

TRABALHO DOCUMENTAL E DECISÕES DIDÁTICAS DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA: um estudo de caso

Elisângela Espíndola

Doutora em Educação
Universidade Federal Rural de Pernambuco - PE - Brasil.
ebmespindola@gmail.com

Jana Trgalová

Doutora em Didática da Matemática
Université Claude Bernard - Lyon 1 - França
jana.trgalova@univ-lyon1.fr

Resumo

Este artigo apresenta uma articulação entre a abordagem documental do didático com o estudo de decisões didáticas para analisar as práticas de um professor de matemática. Neste estudo de caso, interessamo-nos pelo trabalho documental do professor relativo à preparação do ensino e à implementação de uma aula sobre Função Exponencial em uma turma do 1º ano do Ensino Médio em Recife-PE-Brasil. Tomamos como referência o modelo dos níveis da atividade do professor de Margolinas e a categorização de fatores que influenciam as decisões didáticas de Bessot e colaboradores. Os resultados das análises mostram uma certa regularidade das práticas do professor que se traduz por uma repetição de certas decisões desencadeadas, de uma parte, por fatores epistêmicos, tais como suas concepções de aprendizagem ou suas interpretações das expectativas institucionais, de outra parte, por fatores relacionados à história didática, seus conhecimentos da experiência como, por exemplo, aqueles das dificuldades dos alunos.

Palavras-chave: Abordagem Documental do Didático. Decisões Didáticas. Níveis da Atividade do Professor. Conhecimentos do Professor. Função Exponencial.

Résumé

Cet article présente une articulation de l'approche documentaire de la didactique avec l'étude de décisions didactiques pour analyser les pratiques d'un professeur de mathématiques. Dans une étude de cas, nous nous intéressons au travail documentaire du professeur relatif à la préparation d'une séquence et à la mise en œuvre d'une séance d'enseignement de la Fonction Exponentielle dans une classe de lycée à Recife-PE-Brésil. Nous nous appuyons sur le modèle des niveaux d'activité des enseignants de Margolinas et la catégorisation des facteurs qui influencent les décisions didactiques de Bessot et collaborateurs. Les résultats des analyses montrent une certaine régularité des pratiques du professeur qui se traduit par une prise répétitive de certaines décisions déclenchée d'une part par des facteurs épistémiques, tels que ses conceptions d'apprentissage ou ses interprétations des attentes institutionnelles. D'autre part, par facteurs liés à la histoire didactique, ses connaissances d'expérience comme, par exemple, celles des difficultés des élèves.

Mots-clés: Approche documentaire du didactique. Décisions didactiques. Niveaux de l'activité du professeur. Connaissances Professionnelles. Fonction Exponentielle.

INTRODUÇÃO

No presente estudo de caso buscamos analisar as decisões didáticas no trabalho documental de um professor do 1º ano do Ensino Médio em diferentes níveis de sua atividade para o ensino da Função Exponencial¹.

Ao tomarmos como referência o modelo dos níveis da atividade do professor de Margolinas (2002), investigamos de início a construção do projeto de ensino da Função Exponencial (nível +2) e aquele de uma aula sobre esta função (nível +1). Posteriormente, a implementação do projeto da aula (nível +1) na turma do 1º ano do EM (nível 0) e as observações do professor, entre outros aspectos, sobre as reações dos alunos (nível -1).

Desta forma, buscamos apreender em cada nível da atividade do professor o seu sistema de recursos, os critérios de sua escolha e de seus usos, bem como a implicação dos conhecimentos profissionais em jogo. Particularmente, as decisões didáticas foram analisadas a partir de uma categorização ampla, baseada em dois fatores principais: epistêmicos e da história didática (BESSOT et al., 2013).

Ainda ressaltamos sobre este estudo a tentativa de fazer avançar uma metodologia de pesquisa para uma melhor articulação entre a abordagem documental do didático e as tomadas de decisões didáticas em diferentes níveis da atividade do professor. Dito isto, a seguir apresentamos o quadro teórico-metodológico desta pesquisa e a análise de seus resultados.

A ABORDAGEM DOCUMENTAL DO DIDÁTICO

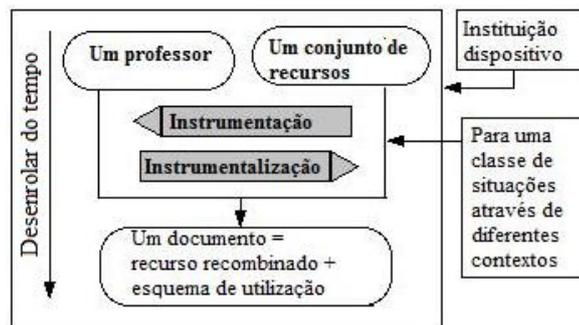
Consideramos que os recursos ocupam um lugar importante no trabalho dos professores na preparação do ensino e em sala de aula. Entendemos a palavra recurso em um sentido amplo, designando tudo o que nutre a atividade do professor e seu desenvolvimento profissional (ADLER, 2000), como um livro didático, as orientações curriculares oficiais, um software, mas, também, uma cópia dos alunos ou ainda de uma atividade sugerida por um colega; estes são exemplos do que se constituem os recursos do professor.

A abordagem documental do didático (GUEUDET; TROUCHE, 2010) se interessa pelo trabalho documental dos professores levando em conta sua atividade e seu desenvolvimento profissional. Segundo os mesmos autores, este trabalho documental consiste em coletar, selecionar, juntar, transformar, implementar e revisar os recursos.

¹ O tema Função Exponencial foi escolhido pelo próprio professor na oportunidade da pesquisa.

A abordagem documental inspirada na abordagem instrumental (RABARDEL, 1995) propõe distinguir um conjunto de recursos que o professor dispõe para uma dada classe de situações do documento que o professor constrói a partir deste conjunto. Ou seja, no decorrer do processo da gênese documental, os recursos orientam a atividade do professor (*instrumentação*) e, em retorno, o professor se apropria destes, adapta-os e modifica-os ao longo de seu uso (*instrumentalização*).

Figura 1 - Representação esquemática da gênese de um documento



Fonte: Gueudet e Trouche (2010).

O processo da gênese documental (Figura 1) é representado de maneira simplificada pela equação (GUEUDET; TROUCHE, 2010): *Documento = recursos recombinação + esquema de utilização*.

Gueudet e Trouche (2010) afirmam que um esquema de utilização comporta em particular regras de ação e invariantes operatórios que são os conhecimentos profissionais dos professores. Estes conhecimentos, suscetíveis de intervir na atividade profissional docente, podem ser: matemáticos, dos tipos de tarefas que serão propostas aos alunos, da antecipação das dificuldades dos alunos, dentre outros.

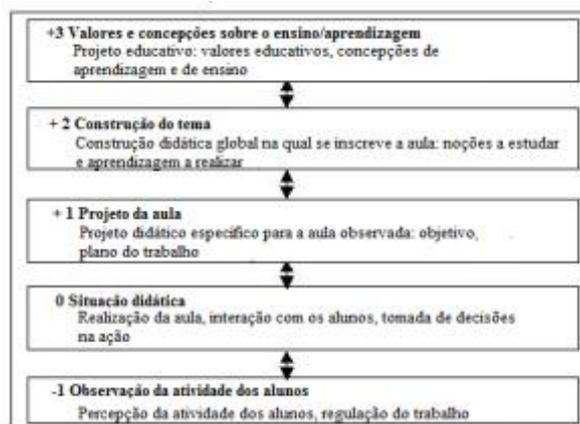
NÍVEIS DA ATIVIDADE DO PROFESSOR E CONHECIMENTOS PROFISSIONAIS

O aluno constrói conhecimentos em um *milieu* adidático. Brousseau (1988) descreve este *milieu* como uma estrutura «*emboîtée en oignon*», tendo ao centro o aluno que interage com um *milieu* material. Margolinas, retomando o modelo de Brousseau para analisar a situação do professor paralelamente a do aluno, propôs o *modelo dos níveis da atividade do professor* que permite analisar a complexidade desta atividade e apreender elementos com os quais o professor interage (MARGOLINAS, 2002; MARGOLINAS; RIVIÈRE, 2005).

