

Conhecimento especializado do professor de Matemática revelado na escrita reflexiva de futuros professores decorrente de simulações de aulas

André Lima Rodrigues¹

Bruno Rodrigo Teixeira²

Resumo: O presente artigo tem como objetivos identificar subdomínios do Conhecimento especializado do Professor de Matemática revelados na escrita reflexiva de futuros professores decorrente de simulações de aulas em uma disciplina de Prática e Metodologia do Ensino de Matemática e evidenciar componentes desse contexto formativo que possivelmente colaboraram para a mobilização de tais conhecimentos. Para isso, analisamos as escritas reflexivas de três licenciandos matriculados no quarto ano do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Londrina no ano letivo de 2019, referentes às aulas destinadas à simulação de aulas. Os resultados revelam adequação do contexto formativo ao modelo e componentes desse contexto que possivelmente potencializaram tal mobilização, como as discussões realizadas com os colegas da turma e com o formador a respeito das tarefas propostas, a observação crítica das aulas simuladas, a resolução de tarefas aplicadas pelos colegas e a reflexão sobre a própria prática. Além disso, apontam potencialidades do uso da escrita reflexiva na formação inicial de professores de Matemática e da dinâmica de condução da disciplina para propiciar um ambiente oportuno à mobilização de conhecimentos profissionais docentes e ao desenvolvimento profissional de futuros professores, podendo orientar formadores de professores em suas práticas formativas.

Palavras-chave: Conhecimentos Profissionais Docentes. MTSK. Simulações de Aulas. Prática de Ensino. Escrita Reflexiva.

Mathematics Teacher's Specialised Knowledge revealed in reflective writing of prospective teachers as a result of class simulations

Abstract: The present article aims to identify the subdomains of the Mathematics Teacher's Specialised Knowledge revealed in the reflective writing of prospective teachers as a result of class simulations in the Mathematics Teaching Practice and Methodology discipline, highlighting the components of this formative context that have possibly contributed to the mobilization of such knowledge. To this end, we analyzed the reflective writings of three undergraduates of the fourth year of the Mathematics Teaching Degree Course of the Universidade Estadual de Londrina during the academic year of 2019, regarding the class simulation classes. The results revealed that the formative context was adequate to the model and components that possibly collaborated for this, such as discussing the proposed tasks with classmates and with the teacher educator, critical observation of the simulated classes, the resolution of tasks applied by classmates and the reflection upon the practice itself. Besides, they point potentialities of the use of the reflective writing in the initial

¹ Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Professor da rede privada de Educação Básica. Paraná, Brasil.

✉ andreir1@hotmail.com  <https://orcid.org/0000-0001-8952-342X>.

² Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Professor do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL). Paraná, Brasil. ✉ bruno@uel.br  <https://orcid.org/0000-0003-0294-4470>.

formation of Mathematic teachers and the subject conduction dynamics to provide an appropriate environment for the mobilization of teaching professional knowledge and to the professional development of prospective teachers, also having the possibility of guiding the teacher educators in their formative practices.

Keywords: Teacher Professional Knowledge. MTSK. Class Simulations. Teaching Practice. Reflective Writing.

Conocimiento especializado del profesor de Matemáticas revelados en la escritura reflexiva de futuros profesores como resultado de simulaciones en el aula

Resumen: Este artículo tiene como objetivo identificar subdominios de conocimiento especializado del profesor de matemáticas, reveladas en la escritura reflexiva de futuros docentes como resultado de simulaciones de aula en una disciplina de Práctica y Metodología de la Enseñanza de las Matemáticas, y evidenciar componentes de este contexto formativo que posiblemente contribuyeron a la movilización de dichos conocimientos. Para ello, analizamos los escritos reflexivos de tres estudiantes de pregrado matriculados en el cuarto año de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidade Estadual de Londrina (Universidad Estatal de Londrina, Brasil) en el año académico de 2019, haciendo referencia a las clases destinadas a la simulación de clases. Los resultados revelan la adecuación del contexto formativo al modelo, y componentes de ese contexto que posiblemente potenciaron dicha movilización, como las discusiones mantenidas con los compañeros y con el docente sobre las tareas propuestas, la observación crítica de las clases simuladas, la resolución de tareas propuestas por los compañeros y la reflexión sobre su propia práctica. Además, señalan el potencial del uso de la escritura reflexiva en la formación inicial de los docentes de matemáticas y la dinámica de conducción de la disciplina para brindar un entorno oportuno para la movilización del conocimiento docente profesional y el desarrollo profesional de los futuros profesores, pudiendo orientar a los formadores de docentes en sus prácticas de formación.

Palabras clave: Conocimientos Docentes Profesionales. MTSK. Simulaciones de Clase. Práctica Docente. Escritura Reflexiva.

