

## AS CONCEPÇÕES E OS CONHECIMENTOS DE GEOMETRIA EUCLIDIANA DE UM GRUPO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA DA EDUCAÇÃO BÁSICA

**Karla Aparecida Lovis**  
IFC - Campus Concórdia  
karlalovis@hotmail.com

**Valdeni Soliani Franco**  
vsfranco@uem.br

### Resumo

O objetivo deste artigo é apresentar uma pesquisa na qual foram identificadas e analisadas as concepções sobre a Geometria Euclidiana de um grupo de 27 professores de Matemática que atuam em escolas públicas de 27 Núcleos Regionais de Educação do Estado do Paraná. Para identificar e analisar as concepções dos professores foram investigados os conhecimentos, as opiniões, as preferências e as ideias que eles apresentam sobre a Geometria Euclidiana. A escolha dos participantes realizou-se por meio de um questionário, a coleta dos dados adveio de uma entrevista semiestruturada e a análise dos dados foi desempenhada por meio da Análise de Conteúdo descrita por Bardin. Após as análises, constatou-se que dezoito professores apresentam suas concepções por meio de entes geométricos da Geometria Euclidiana, ou seja, usando-se de ponto, reta, plano, figuras geométricas e sólidos geométricos. Quatro professores, além de conceberem a Geometria por meio de entes geométricos, citaram as palavras postulados e axiomas; cinco docentes apresentaram suas concepções fundamentadas, entre outros aspectos, na história e em conceitos da Geometria Euclidiana. Em geral, observou-se que os professores concebem a Geometria Euclidiana como o reconhecimento e a nomeação de figuras e sólidos geométricos.

**Palavras-Chave:** Educação matemática. Geometria euclidiana. Concepções. Conhecimentos. Formação de professores.

### Abstract

Current article presents a research in which Euclidian Geometry concepts of 27 Math teachers were identified and analyzed. The teachers work in government-run schools of the 27 Regional Education Units of the State of Paraná, Brazil. Teachers' knowledge, opinions, preferences and ideas on Euclidian Geometry were analyzed. The selection of participants was done by a questionnaire and data were retrieved by a half-structured interview. Analysis of data was performed by Content Analysis described by Bardin. Eighteen teachers forwarded their concepts through geometric items of Euclidian Geometry, or rather, by employing dots, straight lines, planes, geometrical figures and geometrical solids. Besides conceiving Geometry through geometrical items, four teachers quoted the postulated words and axioms. Five teachers provided concepts based on History and on concepts of Euclidian Geometry, another other aspects. As a rule, teachers conceived Euclidian geometry as the naming and cognition of geometric solids and figures.

**Keywords:** Mathematical education, euclidian geometry, concepts, knowledge, teachers' formation.

## Introdução

Apesar da importância e das potencialidades do ensino de Geometria Euclidiana (BRESSAN; BOGISIC; GREGO, 2006; FAINGUELERNT, 1999), alguns autores (PAVANELLO, 1989; NACARATO, 2000; ALMOULOUD et al., 2004) apontam que o ensino deste conteúdo deixou de ser realizado, ou acontece de forma reduzida, nas escolas de Educação Básica. Os motivos alegados são a insegurança e o despreparo, devido à má formação acadêmica, à falta de tempo para ensinar Geometria Euclidiana, pois na maioria das vezes o conteúdo é deixado para o final do ano letivo, às dificuldades dos alunos com relação a este conteúdo entre outros.

Diante deste panorama, passamos a estudar questões relacionadas com o ensino deste conteúdo. Das experiências vivenciadas em sala de aula e dos cursos com formação de professores perceberam-se contradições, incertezas, diferentes opiniões e preferências com relação à Geometria Euclidiana. A problemática desta investigação surge de um período de interrogações, da procura de fundamentos teóricos e de reflexões sobre o tema concepções e das questões que envolvem este conteúdo.

Deste modo, este trabalho é o resultado de um estudo a respeito das concepções de vinte e sete professores de Matemática, pertencentes a vinte e sete diferentes Núcleos Regionais de Educação – NRE<sup>1</sup> – do Estado do Paraná, sobre a Geometria Euclidiana.

## Metodologia

Para desenvolver este trabalho realizou-se uma pesquisa qualitativa na qual utilizaram-se um questionário<sup>2</sup> e uma entrevista semiestrutura. O questionário foi utilizado como instrumento para selecionar os participantes e os dados foram obtidos por meio da entrevista. O questionário continha tópicos e perguntas relacionadas aos dados gerais dos professores e

---

<sup>1</sup> O estado do Paraná possui 32 Núcleos Regionais de Educação.

<sup>2</sup> No final de 2011, solicitou-se junto à Secretaria Estadual de Educação – SEED – informações sobre o número de professores de matemática que atuavam nas escolas do Paraná: naquela época havia 9.800 professores. O questionário foi enviado, por meio do e-mail institucional, no início de fevereiro de 2012. Após três meses, obtiveram-se 234 questionários respondidos. Professores dos 32 Núcleos responderam o questionário, porém

<sup>2</sup> No final de 2011, solicitou-se junto à Secretaria Estadual de Educação – SEED – informações sobre o número de professores de matemática que atuavam nas escolas do Paraná: naquela época havia 9.800 professores. O questionário foi enviado, por meio do e-mail institucional, no início de fevereiro de 2012. Após três meses, obtiveram-se 234 questionários respondidos. Professores dos 32 Núcleos responderam o questionário, porém com diferentes porcentagens. As respostas foram encaminhadas para o e-mail de um dos pesquisadores. O questionário e a entrevista encontram-se no Apêndice.

ao ensino de Geometria Euclidiana. Por meio das respostas dos questionários selecionou-se um professor de cada NRE para participar da entrevista. O critério utilizado foi optar por aqueles que responderam a questão sobre o que entendem por Geometria Euclidiana. As entrevistas foram realizadas nas cidades nas quais os professores residem; os horários e dias foram combinados entre um dos pesquisadores e o professor participante. Para as entrevistas elaboraram-se um roteiro com onze tópicos e questões que versam sobre Geometria. Destaca-se que professores de cinco Núcleos não aceitaram participar da entrevista.