Este modelo é constituído por cinco níveis da situação do professor (Figura 2). “Os diferentes níveis interagem, uns com os outros, de modo não linear” (LIMA; TRGALOVÁ, 2008, p. 5). Assim, a situação do Nível+1, *Projeto da aula*, interage com o Nível 0, *Situação didática*, e aqui, não somente na realização efetiva da aula, mas também “quando o professor antecipa o que poderia acontecer na sua realização” (MARGOLINAS; RIVIÈRE, 2005, p. 35). Um projeto de aula se inscreve geralmente numa construção mais ampla, chamada construção do tema (Nível +2), onde o professor concebe as grandes linhas do ensino de um tema ou de um capítulo. O Nível +3 tem certa influência sobre os níveis precedentes, mas pode também interagir com eles de maneira bem complexa. Isto é, “às vezes um ‘modo de fazer’ na sala de aula (Nível 0) condiciona os projetos de aula do professor (Nível+1) e as construções do tema (N+2), que implicam, às vezes sem que ele se dar conta, uma certa concepção de ensino que pode estar em desacordo com aquelas que ele acredita” (MARGOLINAS; RIVIÈRE, 2005, p. 35). Enfim, o Nível -1 é aquele onde o professor observa os alunos em atividade.

Ressaltamos que embora ocorra uma interação entre os níveis, há tensões entre estes. Assim, por exemplo, os recursos à disposição de um professor podem não corresponder ao que ele procura para a construção do estudo de um tema (tensão entre N+2 e N+1). A realização de uma aula pode não corresponder às expectativas do projeto da aula (tensão entre N0 e N+1). O conjunto destes níveis é chamado a *situação do professor* porque “o professor jamais tem uma situação determinada por um só destes níveis, mas sempre o conjunto, com maior ou menor legibilidade” (MARGOLINAS; RIVIÈRE, 2005, p. 36).

Figura 2 - Níveis da atividade do professor



Fonte: Margolinas e Rivière (2005).

Comiti et al. (1995) propõem uma caracterização de conhecimentos do professor em relação aos diferentes níveis de sua atividade:

- Nível +3: conhecimentos sobre a noção matemática e a aprendizagem;
- Nível +2: conhecimentos relativos à situação de ensino/aprendizagem;

- Nível +1: conhecimentos globais sobre os conhecimentos e as dificuldades habituais dos alunos a propósito da noção matemática em jogo;
- Nível 0: conhecimentos que são interpretações e/ou representações dos erros dos alunos e suas causas; eles vão servir para as decisões “no calor da ação”;
- Nível -1: conhecimentos que permitem distinguir, no trabalho dos alunos, os erros ou as dificuldades que relevam do saber a ensinar (TRGALOVÁ, 2010, p. 273-274).

É considerado que estes conhecimentos podem impactar na tomada de decisões do professor, seja no planejamento de ensino (Níveis +2 e +1) ou em “sala de aula” (Nível 0). De acordo com Comiti et al. (1995), na construção do tema ou de projeto da aula o professor se depara com macrodecisões e em sala de aula com microdecisões, visto que estas últimas são menos programadas, pois o professor deve interpretar de maneira quase instantânea a atividade dos alunos, nem sempre tendo os meios de saber o que se passa efetivamente.

DECISÕES DIDÁTICAS DO PROFESSOR

Vários trabalhos em Didática da Matemática sublinham o papel do professor na concepção e na implementação de situações de ensino (MARGOLINAS, 2002; LIMA; TRGALOVÁ, 2010). Consideramos que o professor é levado a tomar várias decisões em sala de aula ou fora dela concernentes, por exemplo, à escolha dos problemas a serem propostos aos alunos, à natureza das questões que lhes serão propostas, ao momento oportuno de propô-las, às respostas ou não ao aluno com o objetivo de auxiliar sua aprendizagem. Estas são precisamente decisões tomadas pelos professores com a finalidade de fazer avançar a aprendizagem dos alunos em torno de um dado saber, identificadas como didáticas.

Neste estudo de caso, interessamo-nos pelas decisões didáticas tomadas pelos professores em seu trabalho documental. Em particular, sublinhamos o interesse pelos fatores decisoriais, isto é, aqueles suscetíveis de influenciar o processo de tomada de decisões didáticas. Para tanto, tomamos como referência uma revisão da literatura no campo da Didática da Matemática realizada por Bessot et al. (2013), na qual *a priori* duas grandes categorias de fatores decisoriais foram definidas: epistêmicos e da história didática.

Os *fatores epistêmicos* concernem ao que nutre a relação pessoal do professor com o saber a ensinar e aqueles da *história didática* se referem à história partilhada entre professor e alunos a propósito do saber em jogo no ensino.

Dentro da categoria *fatores epistêmicos*, há aqueles institucionais (ex. conhecimento dos conteúdos das orientações curriculares), epistemológicos (ex. conhecimentos matemáticos relativos ao saber em jogo), didáticos (ex. concepções de aprendizagem, domínio de

ferramentas digitais para o ensino de matemática) ou pedagógicos (ex. conhecimentos dos métodos de ensino). Os fatores que relevam da segunda categoria, da *história didática*, são ligados ao conhecimento do professor de um aluno em particular, dos seus alunos de uma turma, ou dos alunos em geral de um dado nível (ex. conhecimento das dificuldades recorrentes dos alunos sobre uma noção matemática), na maior parte do tempo, ligados aos conhecimentos da experiência do professor.

METODOLOGIA

A presente pesquisa foi organizada em três fases pela via de um estudo de caso. De acordo com André (2008), uma das características da primeira fase de um estudo de caso, *exploratória*, é o começo comum, plano incipiente, delineado mais claramente à medida que este avança. A segunda fase - *de coleta dos dados ou de delimitação do estudo* - caracteriza-se, por exemplo, pela utilização de fontes variadas, de instrumentos de coleta mais ou menos estruturados, em diferentes momentos e em situações diversificadas. Por fim, embora procedimentos analíticos sejam aplicados nas fases anteriores do estudo, na terceira fase, *da análise de dados*, estes ocorrem de maneira “mais sistemática e formal após o encerramento da coleta de dados” (ANDRÉ, 2008, p. 55).

Deste modo, inicialmente visitamos uma Escola de Referência em Ensino Médio (EREM) localizada na zona norte da cidade do Recife-PE, um tipo de estabelecimento escolar onde os alunos têm uma jornada de ensino integral. Sob a indicação da equipe gestora da EREM, foi convidado a participar do estudo um dos professores de matemática com maior tempo de atuação docente na escola. No momento, o professor escolheu pesquisarmos sobre o tema recentemente trabalhado em uma turma do 1º ano do EM: Função Exponencial.

Por meio de entrevista, levantamos o perfil profissional do professor: percurso de formação profissional; tempo de experiência docente; turmas lecionadas na escola, bem como o contexto escolar: visão do professor sobre a escola e os seus recursos didáticos; orientações institucionais ao trabalho dos professores de matemática; quantidade de professores de matemática no estabelecimento; as interações entre o corpo docente, relacionamento com os alunos. Na sequência, o estudo se desenvolveu em quatro etapas correspondentes a quatro níveis do modelo de Margolinas (Figura 2), tratando-se dos seguintes aspectos:

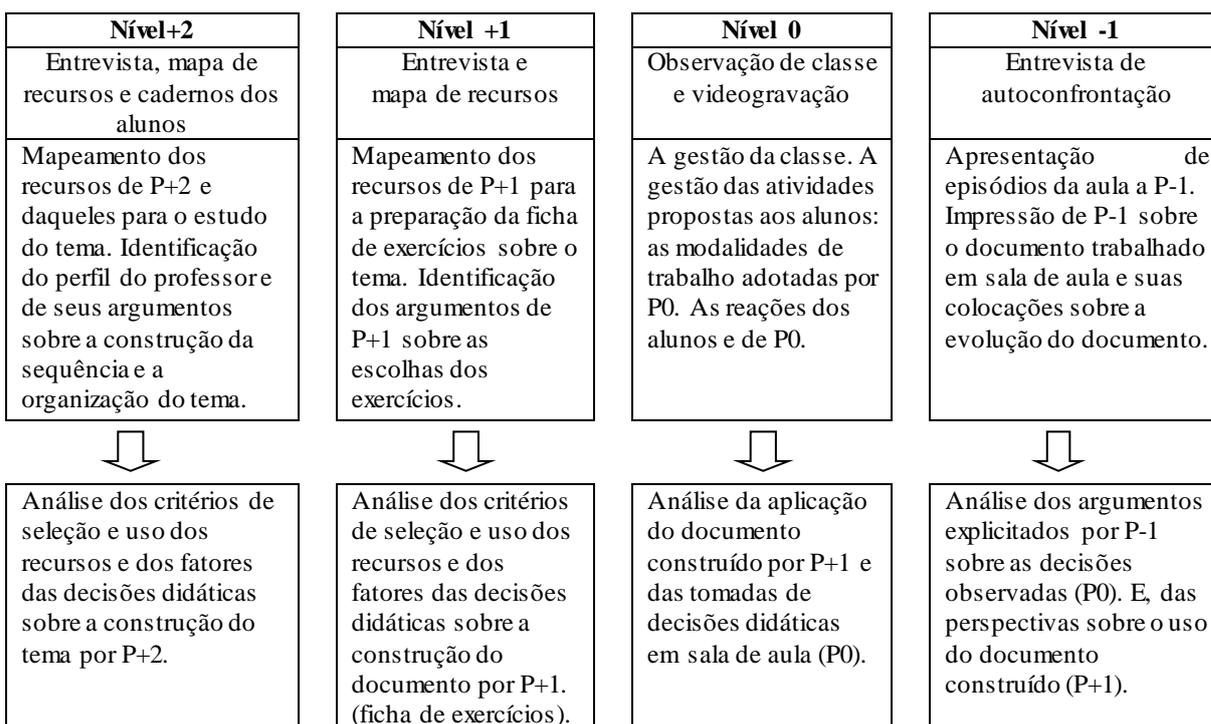
Quadro 1 - Etapas da pesquisa baseadas nos níveis da atividade do professor

Nível +2. Construção do tema
O contexto geral do trabalho realizado pelo professor (P+2) sobre a Função Exponencial durante o bimestre letivo antes da preparação do documento (ficha de exercícios) para uma próxima aula sobre este tema.
Nível +1. Projeto da aula
Preparação do documento do professor (P+1): a ficha de exercícios para uma aula sobre Função Exponencial.
Nível 0. Situação didática
A utilização do documento do professor (P0) (ficha de exercícios) em classe. A realização da aula, a interação com os alunos, as tomadas de decisões na ação.
Nível -1. Observação da atividade do aluno ou devolução
A evolução do documento (ficha de exercícios) posto em prática pelo professor (P-1). Percepção das atividades dos alunos e regulação do trabalho atribuído aos alunos.

Fonte: autoria própria.

Os instrumentos de coleta e análise de dados utilizados em cada etapa da pesquisa podem ser visualizados na figura a seguir:

Figura 3 - Etapas da pesquisa: coleta e análise de dados



Fonte: autoria própria.

Na primeira etapa **Nível+ 2** solicitamos ao professor que representasse no formato de um organograma os recursos por ele utilizados para o ensino de quaisquer temas matemáticos. Para isto, oferecemos papel milimetrado e lápis coloridos. Na sequência solicitamos que ele apontasse e justificasse, por ordem de importância, os três recursos mais utilizados e comentasse os demais. Mediante uma visita à turma indicada tivemos acesso à cópia de 2

cadernos de alunos, pelos quais podemos acompanhar o que já havia sido vivenciado sobre o tema.

Na segunda etapa **Nível +1** realizamos uma entrevista com o professor sobre a representação dos seus recursos, apresentada anteriormente, com vistas à preparação da ficha de exercícios para a aula sobre Função Exponencial que iríamos observar no 1º ano do EM. O professor solicitou uma semana para nos apresentá-la. Na oportunidade da entrega da ficha, realizamos outra entrevista, onde solicitamos o comentário do professor sobre cada exercício proposto na mesma.

Na terceira etapa **Nível 0** foi realizada a observação de classe (duas aulas de 50 min), do tipo não participante. Para tanto, utilizamos os instrumentos de coleta de dados: diário de campo, câmera fotográfica e de vídeo, mantendo-nos em um canto da sala.

Na quarta etapa **Nível -1** ocorreu uma entrevista de autoconfrontação simples. Esta consiste em: uma vez feitas as gravações do pesquisado durante a realização de sua tarefa, selecionar algumas cenas significativas e assistir a elas juntamente com o pesquisado, suscitando nele a descrição do que ele vê no vídeo e propiciando uma relação dialógica com o objeto filmado, com os sujeitos envolvidos na atividade e com o próprio pesquisador (BRASILEIRO, 2011). Assim, apresentamos ao professor cenas da aula videogravada, ministrada por ele, a partir do trabalho com os itens propostos na ficha de exercícios. Após assistir a cada cena, o professor foi solicitado a comentá-las. Desta forma, tivemos acesso a alguns fatores que influenciaram suas decisões didáticas em sala de aula e, a partir do vivenciado, foram levantadas as perspectivas para a evolução do referido documento sobre Função Exponencial.

O PROFESSOR DE MATEMÁTICA: perfil profissional, sistema de recursos

O professor de matemática, colaborador deste estudo, apresentou a idade de 34 anos; a experiência profissional de 10 anos: 2 anos em escola de ensino regular, 2 anos como técnico educacional no Ensino Médio da Secretaria Estadual de Educação de Pernambuco e 6 anos em EREM, onde leciona atualmente. Ele cursou Licenciatura em Matemática e especialização em Educação Matemática. Em particular, a escolha por trabalhar na EREM ocorreu, notadamente, devido à gratificação financeira de atuação no ensino integral. No momento, o professor trabalhava em duas turmas do 1º ano do EM e possuía aulas de laboratório, voltadas essencialmente para o ensino da matemática básica. O corpo docente de matemática da escola

estava constituído por mais três professores, cada um deles atuando em uma das turmas do 1º, 2º e 3º anos. Foi dito pelo professor ocorrer uma boa relação de cooperação entre os mesmos:

Cada professor tem sua particularidade. Um professor é excelente em geometria, outro é bom em álgebra. Aqui sempre um busca ajudar o outro. Geralmente, eu trabalho muito com o professor do 2ª ano para indicar as dificuldades dos alunos, sobretudo, na passagem de um ano a outro. Com o professor do 1º ano, a gente sempre conversa sobre a escolha dos conteúdos que vamos trabalhar no bimestre. O professor do 3º ano é mais em relação à Geometria, quando eu tenho alguma dúvida de Geometria eu o procuro.

Quanto ao corpo discente, afirmou o professor: “- *Na escola integral temos uma relação com o aluno que chega a ser de amizade. Pois, podemos nos ver 8h por dia. Existe uma convivência maior*”. Também, ele afirmou que: “- *Há alunos que chegam à escola, praticamente, zerados em matemática. Damos um acompanhamento até o 3º ano e eles conseguem ser aprovados no vestibular. Isto é muito gratificante*”.

Sobre os recursos da escola, o professor considerou estes como “*sendo limitados*”. Ele exemplificou o caso da lousa digital que havia sido instalada recentemente em uma sala de aula. E, apenas um professor de matemática recebeu formação para seu manuseio; estando todos os outros à espera de um momento para utilizá-la. Ele também fez menção ao equipamento multimídia, distribuído nas escolas públicas pelo Ministério de Educação; indicando o uso do projetor “de vez em quando” para projeção de slides e não, por exemplo, para o uso do Geogebra, instalado no mesmo. Segundo o professor, ele chegou a conhecer o uso do Geogebra para a representação gráfica da Função do 1º e do 2º grau, por meio de um encontro de formação promovido pela Secretaria de Educação – PE. Contudo, raramente fez uso deste em sala de aula. Ele não explicitou o motivo disto.

Foi exposto que a escola tem o serviço de internet sem fio muito precário. Assim, em geral, o uso da internet é feito nos computadores da sala dos professores, para diversos fins de consulta, destacando-se o preenchimento contínuo da caderneta eletrônica no Sistema de Informações da Educação de Pernambuco (SIEPE)². Dentre outros elementos, como o registro diário das aulas, o professor registrava na caderneta os conteúdos trabalhados a cada bimestre, com base no Currículo de Matemática para o EM³. Em particular, ao representar seus recursos, o professor destacou, em ordem de importância (Figura 4): 1. Livro Didático; 2. Internet e 3. Banco de questões de vestibulares.

