



Modelagem Matemática no Curso Técnico de Informática Integrado ao Ensino Médio: uma abordagem interdisciplinar

Elenice Josefa Kolancko Setti¹ Rodolfo Eduardo Vertuan²

Resumo: Este artigo apresenta um estudo sobre a interdisciplinaridade no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática em um curso técnico de Informática Integrado ao Ensino Médio, que objetivou investigar a existência de contribuições desse trabalho no que diz respeito à ressignificação de conceitos matemáticos e à aprendizagem de novos. O intuito era analisar as ações dos estudantes ao lidarem com os conceitos que emergiram no desenvolvimento das atividades e inferir acerca das influências das intervenções dos professores ao mediar essas ações. Para isso, desenvolveu-se três atividades de Modelagem, planejadas com o professor da área específica do curso. Inferiu-se, dentre outros aspectos, que o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática contribuiu para a ressignificação e aprendizagem de conceitos matemáticos à medida que a investigação suscitava a presença dos mesmos, de modo que os estudantes puderam construir relações entre eles e relacioná-los com contextos extramatemáticos, mais especificamente, aqueles afins ao curso técnico correspondente, o que se alinha aos preceitos do ensino nos cursos técnicos dos institutos federais.

Palavras-chave: Educação Matemática. Interdisciplinaridade. Conceitos Matemáticos.

Mathematical Modeling in the Computer Sciences Program at a Vocational-Technical High School: an interdisciplinary approach

Abstract: This paper introduces a study on interdisciplinarity in the development of Mathematical Modeling activities in a Computer Sciences Program at a Vocational-Technical High School, which aimed at investigating the existence of contributions of such activities regarding the resignification of mathematical concepts and the learning of new. The aim was to analyze the actions of students when they cope with the ideas that emerged in the development of the activities and infer about the influences of teachers' interventions when moderating these actions. To this end, three Modeling activities were developed and planned with the teacher of the specific area of the program. It was noted, among other aspects, that the development of Mathematical Modeling activities contributed to the resignification and learning of mathematical concepts as the research aroused their presence so that students were able to build connections among them and relate them to extra-mathematical contexts, more specifically those related to the corresponding technical program, which is in line with the precepts of teaching in the technical courses of federal institutes.

¹ Mestre em Ensino de Matemática. Professora do Instituto Federal do Paraná (IFPR). Paraná, Brasil. ⊠ elenice.setti@ifpr.edu.br

b https://orcid.org/0000-0002-3170-3396.



Keywords: Mathematics Education. Interdisciplinarity. Mathematical Concepts.

Modelado Matemático en el Curso Técnico de Informática Integrado al Bachillerato: un enfoque interdisciplinario

Resumen: Este artículo presenta un estudio sobre la interdisciplinariedad en el desarrollo de actividades de Modelado Matemático en un curso técnico de Informática Integrada al Bachillerato, que tuvo como objetivo investigar la existencia de aportes de este trabajo en lo que se refiere a la redefinición de conceptos matemáticos y el aprendizaje de nuevos conceptos. El objetivo era analizar las acciones de los estudiantes al abordar los conceptos que surgieron en el desarrollo de las actividades e inferir sobre las influencias de las intervenciones de los docentes en la mediación de estas acciones. Para ello, se desarrollaron tres actividades de Modelado, planificadas con el docente del área específica del curso. Se puede probar, entre otros aspectos, que el desarrollo de actividades de Modelado Matemático contribuyó para la resignificación y aprendizaje de conceptos matemáticos a la medida que la investigación elevaba su presencia, de manera que los estudiantes pudieran construir relaciones entre ellos y relacionarlos con contextos extramatemáticos, más específicamente, aquellos afines al curso técnico correspondiente, lo que se alinea a los preceptos docentes del enseño en los cursos técnicos de los institutos federales.

Palabras clave: Educación Matemática. Interdisciplinariedad. Conceptos Matemáticos.

Introdução

Historicamente, a efetivação dos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática perpassa alguns obstáculos. Dentre eles, está o fato de que, frequentemente, o rol de conteúdos apresentado nas matrizes curriculares da Educação Básica é ensinado sem aplicação ou sem contextualização e é mecanicamente reproduzido pelos estudantes, na maioria das vezes, sem qualquer sentido e sem integração com outras áreas do conhecimento. É frequente encontrarmos estudantes que iniciam o Ensino Médio sem saber conceitos matemáticos considerados básicos ao seu nível de escolaridade. E, mesmo sabendo algoritmos, por vezes não possuem ideia de onde são utilizados e qual a lógica de seus funcionamentos.

A experiência dos autores sugere que esta situação também tem sido vivenciada no âmbito dos Cursos Técnicos Integrados ao Ensino Médio, onde subentende-se que os estudantes devem utilizar a Matemática para resolver problemas de sua área de formação técnica, já que ao concluírem o curso estarão aptos a exercer a profissão. Aspecto observado também por Soares et al. (2018, p. 137)

Enquanto professor da rede federal de ensino percebo, na maioria dos alunos, uma grande dificuldade em assimilar situação-problema e dados matemáticos, ou seja, representar matematicamente uma problematização. Em muitos casos, conseguem "decorar" fórmulas ou métodos para uso de forma mecânica, sem questionar e compreender os processos utilizados.



Deste modo, no âmbito da formação técnica, não necessitarão apenas saber técnicas de Matemática, mas, para além disso, precisarão pensar matematicamente em um contexto, muitas vezes, não matemático. Para isso, a proposta destes cursos é de que o ensino de todas as disciplinas se dê de modo integrado, visando que o egresso não seja apenas um técnico, mas que tenha a possibilidade de atuar ativamente na sociedade intervindo em situações que demandem solução.

A proposta do ensino médio integrado é ofertar os componentes curriculares do ensino médio regular e, ao mesmo tempo, os componentes das áreas técnicas, resultando em uma organização curricular específica onde se contemplam os componentes curriculares da "base nacional comum" correspondentes à formação regular de ensino médio e componentes curriculares da "parte diversificada e unidades técnicas" relacionadas à área de formação técnica de cada curso (LOPES, 2018, p. 24).

No currículo integrado, a articulação das ações didáticas

não deve ocorrer somente no âmbito interdisciplinar, a integração tem uma intenção mais ampla, no sentido de ocorrer convergências que, além de conteúdos comuns entre componentes curriculares, caminhe no mesmo sentido sobre o tipo de ser humano e de profissional que se quer formar e que estratégias coletivas serão indicadas para produzir, dentro desse âmbito, aprendizagens significativas e relacionadas com situações reais vivenciadas pelos estudantes na vida pessoal e profissional (LOPES, 2018, p. 205).

No entanto, constituir um currículo que de fato seja integrado não é uma tarefa fácil. Neste sentido, acredita-se que o ponto de partida para se chegar à integração do currículo é o trabalho interdisciplinar.

Neste contexto, vislumbra-se na Modelagem Matemática potencialidades de contribuir para um ensino de Matemática dinâmico, em que os conceitos são desenvolvidos à medida que são necessários no desenvolvimento de investigações de situações problemáticas, que geralmente são de outras áreas do conhecimento, que não a Matemática, possibilitando um trabalho contextualizado, interdisciplinar e integrado.

Nesta pesquisa, concebida no âmbito do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática³, desenvolveu-se três atividades de Modelagem Matemática, planejadas e realizadas de modo interdisciplinar, em uma turma do primeiro ano do Curso Técnico de Informática Integrado ao Ensino Médio de um campus do Instituto Federal do Paraná.

REnCiMa, São Paulo, v. 12, n. 2, p. 1-25, mar. 2021

³ O Produto Educacional fruto desta pesquisa é um Blog de Modelagem. Disponível em: www.modelagemmatematica.wordpress.com



A pesquisa em questão teve como objetivo investigar a existência de contribuições de um trabalho interdisciplinar em Modelagem Matemática no que diz respeito à ressignificação de conceitos matemáticos e à aprendizagem de novos. Para tanto, analisouse as ações dos estudantes ao lidarem com os conceitos que emergiram na resolução e inferiu-se acerca das influências das intervenções dos professores ao mediar essas ações no decorrer do trabalho interdisciplinar.

