

ESTUDAR GRANDEZAS E MEDIDAS NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Paula Moreira Baltar Bellemain

Doutora
UFPE – Pernambuco – Brasil
pmbaltar@gmail.com

Marta Fernanda de Araujo Bibiano

Doutora
UFPE – Pernambuco – Brasil
mbibiano@ufpe.br

Cristiane Fernandes de Souza

Doutora
UFPB – Paraíba – Brasil
cristianesouza@dce.ufpb.br

Resumo

Esse ensaio é fruto das contribuições das autoras em uma mesa redonda apresentada no VII Encontro Pernambucano de Educação Matemática. O texto problematiza o ensino de Grandezas e Medidas na Matemática da Educação Básica e na interface entre Matemática e Física. Discute-se o porquê de ensinar Grandezas e Medidas, as dificuldades enfrentadas por alunos e professores no estudo desse campo e alguns caminhos que podem contribuir para a superação dessas dificuldades.

Palavras-Chave: Grandezas e medidas. Grandezas geométricas. Grandezas físicas. Currículo. Recursos didáticos.

Introdução

Esse texto foi construído a partir das contribuições das autoras em uma mesa redonda apresentada no VII Encontro Pernambucano de Educação Matemática. Nossas interações iniciaram-se antes da mesa redonda propriamente dita, partindo da elaboração de alguns questionamentos sobre possíveis conexões entre Matemática e Física no estudo no campo das Grandezas e Medidas. Debates, com base em nossas experiências na Educação Básica, na Formação de Professores e na Pesquisa, sobre algumas dificuldades comuns ao ensino de Física e de Matemática, cuja raiz está no universo das Grandezas e Medidas: adicionar grandezas expressas com unidades diferentes, estabelecer relações inadequadas entre grandezas no uso de fórmulas, calcular considerando apenas os números e não as unidades e grandezas envolvidas etc.

Pensamos em explorar relações entre a Matemática e a Física no estudo desse campo, tanto no que diz respeito a convergências e aspectos que se alimentam mutuamente, como em termos de diferenças de abordagem. Nesse processo de problematização, destacamos: a distinção entre medição concreta e medição abstrata; o modo de lidar com os erros de medição na Matemática e na Física; a maneira como se aborda a necessidade ou não de padronização de unidades e o que motiva essa necessidade; como cada disciplina lida com a questão dos instrumentos de medida, no estudo de conteúdos de Grandezas e Medidas, entre outros aspectos.

A partir desse processo de problematização e das experiências das autoras, escolhemos abordar também a articulação entre o campo das Grandezas e Medidas e o campo da Geometria, no estudo das grandezas geométricas. Muitas vezes o ensino da área e do volume, por exemplo, é considerado como parte da geometria escolar. Embora as autoras desse texto considerem que as grandezas e medidas devem ser tratadas como parte do campo das grandezas e medidas, é inegável a importância das inter-relações entre a geometria e as grandezas e medidas quando se discute a didática das grandezas geométricas.

O texto a seguir é estruturado em três tópicos: uma problematização inicial sobre o ensino e a aprendizagem das Grandezas e Medidas na Educação Básica; o campo das Grandezas e Medidas na interface entre Matemática e Física e, nas considerações finais, alguns desafios do ensino de Grandezas e Medidas na Educação Básica, dentro desse cenário mais amplo.

Problematizando o campo das grandezas e medidas na educação básica

Nesse tópico vamos levantar algumas questões sobre o ensino e a aprendizagem do campo das Grandezas e Medidas na Educação Básica e trazer elementos parciais de resposta: Por que ensinar grandezas e medidas no Ensino Fundamental e Médio? Quais as principais dificuldades dos alunos ao estudar conteúdos do campo das Grandezas e Medidas? Onde se situa, na Educação Básica, o estudo das grandezas e medidas? Que recursos podem ser úteis para o ensino e a aprendizagem de grandezas e medidas? Vamos discutir brevemente, a seguir, cada uma dessas questões.

Os argumentos principais para a inclusão desse campo nos currículos de Matemática são: a forte presença das Grandezas e Medidas nas mais diversas práticas sociais, sua posição na construção histórica do conhecimento matemático, suas articulações com outros campos da Matemática e as conexões com outras disciplinas. Esses argumentos estão explicitamente presentes nos referenciais curriculares brasileiros, desde a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais, no final da década de 1990 (BRASIL, 1997, 1998).