Introdução

A formação inicial pode ser considerada uma das etapas de um processo de desenvolvimento profissional docente (TEIXEIRA, 2013) em que os futuros professores podem construir uma base de conhecimentos profissionais docentes sólida para o exercício da docência (LEITE; PASSOS, 2020). Objeto de investigação de muitos autores, a literatura dispõe de modelos para entender e analisar esses conhecimentos, entre eles o de Shulman (1986), mais difundido e utilizado na preparação docente e na pesquisa (MORIEL JUNIOR; WIELEWSKI, 2017).

Especificamente na Matemática, alguns modelos constam na literatura (BALL; THAMES; PHELPS, 2008; PONTE, 2012; CARRILLO *et al.*, 2013; ROWLAND, 2013), dentre os quais evidenciamos o Conhecimento especializado do Professor de Matemática

— MTSK³ (CARRILLO *et al.*, 2013; FLORES-MEDRANO *et al.*, 2014; CARRILLO-YAÑEZ *et al.*, 2018), que foi elaborado com base em potencialidades de outros modelos que caracterizam o conhecimento profissional de professores da disciplina (FLORES-MEDRANO *et al.*, 2014).

Diversos autores têm utilizado o MTSK para identificar e caracterizar conhecimentos de professores e futuros professores de Matemática (MORIEL JUNIOR, 2014; ROJAS; FLORES; CARRILLO, 2015; FLORES-MEDRANO *et al.*, 2016; ARAÚJO, 2018; CABANHA, 2018; MORAL, 2018). Especificamente na formação inicial, inúmeras ações podem contribuir para a mobilização de conhecimentos profissionais docentes, entre elas aquelas de natureza prática, que não necessariamente são desenvolvidas na escola, uma vez que o contexto da licenciatura dispõe de diversos recursos e estratégias para que sejam enriquecidas (SBEM, 2003; 2013), por exemplo, a comunicação escrita.

Em seu trabalho, Passos (2008) mostrou que a comunicação escrita pode ser uma estratégia, apontando mobilização de conhecimentos profissionais docentes a partir de narrativas escritas em diários reflexivos de futuros professores. Segundo Rivera (2017), à medida que futuros professores representam suas reflexões por meio da escrita, eles podem aprender sobre a estruturação e reformulação de seus pensamentos, bem como estabelecerem conexões entre os conceitos que aprendem e situações práticas.

Entretanto “os cursos de graduação em matemática pouco enfatizam e exploram as interações mediadas pela escrita” (FREITAS; FIORENTINI, 2008, p. 139), o que faz com que o desenvolvimento da leitura e da escrita ainda seja uma lacuna da formação inicial (LEITE; PASSOS, 2020).

Tendo isso em vista, e considerando que a Prática e Metodologia do Ensino de Matemática possui “liberdade de trabalho e de planejamento próprio da disciplina” (MAGALHÃES, 2013, p. 95), objetivamos neste estudo identificar subdomínios do MTSK revelados na escrita reflexiva de futuros professores decorrente de simulações de aulas em uma disciplina de Prática e Metodologia do Ensino de Matemática e evidenciar componentes do contexto formativo que possivelmente colaboraram para a mobilização de tais conhecimentos.

Aspectos Teóricos

Primeira etapa formal do processo de profissionalização docente, a formação inicial

³ Mathematics Teachers Specialized Knowledge.

de professores é responsável por proporcionar ao futuro professor a sistematização de um conjunto de conhecimentos profissionais que lhe será útil para lidar com as demandas da profissão (LEITE; PASSOS, 2020), constituindo-se em um contexto formativo responsável por

[...] fundamentos profissionais sólidos, que podem propiciar ao futuro professor não apenas a consolidação, mas também, de forma autônoma, a ampliação, a reorganização e conseqüentemente a potencialização da constituição de uma base de conhecimento ao longo da trajetória de vida profissional. (LEITE; PASSOS, 2020, p. 4).

Entretanto, ainda há limitações presentes na formação inicial de professores de Matemática. Leite e Passos (2020) apontam um conjunto de características apresentadas por cursos de formação inicial que persistem por décadas, desde o século passado, dentre as quais estão a

desarticulação entre teoria e prática; desarticulação entre formação específica e pedagógica; predominância dos conteúdos específicos no currículo; distanciamento entre os conteúdos trabalhados na licenciatura e os conteúdos do currículo da Educação Básica; a forma em que as práticas de ensino e/ou o estágio têm sido ofertados no curso; a falta de desenvolvimento da leitura e escrita. (LEITE; PASSOS, 2020, p. 7).