Entendemos que, para que o trabalho fosse de fato interdisciplinar, seria essencial o envolvimento de outros professores da turma no desenvolvimento das atividades, o que se deu com a participação efetiva do professor da área técnica de informática, que ministrava duas disciplinas para a turma, e a participação esporádica de outros professores. Embora estes professores tenham atuado em parceria no planejamento e desenvolvimento das atividades, a coleta de informações se deu nas aulas de Matemática e é sobre as atividades e diálogos que aconteceram nesse espaço que se deram as análises.

Dando sequência ao artigo, apresenta-se o contexto e os procedimentos da pesquisa, seguidos do referencial teórico e por fim, as análises e considerações finais.

Modelagem Matemática na Educação Matemática

A pergunta "Onde vou usar isso na minha vida?" tem figurado frequentemente em nossa trajetória profissional como professores que ensinam matemática. Por vezes, estudantes e até mesmo professores, apresentam dificuldades em relacionar a Matemática que é estudada na escola com situações da realidade, quando isso poderia contribuir sobremaneira na atribuição de sentido, pelo estudante, ao que estuda. Não se trata de se ter uma visão utilitarista da Matemática, mas de assumir a aprendizagem da matemática, dentre outros aspectos, também segundo aquele que considera que os conteúdos são ressignificados pelas situações em que são utilizados, assim como as situações são também ressignificadas pelos conteúdos que permitem novos olhares para elas.

Deste modo, uma possibilidade consistiria em o professor apresentar aos estudantes uma situação real, com dados reais e com um problema que, de fato, tenha potencial para interessar a eles para, a partir da análise e do tratamento dos dados desta situação, com ou sem o auxílio de softwares, mas por meio de conceitos matemáticos, os estudantes pudessem aprender matemática enquanto refletem sobre a situação ou respondem a um problema a ela associada.

Este "jeito" de trabalhar a Matemática é o que diversos autores chamam de Modelagem Matemática (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, BURAK, 2004, BARBOSA,



2004). De modo geral, consiste não só no olhar matemático sobre as diversas situações da realidade, mas um olhar interdisciplinar, em que, para além de ensinar Matemática, Física, Química ou Biologia, visa ensinar o estudante a pensar, a investigar, a resolver problemas, a trabalhar em grupo, a organizar ideias e a matematizar. Almeida e Dias (2004, p. 2) apontam que "a exploração, no ensino, de situações da vida real, em que a Matemática se aplica, torna-a mais dinâmica e interessante e proporciona maior eficiência no processo de ensino e aprendizagem".

Para Barbosa (2004, p. 3), a Modelagem é compreendida como "um ambiente de aprendizagem no qual os estudantes são convidados a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade". Almeida, Silva e Vertuan (2013, p. 17) veem na Modelagem Matemática "uma alternativa pedagógica em que se aborda, por meio da Matemática, um problema não essencialmente matemático". Burak (2004, p. 2) a entende como "alternativa metodológica para o Ensino de Matemática" e aponta o princípio de sua perspectiva como sendo o "interesse do grupo ou dos grupos".

A Modelagem Matemática, como ambiente de aprendizagem (BARBOSA, 2004), como alternativa pedagógica (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013) ou ainda como alternativa metodológica (BURAK, 2004), busca promover a aprendizagem ao interpretar matematicamente um fenômeno da realidade.

Silva, Borssoi e Almeida (2015) denotam que, ao desenvolver uma atividade de Modelagem, os estudantes podem se deparar com uma situação em que não possuem conhecimentos suficientes para resolvê-la, emergindo assim a necessidade de desenvolvê-los. Portanto, no desenvolvimento de atividades de Modelagem, os estudantes podem aprender novos conceitos matemáticos a partir da busca por uma solução para o problema. Essa aprendizagem dos estudantes pode ser autônoma, quando discutem e refletem sobre informações encontradas em livros ou sites, ou a partir da intervenção do professor que está mediando a atividade.

Neste contexto, Vertuan e Almeida (2016, p. 1074) afirmam que:

A familiarização dos alunos com atividade de Modelagem pode resultar, para além de uma compreensão acerca do que constitui uma atividade de Modelagem, em um aumento no repertório de estratégias de resolução e em certa autonomia frente à utilização dos conceitos matemáticos, suas propriedades e sua importância no contexto do problema.

Os autores concluem que:

Quando um aluno toma consciência dos conceitos matemáticos que conhece, das estratégias que pode utilizar frente a um problema específico



e dos modos como se dá sua aprendizagem, pode otimizar suas ações de modo a potencializar a apreensão de conhecimentos e o desenvolvimento cognitivo (VERTUAN; ALMEIDA, 2016, p. 1074).

Almeida, Silva e Vertuan (2013) denotam que os estudantes desenvolvem ações cognitivas, quando, partindo da situação inicial até a identificação do problema, realizam uma representação mental da situação, compreendendo-a e estruturando-a; constroem um modelo matemático, realizando a matematização da situação; ao caminhar para os resultados matemáticos realizam uma síntese; interpretam e validam os resultados e; por fim, comunicam seus resultados e argumentam acerca deles.

Para isso, os estudantes precisam trabalhar em grupo, pois uma atividade de Modelagem se caracteriza como uma atividade cooperativa (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013). No entanto, este modo de estudar apresenta-se como um desafio para os estudantes que estão acostumados a sentar-se em fileiras e "ouvir" a aula do professor. Assim, ao participar de atividades de Modelagem, os estudantes podem aprender a trabalhar em grupos, a lidar com conflitos e justificar suas ideias.

No que tange às aprendizagens referentes a outras áreas do conhecimento, bem como a conceitos específicos de outras disciplinas, podemos abarcar a questão da interdisciplinaridade em Modelagem Matemática, assunto a que nos dedicamos na próxima seção.

Interdisciplinaridade em Modelagem Matemática

A interdisciplinaridade, embora frequentemente citada por documentos oficiais da área da educação, como o Documento Base da Educação Profissional Técnica de Nível Médio Integrada ao Ensino Médio, ainda causa certa confusão no que tange ao seu entendimento, bem como em relação a como realizar um trabalho com essa característica. Ela acontece quando as diversas disciplinas envolvidas possuem algum objetivo comum. As disciplinas estão num nível e trabalham para resolver o problema que está no nível superior, coordenando a atividade que desenvolvem com vistas a cumprir um objetivo comum.

Fazenda (2011) vê na interdisciplinaridade "[...] uma atitude de abertura [...] onde todo conhecimento é igualmente importante. [...] somente na intersubjetividade, num regime de copropriedade, de interação, é possível o diálogo, única condição de possibilidade da interdisciplinaridade" (FAZENDA, 2011, p.11). Deste modo, nenhuma área é mais importante que a outra, são, sim, complementares.



Uma das fases mais importantes do trabalho interdisciplinar é o planejamento. De acordo com Tomaz e David (2008), os professores das diversas disciplinas precisam conversar para levantar aspectos comuns de suas práticas e definir encaminhamentos que potencializem as oportunidades de interdisciplinaridade em sala de aula, tornando esta prática mais usual.

A interdisciplinaridade ainda parece ser algo visto como "diferente" pelos estudantes, quando, de acordo com os documentos educacionais e o tempo de vigência desses documentos, deveria ser algo já incorporado na prática escolar. Tomaz e David (2008) entendem que dada a organização do trabalho escolar e a falta de clareza sobre como concretizar uma prática pedagógica interdisciplinar, torna-se um desafio para cada unidade escolar organizar seu currículo nessa perspectiva. Um caminho para alcançar a interdisciplinaridade, segundo os autores, seria utilizar os conhecimentos de várias disciplinas para resolver algum problema ou compreender um fenômeno considerando diferentes pontos de vista.

Portanto, o planejamento interdisciplinar torna-se o alicerce do trabalho interdisciplinar. É neste momento que os professores têm a oportunidade de romper com as fronteiras que separam as disciplinas ao pensar numa atividade em parceria.

O professor precisa tornar-se um profissional com visão integrada da realidade, compreender que um entendimento mais profundo de sua área de formação não é suficiente para dar conta de todo o processo de ensino. Ele precisa apropriar-se também das múltiplas relações conceituais que sua área de formação estabelece com as outras ciências (THIESEN, 2008, p. 551).

