. O problema é enunciado usando os registros da *linguagem natural* e o registro *gráfico*, como podemos observar a seguir:

*TAO (domingo, 8 março 2009, 15:22) Quantos vetores podem ser representados pelos pontos A, B, C, D, E, F, G, H, vértices do paralelepípedo, da figura abaixo?*



*Caros tutores, gostaria que me tirassem a seguinte dúvida: Para se determinar a quantidade de vetores no paralelepípedo ou no polígono qualquer é necessário também contar o vetor nulo. Pois sabemos que a cada vértice há um vetor nulo mas conta-se apenas um vetor nulo? ou todos os nulos?*

**CPB [Tutora]** (segunda, 9 março 2009,10:15) Olá **TAO**, tem sim que contar o vetor nulo.

**MAP** (segunda, 9 março 2009, 11:02) Sabemos que três vetores são a base para a construção do paralelogramo. Nas faces há um vetor diagonal, conta como mais um vetor apesar de ser resultante da soma de dois já existentes?

**CPB [Tutora]** (segunda, 9 março 2009,11:21) Conta sim, já que a soma de dois vetores é um vetor.

**RBF** (segunda, 9 março 2009, 13:15) **CPB** por favor após o encerramento do prazo de envio da atividade 1 Vetores, você poderia colocar no fórum a solução da questão 5 "números de vetores do paralelepípedo, pois não consegui respondê-la nem entendê-la. Grato.

**ELR** (segunda, 9 março 2009, 14:26) Olá Professores e Tutores!!! Eu já respondi o questionário 01 e também não consegui responder o questão 05, a de contagem dos vetores no paralelepípedo, estou com dúvida a respeito dessa contagem e gostaria de esclarecimento. Obrigado!

**JEC [Tutor]** (segunda, 9 março 2009,16:25) Olá **ELR**, comece tentando encontrar todos os segmentos presentes no paralelogramo, depois os segmentos orientados e aí tente encontrar todos os vetores, não se esqueça de contar o vetor nulo e os das diagonais tanto dos polígonos das faces quanto os das diagonais do paralelepípedo, até mais e bons estudos.

Após ter lido as mensagens anteriores e ter prestado atenção ao comentário do tutor JEC, o aluno MAP, novamente, participou da discussão e respondeu ao aluno ELR. Embora não tenha chegado ao final da questão, foi capaz de utilizar uma conversão do registro de saída para um registro *geométrico numérico* de chegada, utilizando o teclado numérico para a escrita matemática, como podemos ver a seguir:

**MAP** (segunda, 9 março 2009, 17:26)  $28 \text{ segmentos} + 8 \text{ segmentos nulos} = 36 \text{ segmentos}; 56 \text{ segmentos orientados} + 8 \text{ segmentos nulos} = 64 \text{ segmentos orientados}$ , agora o numero de vetores é?

Em seguida, o tutor, com uso do LaTeX, trouxe através da *linguagem natural* a definição de equipolência necessária para a solução da questão, ao mesmo tempo que, através do registro *simbólico vetorial*, trouxe a conclusão da afirmação feita anteriormente sobre a equipolência dos vetores em seu exemplo.

*JEC[Tutor] (segunda, 9 março 2009, 17:45) Agora note o seguinte, segmentos orientados equípolos representam ou determinam o mesmo vetor (ler definição de segmento orientado equípolo), por exemplo, na seção 3.2 (página 94) do material, se observarmos a figura 1, notaremos que os segmentos orientados  $\overrightarrow{AE}$ ,  $\overrightarrow{BF}$ ,  $\overrightarrow{CG}$  e  $\overrightarrow{DH}$  são equípolos, ou seja determinam apenas **um único vetor**, então  $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{CG} = \overrightarrow{DH}$ , ou seja, na contagem levamos em conta apenas um. Até mais e bons estudos.*

Durante as interferências e a partir desta mensagem em especial, foram registrados comentários dos alunos agradecendo pelos esclarecimentos, embora a solução não tenha sido apresentada de forma explícita.

*TAO (segunda, 9 março 2009, 20:54) obrigado tutores CPB e JEC as suas informações foram proveitosas e sanou minhas duvidas.*

*ELR (terça, 10 março 2009, 19:47) Valeu tutoria, a orientação. Já tirei a dúvida, isso depois de muito debate e análise com os colegas de curso*

*MSA (sexta, 13 março 2009, 00:37) Obrigado gente, vocês me ajudaram muito nesta discussão online. Até logo...*

Observemos nesses comentários o lapso temporal entre as inserções que caracteriza a comunicação assíncrona e a oportunidade de *avaliação* dos seus próprios processos referentes aos alunos TAO, ELR e MSA, os quais ficaram registrados no fórum.