Após a coleta dos dados utilizou-se a análise de conteúdo descrita por Bardin (2007). Todas as entrevistas foram gravadas em vídeo e posteriormente transcritas. Após a transcrição, realizou-se a leitura flutuante dos documentos, momento no qual definiu-se qual seria o *corpus* da análise, ou seja, “o conjunto dos documentos considerados e que seriam submetidos aos procedimentos analíticos” (BARDIN, 2007, p. 122).

Destaca-se que, quando do início da pré-análise e da exploração do material, não tínhamos hipóteses pré-concebidas a respeito das concepções dos professores. A análise de conteúdo foi feita, como descreve Bardin (2007, p. 124), “às cegas”, ou seja, as hipóteses surgiram com a exploração do material. Após a leitura flutuante, perceberam-se algumas semelhanças e discrepâncias, que foram imprescindíveis na exploração do material. Nesta fase, realizaram-se, novamente, várias leituras das transcrições, com o objetivo de codificar e construir as categorias.

De acordo com Bardin (2007, p. 129), a codificação diz respeito ao tratamento do material e “corresponde a uma transformação – efetuada segundo regras precisas – dos dados em bruto do texto”. Bardin (2007, p. 130-1) expõe ainda que, para realizar uma análise de conteúdo, é preciso obter uma unidade de registro e de contexto. No caso da pesquisa, a unidade de registro refere-se às concepções dos professores. As categorias foram construídas por meio de conjuntos de palavras ou de fragmentos das falas dos professores. Para estabelecer as categorias, observaram-se os traços relevantes, as semelhanças, os contrastes e as diferenças obtidas nas respostas dos professores.

## **Fundamentos Teóricos**

A escolha do termo “concepção” se deu por acreditarmos que as concepções desempenham um papel importante na vida e na tomada de decisões dos professores. Cury (1994, p. 25) destaca que o interesse pelo estudo das concepções e crenças dos professores de

Matemática sobre a disciplina e a influência que ela exerce na prática teve sua “origem no início do século XX, a partir das preocupações dos psicólogos sociais que procuravam entender a influência das crenças sobre o comportamento das pessoas”. A partir da década de 1980, o interesse pelo estudo das concepções e crenças intensificou-se entre os estudiosos de diversas áreas: psicólogos, cientistas políticos, antropólogos e educadores. Com o desenvolvimento da Educação Matemática, a preocupação com o ensino e a aprendizagem desta disciplina, bem como o estudo das concepções, passou a ter destaque nos trabalhos dos Educadores Matemáticos, principalmente nos Estados Unidos e em Portugal.

Com o intuito de auxiliar o entendimento e a construção do termo concepção são citados alguns autores que discutem e apresentam definições para o termo.

Thompson<sup>3</sup> (1997) investigou as concepções de Matemática e de ensino de Matemática de três professoras da “*junior high school*” (equivalente à 4ª série ou 5º ano do Ensino Fundamental) e analisou a relação entre as concepções das professoras e suas práticas pedagógicas. A pesquisadora observou que as professoras desenvolvem padrões de comportamentos que caracterizam a sua prática pedagógica e, por isso, “podem ser manifestações de noções, crenças e preferências, conscientemente sustentadas” ou “podem ser crenças ou intuições, inconscientemente sustentadas, que podem ter evoluído fora da experiência do professor” (THOMPSON, 1997, p. 12).

Anos mais tarde, Thompson (1992) apresentou a seguinte definição para o termo concepções:

As concepções dos professores sobre a natureza da Matemática pode ser visto como crenças conscientes e inconscientes, conceitos, significado, regras, imagens mentais e preferências relacionadas com a disciplina de Matemática. Essas crenças, conceitos, opiniões e preferências constituem os rudimentos de uma filosofia da Matemática, embora para muitos professores eles podem não serem desenvolvidas e relacionadas com uma filosofia coerente (1992, p. 132).

Para Ponte (1992), o interesse pelo estudo das concepções dos professores, bem como de outros profissionais, baseia-se na hipótese de que o indivíduo possui uma base conceitual que determina o seu pensamento e as suas ações. Esta base conceitual “é de uma natureza diferente dos conceitos específicos – não diz respeito a objetos ou ações bem determinadas,

---

<sup>3</sup> O artigo de Alba Thompson foi originalmente publicado, em 1984, na revista *Educational Studies in Mathematics* com o título “The Relationship of Teachers’ Conceptions of Mathematics and Mathematics Teaching to Instructional Practice”. Sua tradução para o português e sua publicação na revista *Zetetiké* aconteceu em 1997. Na sequência do trabalho, utilizamos como referência o artigo traduzido e publicado em 1997.

mas antes constitui uma forma de os organizar, de ver o mundo, de pensar” (PONTE, 1992, p. 1). O autor expõe que as concepções atuam como uma espécie de filtro, ou seja, ajudam a estruturar o sentido determinado aos acontecimentos, mas também podem agir como um elemento bloqueador em relação a novas realidades ou problemas, limitando nossas possibilidades de ação e compreensão.

Guimarães (1988, 2003) destaca que o estudo das concepções dos professores insere-se em uma área reconhecida “como o estudo do pensamento ou do conhecimento do professor” (GUIMARÃES, 2003, p. 4). Esclarece que conhecer as concepções do professor é ter acesso à sua “‘vida mental’ [...] conhecer e compreender os vários aspectos do seu pensamento e conhecimento, bem como as relações desses aspectos com a atuação ou comportamento”. Para o termo “concepção”, Guimarães (1988) apresenta a seguinte definição:

[...] podemos definir compreensivamente concepção ou sistema conceptual do professor, como um esquema teórico, mais ou menos consciente, mais ou menos explícito, mais ou menos consistente, que o professor possui, que lhe permite interpretar o que se lhe apresenta ao seu espírito, e que de alguma maneira o predispõe, e influencia a sua acção, em relação a isso (1988, p. 20).