² Para saber mais: <http://www.siepe.educacao.pe.gov.br>

³ Ir em: http://www.educacao.pe.gov.br/portal/upload/galeria/750/curriculo_matematica_em_2.pdf

Figura 4 - Recursos do professor



Fonte: autoria do professor colaborador do estudo de caso

Sobre o LD, o professor fez menção a dois tipos: o LD aprovado pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) da coleção Matemática Ciência e Aplicações (IEZZI et al., 2013), distribuído para os alunos da escola e aos 11 livros da coleção Fundamentos de Matemática Elementar (MURAKAMI; IEZZI; DOLCE, 2013), disponíveis na escola apenas para os professores. Quanto à escolha do LD adotado na escola para os alunos, ele afirmou:

O livro tem que ter uma certa qualidade e proximidade entre o aluno e as questões do vestibular e do ENEM. Entre todos os livros que foram ofertados, este aqui eu achei o mais perto da realidade deles. Eu me refiro também às provas do SAEPE, às avaliações externas. Embora, nem todos tenham expectativa de prestar o vestibular. Mas, um dia que o aluno queira fazer um concurso ele estará apto.

O professor afirmou utilizar a internet mais como ferramenta de consulta de questões: “por não gostar de ficar preso ao livro didático”. Os sites mencionados para a seleção de questões foram aqueles da Olimpíada Brasileira de Matemática - OBM⁴ e da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas - OBMEP⁵. Mencionou-se o do “Projeto Medicina⁶” para questões de vestibulares; o Sómatemática⁷ para embasamento teórico em virtude de alguma dificuldade sobre a definição de um tema e dependendo da avaliação pretendida, o PCI Concursos⁸, por conter alguns simulados.

Secundariamente, quando o professor foi solicitado a refletir se gostaria de acrescentar algum outro recurso, ele indicou o *WhatsApp*, colocado como um aliado para o ensino de

⁴ <http://www.obm.org.br/opencms/>

⁵ <http://www.obmep.org.br/banco.htm>

⁶ <http://www.projeto medicina.com.br/>

⁷ <http://www.somatematica.com.br/emedio3.php>

⁸ <https://www.pciconcursos.com.br/simulados/matematica/bwhFL>

matemática e como possibilidade de se aproximar do cotidiano dos alunos. Particularmente, por meio do *WhatsApp*, o professor afirmou existir um grupo da turma onde ele posta questões e os alunos discutem as soluções entre si. As matrizes curriculares do *Exame Nacional do Ensino Médio* (Enem) e do *Sistema de Avaliação Educacional de Pernambuco* (Saepe) foram também apresentadas como guia do trabalho escolar, com o fim de serem atingidas as metas educacionais estabelecidas pelo Estado, ademais, a preparação dos alunos para o vestibular seriado (no 1º, 2º e 3º anos do EM) da Universidade de Pernambuco (UPE).

A seguir, apresentamos os resultados do estudo, voltados para o trabalho realizado sobre a Função Exponencial, com base nos níveis da atividade do professor.

NÍVEL +2 - A CONSTRUÇÃO DO ESTUDO DA FUNÇÃO EXPONENCIAL

O professor apresentou a organização do estudo sobre Função Exponencial, baseada em três recursos: a matriz curricular do Sistema de Avaliação Educacional de Pernambuco (Saepe)⁹, o currículo de matemática para o Ensino Médio de Pernambuco¹⁰ e a caderneta eletrônica existente apenas na Erem. Assim, podemos perceber o conhecimento do professor sobre as orientações curriculares oficiais e o programa curricular do Estado.

Podemos verificar na matriz do Saepe que apenas três descritores de aprendizagem faziam referência à Função Exponencial: D26. Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função exponencial; D27. Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função logarítmica, reconhecendo-a como inversa da função exponencial, e D28. Resolver problema que envolva função exponencial. Esclarecemos que tais descritores fazem parte da avaliação dos alunos, realizada anualmente, pela Secretaria de Educação a fim de ser calculado o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica de Pernambuco (Idepe).

Em particular, sobre o currículo escolar, os tópicos relacionados ao Estudo de Função Exponencial podem ser vistos no quadro a seguir:

Quadro 2 - Currículo de matemática para o ensino médio - Função Exponencial

1º ANO DO ENSINO MEDIO		
Campos ou eixos	Conteúdos	Expectativas de aprendizagem – 4º bimestre
	Função exponencial e suas representações.	Reconhecer a representação gráfica de uma função exponencial associando-a ao seu padrão de crescimento.
	Equação e Inequação	Dominar as diferentes formas de representação de uma função e capacidade de identificar as relações entre elas.

⁹ http://www.saepe.caedufjf.net/wp-content/uploads/2012/06/MatrizReferenciaMat_3AnoEM_SAEPE.pdf

¹⁰ http://www.educacao.pe.gov.br/portal/upload/galeria/750/curriculo_matematica_em_2.pdf

Álgebra e Funções	Exponencial.	Interpretar gráfico cartesiano que represente relações entre grandezas. Utilizar conhecimentos algébricos e geométricos como recurso para a construção de argumentação.
	Diferenças entre os modelos da função linear, quadrática e exponencial.	Diferenciar o modelo de crescimento/decrescimento da função exponencial em relação às funções lineares e quadráticas
	Transformações do gráfico a partir das alterações dos coeficientes.	Relacionar as transformações sofridas pelo gráfico da função exponencial com modificações nos coeficientes de sua expressão algébrica (por exemplo, ao considerar a expressão $y = b^x + c$, é conveniente usar software para verificar os efeitos provocados pela alteração dos parâmetros b e c)
	Progressão geométrica Sequência numérica e o crescimento exponencial.	Relacionar uma sequência numérica com crescimento exponencial a uma função de domínio discreto

Fonte: http://www.educacao.pe.gov.br/portal/upload/galeria/750/curriculo_matematica

Ao verificarmos o currículo e o registro do professor na caderneta eletrônica identificamos a decisão didática de antecipação do estudo da Função Exponencial do 4º para o 3º bimestre. Sobre esta, o professor explicou:

Os conteúdos referentes ao Eixo Álgebra e Funções do 2º bimestre já foram trabalhados no 1º bimestre e por consequência, chegamos a trabalhar os conteúdos do 4º bimestre no 3º. Assim, a Função Afim foi logo estudada no 1º bimestre, a Função Quadrática, no 2º e agora no 3º bimestre estudamos a função exponencial. O 4º bimestre reservamos então para uma revisão geral.

Essencialmente, a referida decisão foi influenciada por dois fatores de ordem institucional: no EREM são 6 aulas de matemática por semana, quando nos outros estabelecimentos são apenas 4 aulas. Deste modo, o professor afirmou ter tempo de antecipar o que está previsto no currículo. Explicou o professor buscar assegurar que os alunos conhecessem todos os tipos de funções nos primeiros bimestres. Estas seriam revisadas no 4º bimestre, voltado para a preparação dos alunos ao Enem, ao vestibular seriado da Universidade de Pernambuco e à avaliação do Saepe. Neste caso, identificamos no Nível+2 uma forte influência do fator institucional nas decisões do professor, dado o contexto da escola de ensino integral. Ressaltamos que o conteúdo Função Exponencial, por ser trabalhado no 3º bimestre e não no 4º, não tinha ainda sido registrado na caderneta.

De modo mais preciso, sobre a construção da sequência e organização do estudo da Função Exponencial, por meio dos registros no caderno dos alunos, identificamos que o professor adotou, nesta ordem, o estudo das equações exponenciais, gráfico e inequações exponenciais. A introdução do tema Função Exponencial ocorreu pela seguinte definição:

Chama-se função exponencial qualquer função $f(x) = a^x$, em que a é um número real. Dado, $a > 0$ e $a \neq 1$.
 $x > 0$, Função (constante).
 $x < 0$, não se define.
 $x = 0$, não se define 0^0 .