Consultando o resultado da avaliação final dos alunos na disciplina no término do período, segundo a coordenação do curso, 40% dos estudantes foram aprovados, 22% foram reprovados, 27% desistentes e 11% fizeram trancamento de matrícula. Entre os 52 alunos que participaram dos *diálogos didáticos matemáticos*, 40 foram aprovados

ou 80,7% destes alunos obtiveram aprovação. Por outro lado, estes 40 alunos representam apenas 34,8% dentre os 115 alunos aprovados. Isto é, 75 alunos aprovados na disciplina não participaram destes diálogos.

Acreditamos que a participação em *diálogos didáticos matemáticos* não foi condição necessária à aprendizagem no contexto da disciplina observada, mesmo por que uma quantidade não identificada de alunos pode ter sido beneficiada de alguma discussão nos fóruns sem ter participado registrando seus pensamentos ou opiniões. Além disso, como os fóruns semanais foram exclusivamente para as dúvidas, os alunos que não tinham dúvidas podiam acompanhar a discussão apenas observando. No entanto, afirmamos que a presença de diálogos como estes é importante para o desenvolvimento da aprendizagem dos alunos, e por isso mesmo, devem ser estimulados, planejados e estruturados de tal maneira que seja possível um número maior de alunos envolvidos nessas discussões.

## CONCLUSÕES

Consideramos que a pesquisa desenvolvida, embora brevemente apresentada neste artigo, possibilita reflexões em profundidade sobre o significado e a importância do diálogo na Educação a Distância e na Educação Matemática, principalmente sobre situações de ensino e aprendizagem em Matemática que acontecem nos fóruns, bem como revelar a dinâmica da comunicação matemática e as fontes primeiras de dificuldades dos alunos em utilizar da linguagem matemática ao se comunicarem.

Ancoramo-nos na ideia de que o diálogo não é simplesmente um elemento necessário à EaD, mas é o diálogo atento para o aprender do outro e por isso *diálogo didático colaborativo*, sendo pois o motor da dinâmica da educação em qualquer campo do saber.

As ausências virtuais reforçam a ideia de que o *diálogo didático e colaborativo* é frágil e raro, demanda uma concepção de coletivo, livre do egoísmo de buscar apenas as respostas das próprias incertezas. Atos mais dialógicos como de *reformular*, *desafiar* ou *avaliar* as perspectivas apresentadas tiveram uma tímida participação no transcorrer da disciplina.

A partir da existência dos *diálogos didáticos matemáticos*, outras conclusões emergiram de forma autêntica. Ao mesmo tempo em que a forma espontânea e genuína

dessas conversas caracterizaram esses momentos colaborativos, a sua inexpressiva presença, mas sempre movida pela busca por soluções de problemas propostos, indicou as suas origens. Os *diálogos didáticos matemáticos* aconteceram mesmo sem qualquer indicação de tarefa direcionada para este propósito, mas desde que houve um objetivo comum a ser atingido.

A tarefa da tutoria também tem seu espaço nas nossas conclusões. A presença permanente dos tutores nos fóruns não significa uma trajetória exitosa da disciplina. A velocidade em responder às dúvidas apresentadas pelos alunos, antecipando a solução da questão, não proporciona construção do conhecimento. Ao contrário, o rompimento intencional deste “contrato” pode favorecer situações de aprendizagem. Assim, a prática da tutoria estaria concentrada em manter e estimular a presença desses *diálogos didáticos matemáticos* de forma intencional, respeitando e aproveitando-se das necessidades dos estudantes em resolver problemas, gerando, a partir deste ponto, situações e questionamentos que os façam avançar no tratamento com os objetos matemáticos. Percebemos então que a postura dos tutores, com suas intervenções, provocando o debate, estimulando o exercício da autonomia e resgatando os conhecimentos prévios dos alunos constituiu possibilidade de aprendizagem colaborativa que precisa ser considerada como uma postura a ser adotada nessa modalidade de ensino. Mas, ao mesmo tempo, o diálogo entre os estudantes deve ser favorecido e não sufocado pela atuação do tutor e/ou professor. Por fim, salientamos a necessidade de estudos que indiquem práticas adequadas para o acompanhamento dos estudantes em ambientes virtuais online pelos tutores, apresentando orientações sobre como os estudantes podem aprender a aprender melhor sozinhos e colaborativamente com os colegas.

A respeito do suporte online oferecido pelo fórum do Moodle para discussão matemática, não funciona bem sem que outros recursos sejam adicionados. Ao disponibilizar o Wiris e o GeoGebra para o tratamento matemático dos objetos não apenas da Geometria Analítica mas de outras disciplinas em geral, a comunicação matemática e o *diálogo didático matemático* foram potencializados. De fato, percebemos que a construção de ferramentas para o fazer matemática *online*, no que diz respeito a cursos de graduação, sinaliza uma necessidade cada vez mais fortalecida na EaD.