Anos mais tarde (2003), o autor descreve que as concepções são um instrumento do pensar e expõe que, à luz da noção de concepção, pode-se associar um sentido de construção ou criação de algo.

Dos trabalhos de pesquisadores brasileiros que buscaram compreender o termo concepção, destaca-se o de Cury (1994) que, após fazer uma revisão da literatura sobre os termos crenças e concepções, optou pelo termo concepções por acreditar que ele “engloba toda a **filosofia particular** de um professor” (CURY, 1994, p. 37, grifo autor). Para expor as concepções dos professores, Cury utilizou, baseada em Ernest (1991), duas correntes filosóficas: a absolutista e a falibilista. Na citação a seguir, encontra-se a conceituação para o termo concepção, dada por Cury:

Acreditamos que os professores de Matemática formam idéias sobre a natureza da Matemática, ou seja, *concebem* a Matemática, a partir das experiências que tiveram como alunos e professores, do conhecimento que construíram, das opiniões de seus mestres, enfim, das influências sócio-culturais que sofreram durante suas vidas, influências essas que se vêm formando ao longo dos séculos, passando de geração a geração, a partir das idéias de filósofos que refletiram sobre a Matemática (1994, p. 37, grifo autor).

A autora acrescenta que a essas ideias “somam-se as opiniões que os professores formam sobre a Matemática como disciplina, sobre seu ensino e aprendizagem, sobre seu papel como professores de Matemática, sobre o aluno como aprendiz, ideias essas nem sempre bem justificadas” (CURY, 1994, p. 37-8). Por fim, expõe que todos esses pressupostos formam uma filosofia da Matemática, particular e própria de cada professor.

Por fim, recorre-se também ao Novo Dicionário de Língua Portuguesa, no qual Ferreira (1986, p. 445) expõe que concepção é “o ato de conceber ou criar mentalmente, de formar ideias, especialmente abstrações; noção, ideia, conceito, compreensão; modo de ver, ponto de vista; opinião, conceito”. Diante do exposto, o termo “concepções” será entendido, como os conhecimentos, as opiniões, as preferências e as ideias dos professores. Deste modo, investigar as concepções dos professores implicará averiguar os conhecimentos, as opiniões, as preferências e as ideias que eles apresentam a respeito da Geometria Euclidiana.

### **Considerações Sobre a Geometria Euclidiana**

As primeiras percepções geométricas que o homem realizou são muito antigas; provavelmente, antecedem ao surgimento da escrita. Essas percepções tiveram origem nas observações acerca do espaço físico, das formas, da comparação de formas e tamanhos (EVES, 1969, p. 1). Eves (1992) destaca que, no início das civilizações, o homem só considerava os problemas geométricos concretos, em outros termos,

[...] que se apresentavam individualmente e entre os quais não era possível nenhuma ligação [...] mais tarde, a inteligência humana tornou-se capaz de, a partir de um certo número de observações relativas a formas, tamanhos e relações espaciais de objetos específicos, extrair certas propriedades gerais e relações que incluíam as observações anteriores particulares (EVES, 1992, p. 2-3).

Por meio dessas observações, foi possível chegar à noção de lei ou regra geométrica, e a esse nível mais elevado do desenvolvimento da natureza da Geometria Eves (1992) chamou de “geometria científica”.

Gerdes (1992) expõe que a Geometria Euclidiana surgiu das necessidades do homem e tem sua origem como uma ciência empírica ou experimental. Foi por meio da comparação com o seu meio que o homem da idade da pedra chegou aos primeiros conhecimentos geométricos. O autor destaca que “depois de ter sido reunido suficiente material factual respeitante às formas espaciais mais simples, tornou-se possível, sob condições sociais

especiais, como, por exemplo, no Egito antigo, Mesopotâmia e China, sistematizar consideravelmente o material factual recolhido” (GERDES, 1992, p. 17). Com isso, começou a transformação da Geometria de uma ciência empírica para uma Geometria como uma ciência matemática, na qual foi possível demonstrar proposições e abstrair resultados.

Por volta de 300 a.C., Euclides escreveu a sua famosa obra “Elementos”. Euclides estudou em Atenas com os sucessores de Platão e dedicou-se com brilhantismo ao ensino da Matemática. Souza (1948) expõe que a celebridade alcançada por Euclides não ocorreu devido às descobertas realizadas por ele no âmbito da Matemática. Coube a Euclides a “[...] delicada tarefa de compilar os trabalhos dos geômetras anteriores e apresentá-los num conjunto metódico e bem coordenado, adotando para as demonstrações a forma mais simples e rigorosa” (SOUZA, 1948. p. 8).

Para Eves (1969), o mérito de Euclides está na maneira como ele organizou seu trabalho: partiu de um pequeno grupo de suposições, definições e postulados com os quais apresentou o conhecimento geométrico por meio de uma sucessão lógica. Euclides apresentou na sua obra *Elementos* 13 livros, 121 definições, 5 postulados geométricos e 5 noções comuns, com os quais demonstrou 465 teoremas. Os 13 livros estão divididos da seguinte forma: os livros I, II, III e IV tratam de geometria plana elementar, das demonstrações das figuras planas; o livro V apresenta a teoria das proporções das grandezas em geral; o livro VI está relacionado com a aplicação dessa teoria às figuras planas, ou seja, nos seis primeiros livros temos basicamente os conteúdos de Geometria Plana. Os livros VII, VIII e IX tratam da teoria dos números, o livro X estuda as grandezas incomensuráveis e os livros XI, XII, XIII tratam da Geometria Espacial (SOUZA, 1948). Esta obra de Euclides é construída do ponto de vista material ou concreto pelo estudo do espaço “real” ou “natural”, pré-determinado ou *a priori*.

No livro I, Euclides definiu alguns objetos geométricos, tais como: ponto, reta, plano, linha e superfície (por exemplo, Euclides definia ponto como “aquilo que não tem partes”). Atualmente, o ponto, a reta e o plano são considerados noções primitivas, ou seja, objetos da Geometria que não são possíveis de serem definidos. Os gregos faziam distinção entre axioma ou noções comuns e postulado. Para eles, axioma era uma suposição comum a todas as Ciências e, ao mesmo tempo, óbvio e aceitável por todos. Os postulados eram suposições particulares de uma determinada área de estudo que não são, necessariamente, aceitáveis nem óbvias para todas as pessoas. Os postulados de Euclides<sup>4</sup> são:

---

<sup>4</sup> A versão descrita está disponível em Euclides (2009), tradução de Irineu Bicudo.