No contexto da Matemática, a interdisciplinaridade pode ser entendida como "diferentes propostas, com diferentes perspectivas, entre elas, aquelas que defendem um ensino aberto para inter-relações entre Matemática e outras áreas do saber científico ou tecnológico, bem como com as outras disciplinas escolares" (TOMAZ; DAVID, 2008, p.14). Assim,

A Matemática escolar passa a ser vista como um meio de levar o aluno à participação mais crítica na sociedade, [...] contribuindo com a formação integral do aluno, como cidadão da sociedade contemporânea, onde cada vez mais é obrigado a tomar decisões políticas complexas (TOMAZ; DAVID, 2008, p. 15).

Tomaz e David (2008) acreditam, ainda, que "a adoção de temas para organizar a abordagem dos conteúdos disciplinares é uma forma de promover a interdisciplinaridade e pode contribuir para o engajamento do estudante nas discussões dos conteúdos e



desenvolver competência crítica" (TOMAZ; DAVID, 2008, p. 20).

Em se tratando da escolha de temas como uma forma de promover a interdisciplinaridade, uma metodologia de ensino de Matemática que compartilha desse encaminhamento inicial no desenvolvimento de uma atividade é a Modelagem Matemática.

Em Modelagem, as relações entre a realidade e a Matemática servem de subsídio para que conhecimentos matemáticos e não-matemáticos sejam acionados, produzidos e integrados. Deste modo, a abordagem de questões reais pode motivar a compreensão de métodos e conteúdos da Matemática escolar, contribuindo para a construção de conhecimentos e mostrar aplicações da Matemática em outras áreas do conhecimento (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013).

Por isso é natural associar Modelagem Matemática à interdisciplinaridade, isto porque a atividade de Modelagem, na maioria das vezes, é sobre um tema não matemático, de outra área, podendo integrar, inclusive, diversas áreas. No entanto, questiona-se: o fato de a Modelagem envolver temas extramatemáticos, a caracteriza como interdisciplinar?

Em pesquisa realizada nos anais das últimas edições de três eventos de Modelagem – Encontro Paranaense de Modelagem para a Educação Matemática (EPMEM), Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática (CNMEM) e no The International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications (ICTMA) e, posteriormente, em seis edições da CNMEM, foram construídas diferentes categorias de interdisciplinaridade (Quadro 1) presentes em trabalhos de Modelagem Matemática.

Quadro 1: Categorias de Interdisciplinaridade em Modelagem Matemática

Interdisciplinaridade entendida como a contextualização de conceitos da Matemática que o professor pretende ensinar ou aplicar – o foco está na matemática.

Interdisciplinaridade entendida como o movimento entre diferentes disciplinas e seus respectivos docentes que buscam, a partir de seus referenciais, mediar a resolução de um problema de interesse comum – o foco está na resolução de um problema via diferentes olhares.

Interdisciplinaridade sendo suscitada em decorrência da necessidade advinda do desenvolvimento de uma atividade de Matemática, ao fazer uso de conceitos de outras disciplinas.

Interdisciplinaridade sendo desenvolvida em uma disciplina que não seja matemática, que utiliza a Matemática como ferramenta de resolução da situação-problema.

Interdisciplinaridade entendida como várias disciplinas desenvolvendo suas atividades a partir de um mesmo tema, sem que haja integração entre uma atividade e outra (Pluridisciplinaridade).⁴

Fonte: adaptado de Setti e Vertuan (2016, 2016a).

Em atividades de Modelagem Matemática os conhecimentos acabam sendo utilizados e reinventados, ressignificados à medida que são trabalhados de modo não

8

REnCiMa, São Paulo, v. 12, n. 2, p. 1-25, mar. 2021

⁴ De acordo com o referencial teórico de interdisciplinaridade, esta categoria não é considerada como interdisciplinaridade, mas sim como pluridisciplinaridade (JAPIASSU, 1976).



isolado, mas de modo integrado. É nesse sentido que a interdisciplinaridade é vislumbrada nesta pesquisa: quando uma disciplina não está a serviço da outra, mas trabalham e atuam juntas. Assim, cada professor contribui com a atividade de acordo com sua perspectiva, desde o planejamento até a execução, promovendo, deste modo, o desenvolvimento do conhecimento em todas as disciplinas, sem aparente grau de importância.

Nossa compreensão é de que para que o trabalho seja efetivamente interdisciplinar deve-se haver uma "interação entre duas ou mais disciplinas" (JAPIASSU, 1976) mas, em concordância com Tomaz e David (2008, p. 16), entendendo que "a interdisciplinaridade poderia ser alcançada quando os conhecimentos de várias disciplinas são utilizados para resolver um problema ou compreender um determinado fenômeno sob diferentes pontos de vista". Neste contexto, a atividade de Modelagem, ao partir de uma situação da realidade envolve, necessariamente, mais de uma área do conhecimento (não necessariamente uma disciplina escolar), pois a realidade é interdisciplinar.

Contexto e Procedimentos da Pesquisa

A presente pesquisa é de caráter qualitativo já que, dentre outras características, "o ambiente natural é sua fonte direta de dados e o pesquisador é seu principal instrumento" (LÜDKE; ANDRÉ, 2013, p.12). Na pesquisa qualitativa o "pesquisador tem contato direto e prolongado com o ambiente e a situação que está sendo investigada" (LÜDKE; ANDRÉ, 2013, p.12).

O objetivo da pesquisa é investigar a existência de contribuições de um trabalho interdisciplinar em Modelagem Matemática no que diz respeito à ressignificação de conceitos matemáticos e à aprendizagem de novos conceitos em uma turma do primeiro ano do Curso Técnico de Informática integrado ao Ensino Médio. A escolha da turma para empreender a pesquisa, deve-se ao fato de a pesquisadora, primeira autora deste trabalho, ser também professora da referida turma. Esta turma era composta por 46 estudantes com idades entre 14 e 16 anos.

O Curso Técnico de Informática integrado ao Ensino Médio, propõe que a formação geral e a formação técnica do estudante sejam interligadas e inseparáveis, com o intuito de que ele não resulte somente em um técnico ou somente um sujeito a mais que possui um Ensino Médio concluído, mas que se desenvolva plenamente em todas as dimensões de sua vida (IFPR, 2011). Para se chegar à integração, um dos caminhos vislumbrados é o desenvolvimento de um trabalho interdisciplinar.

Inicialmente, a ideia era desenvolver atividades de Modelagem nas aulas regulares



de Matemática (com 2 horas/aulas semanais), interdisciplinarmente com as disciplinas técnicas do curso de informática — Fundamentos de Informática (com 2 horas/aula semanais) e Algoritmos e Linguagem de Programação (com 4 aulas semanais), que eram ministradas pelo mesmo professor, graduado em Tecnologia em Análise e Desenvolvimento de Sistemas. No entanto, durante o planejamento das atividades e do projeto como um todo, optou-se por convidar outros professores de diferentes disciplinas para participar do projeto. Deste modo, participaram também os professores de Português e Arte (na primeira atividade), Química, Biologia, Física e Geografia (na terceira atividade).

Durante o desenvolvimento das atividades, a professora-pesquisadora esteve em constante diálogo e planejamento com o professor de Informática, que participou das três atividades de Modelagem. No entanto, poucos diálogos aconteceram com os outros professores, devido às suas outras atividades e por começarem a participar da pesquisa quando esta já estava em andamento. Aconteceu apenas uma reunião formal com os professores de Informática, Química, Física, Biologia e Geografia juntos, além de conversas esporádicas nos intervalos das aulas e trocas de alguns e-mails. Esta reunião aconteceu no período de planejamento da terceira atividade.

A intenção de desenvolver as atividades nas aulas regulares era de observar como se daria o desenvolvimento de atividades⁵ de Modelagem neste contexto, tendo em vista o número de estudantes e a carga horária da disciplina. Para a coleta de informações foram desenvolvidas três atividades de Modelagem Matemática intituladas "Qual é o Público?", "De que tamanho vai ficar?" e "Lixo Eletrônico", no período de agosto a dezembro de 2016, pensadas de forma interdisciplinar pelos professores envolvidos.