Não chegamos a identificar a fonte da definição apresentada pelo professor. Sabemos ser uma introdução bem diferente daquela proposta no LD dos alunos. O LD propunha uma situação-problema baseada no último censo demográfico (2010) realizado pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), a seguir:

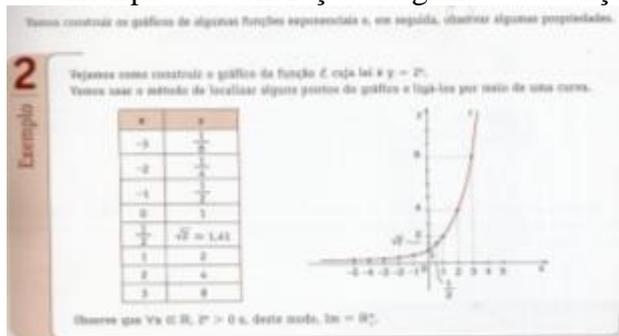
Os dados do último censo demográfico (2010) indicaram que, naquele ano, a população brasileira era de 190755799 habitantes e estava crescendo à taxa aproximada de 1,2 % ao ano. A taxa de crescimento populacional leva em consideração a natalidade, mortalidade, imigrações, etc. [...]. Suponha que tal crescimento seja mantido para a década seguinte, isto é de 2011 a 2020. Nessas condições, qual seria a população brasileira ao final de x anos ($x = 1, 2, \dots, 10$), contados a partir de 2010? (IEZZI et al., 2013, p. 134).

Neste caso, o desfecho da resolução da situação-problema leva à conclusão que “a função que associa a população (y), em milhões de habitantes, ao número de anos (x), transcorridos a partir de 2010, é $y = 1,012^x \cdot 191$, é um exemplo de **função exponencial**” (IEZZI et al., 2013, p. 135).

Assim, identificamos indícios de fatores epistemológicos (conhecimento sobre o objeto matemático) e didáticos (conhecimento sobre o modo como os alunos aprendem o objeto matemático) presentes na decisão do professor de primeiro trabalhar a definição da Função Exponencial e depois as técnicas de resolução das equações exponenciais, visto que a sequência trabalhada pelo professor foi: apresentação da definição e dois exemplos de equações do tipo: $5^{2x+10} = 5^{60}$ e $2^{2x-12} = 1024$ e proposição de 16 exercícios semelhantes. Dentre estes, apenas 2/16 foram selecionadas do LD adotado para os alunos. Sobre os demais, o professor indicou selecioná-los, a maior parte, do exemplar Logaritmos da coleção Fundamentos de Matemática Elementar (MURAKAMI; IEZZI; DOLCE, 2013). No Quadro 3 expomos alguns argumentos apresentados pelo professor sobre a seleção destes recursos.

Sobre o estudo do gráfico da Função Exponencial o professor adotou a proposta do LD (Figura 5): dada a lei da função, na sequência os alunos fariam a representação de dados em tabelas e no plano cartesiano.

Figura 5 - Exemplo de construção do gráfico da Função Exponencial



Fonte: Iezzi et al. (2013, p. 144).

Identificamos 10 exercícios deste tipo (Figura 5) nos registros dos cadernos dos alunos, retirados do LD ou da Coleção FME, sempre com o uso de papel e lápis, apesar de no manual do professor do LD haver a indicação do uso dos softwares (Geogebra, Winplot, Graphmatica), assim como no Currículo de Matemática (Quadro 2).

Sobre as inequações exponenciais, abordou-se o tema a partir das técnicas de resolução, com uma série de 18 exercícios; 8/18 do LD e 10/18 da coleção FME.

Por fim, destacamos o distanciamento ocorrido entre o prescrito no currículo (ex. relacionar a progressão geométrica com o crescimento exponencial) (Quadro 2) e o que foi efetivamente trabalhado pelo professor, até o momento analisado. Sobre isto, um argumento utilizado pelo professor suscita indícios de fatores relacionados à *história didática*. Disse o professor: - “Quando os alunos chegam aqui na escola, tentamos sanar esta dificuldade, que na rede de ensino existe. Tentamos dar a base para depois, começar a trabalhar, realmente, os conteúdos do currículo do Estado”. Por exemplo, o professor apontou ter conhecimento das dificuldades dos alunos sobre as propriedades de potências, que ele chegou a trabalhar na disciplina de Laboratório - Matemática Básica.

A título de síntese dos dados analisados sobre o Nível +2 apresentamos alguns outros argumentos do professor (Quadro 3 e 4) sobre os critérios na seleção e no uso de recursos para a construção da sequência sobre a Função Exponencial.

Quadro 3 - Nível +2: critérios de seleção e uso de recursos

	Recursos em jogo	Argumentos
Nível +2	Currículo Caderneta eletrônica Matriz do Saepe Sites com questões de vestibulares e Enem.	Preparação para os exames: “-O foco da escola, apesar de ser pública, é muito no vestibular e nas avaliações externas [...]. Esta é a vivência dos alunos aqui. Esta é a nossa preocupação”.
	Livro didático adotado na escola para os alunos – Coleção Matemática: Ciências e aplicações (IEZZI et al., 2013).	O LD dos alunos dentre outros se aproxima do nível dos alunos, mas mesmo assim ainda, em certas atividades, é considerado inadequado: “-As questões do livro são superiores aos conhecimentos dos alunos. Então temos a dificuldade de ensinar algumas coisas por ele. Por termos primeiro que dar a base”.
	Exemplar Logaritmos da coleção Fundamentos de Matemática Elementar (FME).	O exemplar « Logaritmos » faz parte dos recursos utilizados na formação inicial do professor: “-Eu estudei com os livros da coleção Fundamentos de Matemática Elementar no curso de licenciatura em matemática. Algumas questões do livro são as mesmas de quando eu estudei”. O exemplar « Logaritmos » trabalha com vários tipos de exercícios focados nas técnicas de resolução de equações e inequações, bem como tem uma seção de questões de vestibulares: “-Esse livro é bom para trabalhar questões mais simples, dar a base. E ele agora (versão atual) traz também várias questões de vestibulares. Acho ele muito bom”.

Fonte: autoria própria.

De outro modo, no **Nível +2**, em virtude dos recursos em cena, podemos identificar de modo mais notório alguns fatores de influência nas decisões didáticas sobre o estudo da Função Exponencial, expostos no próximo quadro.

Quadro 4 - Nível +2: recursos e fatores decisoriais

	Recursos em jogo	Fatores decisoriais
N+2	Currículo. Caderneta. Matriz do Saepa Sites com questões de vestibulares e Enem	<i>Institucionais</i> - antecipação do estudo da Função Exponencial do 4º para o 3º bimestre para a reserva deste último à revisão e preparação aos exames.
	-LD dos alunos.	<i>Epistemológicos</i> – Foco nas técnicas de resolução de equações e inequações. E, representação do gráfico a partir da lei de definição.
	Exemplar Logaritmos da coleção Fundamentos de Matemática Elementar (FME).	<i>Didáticos</i> – os alunos aprendem equações e inequações a partir de suas definições, exemplos de técnicas de resolução e aplicação de exercícios semelhantes.
		<i>Didáticos</i> - os alunos aprendem o gráfico da função a partir de: dada a lei de definição, faz-se a representação de valores em tabelas e posteriormente no plano cartesiano – com exemplos e exercícios deste tipo em papel e lápis. <i>História didática</i> - trabalho com as noções matemáticas básicas sobre a Função Exponencial, consideradas dentro da capacidade de aprendizagem dos alunos.

Fonte: autoria própria.

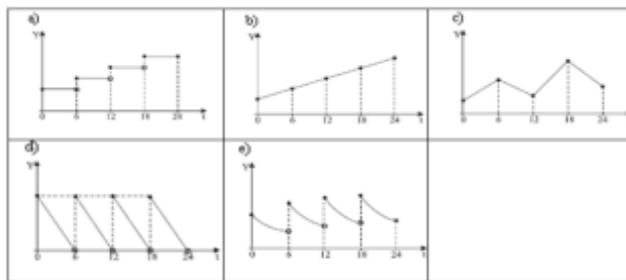
NÍVEL +1 - O PROJETO DA AULA SOBRE FUNÇÃO EXPONENCIAL

Precisamente, o professor elaborou uma ficha com 7 exercícios, dos quais 3 foram utilizados do site *Projeto Medicina* (1º, 6º e 7º) e 4 (2º, 3º, 4º e 5º) do livro da coleção Fundamentos de Matemática Elementar - Logaritmos (MURAKAMI; IEZZI; DOLCE, 2013). Vejamos o **1º exercício**:

(Projeto Medicina). (UNIFESP-2007). 1. Uma forma experimental de insulina está sendo injetada a cada 6 horas em um paciente com diabetes. O organismo usa ou elimina a cada 6 horas 50% da droga presente no corpo. O gráfico que melhor representa a quantidade Y da droga no organismo como função do tempo t , em um período de 24 horas, é:

Sobre o 1º exercício, sublinhamos que o professor tomou a decisão de fazer a supressão de suas alternativas (Figura 6) apresentadas em sua origem no site Projeto Medicina.