1. Fique postulado traçar uma reta a partir de todo ponto até todo ponto.
2. Também prolongar uma reta ilimitada, continuamente, sobre uma reta.
3. E, como todo centro e distância, descreve um círculo.
4. E serem iguais entre si todos os ângulos retos.
5. E, caso uma reta, caindo sobre duas retas, faça os ângulos interiores e do mesmo lado menores do que dois retos, sendo prolongadas as duas retas, ilimitadamente, encontrarem-se no lado no qual estão os menores do que dois retos (EUCLIDES, 2009, p. 98).

Barker (1969) aponta que as ideias adotadas por Euclides nesses postulados diferem muito das concepções indutivas e empíricas adotadas pelos egípcios. Nos três primeiros postulados, Euclides não está, de maneira direta, discutindo problemas de medição de terras e não está preocupado com os possíveis obstáculos (montanhas, rios ou outros) que possam impedir seu traçado. As condições práticas não interessavam a Euclides, uma vez que ele admitia “[...] um espaço em que inexistiam obstáculos absolutos e em volta do qual inexistiam fronteiras exteriores absolutas” (BARKER, 1969, p. 31). O quarto postulado parece um tanto evidente, mas Euclides o descreve como uma verdade lógica, tendo em vista que ele será necessário para demonstrações futuras.

Quanto ao quinto postulado, ele não parece tão evidente quanto os quatro primeiros. Na figura 1, temos uma representação do quinto postulado. Caso a soma das medidas dos ângulos internos  $\alpha$  e  $\beta$  seja menor do que  $180^\circ$ , as retas  $s$  e  $r$  irão se encontrar, se a soma das medidas dos ângulos internos  $\alpha$  e  $\beta$  for igual a  $180^\circ$ , as retas  $s$  e  $r$  serão paralelas.

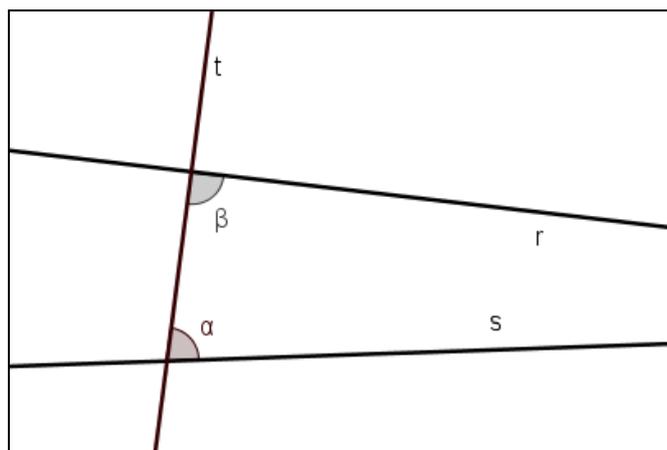


Figura 1: Representação do quinto postulado

Alguns matemáticos tentaram mostrar que o quinto postulado era um teorema dedutível dos quatro primeiros postulados, além das definições e dos axiomas. Outros, ao longo dos séculos, tentaram eliminar o quinto postulado do sistema. Houve aqueles que

tentaram mostrar que o quinto postulado poderia ser substituído por algum princípio mais simples e mais evidente (BARKER, 1969 p. 47-8).

Em meio a essas tentativas de demonstrações, percebeu-se que existiam outras formas de enunciar o quinto postulado, das quais a mais utilizada é a do matemático escocês John Playfair (1748-1819). Este foi um geômetra que fez uma tradução dos Elementos para o Inglês e observou que o quinto postulado poderia ser substituído por um resultado equivalente, e afirma: “Por um ponto fora de uma reta passa uma única reta que não a intercepta” (CARMO, 1987, p. 27).

Neste trabalho será considerada como Geometria Euclidiana aquela que resulta de uma reformulação da própria Geometria de Euclides, descrita nos seus *Elementos*, decorrente da mudança de mentalidade matemática no século XIX rumo ao formal, baseada principalmente nos “Fundamentos de Geometria” de Hilbert (2003). Esta é a Geometria que, em geral, aparece nas estruturas curriculares da Educação Básica como Geometria Euclidiana, muitas vezes, apenas como Geometria.

### **Os participantes da pesquisa e a formação em geometria**

Os participantes da pesquisa são professores de Matemática que atuam em escolas públicas do estado do Paraná. Em geral, possuem graduação em Matemática (treze professores), em Ciências com habilitação em Matemática (treze professores) e Ciências Biológicas com habilitação em Matemática (um professor). Todos têm pelo menos uma especialização, sendo que cinco já haviam participado do PDE<sup>5</sup>, quatro participavam do programa, dois eram Mestres e cinco cursavam o Mestrado.

Por meio das entrevistas, verificou-se que os professores lembram que estudaram conceitos e resultados de Geometria Euclidiana durante a graduação. No entanto, nem todos tiveram uma disciplina de Geometria Euclidiana. Três professores afirmaram terem estudado, durante a graduação, a Geometria Euclidiana de forma axiomática. Seis professores comentaram que estudaram conceitos e resultados de Geometria Euclidiana em disciplinas de Desenho Geométrico e Geometria Descritiva.

Para os professores que só recordaram das disciplinas Geometria Descritiva e Desenho Geométrico, supõe-se que eles praticamente não estudaram conceitos e resultados da

---

<sup>5</sup> O PDE é o Programa de Desenvolvimento Educacional idealizado pela Secretaria do Estado do Paraná (SEED) que visa à formação continuada dos professores da Educação Básica do Estado.