A atividade "Qual é o público?" foi suscitada a partir da leitura do livro O homem que calculava, de Malba Tahan. A partir de um trecho do livro onde Beremiz, o homem que calculava, dizia a quantidade de folhas de uma árvore, buscou-se refletir sobre o modelo que ele utilizava adequando a situação para um contexto atual e na visão dos estudantes, útil, de aglomeração de pessoas. No desenvolvimento da atividade de Modelagem, os estudantes foram explorando a questão de aglomeração e chegaram ao seguinte problema de Modelagem: Como determinar a quantidade de pessoas presentes em um show no Centro de Eventos de nossa cidade a partir de uma foto aérea do show?

Nesta investigação, os estudantes utilizaram recursos tecnológicos, como o GoogleMaps, elegeram conteúdos para o desenvolvimento da atividade e buscaram

⁵ Todas as atividades estão descritas e analisadas na íntegra na dissertação que gerou este artigo (SETTI, 2017).

⁶ O relato do desenvolvimento desta atividade foi apresentado no VII CIEM – Congresso Internacional de Ensino de Matemática (SETTI; VERTUAN, 2017).



naturalmente conceitos de outras disciplinas que julgavam estar relacionado com a situação. Deste modo, construíram um modelo a partir da área do local e de uma estimativa de aglomeração de pessoas por metro quadrado.

A atividade "De que tamanho vai ficar?" explora a diminuição do tamanho do transístor⁷ no decorrer dos anos. Esta atividade foi inspirada numa atividade apresentada em Vertuan (2013), sendo adaptada em parceria com o professor de informática e desenvolvida com a turma. Nesta atividade, os estudantes, a partir de uma tabela com os tamanhos dos transístores no decorrer dos anos até 2016, deveriam prever qual seria o seu tamanho no ano de 2020, se o modelo de variação se mantivesse. Este assunto foi explorado nas disciplinas de Informática e de Matemática.

Por fim, a atividade "Lixo eletrônico" foi suscitada a partir do crescente consumismo tecnológico manifestado entre os estudantes. Foram abordados alguns vídeos com notícias sobre o lixo eletrônico em que os estudantes deveriam anotar informações que julgavam interessantes. A partir disso, surgiu a ideia de levantar dados sobre o consumo de celulares entre os estudantes da turma e fazer uma projeção da quantidade de celulares descartados no município. A partir das análises e da construção do modelo, foi proposto que os estudantes construíssem um site para divulgação dos conhecimentos construídos.

Foram realizadas gravações em vídeo das aulas, algumas gravações de áudio dos grupos e das reuniões com os professores, fotos de anotações feitas no quadro e nos cadernos dos estudantes, anotações dos estudantes feitas no papel e sites produzidos pelos estudantes. Todas as gravações de áudio e vídeo foram transcritas na íntegra com o objetivo de selecionar episódios de análise.

Para análise dos dados, selecionaram-se episódios potencialmente significativos diante dos objetivos dessa pesquisa e analisaram-se esses episódios à luz da fundamentação teórica pertinente. Consideramos episódios potencialmente significativos àqueles que denotam indícios de manifestações de aprendizagem dos estudantes. Por episódios, por sua vez, entendemos tanto os excertos das falas dos estudantes no desenvolvimento das atividades, quanto os trechos das resoluções escritas, o diálogo com outros professores e as imagens do desenvolvimento das atividades.

Cabe salientar que, em um trabalho interdisciplinar, a Matemática não tem nem maior nem menor importância que as demais áreas do saber que se fazem necessárias na resolução do problema, uma vez que tais conhecimentos são necessários e

-

⁷ Componente eletrônico semicondutor responsável pelo controle do fluxo de energia (elétrons) nos processadores eletrônicos.



complementares entre si. No entanto, em se tratando de um trabalho que versa sobre a Modelagem Matemática na Educação Matemática, é que lançamos um olhar especial e específico para aquilo que de Matemática emergiu nas atividades interdisciplinares.

Para as análises, buscamos inferir acerca das questões auxiliares da pesquisa em cada episódio selecionado: Quais conceitos matemáticos emergiram no episódio? Quais ações empreenderam os estudantes ao lidar com esses conceitos matemáticos nesse episódio? Quais as intervenções dos professores ao mediar as ações dos estudantes no decorrer do trabalho interdisciplinar nesse episódio? Em seguida, considerando nosso entendimento de interdisciplinaridade, verificamos de que modo ela se expressa nas atividades de Modelagem desenvolvidas. Ao todo, foram selecionados e analisados 16 episódios.

Findada a análise dos episódios de cada uma das três situações de Modelagem, realizamos inferências acerca da questão de investigação — Quais são as possíveis contribuições de um trabalho interdisciplinar em Modelagem Matemática no que diz respeito à ressignificação de conceitos matemáticos e à aprendizagem de novos? — Essas inferências tomaram como fundamentação as convergências e os agrupamentos construídos a partir das análises específicas de cada episódio.

Neste artigo, todavia, devido à limitação de espaço, optou-se por apresentar os agrupamentos originados de todas as análises específicas das atividades de Modelagem com alguns excertos dos episódios analisados.

Contribuições do desenvolvimento de atividades interdisciplinares de Modelagem Matemática no curso técnico de Informática

A partir das análises dos episódios selecionados do desenvolvimento das três atividades, passaremos a discutir os agrupamentos originados: sobre os conceitos matemáticos que emergiram no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática; sobre as ações que empreenderam os estudantes ao lidarem com os conceitos; sobre as intervenções dos professores ao mediar as ações dos estudantes no decorrer do trabalho interdisciplinar e sobre a interdisciplinaridade que se verificou nas atividades.

Sobre os conceitos matemáticos que emergiram no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática

Em atividades de Modelagem, os conceitos vão emergindo à medida em que se tenta



matematizar a situação e resolver o problema. Alguns conceitos já podem ser vislumbrados no momento do planejamento da atividade. No entanto, no desenvolvimento da atividade, outros conceitos podem emergir. Por exemplo, quando a atividade do lixo eletrônico foi planejada, uma das hipóteses consideradas pelos professores era de que os estudantes iriam optar por considerar a meia-vida dos componentes químicos presentes no lixo eletrônico, trabalhando assim com o conteúdo de função exponencial. No entanto, no desenvolvimento da atividade, emergiram os conceitos de Estatística (média, moda e mediana), além da função exponencial.

PROF.: Gente, contando de todos vocês, deu 209 celulares. Duzentos e nove celulares na turma de 44 pessoas, dividam esses valores.

FLORA8: 4,75

PROF.: então em média 5 celulares por pessoa.

[...

PROF.: Então vamos considerar a população de Assis com 34 mil habitantes, mas destes habitantes temos bebês, idosos, será que essas pessoas têm celular? Será que a gente consegue pesquisar a quantidade de habitantes em cada faixa etária? Pessoal, quem tem o celular aí ajuda a pesquisar: População ativa de Assis Chateaubriand.

ANA LU: achei, população economicamente ativa, 17 340.9

Na atividade dos transístores, no planejamento, vislumbrou-se também o estudo da função exponencial. No entanto, também emergiram os conceitos de notação científica, frações, potenciação, função afim e quadrática.

Por exemplo, ao utilizar a calculadora para resolver operações de potenciação com expoente consideravelmente grande, apareceu no visor uma notação que os estudantes estranharam, era um número com vírgula com muitas casas decimais seguido de um pequeno "x" e o número dez, e ainda outro número pequeno no canto superior direito. No entanto, para realizar os cálculos que necessitavam, simplesmente utilizavam o número com duas ou três casas decimais e ignoravam todo o resto. Observa-se que mesmo tendo estudado potenciação e notação científica, quando esta notação aparece no visor da calculadora pela primeira vez para os estudantes, eles não a reconhecem. Isso denota a importância de, ao trabalhar os conceitos, buscar vivenciá-los para além da execução de exercícios. Deste modo, o conteúdo de notação científica teve que ser ressignificado, a partir de uma necessidade advinda da atividade de Modelagem.