Conteúdos do campo das Grandezas e Medidas estão fortemente presentes na vida cotidiana: nas situações de compra e venda (valor monetário, massa, capacidade, comprimento etc.), na culinária (massa, capacidade, tempo, temperatura etc.), na interpretação de notícias veiculadas pela mídia, entre inúmeras outras. Também estão presentes em práticas profissionais as mais diversas: pedreiros, marceneiros, costureiras, enfermeiros, agricultores, arquitetos, engenheiros, por exemplo, lidam o tempo todo com medidas de grandezas. Além disso, as crianças e jovens usam ampulheta e cronômetro em alguns jogos de tabuleiro, medem distâncias (por exemplo, nos jogos com bolinha de gude e na demarcação de terrenos para jogar queimado, futebol ou barra bandeira), medem ângulos e comprimentos para fabricar pipas etc. Desses breves exemplos, podemos inferir que conhecimentos sólidos no campo das Grandezas e Medidas são úteis para o exercício pleno da cidadania.

A forte relevância social desse campo tem algumas implicações sobre a motivação dos alunos, sobre a conexão com os conhecimentos prévios (inclusive aqueles adquiridos fora da escola), sobre as contextualizações e sobre o modo como o professor considera sua prática docente relativa a esse campo.

Como frequentemente as crianças e os jovens lidam com grandezas e medidas em suas experiências extraescolares, é comum os professores observarem que os alunos se sentem motivados para estudar conteúdos desse campo e mencionarem que o trabalho com Grandezas e Medidas ajuda a argumentar que a Matemática pode ser útil para a vida. Vale ressaltar também que, ao abordar esse campo, é fundamental resgatar, colocar em diálogo e propiciar o aprofundamento e a ampliação do repertório de conhecimentos dos estudantes.

Deve-se destacar ainda que, por haver muitos usos de Grandezas e Medidas na vida em sociedade, é possível explorar situações contextualizadas em experiências da vida cotidiana ou de certas profissões. Em relação a esse aspecto, há alguns cuidados necessários para que a abordagem escolar desse campo seja feita de forma que proporcione as aprendizagens visadas. É preciso evitar contextualizações artificiais, pouco convincentes, que em nada contribuem para ressignificar os conhecimentos que os alunos trazem para a sala de aula. Boas contextualizações trazem dados plausíveis e devem contemplar pelo menos uma das condições a seguir: os conteúdos estudados contribuem para uma melhor compreensão do contexto e/ou o contexto auxilia no entendimento dos conteúdos estudados.

Por exemplo, o jornal *Le Monde Diplomatique Brasil* publicou em sua edição de março

de 2018 uma matéria intitulada “Cerrado, berço das águas, na rota devastadora do capital”¹, de autoria de Gerardo Cerdas Vega e Joice Bonfim, na qual denuncia a ameaça de destruição do bioma do Cerrado. Nesse artigo, que compõe um encarte especial relacionado ao Dia Mundial da Água (22 de março), há vários dados relacionados ao campo das Grandezas e Medidas, articulados a questões sociais e a conteúdos de outros componentes curriculares como a Geografia e a Biologia. Um estudo interdisciplinar de artigos desse tipo permite evidenciar a importância de dominar conteúdos do campo das Grandezas e Medidas para o exercício pleno da cidadania e ao mesmo tempo fortalecer os vínculos entre a matemática e outras disciplinas escolares.

Outra tendência que temos observado em alguns professores é considerar que, por ser possível explorar situações práticas e próximas das experiências sociais, é mais fácil ensinar os conteúdos desse campo. Ora, os resultados de avaliações em larga escala (nos âmbitos Federal, Estadual e Municipal) evidenciam desempenho insatisfatório e pesquisas brasileiras e estrangeiras mostram erros persistentes na aprendizagem de conteúdos do campo das Grandezas e Medidas. É o caso das confusões entre grandezas (área e perímetro, massa e capacidade etc.), do uso inadequado ou da omissão de unidades de medida (expressar uma área usando centímetros, um perímetro em centímetros quadrados, entre outros), ou ainda da utilização de fórmulas inadequadas (como, por exemplo, multiplicar os comprimentos dos lados de um paralelogramo não retângulo). É preciso, portanto, questionar essa pressuposição de simplicidade.

Como já dissemos, entre os argumentos em prol da inclusão das Grandezas e Medidas no ensino da Matemática estão seu papel na construção histórica desta disciplina e suas conexões com outros campos da Matemática. As origens da palavra Geometria (geo = terra; metria = medida, ou seja, medir a terra) parecem coincidir com as necessidades do dia a dia das civilizações antigas. Os agrimensores egípcios, por volta do ano 2000 a.C., recorriam aos cálculos de área para delimitar suas terras quando as cheias anuais do Rio Nilo apagavam as marcas anteriores. O império também calculava as áreas das terras dos agricultores a fim de cobrar seus impostos (EVES, 1992; BOYER, 2003).