Geometria Euclidiana Plana e Espacial, uma vez que a disciplina de Desenho Geométrico aborda as construções geométricas no plano, e a Geometria Descritiva, no espaço. Uma hipótese bem razoável é que essas duas disciplinas foram estudadas como uma série de regras de construção.

Como a maioria dos professores não teve uma disciplina de Geometria Euclidiana em suas graduações, tem-se também como hipótese que a Geometria, para esses professores, se restringe ao uso de fórmulas para o cálculo de áreas, perímetros e volumes, ou como o reconhecimento e nomeação das figuras e sólidos geométricos.

Após a graduação, oito professores não estudaram Geometria Euclidiana (nos cursos pós-graduações, ou oferecidos pela SEED, bem como pelos Núcleos); os demais relataram que estudaram conceitos desta Geometria. Os docentes consideram que as leituras e os estudos realizados no decorrer dos anos que estão atuando em sala de aula foram essenciais para a construção dos conhecimentos e saberes geométricos. Uma professora, por sua vez, afirmou que seus saberes a respeito da Geometria Euclidiana advêm do seu curso de Ensino Médio.

Quanto à construção do conhecimento e dos saberes, Tardif (2012, p. 16) expõe que os saberes de um professor são uma realidade social materializada por meio de uma formação, de programas, de práticas coletivas, de disciplinas escolares, de uma pedagogia institucionalizada, e são “ao mesmo tempo, os *saberes deles*”. Concordamos com o autor quando expõe que o “saber dos professores é plural e também temporal, [...] é adquirido no contexto de uma história de vida e de uma carreira profissional” (TARDIF, 2012, p. 19) e o “saber docente (é) um saber plural formado pelo amálgama, mais ou menos coerente, dos saberes oriundos da formação profissional e de saberes disciplinares, curriculares e experienciais” (TARDIF, 2012, p. 36).

Ainda segundo Tardif (2012), o conhecimento dos professores não é um conjunto de conteúdos definidos de uma vez por todas, ou seja,

[...] é um processo em construção ao longo de uma carreira profissional na qual o professor aprende progressivamente a dominar seu ambiente de trabalho, ao mesmo tempo em que se insere nele e o interioriza por meio de regras de ação que se tornam parte integrante de sua consciência prática (TARDIF, 2012, p. 14).

O autor também destaca que os saberes dos docentes são temporais, “pois são utilizados e se desenvolvem no âmbito de uma carreira, isto é, ao longo de um processo

temporal de vida profissional de longa duração no qual estão presentes dimensões identitárias e dimensões de socialização profissional, além de fases e mudanças” (TARDIF, 2012, p. 70).

### **Concepções sobre a geometria euclidiana**

Nesta seção será apresentada a categorização realizada após as análises dos relatos dos participantes. Para construir e justificar essas categorias foram utilizados os dados obtidos com a entrevista semiestruturada, bem como as observações realizadas no decorrer da entrevista. Os professores estão identificados pela letra P seguida de um número.

Quando nos propusemos a investigar as concepções dos professores, pretendíamos ter acesso ao pensamento do professor, ou como diz Guimarães (2003, p. 4) à sua “vida mental [...] em conhecer e compreender os vários aspectos do seu pensamento e conhecimento”.

Embora os professores tenham comentado que estudaram e, até mesmo, ensinam a Geometria Euclidiana, muitos deles não se sentiram seguros quando foram convidados a refletir sobre o assunto. Observou-se que, nem sempre, os professores consideraram conveniente as perguntas a respeito da natureza do conhecimento geométrico. No entanto, salienta-se que a ausência de reflexões deste tipo faz com que o professor assumira as noções mais comuns e simplistas, e, até mesmo, equivocadas acerca do conhecimento.

Durante a investigação obtiveram-se três categorias referentes às concepções dos professores a respeito da Geometria Euclidiana:

- 1 - professores que concebem a Geometria Euclidiana como entes geométricos da Geometria Plana e/ou Espacial;
- 2 - professores que concebem a Geometria Euclidiana como postulados, axiomas, noções primitivas e entes geométricos da Geometria Euclidiana;
- 3 - professores que concebem a Geometria Euclidiana como os aspectos descritos nas categorias anteriores e complementam sua concepção.

Dezoito professores citaram alguns entes geométricos para descrever a sua concepção a respeito da Geometria Euclidiana. Para exemplificar, seguem frases de alguns desses professores ao responder a pergunta: “Se você tivesse que explicar para um aluno o que é a Geometria Euclidiana, o que você diria?”.

P01 – “são triângulos, quadrados, ponto, reta, plano [...] a Euclidiana trabalha na reta, no plano [...] agora no primeiro ano nós vamos trabalhar com a Geometria, com a Trigonometria”.

P02 – “são as figuras geométricas, por exemplo, triângulos, quadrados, quadriláteros”.

P03 – “figuras geométricas, reta, ponto, os sólidos”.

Os professores P01, P02 e P03 entendem a Geometria Euclidiana como aquela que estuda alguns entes geométricos como ponto, reta ou plano, algumas figuras tais como triângulos, quadrados, quadriláteros, ou mesmo sólidos. Outro exemplo de comentário que fez com que o sujeito pesquisado fosse classificado nesta categoria é a do professor P04 que concebe a Geometria Euclidiana como “a planificação do cubo, do paralelepípedo, do prisma e do cone”.

Outros professores apresentaram sua concepção por meio de alguns entes geométricos, citam também alguns termos que lembram a Geometria Euclidiana Axiomática, mas sem conexões. Seguem algumas respostas:

P05 – “segmentos de reta, ponto, duas retas sempre [...] é quinto, acho que é o quinto axioma, que duas retas tendendo ao infinito sempre se encontram no mesmo ponto. Que no plano a soma dos ângulos do triângulo sempre dá 180”.

P06 – “[...] a parte esférica, o triângulo, eu acho que a Geometria Euclidiana ela faz parte da Geometria em geral, eu colocaria a maior parte dentro dela, tudo faz parte dela. Eu colocaria a Geometria Euclidiana como a base”.