Figura 6 - Alternativas retiradas do 1º exercício



Fonte: <http://projetomedicina.com.br>

Sobre a decisão de retirar as alternativas do 1º exercício (Figura 6), identificamos a influência do fator *da história didática* à medida que o professor afirmou: - “*Se eu colocasse as alternativas os alunos poderiam ser influenciados a assinalar logo a questão, visto que poderiam logo reconhecer o tipo de gráfico da Função Exponencial*”. Isto acarretou em os alunos não realizarem uma análise dos diferentes tipos de representações gráficas para encontrarem a resposta correta da situação-problema.

O 2º exercício proposto na ficha foi o seguinte:

(Livro FME). 2. O conjunto solução da inequação $2^{-x+3} \geq 4$ é:

Sobre o 2º exercício, compreendemos que a intenção do professor em propô-lo esteve assentada na decisão de verificar a aprendizagem dos alunos sobre a resolução de inequações. Vale ressaltar, com uma boa expectativa de acerto (*fator da história-didática*), visto que ele chegou a dizer: - “*Acho que 70 % dos alunos da turma conseguem responder este exercício*”. Identificamos também indícios de fatores epistemológicos. Afirmou o professor: - “*É uma questão interessante porque lida com mudanças de bases. Requer que o aluno saiba as propriedades de potenciação*”, bem como fatores institucionais: - “*Esta questão está ao nível do que foi trabalhado em sala. Cai no Saepe assim*”.

Vejam os 3º exercício proposto:

(Livro FME). (FUVEST, 2002). 3. Seja $F(x) = 2^{2x+1}$. Se a e b são tais que $F(a) = 4$ $F(b)$. Pode-se afirmar que:

- a) $a + b = 2$ b) $a + b = 1$ c) $a - b = 3$ d) $a - b = 2$ e) $a - b = 1$

De acordo com o exposto pelo professor, sobre a escolha do 3º exercício: - “*Esta questão eu escolhi da parte de questões de vestibulares do livro*”. Podemos identificar a influência do fator institucional em sua decisão didática - relacionada a preparar os alunos para responder “questões de vestibular”, como parte do projeto político-pedagógico da escola.

No 4º exercício foi proposto:

(Livro FME). 4. Resolva a equação $3 \cdot 2^x - 5 \cdot 2^{x+1} + 5 \cdot 2^{x+3} - 2^{x+5} = 2$.

Podemos dizer que os argumentos do professor em propor o 4º exercício aos alunos foram idênticos àqueles do 2º exercício, salvo por uma menor expectativa de acerto deles, devido à complexidade de sua resolução com as propriedades das potências.

Sobre os exercícios 5º, 6º e 7º, no limite do que podemos apreender, destacou-se a influência do fator institucional na decisão do professor de preparar os alunos para resolverem “questões do estilo do Enem”. Além disto, ficou evidente na escolha destes exercícios a influência do fator didático (Nível +2) quando, inicialmente, o professor começou o trabalho com as técnicas de resolução das equações exponenciais, para, posteriormente, iniciar o trabalho com a resolução de situações-problemas (Nível +1).

(Livro FME). 5. (UNIRIO, 1997). Num laboratório é realizada uma experiência com um material volátil cuja velocidade de volatilização é medida pela sua massa, em gramas, que decresce em função do tempo t , em horas, de acordo com a fórmula: $M = -3^{2t} - 3t + 1 + 108$. Assim sendo, o tempo máximo de que os cientistas dispõem para utilizar este material antes que ele se volatilize totalmente é:

(Projeto Medicina). 6. (UNIRIO, 1998). Uma indústria fabrica 100 produtos diferentes, que já estão no mercado. Para facilitar a identificação de cada produto, via computador, será criado um código de barras especial, onde cada barra é $[]$ ou $[\]$. O número mínimo de barras necessárias para se criar um código de barras que identifique cada um dos 100 produtos é igual a: (se necessário, use $\log 2 = 0,3$).
a) 5 b) 6 c) 7 d) 8 e) 9

(Livro FME). 7. (VUNESP-2003). Num período prolongado de seca, a variação da quantidade de água de certo reservatório é dada pela função $q(t) = q_0 \cdot 2^{(-0,1)t}$ sendo q_0 a quantidade inicial de água no reservatório e $q(t)$ a quantidade de água no reservatório após t meses. Em quantos meses a quantidade de água do reservatório se reduzirá à metade do que era no início?
a) 5 b) 7 c) 8 d) 9 e) 10

Sobre estes últimos exercícios (5º, 6º e 7º), o professor indicou uma baixa expectativa de resolução com acerto, devido às dificuldades dos alunos em “*leitura, interpretação e identificação da pergunta do problema*”. Grosso modo, apresentamos sinteticamente nos quadros 5 e 6 outros aspectos sobre a análise do **Nível +1**, certos de que não esgotamos as possibilidades de análise sobre os critérios de seleção e uso dos recursos e dos fatores decisoriais sobre o projeto da aula com o tema Função Exponencial.

Quadro 5 - Nível +1: critérios de seleção e uso de recursos

	Recursos em jogo	Argumentos
Nível +1		Preparação para os exames ainda no 3º bimestre: “- Temos que correr contra o tempo, pois as provas do Enem e do Saepe são logo no início do 4º bimestre. Depois o que for trabalhado já serve para o seriado da UPE”.

	Site Projeto Medicina	Disparidade entre os tipos de prova do Saepe, do Enem e da UPE: “- As provas do Enem vão para um lado e as do Saepe para outro. Tem um choque aí. As do Enem são diferentes porque as questões são contextualizadas, nas da UPE também”.
		Foco nos exercícios do tipo « questão de vestibular »: “- Este site é muito bom, só tem questões de vestibular e o melhor é que já é tudo separado por assunto. Se eu quero sobre Função Exponencial eu já vou ter uma lista de questões sobre isto”.
	Exemplar Logaritmos da coleção Fundamentos de Matemática Elementar (FME).	O exemplar «Logaritmos» além das questões de vestibulares é apresentado como suporte para a preparação do Saepe: “- Para o Saepe, eu pego mais questões deste livro, elas estão mais próximas do que cai na prova”.

Fonte: autoria própria.

Quadro 6 - Nível +1: recursos e fatores decisoriais

	Recursos em jogo	Fatores decisoriais
Nível +1	Site Projeto Medicina	<i>Institucionais</i> - a seleção de exercícios “contextualizados” voltados para a preparação dos exames Enem e seriado da UPE.
		<i>Didáticos</i> - escolha de exercício para representação gráfica da Função Exponencial a partir de uma situação-problema, sem aparente valor das variáveis e da lei de definição da função.
		<i>História didática</i> - quando os exercícios apresentam as alternativas para marcar a solução dos problemas, os alunos são influenciados a marcar a resposta sem fazer os cálculos.
		<i>História didática</i> - os alunos têm dificuldades de leitura e interpretação dos problemas «contextualizados».
		<i>Didáticos</i> - o aluno aprende a representação gráfica da função, construindo o gráfico, em detrimento de analisar diferentes tipos de gráficos.
	Exemplar Logaritmos da coleção Fundamentos de Matemática Elementar (FME).	<i>Institucionais</i> - a seleção de exercícios voltados para a preparação do exame do Saepe.
<i>Epistemológicos</i> - o trabalho sobre as técnicas de resolução de equações, inequações e propriedades de potências de mesma base.		
<i>História didática</i> - os alunos erram na resolução de equações e inequações exponenciais devido à dificuldade em operar com as propriedades de potências de mesma base.		

Fonte: autoria própria.