Para a armazenagem dos alimentos surgiu a necessidade do cálculo de volumes e de capacidade dos recipientes. Vários problemas se relacionavam a situações de armazenagem, distribuição e comércio dos alimentos. Dessa forma, foram se desenvolvendo as primeiras

¹ Disponível em <https://diplomatie.org.br/cerrado-berco-das-aguas-na-rota-devastadora-do-capital>, consultado em 9 de junho de 2018.

fórmulas para o cálculo de volume de alguns sólidos geométricos (BRITO; CARVALHO, 2001).

Não temos como identificar precisamente as origens das medidas, mas vestígios históricos deixados pela pré-história mostram que havia uma preocupação permanente do homem em “contar” e “medir”. Na época era bastante comum utilizar medidas como mão, palmo, pés, vara, polegar, entre outras. Nomes como “vara”, “cúbito” e “braça” indicam bem esse costume (BARONE; BATARCE; NASCIMENTO, 2009).

Relacionar conhecimentos geométricos, no âmbito das formas e figuras planas e dos objetos espaciais, com medição, seja de comprimento, área, volume, capacidade, era comumente feito pelas antigas civilizações, principalmente aquelas que dependiam da agricultura cultivada às margens dos grandes rios da África e da Ásia.

Esses exemplos ilustram a forte conexão da origem histórica do que hoje consideramos no currículo como Grandezas e Medidas e como Geometria. As articulações entre os campos da Geometria e das Grandezas e Medidas também podem ser exploradas quando trabalhamos com situações da vida cotidiana, tais como: a relação entre formato de uma embalagem e sua capacidade de armazenamento, ou a quantidade de material a ser utilizado na fabricação dessa embalagem em relação a outra de mesma capacidade, mas de formato diferente.

Ressaltamos também o papel das medidas de grandezas na construção histórica dos números. O problema da medição prática evidencia a insuficiência dos números naturais e está na raiz da necessidade dos números racionais. Já a medição teórica, abstrata, não pode ser plenamente enfrentada com os números racionais. A impossibilidade de expressar com um número racional a medida teórica da diagonal de um quadrado tomando o comprimento de seu lado como unidade, por exemplo, gera a necessidade de criar novos números.

A respeito da relação entre números e grandezas, destacamos a observação de Perrin-Glorian (2002) em relação à construção histórica do conhecimento matemático e em relação às mudanças curriculares:

A medida de grandezas e a quantificação das relações entre grandezas constituíram-se durante séculos em um fundamento e um motor do avanço da matemática e da construção dos números. As matemáticas atualmente fundamentam-se diretamente nos conjuntos e nos números sem referência às grandezas (PERRIN-GLORIAN, 2002, p. 299).

Esses comentários ilustram alguns aspectos importantes a serem destacados. O primeiro é a forte conexão das Grandezas e Medidas com os campos dos Números e Operações e da Geometria, do ponto de vista histórico, e seu potencial de exploração em sala de aula. O segundo

é a possibilidade de explicitar que o conhecimento matemático evoluiu para responder a questões que podem, entre outros, emergir da vida social ou de problemas internos à Matemática.

Finalmente, destacamos as articulações das Grandezas e Medidas com conteúdos de outras disciplinas escolares, além da Matemática. Ao estudar Biologia, por exemplo, é possível explorar a massa e a estatura das crianças, a duração da gestação de animais, o cálculo aproximado da área de folhas de árvores etc. No ensino da Geografia, é importante explorar a escala de mapas, estimar distâncias entre cidades, comparar as áreas de países, entender o significado da densidade populacional, entre vários outros exemplos. Mas a interface que vamos privilegiar adiante é entre a Matemática e a Física. Com efeito, o estudo de grandezas tem um lugar importante na Física e essa constatação nos leva a problematizar algumas aproximações e alguns distanciamentos na maneira pela qual lidamos com esse campo nas duas disciplinas.

Desde a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997, 1998), as grandezas e medidas são consideradas um dos blocos de conteúdos a serem abordados na matemática escolar, tanto na Educação Infantil como no Ensino Fundamental, com foco, sobretudo, nas grandezas geométricas (comprimento, área, volume e abertura de ângulo), mas contemplando pouco a pouco também o ensino de grandezas físicas (massa, duração de intervalos de tempo, temperatura etc.). No Ensino Médio, não há um bloco específico dedicado a esse campo, mas as grandezas geométricas são abordadas no bloco da Geometria e as grandezas físicas estão presentes no currículo de Física dessa etapa.

A designação de um campo específico para as Grandezas e Medidas no ensino da Matemática é observada também em currículos de outros países, como a França, por exemplo. Consideramos essa escolha curricular como um avanço em relação a outras possibilidades, como tratar apenas as grandezas geométricas (comprimento, área, volume e abertura de ângulo) como tópicos da Geometria. Há conteúdos conceituais e procedimentais que extrapolam o campo da Geometria, como é o caso das grandezas físicas, dos processos de medição prática instrumentada e de medição teórica, com as distinções necessárias.