No desenvolvimento das três atividades de Modelagem Matemática – Qual é o público?; De que tamanho vai ficar?; e Lixo Eletrônico – os conceitos matemáticos que

-

⁸ Os nomes nos estudantes são fictícios.

⁹ Os estudantes encontraram o caderno estatístico de Assis Chateaubriand do ano de 2012. Havia uma tabela da contagem de população por faixa etária. Somaram as quantidades de pessoas de 10 até 64 anos e encontraram a quantidade de 26 870 pessoas que possivelmente teriam celular em Assis Chateaubriand. Na oportunidade, trabalhou-se os conceitos de intervalos do tipo: 10⊢14.



figuraram foram: operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão); conceito de área; área de uma região retangular; área de uma região circular; estimativa; volume; medidas; representação algébrica; ideia de função; escala; média aritmética; elementos da circunferência e círculo; regra de três; Teorema de Tales; função afim; função quadrática; função exponencial; potenciação; fração e decimal; notação científica; leitura de números acima da classe dos milhões; Estatística (coleta, organização e análise dos dados); Medidas de tendência central (média, moda e mediana); Logaritmo e função logarítmica.

Destes conceitos, alguns faziam parte da ementa do primeiro ano do curso técnico de Informática integrado ao Ensino Médio, como função afim, quadrática e exponencial, logaritmo; e outros eram conceitos que os estudantes podem ter ressignificado a partir das atividades de Modelagem Matemática, como notação científica, média, conceitos iniciais de função e função afim e quadrática que haviam estudado no 9º ano, área, entre outros. Os estudantes também tiveram a oportunidade de lidar com conceitos previstos para os outros anos do curso, como Estatística.

PROF.: Como que eu leio isso aqui? A gente começa sempre pela variável, olha, "a" maior que zero e menor que 1. Isso aqui é um intervalo, é um intervalo numérico. Que valores estão no intervalo de zero a 1?

ANA LU: 0,5; 0,6; 0,7... SANDRO: 0,00000000000....

PROF.: E esses valores só aparecem na forma decimal?

GUTO: não, tem fração também.

PROF.: Isso, podem aparecer na forma de fração. Que tipo de fração vai estar entre zero e 1? Porque a gente tem frações que são valores menores do que 1 e temos frações que os valores são maiores do que 1, não temos? Por exemplo: sete meios, é maior ou menor do que 1?

ESTUDANTES: é maior. PROF.: dois terços. ESTUDANTES: menor.

PROF.: qual é a diferença entre o sete meios e o dois terços? Que tipo de frações representam valores menores do que 1? Ó, eu vou colocar algumas frações aqui, vocês vão me dizer se elas são maiores ou menores do que 1. Então vamos lá. Que característica as frações que representam valores menores do que 1 possuem?

JOÃO: o 1 em cima

PROF.: mas e se eu colocar dois terços?

JOÃO: o número de cima tem que ser menor.

PROF: Isso, o numerador tem que ser menor que o denominador. Quando o numerador de uma fração for menor que o denominador, essa fração representa um valor menor do que 1. Certo? Se o numerador for maior, ela representa um valor maior do que 1. Certo? Então pra nossa função exponencial ser decrescente, a nossa base da potência tem que ser um valor entre 0 e 1.

Outro aspecto importante é que a discussão sobre o conteúdo e sua sistematização se dá de modo diferenciado das aulas em que os estudantes geralmente vivenciam. Por exemplo, quando se discutiu sobre os três tipos de funções – afim, quadrática e exponencial – não foi como costumeiramente é feito, construindo tabela, substituindo valores na variável independente e construindo o gráfico a partir de pontos plotados no plano cartesiano. Na atividade dos transístores, a abordagem do conteúdo de funções se deu a partir da análise



da variação, do seu comportamento gráfico e da relação da função com a situação. Ainda, a abordagem partiu da necessidade do estudante, em entender um conceito, para desenvolver a atividade e resolver um problema. Nestes contextos é que a ressignificação ou a aprendizagem de um novo conteúdo pode acontecer.

Assim, "a Matemática em atividades de Modelagem assume para os alunos sentido e significado que provavelmente diferem daqueles das aulas convencionais. [...] os alunos estabelecem algumas relações e elas podem ajudá-los a atribuir sentidos" (ALMEIDA; BRITO, 2005, p. 495).

Sobre as ações que empreenderam os estudantes ao lidarem com os conceitos

No que diz respeito às ações que os estudantes empreenderam ao lidar com os conceitos, observamos quatro agrupamentos: 1) os estudantes tentam elencar possibilidades de ação, recorrendo a conhecimentos (conceitos) que já possuíam; 2) a partir das discussões em grupo, os estudantes legitimam ou não o conceito que utilizarão no encaminhamento de resolução; 3) os estudantes recorrem à tecnologia digital (internet, Google Maps, planilhas eletrônicas, GeoGebra) quando é necessário e, 4) quando os conceitos que conhecem não dão conta de responder ao problema, os estudantes recorrem aos professores.

No que diz respeito ao primeiro agrupamento, podemos citar como exemplo, quando os estudantes, frente à situação de pensar em como estimar a quantidade de pessoas em um determinado local, começam a sugerir conceitos conhecidos e que aparentemente se adaptam à situação, como: área, volume, lógica.

DAN: Vamos imaginar que a gente tem uma foto do local, a gente vai ver, vai fazer um quadradinho lá na imagem e ver quantas pessoas têm naquele quadradinho que representa o metro quadrado, ok? E a gente vai ver quantos metros quadrados têm, vai comparar com quantas pessoas têm em cada metro quadrado. entendeu?

CLEBER: Eu pensei em ir direto lá no local do evento, medir o quanto, o local onde a pessoa estava, ver quantos metros quadrados dá. Dependendo a foto que a pessoa, no caso, o prefeito desse pra nós, nós medisse, tipo, cada metro quadrado avaliasse o metro quadrado completo.

Outro exemplo se deu na situação do lixo eletrônico, quando os estudantes buscam estabelecer uma relação da situação com a função afim e até com a função quadrática.

MARINA: Profe, não é afim? Porque a variação é constante. É sempre 0,009...

PROF.: Mas é 0,009 no primeiro ano, depois será 0,009 ao quadrado, e assim por diante. A taxa de porcentagem é sempre a mesma, mas a cada ano é da quantidade anterior, então a variação muda.

Que função é essa mesmo? SANDRO: quadrática

PROF.: quadrática?

No entanto, consideramos que, geralmente, os conceitos que eles elencam têm, por



mais distante que pareça, alguma relação com o conceito que vêm a utilizar depois. É o caso, por exemplo, de quando os estudantes pensam em função afim sem que o conceito seja pertinente para a situação, talvez por conta da ideia de relação entre duas grandezas, ideia essa que é utilizada na atividade. O mesmo pode ser verificado na primeira situação, em que a ideia de área pode ser relacionada à ocupação de uma superfície.

No segundo agrupamento, o trabalho em grupo possibilita uma cooperação entre seus membros, desde a sugestão e legitimação de caminhos até a ressignificação de conceitos entre os estudantes que compõem o grupo. Deste modo, como "as atividades de Modelagem Matemática são essencialmente cooperativas, [...] tem nos trabalhos em grupo seu aporte" (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, p. 25). Podemos observar este movimento no diálogo entre os estudantes no momento que estão elencando possíveis encaminhamentos e conceitos para a resolução da situação.

VINI: como faz pra calcular um metro redondo? Não faço a mínima ideia.

JV: não existe metro redondo cara, rsrsrs

VINI: Tipo, como que a gente vai calcular, no círculo não é um raio?

JV: por exemplo aqui, vai ter 3 metros quadrados, de área total aqui. Bom 30, a gente tava fazendo com 10. E aqui vai ter 70, aqui 100.

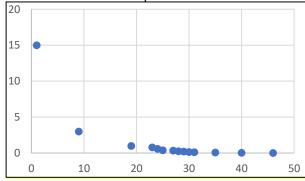
À medida que os conceitos são elencados, os próprios estudantes o legitimam ou não. Por exemplo, quando um dos estudantes sugere aplicar o Teorema de Tales na situação de estimativa de público, os membros do grupo não legitimam o uso do conteúdo para a resolução do problema, considerando inadequado para a situação. Deste modo, dos conceitos elencados, nem todos são legitimados.