Com base no conjunto dos exercícios da ficha elaborada pelo professor para a aula sobre Função Exponencial, apresentaremos a seguir como ocorreu a implementação deste documento na sala de aula da turma do 1º ano do Ensino Médio da Erem.

NÍVEL 0 – A AULA REALIZADA SOBRE FUNÇÃO EXPONENCIAL

Dado o que observamos sobre o uso da ficha de exercícios sobre a Função Exponencial em sala de aula (Nível 0), identificamos, a depender do exercício proposto, diferentes modalidades de trabalho. A identificação destas modalidades foi inspirada nas configurações didáticas da Teoria da Orquestração Instrumental (TROUCHE, 2005), no entanto, sem nos

determos, necessariamente, na gestão dos artefatos, correspondente a cada fase de uma situação, tal como proposta nesta teoria.

Quadro 7 - Modalidades de trabalho em sala de aula

Descrição das modalidades de trabalho		
MT 1	O professor expõe os conselhos, as orientações aos alunos como responderem ao exercício. Os alunos acompanham a explicação do professor em silêncio.	
MT 2	O professor observa os alunos. Os alunos tentam resolver a questão individualmente ou conversam entre si.	
MT 3	O professor faz uma aula dialogada. O professor explica aos alunos como responder ao exercício com/ou sem o uso do quadro branco, fazendo perguntas e respondendo aos alunos. Alguns alunos interpelam e/ou respondem ao professor.	
MT4	O professor intervém individualmente na atividade do aluno. Ele se movimenta pela sala atendendo o chamado de alguns alunos. Outros alunos buscam responder o exercício sem apelar à explicação do professor.	

Fonte: autoria própria.

As modalidades de trabalho (Quadro 7) nos serviram para identificar algumas microdecisões do professor no momento da aula, sobre cada exercício da ficha.

Sobre o 1º exercício:

(UNIFESP-2007). 1. Uma forma experimental de insulina está sendo injetada a cada 6 horas em um paciente com diabetes. O organismo usa ou elimina a cada 6 horas 50% da droga presente no corpo. O gráfico que melhor representa a quantidade Y da droga no organismo como função do tempo t , em um período de 24 horas, é:

O professor começou lendo o enunciado do problema e chamou a atenção dos alunos que para a construção do gráfico seria necessária a atribuição de valores para a quantidade de droga (MT1) e anunciou o tempo de 4min para os alunos responderem (MT2). Antes de terminar este tempo alguns alunos começam a chamar o professor pedindo explicações (MT4). Neste momento o professor toma a seguinte decisão: indicar para todos os alunos que atribuam

a quantidade 100 para 0h (MT1), com base, por exemplo, na dificuldade dos alunos de calcular a porcentagem de droga, quando não foram indicados os valores para calculá-la.

Após o dito conselho, o professor retoma sua posição de observador (MT2), enquanto alguns alunos tentam resolver o problema individualmente ou conversam entre si. Em um dado momento, o professor intervém na conversa de dois alunos que falavam sobre antibióticos. Neste momento, o professor se volta para o grande grupo (MT3), indagando-os sobre: “-*Quem já tomou antibiótico? Como foi a indicação do médico?*”, ou seja, o professor decidiu desenhar no quadro um círculo dividido em quatro partes e explicar sobre a indicação dos médicos de tomarmos antibióticos a cada 4, 6, 8 horas, sempre com divisores de 24, como uma melhor forma de administrarmos os medicamentos. E, desta forma, supomos melhor situar os alunos na interpretação do problema. Logo depois desta explanação, ele começou a expor a relação entre tempo e quantidade de droga (1º exercício): [0h - 100; 6h - 50; 12h-25, 18h-12,5], perguntando aos alunos onde marcar os pontos no plano (MT3). Quando ele finaliza a explicação, uma aluna o interpelou:

A: E se eu calculasse mais, eu teria para 24h o valor de 6,75?

P: Sim, poderia ser, imagine isto em um segundo dia de uso da droga.

O professor decidiu então acrescentar os valores indicados pela aluna à tabela e ao gráfico, justificando a sua ação (MT1).

Sobre o 2º exercício: “O conjunto solução da inequação $2^{-x+3} \geq 4$ é.”

Os alunos foram chamados a resolver a inequação sem explicação dos procedimentos de sua resolução (MT1). O professor passou a observá-los (MT2), com alguns encorajamentos: “- [...] *Essa todo mundo vai conseguir fazer*”. Quando o professor percebeu que a maioria dos alunos respondeu, ele decidiu expor a resposta no quadro (MT3).

P: Isto é inequação ou equação? Olha o sinal \geq .

P: como eu faço aqui? Eu tenho que deixar o 4 em que base?

P: [...] O x está negativo? O que eu faço?

[...] A minha solução termina aqui?

A: Não. Escrevemos $\{x \in \mathbb{R} / x \leq 1\}$.

Depois de já respondida a inequação, um aluno solicitou uma explicação:

A: Professorexplica de novo esse sinal trocado de posição.

No trabalho com este exercício o professor decidiu após ter resolvido a equação no quadro, face à dúvida de apenas um aluno que se pronunciou sobre a inversão do sinal na

inequação (\geq para \leq), retomar a explicação do procedimento utilizado para todos os outros alunos. No que concerne ao **3º exercício**:

(FUVEST, 2002). 3. Seja $F(x) = 2^{2x+1}$. Se a e b são tais que $F(a) = 4 F(b)$. Pode-se afirmar que:

- a) $a + b = 2$ b) $a + b = 1$ c) $a - b = 3$ d) $a - b = 2$ e) $a - b = 1$

Os alunos foram chamados a resolver o exercício também sem explicação do professor (MT1). Logo em seguida, ele se dirigiu aos alunos para ajudá-los a respondê-lo, movimentando-se pela sala (MT4). Ao perceber que os alunos não avançavam em responder a questão, o professor explicou no quadro um exemplo similar ao exercício proposto (MT1).

Se $f(C) = 5^{C+6}$. Se $F(x) = 5^{x+6}$. Encontra o $F(A)$. Encontra o $F(B)$ e depois faz a igualdade [...].

Depois de ter solicitado que os alunos tentassem novamente responder a questão (MT2), sem sucesso, o professor decide começar a respondê-la no quadro, neste momento, com pouca participação dos alunos (MT3).

Sobre o **4º exercício** - Resolva a equação: $3 \cdot 2^x - 5 \cdot 2^{x+1} + 5 \cdot 2^{x+3} - 2^{x+5} = 2$ - podemos perceber, de modo predominante, as modalidades de trabalho, nesta ordem: MT2, MT4 e MT3 (Quadro 7). Dentre estas, destacou-se o investimento do professor em se movimentar pela sala para atender aos alunos individualmente (MT4).

Ao que parece, a maior dificuldade percebida entre os alunos atendidos foi aquela em substituir $2^x = y$. Diante disto, tivemos indícios da tomada de decisão do professor em: insistir sobre a necessária substituição dos termos $2^x = y$ para resolver a equação, no momento quando ele resolvia a equação no quadro (MT3).

P: “Vejam a condição de existência para resolver a equação [...]. E agora gente? Prestem atenção. Vou colocar aqui $2^x = y$, mas poderia ser qualquer outra letra” [...].

A: Ah, foi isto que errei.

P: Beleza que vocês viram o erro.

O 4º exercício, dentre aqueles propostos na ficha, foi o último o qual podemos observar o trabalho do professor em sala de aula. Deste modo, não comentamos os 5º, 6º e 7º exercícios, devido terem sido realizados em uma aula na qual não tivemos acesso.

Assim, tivemos sobre o trabalho com a ficha de exercícios em sala de aula uma breve demonstração de como as (micro) decisões didáticas tomadas no “calor da ação” são reveladoras dos conhecimentos do professor, a exemplo, daquele didático, quando foi proposta a explanação das possibilidades do uso de antibióticos em 24 horas (a priori não previsto). De

outro modo, buscamos, ainda de modo incipiente, demonstrar como a depender do tipo de exercício, o professor privilegia um tipo de modalidade de trabalho a outra.

NÍVEL -1 - OBSERVAÇÃO DA ATIVIDADE DO ALUNO PELO PROFESSOR

Após o trabalho com a ficha de exercícios em sala de aula, ao entrevistarmos o professor sobre este, ele o avaliou como regular. No quadro a seguir, apresentamos seus comentários sobre cada exercício.