As grandezas físicas massa e duração de intervalos de tempo, por exemplo, são conteúdos do campo das Grandezas e Medidas, mas não são relativas a objetos geométricos. A discussão sobre o caráter aproximado das medições práticas com uso de instrumentos e sobre a gestão dos erros associados à medição é um conteúdo importante dentro do campo das Grandezas e Medidas, embora não seja propriamente objeto de estudo da Geometria. Do mesmo modo, o estudo das grandezas e medidas exige problematizar a distinção entre medida prática e medida teórica. Se utilizamos uma régua graduada para medir o comprimento da diagonal de

um quadrado cujo lado tem 10 centímetros, vamos obter aproximadamente 14,1 centímetros. Por outro lado, sabemos que teoricamente o comprimento da diagonal de um quadrado cujo lado tem 10 centímetros é $10\sqrt{2}$ centímetros. Por mais preciso que seja um instrumento de medida de comprimento, jamais será possível obter um valor irracional, cuja existência é vinculada ao mundo dos objetos matemáticos ideais.

Embora no currículo prescrito haja avanços significativos, pode-se constatar facilmente nos guias do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) que muitas coleções ainda situam os capítulos sobre Grandezas e Medidas no final dos livros didáticos, o que pode prejudicar sua abordagem em sala de aula. Além disso, persiste uma compreensão inadequada por parte de muitos professores para os quais o ensino das grandezas geométricas é visto como parte da Geometria a ser ensinada no Ensino Fundamental. Neste caso, ensinar geometria resume-se muitas vezes à nomenclatura relativa às figuras geométricas planas e espaciais, às unidades de medida e suas transformações, ao uso mecânico de fórmulas para o cálculo de perímetro e área de figuras planas e para o cálculo do volume de sólidos ou ainda como pretexto para aplicações da álgebra. Em certo sentido, a emancipação das Grandezas e Medidas em relação ao campo da Geometria também deve gerar um impacto positivo no ensino da Geometria, uma vez que provoca o questionamento acerca dos conteúdos propriamente geométricos a serem explorados no Ensino Fundamental.

Ensinar Geometria e Grandezas e Medidas, na Educação Básica, tem sido um desafio para professores de Matemática. Campos, Pires e Curi (2001) já destacavam alguns fatores que dificultam o enfrentamento desse desafio e levam os professores a abordar o ensino desses campos de forma mecânica e formal:

- Uma formação inadequada, ou até mesmo inexistente, com ênfase no raciocínio axiomático-dedutivo (a Geometria de Euclides);
- O excessivo destaque dos aspectos estruturais da Matemática, valorizando o ensino da Álgebra;
- O desconhecimento de diferentes abordagens didático-pedagógicas.

Entre os caminhos que podem contribuir para enfrentar o desafio de ensinar Geometria, Grandezas e Medidas está o uso de materiais diversos, como jogos, quebra-cabeças e materiais manipuláveis, como embalagens, caixas, objetos, canudos, garrafas pet, fita métrica, entre outros.

Pesquisadores como Lorenzato (2006) e Passos (2006) defendem a utilização de materiais didáticos manipulativos em situações de aprendizagem seja na Educação Básica, no

Ensino Fundamental e Médio, ou no Ensino Superior, na formação de professores. Reys (1971 apud MATOS; SERRAZINA, 1996, p. 193) define que materiais manipulativos são como “objectos ou coisas que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar [...]”. Lorenzato (2006, p. 18) define que um material didático pode ser “[...] qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem”, podendo ser, portanto, uma calculadora, os instrumentos de desenho geométrico, um livro didático, um jogo, dentre vários outros objetos e materiais que possam auxiliar os alunos na compreensão de conceitos.

Esse mesmo autor destaca ainda que o material didático “[...] pode ser um excelente catalisador para o aluno construir o seu saber matemático” (LORENZATO, 2006, p. 21), ou seja, o professor pode utilizar o material didático como um recurso para estimular seus alunos a refletirem sobre os conhecimentos matemáticos envolvidos nas situações propostas e ampliá-los.

Entretanto, Matos e Serrazina (1996) e Lorenzato (2006) ressaltam que o uso de materiais manipulativos ou visuais não garante por si só a aprendizagem do aluno. Matos e Serrazina (1996) destacam ainda que não há garantias que os alunos vejam as mesmas relações nos materiais que o professor visualiza. É necessário que o professor proporcione momentos de reflexão, de tal forma que os alunos possam dialogar sobre as relações possíveis encontradas na manipulação e observação do material proposto, sendo sua atenção conduzida para as relações que o professor tem interesse que sejam visualizadas. Complementando a ideia exposta, identificamos que Passos (2006, p. 78) defende que os materiais didáticos “[...] devem servir como mediadores para facilitar a relação professor/aluno/conhecimento no momento em que um saber está sendo construído”. Ou seja, os materiais didáticos são elementos utilizados para auxiliar o processo de aquisição do conhecimento, e não devem ser o foco da aprendizagem.