No terceiro agrupamento, observamos a importância do papel da tecnologia digital no ambiente de aprendizagem.

Figura 1: Pesquisa no Google Maps no celular



Figura 2: Tamanho do transístor em µm no decorrer dos anos (1971 – 2016): gráfico construído na planilha eletrônica



Fonte: Arquivo dos Autores (2016)

Para muitos docentes, encarar a situação sob esta perspectiva, implica reconhecer a necessidade de mudança de paradigmas e reconhecer que o



"fazer Matemática" e o "pensar estatisticamente" relaciona-se, intimamente, à liberdade de os alunos recorrerem e utilizarem instrumentos e meios de pensar, muitas vezes, para além do que dominam/conhecem os docentes. Trata-se de um pensar e aprender juntos! "Trata-se da superação da compreensão do computador [bem como de outras tecnologias] como uma máquina com fim em si próprio, concebendo-o como um 'meio' para a aprendizagem" (ESTEVAM, 2010, p. 176)10 e como uma extensão do estudante que o possibilita a pensar sobre o problema (VERTUAN; SILVA, 2018, p. 332).

Caso os estudantes da turma não possuam estes aparelhos tecnológicos, uma alternativa seria o uso do laboratório de informática existente na maioria das escolas. "O aspecto interativo das novas tecnologias permite criar ambientes em que os estudantes possam aprender fazendo, ao mesmo tempo em que recebem feedback e podem aprimorar continuamente seus conhecimentos construindo novos conhecimentos" (SILVA; BORSSOI; ALMEIDA, 2015, p. 165).

Por fim, no quarto agrupamento, referimo-nos aos momentos em que os estudantes percebem que os conceitos que conhecem não dão conta de responder ao problema e, por isso, recorrem à professora.

VINI: daí agora a gente tem que ver, tipo, quantos 10 metros cabe ali dentro, tipo dessa área, daí depois fazer vezes.

JV: não dá pra você medir o lugar assim por imagem de satélite?

VINÍ: ele só dá a escala.

JV: ah, a escala.

VINI: tipo 1 cm equivale a 1000 km, ele só dá isso. Só que daí tem que entrar no Google Maps e aí? JV: Ah, vamos chamar a professora.

VINI: vamos pedir arrego. Professora!

ELLEM: professora!

JV: professora!

Observamos que durante o desenvolvimento da atividade, principalmente da primeira, os estudantes recorrem muito aos professores para receber aprovação do que estão realizando. Por exemplo - professora, está certo? É assim que se faz? Olha o que eu fiz. Esta necessidade pode ser explicada pelo fato de que durante os seus anos de escolaridade, os estudantes deviam resolver os exercícios e chegar a uma resposta correta que só o professor sabia qual era. No entanto, percebe-se que no decorrer das atividades, esta prática vai diminuindo e os estudantes recorrem à professora quando os conhecimentos que possuem não dão conta de resolver o problema (DAN: Professora, professora, vem cá! O que você acha dessa fórmula?).

¹⁰ ESTEVAM, E. J. G. (Res)Significando a Educação Estatística no Ensino Fundamental: análise de uma sequência didática apoiada nas Tecnologias de Informação e Comunicação. 2010. 211f. Dissertação (Mestrado em Educação) -Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências e Tecnologia. Presidente Prudente - SP, 2010.



Deste modo, ele deixa de ser apenas um receptor do conhecimento e passa a ser um colaborador, fazendo parte do processo. E à medida que participa de atividades de Modelagem, esse papel vai se redefinindo contínua e dinamicamente. Ou seja, quanto mais os estudantes fazem Modelagem mais hábeis ficam em desenvolver esse tipo de atividade (ALMEIDA; DIAS, 2004).

Sobre as intervenções dos professores ao mediar as ações dos estudantes no decorrer do trabalho interdisciplinar

De modo geral, as intervenções dos professores foram no sentido de orientar, questionar, incentivar e auxiliar os estudantes. "Talvez, no que se refere ao papel do professor em aulas mediadas por atividades de Modelagem Matemática, a questão de ordem devesse ser: professor é orientador!" (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, p. 24).

PROF: Pessoal, como que vocês acham que as pessoas responsáveis por festas, shows, as pessoas da administração da cidade, como que eles estimam a quantidade de pessoas em um show que é gratuito, por exemplo. Que não tem ingresso.

PROF.: Quando que a função exponencial vai ser decrescente? Alguém pesquisou? Encontrou?

Frente às demandas apresentadas pelos estudantes, os professores buscam contribuir com os conhecimentos de suas disciplinas. A professora de Matemática também sugere alguns caminhos quando percebe que os conhecimentos que os estudantes possuem já não são suficientes, por exemplo, quando apresenta a função exponencial. Por exemplo, na atividade dos transístores, após a construção do esboço do gráfico pelos estudantes, seja no papel ou no software, passaram a investigar o comportamento destes pontos. A partir daí, os estudantes perceberam que se tratava de um comportamento ainda desconhecido por eles. Deste modo, houve a necessidade de ressignificar os conceitos de função afim e função quadrática e de conhecer uma nova função, a exponencial. Este é um caminho interessante para iniciar a abordagem de um conteúdo porque os estudantes é que requerem uma explicação e não o professor que a impõe para cumprir um cronograma.

PROF.: Vocês pesquisaram sobre a função exponencial?

ANA LU: Sim.

ESTUDANTES: Sim.

PROF.: o que vocês encontraram sobre ela?

ANA LU: Ah, eu não achei muita coisa não prof. Eu só achei o que é e depois um exemplo. Função exponencial ocorre quando temos uma variável no expoente e um número real como base.

RAISSA: pode ser crescente ou decrescente.

PROF.: Isso, nós temos função exponencial crescente e função exponencial decrescente. A nossa dos transístores, vai ser crescente ou decrescente?

CANDED . de ausa a su la

SANDRO: decrescente.

No entanto, figuram-se também intervenções que, de certo modo, "podam" os



estudantes. Por exemplo, no episódio em que o estudante sugeriu à professora o cálculo de volume para estimar a quantidade de pessoas em um determinado local, devido ao conteúdo soar entranho à professora, pois não o havia vislumbrado no planejamento, ela simplesmente o ignorou, não dando oportunidade para o estudante justificar sua escolha. Santana e Barbosa (2012) caracterizam ações como esta como um discurso silenciador, pois invalidam os encaminhamentos que os estudantes propõem.

Observamos, no desenvolvimento deste trabalho, que por vezes a influência dos professores se mostrava positiva e, outras vezes, negativa. Positiva, como quando o professor de Informática intervinha para esclarecer dúvidas dos estudantes acerca dos aspectos específicos de informática ou quando a professora de Matemática questionava sobre as razões em utilizar determinada estratégia. No entanto, quando a professora se mostrou indiferente ao que os estudantes sugeriram, em algumas situações, demonstra uma atitude negativa, deixando de "dar voz" aos estudantes. Essa indiferença talvez se justifique pelo fato de a turma ser numerosa (46 estudantes) e a professora não conseguir dar atenção, ao mesmo tempo, aos diálogos que ocorriam nos 9 grupos.

Neste sentido, há que se tomar cuidado ao mediar o desenvolvimento da atividade de Modelagem. Pois,

O professor assume um papel diferenciado em um ambiente de Modelagem Matemática. Nesse contexto, o professor deve incentivar o espírito crítico, a reflexão e a procura de argumentos e razões que permitam aos alunos confirmar ou não as suas conjeturas. Durante a fase de discussão cabe ao professor estimular a comunicação entre os alunos. Ao organizar a fase de discussão coletiva o professor deve conhecer bem os trabalhos de todos os grupos de alunos de modo a valorizar tanto as descobertas mais interessantes como as mais modestas (ALMEIDA; DIAS, 2004, p. 6).