Por fim, destacamos que a tarefa ou o enunciado da atividade pode contribuir para a reprodução de soluções nesses fóruns tal qual ocorre na sala de aula convencional. Dessa forma, a proposta para ser colaborativa ou para estimular o diálogo matemático com fins de aprendizagem deve ser planejada pelo professor se este objetiva atingir os seus estudantes.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Observando as contribuições desses *diálogos didáticos matemáticos* para os estudantes podemos dizer que elas residem na oportunidade da prática reflexiva constante através das próprias avaliações e das avaliações dos colegas registradas e acessíveis nos fóruns; na oportunidade de perceber diferentes interpretações, concepções e significados de conceitos matemáticos apresentados pelos pares, como também de identificar diferentes estratégias de resolução para um mesmo problema; na oportunidade de desenvolver a habilidade para a escrita matemática usando ferramentas específicas e para a construção de gráficos, diagramas ou outras ilustrações; na oportunidade dos alunos se auxiliarem mutuamente exercitando a solidariedade e o respeito em um contexto socialmente rico pelas diferenças geográficas.

Na perspectiva do ensino, a presença dos *diálogos didáticos matemáticos* valoriza a interação dos alunos contribuindo na perspectiva da aprendizagem; valoriza a discussão sobre o papel do erro na aprendizagem do aluno e a participação ativa do aluno nesse processo através das mensagens postadas; permite acompanhar o desenvolvimento dos alunos na escrita e na comunicação matemática; permite o uso e a manipulação de diferentes registros de representação e, por fim, colabora para uma perspectiva de ensino da Matemática baseada no diálogo, na reflexão crítica e na compreensão mútua entre professores e alunos.

## REFERÊNCIAS

ASSIS, Cibelle. **Diálogo Didático Matemático na EaD: uma perspectiva para o ensino e aprendizagem em fóruns no Moodle**. 2010. 307 pp. Tese (Doutorado) – Programa de Pós graduação em Educação da Universidade Federal de Pernambuco, UFPE, Recife, 2010.

ALRØ, Helle; SKOVMOSE, Ole. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática**. Coleção Tendências em Matemática. Tradução: Orlando Figueiredo. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

ARETIO, Lorenzo Garcia. **La educación a distancia**. De la teoría a la práctica. Barcelona: Ariel, 2001.

BEHAR, Patricia Alejandra; NOTARE, Márcia Rodrigues. A comunicação matemática *on-line* por meio do ROODA Exata. In: BEHAR, Patricia Alejandra (Orgs.). **Modelos Pedagógicos em Educação a Distância**. Porto Alegre: Artmed, 2009. p. 179 -203

DILLEMBURG, Pierre. **What do you mean by collaborative learning?** Collaborative-learning: Cognitive and Computational Approaches. Oxford: Elsevier, pp.1-19, 1999.

DUVAL, Raymond. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). **Aprendizagem Matemática: Representação Semiótica**. Campinas, SP: Papirus, 2003, 11-34.

ENGELBRECHT, Johann; HARDING, Ansie. **Technologies involved in the teaching of undergraduate mathematics on the web**. 2004. Disponível em <<http://science.up.ac.za/muti/technologies.pdf>> Acesso em: 30 jan. 2009.

LEVENTHALL, Lyn. **Bridging the Gap between Face to Face and Online Maths Tutoring**. 2004. ICMC -10, Copenhagen. Disponível em <[http://dirweb.king.ac.uk/papers/Leventhall\\_L.H.2004\\_242915/leventhall\\_ICME10.pdf](http://dirweb.king.ac.uk/papers/Leventhall_L.H.2004_242915/leventhall_ICME10.pdf)> Acesso em: 10 fev.2008.

MOORE, Michael; KEARSLEY, Greg. **Educação a Distância**. Uma visão integrada. São Paulo: Thomson Learning, 2007 (Tradução Roberto Galmanj).

OLIVEIRA, Elsa Guimarães. **Educação a distância na transição paradigmática**. Campinas, SP: Papirus, 2003.

PALLOFF, Rena; PRATT, Keith. **O Aluno Virtual: um guia para trabalhar com estudantes on-line**. Tradução: Vinícius Figueira. Porto Alegre: Artmed, 2004, 207 p.

PETERS, Otto. **Didática do ensino a distância**. Experiências e estágio da discussão numa visão internacional. Rio Grande do Sul: Unisinos, 2006.

YOKAICHIYA, Daniela Kiyoko. **Estruturação e avaliação de uma disciplina de Bioquímica a distância baseada no modelo de aprendizagem colaborativa**. 2005. 222 p. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

SMITH, Glenn Gordon; FERGUSON, David. Student attrition in mathematics e-learning. 2005. **Australasian Journal of Educational Technology**, 21 (3), 323-334.