Nessa perspectiva, Mendes e Sá (2006) defendem uma abordagem metodológica do uso de materiais didáticos manipulativos para o ensino de Matemática associado às atividades investigativas. Na obra citada, os autores trazem propostas de atividades para serem trabalhadas em sala de aula, de forma a incentivar a construção do conhecimento, por parte do aluno, proporcionando uma reflexão sobre as ações realizadas com a manipulação de materiais didáticos nas atividades. Materiais simples como canudos, palitos de churrasco, instrumentos de desenho geométrico, figuras planas recortadas em cartolina, entre outros, são utilizados como recursos didáticos nas atividades propostas.

É importante então questionar que materiais podem ser úteis para o ensino de Geometria e de Grandezas e Medidas e de que maneira se deve integrá-los às situações didáticas a serem

vivenciadas em sala de aula a fim de proporcionar a aprendizagem de conteúdos do campo das Grandezas e Medidas. Questionamentos como esse estão na raiz do projeto “O ensino-aprendizagem da Geometria nos anos finais do Ensino Fundamental: propostas metodológicas em atividades didáticas”, coordenado por Cristiane Souza desde o ano de 2015, dentro do Programa de Licenciatura – Prolicen/UFPB, envolvendo licenciandos em Matemática da UFPB/Campus IV, como bolsistas e voluntários.

Este projeto envolve turmas do 6º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental, de escolas públicas dos municípios de Mamanguape e Rio Tinto, localizados no litoral norte do Estado da Paraíba. Elaboram-se atividades que abordam diferentes conteúdos dos campos da Geometria e das Grandezas e Medidas, utilizando diferentes tipos de recursos, tais como quebra-cabeça, embalagens, objetos, fita métrica, instrumentos de desenho geométrico, mapas de rua, canudos, tachinhas, livro didático, vídeos didáticos, jogos, origami, entre outros, buscando proporcionar aos alunos diferentes formas de observar e manipular os materiais para refletir sobre suas características e responder a questionamentos formulados. Além de trazer contribuições para as escolas envolvidas, o projeto tem favorecido reflexões por parte dos estudantes de licenciatura quanto ao uso de recursos para ensinar Geometria e Grandezas e Medidas, mostrando-lhes que a abordagem metodológica proposta contribui para a participação ativa do aluno na construção de seu conhecimento.

Além dos diferentes instrumentos de medidas, associados às grandezas respectivas, materiais como o tangram, as malhas, os recipientes, os poliminós, os geoplanos, os softwares de geometria dinâmica, entre outros, podem se constituir em recursos didáticos úteis à aprendizagem das grandezas geométricas, desde que inseridos em situações didáticas bem concebidas e conduzidas adequadamente pelo professor. A formação do professor deve contemplar a análise crítica dos materiais, a elaboração ou adaptação de sequências didáticas que integrem recursos variados e a compreensão ampla dos aportes e limites de cada recurso. Ao mesmo tempo, abre-se a discussão sobre o lugar das experimentações na aprendizagem da Matemática e a conexão necessária entre o conhecimento prático e o conhecimento teórico. No campo das Grandezas e Medidas, especificamente, questionam-se as proximidades e diferenças entre medição concreta e medição abstrata, comentadas acima. Em relação a esse aspecto, a experiência do ensino de Física é fonte de ricas reflexões.

O campo das grandezas e medidas na interface entre a matemática e a física: o estudo das grandezas físicas no Ensino Médio

A experimentação e a medição no estudo dos fenômenos físicos nem sempre são enfatizadas nos currículos da Educação Básica apesar da Física ser uma ciência experimental. Segundo o levantamento feito por Pena e Ribeiro Filho (2009), um grande número e diversidade de propostas pedagógicas, respaldadas em resultados de pesquisa na área de Ensino de Física, vem sendo apresentado para a melhoria da qualidade e das condições deste ensino em nosso país. No entanto, boa parte dessas propostas não chega às salas de aula. Em relação ao recurso da atividade experimental, os resultados das pesquisas reconhecem que isto proporciona aos alunos a análise dos dados obtidos em medições de grandezas físicas, que caracterizam um determinado evento e também o estudo do seu comportamento frente às outras grandezas. Os principais obstáculos apontados para que estas atividades não cheguem à sala de aula são: a falta ou carência de pesquisa sobre o que os alunos realmente aprendem por meio de experimentos, despreparo do professor para trabalhar com atividades experimentais e condições de trabalho. Esses aspectos são semelhantes aos apresentados por Campos, Pires e Curi (2001) sobre o ensino de Geometria e Grandezas e Medidas na Matemática.