Quando o professor não dá atenção ao que o estudante sugere, ou impõe um encaminhamento vislumbrado no planejamento, pode descaracterizar o ambiente de Modelagem. Entretanto, frente a possível inércia dos estudantes, pode intervir fazendo questionamentos, de modo a incentivar os estudantes a pensar numa estratégia. Deste modo, quando os estudantes apresentam demandas ao professor, ou seja, dúvidas sobre algum conteúdo, é importante, dialogando com os estudantes, realizar o resgate destes conceitos e até a apresentação de novos. Contudo, esta intervenção terá características diferenciadas, pois parte do interesse do estudante e com vistas a resolver um problema, e não a cumprir uma ementa.

Neste sentido, observa-se também que quanto mais os professores desenvolvem



Modelagem em suas aulas, mais experiências adquirem. Desse modo, passam a intervir com mais prudência, de modo a provocar a participação dos estudantes.

Sobre a interdisciplinaridade que se verificou nas atividades

A partir da revisão de literatura realizada, concluímos que atividades de Modelagem Matemática podem ser consideradas interdisciplinares, pois, além de partirem de um contexto extramatemático, têm a possibilidade de envolver diferentes disciplinas e seus respectivos professores numa atividade em comum. No entanto, consideramos também que existem diferentes características quanto à interdisciplinaridade no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática, desde a relação da atividade com outra área que não seja matemática até o engajamento de diferentes professores para o desenvolvimento da atividade.

Mesmo considerando que todas as categorias apresentadas por Setti e Vertuan (2016) são efetivas e enriquecedoras, o que vislumbramos é o trabalho interdisciplinar em Modelagem com características da interdisciplinaridade entendida como o movimento entre diferentes disciplinas e seus respectivos docentes que buscam, a partir de seus referenciais, mediar a resolução de um problema de interesse comum, de modo que o foco está na resolução de um problema via diferentes olhares, pois acreditamos que em uma atividade de Modelagem, todos os conhecimentos envolvidos têm igual importância e precisam ser tratados com propriedade.

No entanto, um trabalho neste aspecto não é simples. É necessário que haja a disponibilidade e o engajamento de diferentes professores da turma, para que de fato esta categoria de interdisciplinaridade aconteça. Buscamos desenvolver as três atividades de Modelagem sob esta perspectiva de interdisciplinaridade.

A participação do professor de Informática aconteceu durante todo o desenvolvimento das três atividades, com menor enfoque na primeira, nos momentos de planejamento e auxiliando nas demandas que os estudantes apresentavam. Houve também a participação das professoras de Português e da professora de Arte nas atividades sobre o livro de Malba Tahan que antecederam a atividade de Modelagem e por fim, na atividade do lixo eletrônico, os estudantes buscaram junto ao professor de Química, alguns conhecimentos sobre os elementos químicos presentes no lixo eletrônico. Tentamos envolver os professores de Geografia, Física e Biologia, mas por diversos motivos, não houve participação destes.

PROF. INF.: Alguns perguntaram algumas coisas a respeito de tempo de que a natureza consome o



negócio? [...] E daí eu acabei falando que eles direcionassem mais para a professora de Biologia isso, porque eu achei que era mais adequado que ela respondesse do que eu, porque a gente sabe que o componente eletrônico, o tempo de, como é essa palavra, não lembro.

PROF. MAT.: meia-vida, decomposição.

PROF. INF.: decomposição, isso, o tempo de decomposição dele é indeterminado né, então é uma coisa que daria até pra ela trabalhar uma questão interdisciplinar.

PROF. MAT.: É que a gente comentou sobre os elementos químicos que têm nos componentes. Daí a gente falou da meia-vida do elemento químico, quanto tempo ele leva pra diminuir sua presença na natureza.

[...]

PROF. INF.: Houve uma motivação muito grande por parte dos alunos em tentar representar por meio do site aquilo que eles estavam registrando no caderno [...] abri como aula de laboratório no sentido de que vamos então fazer as atividades de Modelagem, aplicando no site e na medida em que vocês forem tendo dúvida, vocês vão me chamando pontualmente na carteira, então a aula não tinha um caráter assim - hoje nós estamos estudando esse conteúdo - a situação era, atender sob demanda a criatividade de cada aluno, [...], e é obvio que você não vai colocar um conteúdo ruim então você tem que de fato ter feito a sua atividade lá de Modelagem Matemática, com os cálculos que sejam adequados, que tenha gráfico, que tenha a realidade expressa nele né, [...] então a pessoa se preocupa também com o que ela tá colocando ali, coloca o nome do autor no site, então há uma série de fatores que desencadeiam para que a coisa gere uma responsabilidade no aluno e ele faça alguma coisa que tenha sentido.

Concluindo, inferimos que quando se almeja realizar um trabalho interdisciplinar ou uma proposta integrada, a Modelagem Matemática se constitui uma alternativa efetiva no que diz respeito à Matemática. É um trabalho que pode ser realizado em colaboração com outros professores, os quais podem, no ambiente escolar, constituir grupos de estudos e planejamento, com vistas a desenvolver propostas iniciais de projetos integradores e investigativos que possam interessar aos estudantes.

Assim, o modo como vislumbramos o trabalho interdisciplinar, oferece contribuições no trabalho com Modelagem, que os outros modos de se ver a interdisciplinaridade não possibilitariam: o movimento de diferentes professores em prol de um objetivo comum que é resolver um determinado problema; e ainda, os diferentes conhecimentos partilhados neste movimento, que um professor sozinho, possivelmente não teria condições de partilhar.

Considerações Finais

Na realização das análises, além de apresentar reflexões às questões auxiliares da pesquisa, outras observações se fizeram pertinentes, como o fato de que, por vezes, a falta de atenção da professora ao que os estudantes diziam implicava na perda de oportunidades de intervenções e encaminhamentos que enriqueceriam a atividade. Isso pode ocorrer com mais frequência quando a turma é numerosa.

É natural, que no início da atividade, os estudantes se mostrem um pouco perdidos, sem saber o que fazer. Mas o que percebemos é que aos poucos vão se familiarizando



com a Modelagem Matemática e desenvolvendo confiança em si mesmos. Outra consideração a se fazer é que uma dúvida dos estudantes pode gerar um encaminhamento diferente para a atividade. Por isso é que se desenvolvermos a mesma atividade com diferentes grupos de estudantes, poderão surgir diferentes encaminhamentos.

Além disso, em uma atividade de Modelagem, frente a uma dúvida dos estudantes, ou frente à necessidade de introduzir um novo conteúdo, é natural que o professor utilize o quadro e realize uma explicação para toda a turma. A diferença desta ação numa aula de Modelagem, para a mesma ação numa aula convencional, é que esta "exposição" se dá de forma dialogada com a turma e surge de uma necessidade dos estudantes e não meramente para cumprir um protocolo ou uma ementa.

Percebe-se que, no desenvolvimento das atividades, os estudantes elencam conceitos os quais possuem familiaridade e o grupo avalia os conceitos que são legítimos à situação. A partir desta seleção, buscam elementos, conceitos e modos de resolver, entre os membros do grupo e solicitam a aprovação da professora.

Estes conceitos que os estudantes elencam, são conhecimentos que adquiriram no decorrer de suas vidas escolares. Ao se depararem com uma situação que precisam solucionar, buscam estes conceitos e tentam adaptá-los ao que está sendo investigado. No entanto, quando estes conhecimentos não são suficientes, precisam adquirir novos por intermédio da professora ou de pesquisas. Estas pesquisas podem partir dos próprios estudantes ou podem ser motivadas pelo professor. Entendemos que o professor deve investir em práticas de pesquisas com os estudantes, mesmo que de início nem todos a realizam, pois pode contribuir para o desenvolvimento da autonomia no estudante.

Outra questão a se considerar é que mesmo tendo estudado certos conceitos considerados básicos em anos anteriores, os estudantes não os reconhecem em contextos diferentes dos trabalhados nos exercícios dos livros didáticos. Podemos citar como exemplo a situação em que os estudantes se deparam com a notação científica no visor da calculadora sem saber lidar com ela, ou até mesmo, a necessidade de calcular a área numa região circular. Isto evidencia a importância de lidar com situações em que os conceitos não estão formalmente definidos.