Quadro 8 - Nível -1: considerações do professor sobre a aula (nível 0)

Exercícios	Comentários do professor
1º exercício	- Eu percebi que a dúvida principal dos alunos foi por não estar clara a quantidade de insulina, da quantidade da droga. Os alunos perguntaram: - Nós vamos começar por qual valor? - A segunda dificuldade foi calcular a porcentagem. Este foi um assunto trabalhado no início do ano e alguns alunos já estavam esquecidos. Mas conseguimos fazer o gráfico.
2º exercício	A maior dificuldade nesta questão foi a mudança de base. Pois, temos uma base 2 e outra 4. E aí, eu relembrar as regras para simplificação das bases. Também alguns alunos tiveram dificuldade no momento de apresentar a solução final. Visto se tratar de uma inequação e também pelo expoente negativo “x”.
3º exercício	Os alunos ficaram assustados com esta questão. Porque temos o $f(x)$ e também $f(a)$ e $f(b)$. Eles estão acostumados a trabalhar somente com $f(x)$ e aí teve algo diferente. A maior dificuldade dos alunos foi esta relação entre $F(a)$ e $F(b)$. Ficaram perdidos.
4º exercício	Deu para perceber que ainda não foi fixada a aprendizagem. Muitos alunos me perguntaram ainda sobre as propriedades das potências. Encontrei uma dificuldade que não esperava.
5º exercício	Nesta questão por incrível que pareça, vários alunos sentiram dificuldade na resolução da equação do 2º grau.
6º exercício	Os alunos não conseguiram resolver sozinhos. É complicado fazê-los pensar, identificar como armar a resolução.
7º exercício	Os alunos tiveram dificuldade na interpretação desta questão. A dificuldade é não identificar o que a questão pede. É mais o fato de precisar ler e reler o problema.

Segundo o professor a utilização da ficha de exercícios reafirmou sua convicção de que no caso do 2º, 3º e 4º exercícios com questões diretas, do tipo: *faça, resolva ...* os alunos têm menor dificuldade. Ainda afirmou o professor: - *“Quando os alunos são levados a resolverem questões do tipo do 1ª, 5ª, 6ª e 7ª eles acham estas mais difíceis. Eles não conseguem interpretar o enunciado. Ficam perdidos, sem saberem por onde começar a responder”*.

Pelo exposto, de todos os exercícios propostos, o professor afirmou que retiraria apenas o 3º exercício da ficha (Quadro 8), pela dificuldade encontrada em fazer os alunos entendê-lo, mantendo os demais para o estudo da Função Exponencial em outra oportunidade.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste artigo apresentamos um estudo baseado na abordagem documental do didático articulado com o estudo das decisões didáticas. A análise documental do trabalho do professor na preparação do ensino da Função Exponencial permitiu a identificação dos recursos mobilizados neste trabalho (ex: livro didático, sites, entre outros), assim como os critérios de escolha destes recursos. Neste caso, estes foram notadamente de natureza institucional, baseados em conhecimentos do professor sobre as expectativas das avaliações externas e das provas dos vestibulares.

A análise das decisões didáticas tomadas pelo professor na preparação da aula e de sua implementação em sala de aula permitiu inferir um certo número de fatores subjacentes a estas decisões. Por exemplo, dentre a influência do fator epistêmico - didático, a concepção de aprendizagem do professor sobre o esquema: definição, exemplo e exercícios. Esta concepção orientou notadamente a escolha das atividades sobre a Função Exponencial e a ordem na qual foram propostas aos alunos. Dentre o fator da história didática, compreendemos que o conhecimento em matemática dos alunos levou o professor a buscar atividades consideradas simples, em um primeiro momento, para fazê-los adquirir os conhecimentos «de base», necessários para a resolução de exercícios e problemas mais complexos.

Desta forma, entendemos que a articulação entre a abordagem documental do didático e a análise das decisões didáticas referenciada no modelo dos níveis da atividade do professor se revela como pertinente à análise das práticas do professor. Como todo estudo de caso, não pretendemos realizar uma generalização dos resultados obtidos. Resta-nos assim aprofundar do ponto de vista teórico e bem mais metodológico os meios para melhor compreendermos a relação entre os esquemas de uso dos recursos que são os elementos constitutivos dos documentos elaborados pelo professor e os fatores que influenciam as decisões didáticas da elaboração à implementação de atividades de ensino.

REFERÊNCIAS

ADLER, J. Conceptualizing resources as a theme for teacher education. **Journal of mathematics Teacher Education**, Dordrecht, n. 3, p. 205-224, 2000.

ANDRÉ, M. **Estudo de caso em pesquisa e avaliação educacional**. 3. ed. Brasília: Liber Livros, 2008.

BESSOT, A. et al. Décisions didactiques prises par des enseignants de sciences dans la conception de séquences d'enseignement. In: MATHERON, Y. et al. (Dir.). **Problèmes du rapport scolaire et social aux mathématiques**: identification des causes et propositions de solutions. Lyon: l'IFE, 2013. p. 4-5.

BRASILEIRO, A. A autoconfrontação simples aplicada à formação de docentes em situação de trabalho. **SCRIPTA**, Belo Horizonte, v. 15, n. 28, p. 205-224, 1º sem. 2011. Disponível em: <<http://periodicos.pucminas.br/index.php/scripta/article/view/4316>>. Acesso em: 12 out. 2015.

BROUSSEAU, G. Le contrat didactique: le milieu. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble, n. 9, v. 3, p. 309-336, 1988.

COMITI, C. et al. **Niveaux de connaissances en jeu lors d'interactions en situation de classe et modélisation de phénomènes didactiques**. 1995. Disponível em: <<https://hal.archives-ouvertes.fr/>>. Acesso em: 09 out. 2015.

GUEUDET, G.; TROUCHE, L. Genèses communautaire, genèses documentaires: histoire en miroir. In: _____; _____. **Ressources vives**: le travail documentaire des professeurs en mathématiques. Rennes: Presses Universitaires de Rennes, 2010. p. 129-145.

IEZZI, G. et al. **Matemática**: ciência e aplicações. Ensino Médio. v. 1. São Paulo: Saraiva, 2013.

LIMA, I.; TRGALOVÁ, J. Connaissances des professeurs susceptibles d'influencer leurs décisions didactiques. In: SIPEMAT, 2., 2008, Recife, **Anais...** Recife: UFRPE, 2008, p. 1-12.

LIMA, I.; TRGALOVÁ, J. Ensino de matemática na Educação Básica: decisões didáticas do professor. In: LIMA, A. P. et al. (Org.). **Pesquisas em Fenômenos Didáticos**: alguns cenários. Recife: Editora Universitária da UFRPE, 2010, v. 1, p. 51-71.

MARGOLINAS, C. Situations, milieux, connaissances. Analyse de l'activité du professeur. In: DORIER, J.-L. et al. (Eds.). **Actes de la 11e École d'Été de Didactique des Mathématiques** – Corps, août 2001, p. 141-156. Grenoble: La Pensée Sauvage, 2002.

MARGOLINAS, C.; RIVIÈRE, O. La préparation de séance: un élément de travail du professeur. **Petit X**, n. 69, p. 32-57, 2005.

MURAKAMI, C.; IEZZI, G.; DOLCE, O. **Logaritmos**. Coleção Fundamentos de Matemática Elementar. São Paulo: Atual, 2013.

RABARDEL, P. **Les hommes et les technologies, approche cognitive des instruments contemporains**. Paris: Armand Colin, 1995.

TRGALOVÁ, J. Documentation et décisions didactiques du professeur. In: GUEUDET, G.; TROUCHE, L. **Ressources vives**: le travail documentaire des professeurs en mathématiques. Rennes: Presses Universitaires de Rennes, 2010. p. 129-145.

TROUCHE, L. Construction et conduite des instruments dans les apprentissages mathématiques: nécessité des orchestrations. **Recherches en Didactique des mathématiques**, Grenoble, 25/1, p. 91-138, 2005. Disponível em: <<https://telearn.archives-ouvertes.fr/hal-00190091/document>>. Acesso em: 14 nov. 2015.