Em um cenário favorável, a experimentação possibilita, a partir da coleta de dados, fazer previsões, extrapolações e sugerir aplicações, levando-se em consideração os aspectos qualitativos, observação e descrição do fenômeno, e quantitativos, realizando as medições de grandezas físicas.

Enquanto nos limitamos aos fenômenos físicos, sem associar números às nossas observações, estamos estudando os fenômenos qualitativamente. No momento em que caracterizamos nossas observações por resultados numéricos, estaremos fazendo o estudo quantitativo (PAULI et al., 1979, p. 46).

A ênfase nos aspectos positivos quando se promove a medição não é recente. Em uma palestra de William Thomson (1989, p. 73), conhecido como o Lorde Kelvin, realizada em 1983, ele diria:

Em ciências físicas, um primeiro passo fundamental em direção a aprender qualquer assunto, é encontrar princípios de cálculo numérico conectado com métodos práticos de medição. Muitas vezes digo que quando pode-se medir sobre o que você está falando, e pode expressá-lo em números, você sabe algo sobre o assunto; mas quando você não pode medir algo, e não pode expressá-lo em números, seu conhecimento é limitado e insatisfatório [...].

Isto foi dito num contexto de formação em Engenharia destacando-se as aplicações em eletricidade. No entanto, encaixa perfeitamente bem quando pensamos em promover melhoria no ensino de Física, como aponta o levantamento feito por Pena e Ribeiro Filho (2009).

Vale destacar que a mensuração de uma grandeza permite estabelecer uma conexão dos conteúdos matemáticos com outras disciplinas escolares. Na escolarização básica, o estudo das Grandezas e Medidas tem sido valorizado nas propostas curriculares para o Ensino Fundamental. Entretanto, diferentes avaliações do ensino mostram que o desempenho dos alunos é particularmente insatisfatório quando se trata de questões relativas a este campo (LIMA; BELLEMAIN, 2010). Dificuldades conceituais e procedimentais relacionadas ao processo de medição de grandezas prejudicam a aprendizagem em Física.

A medição de grandezas é um processo complexo, que envolve escolha de uma unidade de medida e emprego de procedimentos apropriados, muitos deles apoiados em instrumentos – réguas, relógios, balanças, recipientes graduados, entre muitos outros. Nesse processo, atribui-se um número a uma grandeza, que é a medida da grandeza na unidade escolhida (LIMA; BELLEMAIN, 2010, p. 178).

As grandezas físicas, quanto à sua natureza, podem ser classificadas em escalares e vetoriais. As grandezas físicas escalares são completamente determinadas quando se conhece o valor numérico (intensidade) e a correspondente unidade de medida. São exemplos de grandezas físicas escalares: a massa e a temperatura de um objeto. As grandezas físicas vetoriais somente ficam completamente determinadas quando se conhecem, além do valor numérico e a correspondente unidade de medida, a direção e o sentido de atuação desta grandeza. São exemplos de grandezas físicas vetoriais: o deslocamento e a velocidade de um objeto.

Neste campo de conhecimento, para a determinação das unidades de medida das grandezas físicas, certo número de grandezas e unidades foi escolhido e definido como unidades fundamentais e as demais grandezas e unidades são determinadas a partir destas e denominam-se grandezas e unidades derivadas. Atualmente, as grandezas físicas fundamentais são: comprimento (m – metro), massa (kg – quilograma), duração de intervalo de tempo (s – segundo), intensidade da corrente elétrica (A – Ampère), temperatura termodinâmica (K – Kelvin), intensidade luminosa (cd – candela) e quantidade de matéria (mol). As grandezas físicas derivadas são estabelecidas por relações entre uma ou mais grandezas físicas fundamentais, tais como velocidade (m/s – metro por segundo), energia (J – Joule) e pressão (Pa – Pascal).

A medição de uma grandeza física pode ser realizada com instrumentos, expressando padrões previamente definidos e aceitos pela comunidade científica. Medir uma grandeza é

determinar, por comparação, quantas vezes ela contém outro intervalo daquela mesma espécie de grandeza, arbitrariamente escolhido como sendo unitário. Este intervalo unitário é chamado de unidade. A medida é expressa por um valor numérico, que representa quantas vezes a grandeza física contém a unidade usada na medição, e um símbolo, que representa a unidade da grandeza utilizada. A representação material ou não de um corpo ou ente físico da unidade arbitrada é chamada de padrão. Procura-se definir unidades e padrões de medida que possam ser obtidos e utilizados de maneira segura, sem variações ou deformações em todo o universo. Esses padrões foram estabelecidos e pertencem ao Sistema Internacional de Unidades (SI), regulamentados em Conferências Gerais de Pesos e Medidas. Este é o caso do Sistema MKS (metro-quilograma-segundo), muito utilizado no estudo da Física.