No contexto do desenvolvimento das atividades, destaca-se a relevância da participação de outros professores. Consideramos esta contribuição importante tanto para a disciplina de Matemática, quanto para as outras disciplinas envolvidas, dentre outros motivos, porque há a possibilidade de o estudante se motivar em discutir e aprender determinado conteúdo, devido à dinâmica a qual ele está inserido, que é a investigação e



resolução de um problema. Deste modo, tem a possibilidade de, na integração das disciplinas, vislumbrar conceitos matemáticos na sua área de formação técnica integrada, "vindo a possibilitar ao educando a compreensão das partes no seu todo ou da unidade no diverso" (CIAVATTA, 2014, p. 198).

Por fim, entendemos que um trabalho interdisciplinar em Modelagem Matemática apresenta potencialidades significativas em relação à ressignificação de conceitos matemáticos e à aprendizagem de novos conceitos visto que, no desenvolvimento das atividades de Modelagem, conceitos emergiram à medida que foram sendo necessários à resolução do problema. Deste modo, há uma motivação nos estudantes em compreender determinado conceito, não apenas saber por saber, mas saber para realizar algo, e "este algo" sendo próximo de sua realidade, de sua formação profissional, tendo consciência de que os conceitos que se aprende em Matemática têm relação com contextos extramatemáticos, muitas vezes de seu interesse.

Soares et al (2018, p. 151) concordam que "um ensino delineado em planejamento de ações, inserção dos conteúdos à realidade dos discentes e na associação estabelecida entre as diversas disciplinas, tem como tendência a promoção de um aprendizado concreto, principalmente no ensino técnico", onde o objetivo é que o estudante possa utilizar os conceitos matemáticos na sua formação e atuação profissional.

Além disso, podemos constatar que, em atividades interdisciplinares em Modelagem Matemática, o estudante tem a oportunidade de desenvolver diferentes aprendizagens como: Aprendizagens Conceituais, tanto de Matemática como de outras disciplinas ou áreas do conhecimento (VERTUAN; SILVA; BORSSOI, 2017), como quando compreenderam a funcionalidade do transístor e o porquê da necessidade de diminuir o seu tamanho; Aprendizagens Procedimentais, como estratégias de resolução e algoritmos (VERTUAN; SILVA; BORSSOI, 2017), como quando precisaram calcular a área da região circular e realizar cálculos com logaritmos; Aprendizagens de Comunicação, ao lidar com conflitos, trabalhar em grupo e justificar suas ideias (VERTUAN; SILVA; BORSSOI, 2017), como quando apresentavam conceitos ao grupo, e em consenso, o legitimavam ou não; Aprendizagens Tecnológicas, ao lidarem com softwares de Modelagem, de simulação ou planilhas eletrônicas, como quando recorreram à pesquisa online, ou ao Google Maps, ou ao GeoGebra; e Aprendizagens Metacognitivas, quando o estudante sabe onde possui dificuldades, no que precisa se dedicar mais, ou desenvolve experiência em resoluções de atividades de Modelagem, como quando têm consciência de que os conhecimentos sobre funções são insuficientes e buscam novos conhecimentos através de pesquisas ou por



intermédio da professora.

Referências

ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. **Bolema**, Rio Claro, n. 22, p. 19-35, 2004.

ALMEIDA, L. M. W.; BRITO, D. dos S. Atividades de Modelagem Matemática: Que sentido os alunos podem lhe atribuir? **Ciência e Educação**, Bauru, v. 11, n. 3, p. 483-498, 2005.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica.** 1 ed. São Paulo: Contexto, 2013.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? **Veritati**, Lisboa, n.4, p. 73-80, 2004.

BRASIL. Educação profissional técnica de nível médio integrada ao ensino médio. Brasília, DF: MEC; SETEC, dez. 2007.

BURAK, D. Modelagem Matemática e a Sala de Aula. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1, 2004. Londrina. **Anais...** Londrina: UEL, 2004.

CIAVATTA, Maria. O Ensino Integrado, a Politecnia e a Educação Omnilateral. Por que lutamos? **Trabalho & Educação**, Belo Horizonte, v.23, n. 1, p. 187-205, jan-abr. 2014.

FAZENDA, I. C. A. Integração e Interdisciplinaridade no Ensino Brasileiro: Efetividade ou Ideologia. 6.ed. São Paulo: Edições Loyola, 2011.

INSTITUTO FEDERAL DO PARANÁ. Projeto Político Pedagógico do curso técnico de Informática integrado ao Ensino Médio. Assis Chateaubriand, 2011.

JAPIASSU, H. Interdisciplinaridade e patologia do saber. 1 ed. Rio de Janeiro: Imago, 1976.

LOPES, J. P. M. O Componente Curricular de Arte/Música na Educação Profissional: a visão do docente a respeito do currículo dos cursos técnicos integrados ao Ensino Médio dos Institutos Federais. 2018. 307 p. Tese (Programa de Pós-Graduação Mestrado e Doutorado em Música) — UNIRIO. Rio de Janeiro, 2018.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas**. 2. ed. Rio de Janeiro: E.P.U., 2013.

SANTANA, T. S.; BARBOSA, J. C. A Intervenção do Professor em um Ambiente de Modelagem Matemática e a Regulação da Produção Discursiva dos Alunos. **Bolema**, Rio Claro, v. 26, n.43, p. 991-1020, ago. 2012.

SETTI, E. J. K.; VERTUAN, R. E. Que interdisciplinaridade se verifica nos trabalhos de Modelagem Matemática? In: Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática, 7, 2016. Londrina: **Anais...** Londrina: SBEM, 2016.

SETTI, E. J. K.; VERTUAN, R. E. Um olhar para a interdisciplinaridade presente nos



trabalhos de Modelagem Matemática apresentados nas últimas seis edições da Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática (CNMEM). In: Simpósio Nacional de Ensino e Aprendizagem, 3, 2016. Londrina: **Anais...**Londrina: UTFPR, 2016a.

SETTI, E. J. K. Modelagem Matemática no Curso Técnico de Informática Integrado ao Ensino Médio: um trabalho interdisciplinar. 2017. 261 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Londrina, 2017.

SETTI, E. J. K.; VERTUAN, R. E. Modelagem Matemática e Literatura: qual é o público? In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DE MATEMÁTICA, 7., 2017, Canoas. **Anais...** Canoas: Ulbra, 2017.

SILVA, K. A. P.; BORSSOI, A. H.; ALMEIDA, L. M. W. Uma análise semiótica de atividades de modelagem matemática mediadas pela tecnologia. **R.B.E.C.T**, Curitiba, v. 8, n.1, jan./abr. 2015.

SOARES, J. A.; SOUZA, W.; COSTA, E.; VIZOLLI, I.; AMORIM, A.; SOUSA, J. P.; SILVA, R. Modelagem Matemática como estratégia de ensino de tópicos de estatística na formação básica técnica: uma aplicação na criação de frangos caipiras. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 9, n. 5, p. 133 - 152, 18 dez. 2018.

THIESEN, J. S. A interdisciplinaridade como um movimento articulador no processo ensino-aprendizagem. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, v. 13, n. 39, p. 545-598, 2008.

TOMAZ, V. S.; DAVID, M. M. M. S. Interdisciplinaridade e aprendizagem da Matemática em sala de aula. 3.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

VERTUAN, R. E. **Práticas de Monitoramento Cognitivo em Atividades de Modelagem Matemática**. 2013. 247p. Tese de Doutorado (Pós Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, UEL, Londrina, 2013.

VERTUAN, R. E.; ALMEIDA, L. M. W. Práticas de Monitoramento Cognitivo em Atividades de Modelagem Matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 30, n. 56, p. 1070-1071, dez. 2016.

VERTUAN, R. E.; DA SILVA, K. P. Pensamento Estatístico em uma atividade de modelagem matemática: ressignificando o lançamento de aviões de papel. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 9, n. 2, p. 320-334, 28 maio 2018.

VERTUAN, R. E.; SILVA, K. P. BORSSOI, A. H. Modelagem Matemática em disciplinas no Ensino Superior: o que manifestam os estudantes? **Educere et Educare, Revista de Educação**, Cascavel, v.12, n.24, jan./abr.2017.