Vale destacar um dos comentários do professor P05 no qual afirma que “duas retas tendendo ao infinito sempre se encontram no mesmo ponto”. Aqui é importante chamar a atenção para dois possíveis problemas conceituais: o primeiro é que, se as retas forem paralelas, elas não se encontram em nenhum ponto e, o segundo, é que na Geometria Projetiva, à qual, provavelmente, o professor (talvez sem conhecimento) esteja se referindo, existem vários pontos (e não apenas um) que são acrescentados aos elementos dessa Geometria, chamados pontos impróprios, ou pontos no infinito, concebidos como a interseção de retas que têm a mesma direção.

A professora P06 explica o que entende por Geometria Euclidiana, citando alguns de seus elementos: “a parte esférica e o triângulo”, mas parece perceber a existência de outros

objetos geométricos, dessa forma, conclui que a Geometria “faz parte da Geometria em geral”. Uma hipótese é que, para P06, a Geometria Euclidiana é a única Geometria que existe e que “tudo faz parte dela, ela é a base”.

Diante dos dados obtidos, observou-se que os entes mais utilizados foram: ponto, reta, segmento de reta, triângulo, quadrado e sólidos geométricos. Três professores além de entes geométricos usaram as palavras Geometria Plana e/ou Espacial para descrever sua concepção de Geometria Euclidiana.

Nessa primeira categoria, portanto, não foram lembrados resultados da geometria de posição dos objetos geométricos, e nem dos resultados, como lemas, teoremas, corolários ou propriedades, presentes na Geometria Euclidiana. No máximo quando lembrados, foram citados resultados de maneira incorreta, como por exemplo, que “no *plano* (grifo nosso) a soma dos ângulos do triângulo sempre dá 180”. Há de se questionar, por exemplo, um triângulo que não seja plano, além disso, não foi citada a unidade de medida do ângulo.

Na segunda categoria, quatro professores concebem a Geometria Euclidiana como entes geométricos dessa Geometria e citam as palavras postulados e axiomas. São eles:

P07 – “são os postulados, os conceitos primitivos de reta, ponto, as figuras geométricas [...] a geometria euclidiana é aquele que a gente usa o plano, o nosso plano  $x, y$  e no espaço o  $z$ ”.

P08 – “é tudo, quadrado, triângulo, reta, ponto, plano, axiomas, postulados”.

P09 – “os postulados lá, ponto, reta, segmento de reta, plano e a partir dali a construção dos outros; formas”.

P10 – “os postulados, reta, ponto, plano, as figuras geométricas, os sólidos”.

Do fato dos professores dessa categoria terem citado as palavras postulados, axiomas e noções primitivas, conclui-se que, em algum momento, eles estudaram ou leram algo sobre a axiomática da Geometria Euclidiana. Ademais, a concepção desses professores não se restringe somente aos entes geométricos da Geometria Euclidiana, como foi descrito na categoria anterior.

Ao analisar as concepções e ao lembrar o que foi enfatizado por Thompson (1997) - as concepções influenciam o contexto da sala de aula e o professor tende a ensinar os conteúdos de acordo com as suas concepções -, supõe-se que serão esses elementos que estarão presentes nas aulas de Geometria desses professores. O objetivo desta investigação não foi pesquisar a

prática dos professores, no entanto, considerou-se pertinente perguntar se eles ensinam Geometria e como costumam ensiná-la. Todos os entrevistados relataram que ensinam Geometria Euclidiana e os conteúdos e conceitos mais elencados foram: ponto, reta, plano, segmento de reta, estudo e construção das figuras planas e dos sólidos geométricos, área, perímetro e volume<sup>6</sup>.

As duas categorias apresentadas sobre as concepções dos professores a respeito da Geometria Euclidiana dão indícios de que falta clareza sobre o que é essa Geometria, o que ela estuda de fato, quais conceitos, propriedades, resultados apresentados em sua teoria, ou mesmo o conhecimento de sua história etc. Diante dos dados, percebeu-se que os professores classificados nessas duas categorias acreditam que a Geometria Euclidiana consiste no reconhecimento e na nomeação de figuras e sólidos geométricos.

Algo semelhante foi observado por outros pesquisadores. Carli (2012, p. 100), na sua pesquisa de Mestrado, observou que os professores apresentam dificuldade em expressar o que é a Geometria Euclidiana e notou que eles descrevem a Geometria Euclidiana como aquela que é estudada na escola e como o estudo dos entes geométricos tais como ponto, reta e plano. Na pesquisa realizada por Crescenti (2005), a autora constatou que os professores apresentam uma tendência em conceber a Geometria Euclidiana como o estudo das figuras, principalmente aquelas que aparecem com mais frequência no cotidiano. Dana (1994, p. 141) observou que a Geometria Euclidiana é “considerada pelos professores da escola elementar simplesmente como o estudo de retângulos, segmentos de reta, ângulo, congruência e coisas do gênero”, ou seja, entes da Geometria Euclidiana. Assim como Crescenti (2005), Oliveira e Guimarães (2008) observaram que os professores acreditam que a Geometria Euclidiana está relacionada com o estudo das figuras geométricas, principalmente triângulo e quadrado, bem como com os sólidos geométricos. Oliveira e Guimarães (2008) também observaram que os professores entendem a Geometria Euclidiana como ponto, reta e plano.

Por fim, cinco professores além de apresentarem suas concepções por meio de entes geométricos, postulados, axiomas da Geometria Euclidiana, complementam sua concepção com outros aspectos. Destaca-se a fala de P11:

---

<sup>6</sup> Os conceitos de área, perímetro e volume são apresentados pelas Diretrizes Curriculares da Educação – Matemática – DCE (PARANÁ, 2008) como conteúdos do conteúdo estruturante Grandezas e Medidas, no entanto, durante a pesquisa observamos que os professores enquadram estes conceitos no conteúdo de Geometrias. Crescenti (2005, p. 83) também observou que os professores da sua pesquisa apresentam essa mesma característica.

“[...] o que eu mais me interessei foi a parte das demonstrações, foi provar porque é isso, provar que é verdadeiro por meio das demonstrações”.