O processo de medição pode ser realizado de forma direta ou indireta. Para medir diretamente comparamos com outra grandeza de mesma espécie, utilizada como unidade de medida. O resultado desta comparação é um número que indicará quantas vezes a unidade adotada está contida na grandeza física medida (múltiplo ou submúltiplo do padrão adotado). São exemplos de medições diretas a determinação da massa de um objeto e a da duração de um intervalo de tempo de um evento. Quando não é possível a determinação direta, por comparação, faz-se a medição indireta. Isto acontece quando não existe um padrão de unidade adequado para a comparação da grandeza, ou impossibilidade de uso de um instrumento de medida. Neste caso, realiza-se uma ou mais medições diretas de grandezas de mesma espécie ou grandezas relacionadas, acrescidas de operações matemáticas que relacionam as diversas grandezas com aquela a ser medida, resultando na medida procurada. São exemplos de medidas indiretas a determinação da espessura média de uma folha de caderno e da velocidade de propagação do som no ar.

No estudo dos fenômenos físicos, é comum selecionar duas grandezas para analisar o comportamento de uma delas em função da outra. A organização e a análise do comportamento destas grandezas estabelece a relação entre elas (equações). Não se pode deixar de dizer que essas relações não envolvem apenas números. Essas relações envolvem unidades de medidas, ou seja, tornando essencial e necessária a realização da análise dimensional. Negligenciar essa análise tem dificultado a aprendizagem de modelos físicos. Segundo Silva (2016, p. 58),

A análise dimensional desempenha um papel crucial na formação científica dos estudantes. Apesar de não mais se esperar que esse método demonstre a priori as leis da mecânica, seu objetivo inicial, conserva-se como um poderoso auxiliar para o entendimento da ciência e para a compreensão das grandezas envolvidas em suas equações. A dimensão de uma grandeza permite reconhecer o vínculo que ela mantém com grandezas análogas e a diferenciá-

la de outras com as quais não possui qualquer semelhança. Esse método de estabelecimento da identidade de grandezas análogas, apesar de aparentemente diversas, é a análise dimensional.

As relações entre grandezas, tais como comprimento, massa e tempo, para compreender as leis que regem os fenômenos naturais são muito enfatizadas. No entanto, de acordo com Juraitis e Domiciano (2009), esse entendimento se torna incompleto quando tais relações são obtidas desassociadas dos processos de medição. Um movimento na direção da experimentação, a qual leva o aluno a uma aprendizagem mais significativa, diminuirá a preocupação excessiva em matematizar o ensino de Física, exigindo que os alunos apenas decorem as fórmulas para aplicação em exercícios.

Um aspecto que deve ser abordado quando se trabalha com a realização de medidas é o de que todo processo de medição apresenta flutuações e incertezas, sendo essencial sua consideração para uma melhor compreensão das atividades experimentais quantitativas, e consequentemente da Física. Apesar das recomendações contidas nos documentos norteadores da Educação Básica, percebe-se ainda que várias propostas de ensino abordam o tema medição de maneira superficial, limitando-se a uma breve introdução sobre a importância da medida para as ciências e transformações de unidades de medidas (FORÇA, 2012).

Considerações Finais

Nesse ensaio, procuramos problematizar algumas questões acerca do ensino e da aprendizagem de grandezas e medidas na Educação Básica. Destacamos razões pelas quais pensamos que esse campo tem contribuições importantes a dar à formação matemática e física e ao exercício pleno da cidadania pelos estudantes. Ao mesmo tempo, elencamos alguns fatores que nos levam a postular que o desafio de estudar esse campo na escola não tem recebido a atenção necessária, seja por ser considerado menos complexo do que nos parece ser, seja por uma formação insuficiente por parte dos professores.

Brousseau (2001) destaca algumas características do conceito de grandeza, que se constituem em fontes de dificuldade para um estudo didático sobre o tema:

- é intimamente ligado aos progressos da humanidade e ao progresso da Matemática em particular;
- aparece sob formas variadas, em um grande número de circunstâncias, nas práticas de sociedades diversas;
- intervém no ensino há muito tempo, e nos diversos níveis de ensino;
- é profundamente imbricado a muitos conceitos matemáticos.