O professor P11 destacou que, durante a graduação, se interessou pelo fato de que os resultados da Geometria Euclidiana precisam ser demonstrados. Para a professora P12 a Geometria Euclidiana:

“[...] é a do Euclides né? De 300 anos antes de Cristo, como Euclides começou a organizar o pensamento geométrico e foi posto a 2.300 anos, ele se complementando nos 13 livros, e a gente trabalhando aqueles conceitos de Geometria Euclidiana plana, mais a plana; que eu acredito que não foi, a gente vai ver, os poliedros de Platão, a Geometria Espacial, mais o que mais a gente vê é a Geometria Plana mesmo. A maneira como ele pegou lá em Alexandria todo o pensamento de várias gerações de matemáticos, ele fazia eu acho que uma história oral, ele escutava todo mundo e escrevia. Eu acho que Euclides fazia historia oral, porque quem pode dizer que ele construiu tudo aquilo, que escreveu tudo”.

A professora P12 destacou a sistematização da Geometria Euclidiana, seu conjunto de 13 livros que foi escrito e organizado por Euclides. P09, mesmo conhecendo a construção da Geometria Euclidiana, seus livros e conteúdos, fez um comentário interessante: “o que mais a gente vê é a Geometria Plana mesmo”. P09 também faz referência aos poliedros de Platão, mas tudo indica que ela está expondo uma realidade que é vivenciada por ela e por outros colegas: o que se ensina nas escolas são, principalmente, os conteúdos de Geometria Euclidiana Plana. Por fim, destaca-se a fala de P13:

“Geometria Plana, Espacial, postulados, axiomas, figuras geométricas” [...] “axiomática é baseada nos axiomas de geometria euclidiana, baseado nos axiomas de Euclides [...] que foi aonde deu problema no quinto postulado. A partir dos problemas do quinto postulado que deu oportunidade de surgir as outras Geometrias, aí no caso da esférica e da hiperbólica” [...] “a Geometria Espacial faz parte da Geometria Euclidiana também”.

Para o professor P13, a Geometria Euclidiana foi construída por meio dos axiomas, postulados, e envolve as figuras geométricas, a Geometria Plana e a Espacial. Dos comentários feitos por P13, destaca-se o entendimento que o professor tem a respeito da história da Geometria Euclidiana e das Geometrias não Euclidianas: “a partir dos problemas do quinto postulado que deu oportunidade de surgir as outras Geometrias, aí no caso da esférica e da hiperbólica”. Quando cita o “problema do quinto postulado”, entende-se que P13 está se referindo às tentativas de demonstrações e à negação do postulado das paralelas. O professor P13 foi o único professor que comentou que a Geometria Espacial “faz parte” da Geometria Euclidiana.

Os cinco professores incluídos nessa categoria não restringiram-se à citação das palavras “postulados” ou “axiomas”, ou a alguns entes geométricos da Geometria Euclidiana como fizeram os professores das duas categorias anteriores. Observa-se que eles conheciam a Geometria Euclidiana Axiomática e tinham noções a respeito dessa Geometria como um sistema lógico dedutivo, fato observado também durante a entrevista.

Diante dos dados obtidos, observou-se que os vinte e sete professores expressaram suas concepções por meio dos conhecimentos, opiniões, preferências e ideias que eles possuem a respeito da Geometria Euclidiana. Percebe-se assim que, de um modo geral, eles ainda desconhecem muitos aspectos teóricos e metodológicos da Geometria Euclidiana. Notou-se que alguns professores apresentam concepções que se distanciam do conhecimento geométrico – sobretudo os professores das categorias 1 e 2. Observou-se que eles não expressaram com clareza suas concepções e, em geral, suas falas são confusas. Entretanto, como destacam Thompson (1992) e Guimarães (1988), as concepções, sendo consistentes ou não, inconscientes ou não, elas desempenham um papel significativo nas escolhas do professor e influenciam o contexto da sala de aula. Cada professor tem uma maneira de organizar e sistematizar os conteúdos e as concepções sobre a Geometria desempenham um papel significativo no modo de ensinar e do que ensinar.

Por fim, destaca-se que o ato de ensinar é um ato intencional, que implica ao professor razões e motivos, propósitos e objetivos, nem sempre definidos e explícitos, que o orientam nas opções e decisões que toma na sua prática em sala de aula. Ressaltamos que a decisão dos professores sobre o que deve ser ensinado é influenciado por suas concepções, pelos conteúdos geométricos que estudaram, bem como pelos conteúdos que estão presentes nos livros didáticos que utilizam.

## Considerações finais

Estudar as concepções dos professores é, segundo Ponte (1992), fazer antropologia na nossa própria cultura, trata-se de um esforço particularmente difícil, tanto pelo objeto de estudo quanto pelo fato de o investigador estar inserido na mesma cultura que o investigado. Ponte (1992, p. 34) expõe que as pessoas raramente sentem-se à vontade para expor “as partes mais íntimas do seu ser”, bem como em expressar as suas concepções, particularmente, aquelas que não estamos habituados a pensar reflexivamente.

Quanto às concepções sobre a Geometria Euclidiana, obtivemos três categorias: 1 – entes geométricos da Geometria Plana e/ou Espacial (dezoito professores); 2 – postulados, axiomas, noções primitivas e entes geométricos da Geometria Euclidiana (quatro professores); 3 – os aspectos descritos nas categorias anteriores, porém os professores dessa categoria complementam sua concepção (cinco professores).

Os entes geométricos mais elencados foram: ponto, reta, segmento de reta, figuras e sólidos geométricos. Alguns deles também usaram as palavras Geometria Plana e/ou Espacial. As duas primeiras categorias – 1 e 2 – apontam a falta de clareza que os professores têm acerca da Geometria Euclidiana. As falas demonstram que os docentes concebem a Geometria Euclidiana como o reconhecimento e a nomeação de figuras e sólidos geométricos, fatos que foram observados em outras pesquisas, porém nesta investigação as concepções a respeito da Geometria demonstram a falta de compreensão global, com diversos conceitos errôneos e distorcidos da Geometria Euclidiana.