Ao mesmo tempo em que essas características justificam a riqueza e o potencial do campo, apontam também para a necessidade de reflexões teóricas e estudos empíricos que subsidiem o aprofundamento da compreensão de como os alunos aprendem e de que maneiras podemos propiciar melhores condições de ensino dos conteúdos desse campo.

Chevallard e Bosch (2002, p. 43) destacam um papel importante para a noção de grandeza na Matemática e na escola: “O esquecimento da noção de grandeza fecha a Matemática sobre si mesma. No sentido contrário, a exploração do universo das grandezas constitui-se no ponto de partida da exploração matemática da diversidade do mundo”.

O diálogo com a Física é um caminho rico a ser trilhado, como procuramos argumentar ao longo desse texto, para fomentar a ruptura da Matemática fechada sobre si mesma e estimular a exploração matemática da diversidade do mundo.

Referências

- BARONE, Rosa Lúcia Sverzut; BATARCE, Marcelo Salles; NASCIMENTO, Vanderlei Marcos. Elementos sobre o desenvolvimento da teoria da medida. In: FOSSA, John Andrew (org.). **Matemática e medida: três momentos históricos**. São Paulo: Editora Livraria da Física/SBHMat, 2009. p. 154-204.
- BOYER, Carl Benjamin. **História da matemática**. Tradução Elza F. Gomide. 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2003.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, 1º e 2º ciclos**. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, 3º e 4º ciclos**. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- BRITO, Arlete de Jesus; CARVALHO, Dione Lucchesi. **Geometria e outras medidas**. v. 2. Natal: Editora da SBHMat, 2001. (Série Textos de História da Matemática)
- BROUSSEAU, Guy. Les grandeurs dans la scolarité obligatoire. In: DORIER, Jean-Luc et al. (eds.). **Actes de la XIe Ecole d'été de didactique des mathématiques**, Corps, 21-30 Août 2001, Grenoble: La Pensée Sauvage, 2001.
- CAMPOS, Tânia Maria Mendonça (coord.); PIRES, Célia Maria Carolino; CURI, Edda. **Transformando a prática das aulas de Matemática**. Textos preliminares. São Paulo: PREM, 2001. (Biblioteca PROEM).
- CHEVALLARD, Yves; BOSCH, Marianna. Les grandeurs en mathématiques au college. Partie II: Mathématisations. **Petit x**, Grenoble, França, n° 59, pp. 43-76, 2002.

EVES, Howard. **História da Geometria**. v. 3. Tradução Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1992. (Tópicos de história da Matemática para uso em sala de aula)

FORÇA, Ana Claudia. **Estratégia de ensino para aumento de acurácia das medidas no ensino médio**. 2012. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

JURAITIS, Klemensas Rimgaudas; DOMICIANO, João Baptista. **Introdução ao laboratório de física experimental** – métodos de obtenção, registro e análise de dados experimentais. Londrina, PR: EDUEL, 2009.

LIMA, Paulo Figueiredo; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar. Grandezas e medidas. In: CARVALHO, João Bosco Pitombeira Fernandes. **Matemática: Ensino Fundamental**. v. 17. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria da Educação Básica, 2010. (Coleção Explorando o Ensino).

LORENZATO, Sérgio. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: _____ (org.). **O Laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

MATOS, José Manoel; SERRAZINA, Maria de Lurdes. **Didáctica da Matemática**. Lisboa, PT: Universidade Aberta, 1996.

MENDES, Iran Abreu; SÁ, Pedro Franco. **Matemática por atividades: sugestões para a sala de aula**. Natal: Flecha do Tempo, 2006.

PAULI, Ronald Ulysses; MAUAD, Farid Carvalho; SIMÃO, Cláudio. **Física Básica: mecânica**. São Paulo: EPU, 1979.

PASSOS, Carmen Lúcia Brancaglioni. Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática. In: LORENZATO, Sérgio (org.). **O Laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

PERRIN-GLORIAN, Marie-Jeanne. Problèmes didactiques liés à l'enseignement des grandeurs. Le cas des aires. In : DORIER, J-L. et al. (eds.). **Actes de la XI^e Ecole d'été de didactique des mathématiques**, Corps, 21-30 Août 2001, Grenoble: La Pensée Sauvage, 2002.

PENA, Fábio Luís Alves; RIBEIRO FILHO, Aurino. Obstáculos para o uso da experimentação no ensino de Física: um estudo a partir de relatos de experiências pedagógicas brasileiras publicados em periódicos nacionais da área (1971-2006). **Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências**, Belo Horizonte, v. 9, n. 1, 2009.

SILVA, Fábio Wellington Orlando da. O ensino da análise dimensional. **Física na Escola**. v. 14, n. 1, 2016.

THOMSON, William. **Constitution of Matter**. Electrical Units of Measurement. Popular Lectures and Addresses. v. 1. London: Macmillan and CO, 1989.