Entende-se que as concepções dos professores não são as mais adequadas, no entanto este conteúdo está sendo ensinado. Nossa preocupação é a de que a Geometria não é ensinada, mas sim de como está sendo ensinada. Caso deseje-se que as concepções mudem, será necessário pensar em processos que auxiliem a construção de novas concepções dessa área. Neste sentido, acredita-se que identificar, descrever e analisar as concepções dos professores é o começo para transformar o cenário do ensino de Geometria Euclidiana.

## Referências

ALMOULOUD, S. A.; MANRIQUE, A. L.; SILVA, M. J. F. da; CAMPOS, T. M. M. A Geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, n. 27, 2004.

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 2007.

BARKER, S. F. **Filosofia da Matemática**. Tradução: Leonidas Hegenberg e Octanny S. da Mota. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1969.

BRESSAN, A. M.; BOGISIC, B.; GREGO, K. **Razones para enseñar geometría en la educación básica**. Mirar, construir, decir y pensar... Buenos Aires: Novedades Educativas, 2006.

CARLI, F. A. R. de. **A aprendizagem de Geometrias não Euclidianas**: um estudo realizado com alguns professores da pública de ensino. 2012. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2012.

CARMO, M. P. do. Geometrias Não-Euclidianas. **Matemática Universitária**, nº 6. SBM, 1987.

CRESCENTI, E. P. **Os Professores de Matemática e a Geometria**: opiniões sobre a área e seu ensino. 2005. 252 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2005.

CURY, H. N. **As concepções de Matemática dos professores e suas formas de considerar os erros dos alunos**. 1994. 275p. Tese (Doutorado em Educação) - UFRGS, Porto Alegre, 1994.

DANA, M. E. Geometria – um enriquecimento para a escola elementar. In: LINDQUIST, Mary M.; SHULTE, Albert P. **Aprendendo e ensinando Geometria**. Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994.

EUCLIDES. **Os Elementos**. Tradução: Irineu Bicudo. São Paulo: Editora Unesp, 2009.

EVES, Howard. **Estudio de las Geometrias**. Tradução: Susana Siperstein. México: Unión Gráfica, 1969.

\_\_\_\_\_. **História da Geometria**. Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1992.

FAINGUELERNT, E. K. **Educação Matemática**: representação e construção em Geometria. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

FERREIRA, A. B. de H. **Novo dicionário da língua portuguesa**. 2. ed. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1986.

GERDES, P. **Sobre o despertar do pensamento geométrico**. Curitiba: Editora da UFPR, 1992.

GUIMARÃES, H. M. **Ensinar Matemática**: concepções e práticas. 1988. 290f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Lisboa, Lisboa, 1988.

\_\_\_\_\_. **Concepções sobre a Matemática e a actividade Matemática**: um estudo com matemáticos e professores do ensino básico e secundário. 2003. 431f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de Lisboa, Lisboa, 2003.

HILBET, D. **Fundamentos da Geometria**. Tradução: A. J. Franco de Oliveira. Lisboa: Gradiva, 2003.

NACARATO, A. M. **Educação Continuada sob a Perspectiva da Pesquisa-Ação**: Currículo em ação de um grupo de professores ao aprender ensinando Geometria. 2000. 223f. Tese (Doutorado em Educação) – Unicamp, Campinas, 2000.

PARANÁ, Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes Curriculares de Matemática para a Educação Básica**. Curitiba, 2008.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino da Geometria**: uma visão histórica. 1989. 164f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Unicamp, Campinas, 1989.

PONTE, J. P. **Concepções dos Professores de Matemática e Processos de Formação**. Educação Matemática: Temas de investigação. Universidade de Lisboa. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1992.

OLIVEIRA, Á. E.; GUIMARÃES, G. L. **Concepções de professores dos anos iniciais do ensino fundamental sobre o ensino de Geometria**. 2008, Recife, 2º SIPEMAT. Disponível em: <http://www.ded.ufpe.br/sipemat/CD-ROM%202%20SIPEMAT/artigos/CO-82.pdf>. Acesso: 03 dez. 2015.

SOUZA, J. C. de M. **O escândalo da Geometria**. Rio de Janeiro: Aurora, 1948.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. 13. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2012.

THOMPSON, A. Teachers' beliefs and conceptions: a synthesis of the research. In: GROUWS, A. (Org.). **Handbook of research in mathematics teaching and learning**. New York: Macmillan, 1992.

\_\_\_\_\_. A relação entre concepções de Matemática e de ensino de Matemática de professores na prática pedagógica. **Zetetiké**, Campinas, v. 5, n. 8, p. 11-43, 1997.

\_\_\_\_\_. The relationship of teachers' conceptions of Mathematics teaching to instructional practice. **Educational Studies in Mathematics**, 15, p. 105-127, 1984.

## Apêndice

Tópicos presentes no questionário para seleção dos professores:

Nome; Email; Idade; Graduação; Telefone; Vínculo empregatício com o Estado do Paraná; Núcleo no qual trabalha; Tempo de docência; Especifique, caso tenha: especialização, mestrado, doutorado ou PDE; O que você entende por geometria euclidiana; Você ensina geometria euclidiana para os seus alunos? Quais conteúdos?

Roteiro para da entrevista semiestruturada:

- Fale um pouco sobre você: seu nome, idade, cidade onde reside e trabalha.
- Fale sobre a sua trajetória acadêmica, os cursos de capacitação e especialização.
- Conte-nos brevemente a sua formação em geometria (graduação, cursos).
- Você estudou geometria euclidiana axiomática? Você poderia falar um pouco sobre isso?
- Você costuma ensinar geometria euclidiana? Usa algum tipo de material (régua, compasso, transferido), software? A sua escola tem materiais relacionados com o conteúdo para você usar nas aulas?
- Qual a importância de ensinar geometria euclidiana? Os alunos têm mais dificuldades em aprender geometria? Por que você acha isso?
- Você sente dificuldade/facilidade em ensinar geometria euclidiana?
- O seu conhecimento geométrico foi construído/adquirido durante a sua formação ou no decorrer da sua prática docente?
- O que você entende por geometria euclidiana?