Entendemos que disciplinas como as de Prática e Metodologia do Ensino de Matemática podem ser ambientes propícios para a realização de ações que contribuam para a superação de algumas dessas limitações, como a desarticulação entre teoria e prática (SBEM, 2003), o distanciamento dos conteúdos trabalhados no curso e os conteúdos do currículo da Educação Básica, e a falta de desenvolvimento da leitura e da escrita. Isso porque tal disciplina “representa lugar privilegiado para análise de concepções e perspectivas para a atuação profissional dos futuros docentes. Nela alocam-se ingredientes que buscam, de certo modo, antecipar a entrada dos professorandos no ofício da docência” (VALENTE, 2014, p. 182).

Além disso, “a disciplina vai sendo delineada de acordo com as mudanças que acontecem no sistema educacional” (VALENTE, 2014, p. 187) e tem impacto na Educação Matemática à medida que formadores que atuam nessa área a lecionam, trazendo consigo uma nova mentalidade e alternativas de trabalho para ela e outras disciplinas de formação do professor de Matemática (VALENTE, 2014).

Magalhães (2013) afirma que nessa disciplina há a preocupação de estabelecer relações entre o licenciando e sua futura prática em sala de aula, discutindo elementos pertinentes à sua formação, e assinala outras características da disciplina, como o fato de

as atividades serem incorporadas “de acordo com a necessidade de cada turma, de cada assunto a ser trabalhado” (MAGALHÃES, 2013, p. 101), e de haver uma fluidez de conteúdos, construída a partir de um eixo norteador que contempla “elementos de análise dos conteúdos de ensino da Matemática, o tratamento com os documentos oficiais de referência para o trabalho pedagógico, análises de livros didáticos, discussão de diferentes metodologias de ensino da matemática, dentre outros” (MAGALHÃES, 2013, p. 99).

Além de se constituir parte do eixo norteador destacado pela autora, a análise de livros didáticos é, também, uma das ações sugeridas pela comissão paritária formada por representantes da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) e da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), ao refletirem sobre o curso de licenciatura em Matemática e a formação inicial do futuro professor em um documento publicado em 2013. Segundo eles:

A prática — seja como componente curricular (que permeia todas as disciplinas) ou como Prática de Ensino (com espaço específico no currículo) — pode ser enriquecida com a utilização de tecnologias da informação e da comunicação, vídeos com episódios de sala de aula, narrativas orais e escritas de professores, produções de alunos, situações simuladoras e estudo de casos, análise de livros didáticos e visitas à escola e a outros espaços educativos (formais e não formais). (SBEM, 2013, p. 9).

Entre essas ações que podem enriquecer a Prática de Ensino, consideramos que fazem parte das situações simuladoras as simulações de aulas com os colegas de turma acompanhadas de discussões sobre os elementos da aula planejada e ministrada. Isso porque elas podem propiciar aos licenciandos que estão na posição de professores nessas aulas maior proximidade com sua futura prática profissional e aos que estão na posição de alunos, a observação de aulas que, de acordo com Teixeira e Cyrino (2014), se realizada de modo intencional e reflexivo, pode contribuir com o desenvolvimento profissional dos futuros professores.

Ainda em relação à afirmação dos representantes da SBEM e da SBM, que a Prática de ensino pode ser enriquecida com a produção de narrativas escritas de professores e produções de alunos, podemos destacar o que assinalam Freitas e Fiorentini (2008): que a escrita discursiva⁴ em diferentes disciplinas da licenciatura em Matemática, entre elas a de Prática de Ensino, abriu espaço para a reflexão sobre o trabalho docente, minimizando a dicotomia entre teoria e prática.

Os autores evidenciaram ainda que a utilização da escrita em diferentes momentos

⁴ “[...] não estritamente simbólica ou formal” (FREITAS; FIORENTINI, 2008, p. 138).

do curso contribuiu para que os futuros professores se desenvolvessem profissionalmente e que “a organização, por escrito, dos pensamentos e das idéias permitia aos (futuros) professores que seus conhecimentos docentes, às vezes ditos como tácitos, fossem identificados, problematizados e (re)significados” (FREITAS; FIORENTINI, 2008, p. 148), o que ressalta o potencial de práticas mediadas pela escrita para o desenvolvimento profissional⁵, apontado por Passos *et al.* (2006).

Sendo assim, as diversas ações supracitadas podem ser realizadas em disciplinas de Prática e Metodologia do Ensino de Matemática e contribuir para a consolidação de uma base de conhecimentos profissionais docentes. Tais conhecimentos são entendidos como especializados por autores como Carrillo *et al.* (2013), e essa especialização é o que o diferencia do conhecimento pedagógico geral, especializado de professores de outras disciplinas e do especializado de outros profissionais da Matemática (CARRILLO *et al.*, 2013).

A fim de sistematizar tal conhecimento, Carrillo e seus colaboradores elaboraram o modelo MTSK (CARRILLO *et al.*, 2013; FLORES-MEDRANO *et al.*, 2014; CARRILLO-YAÑEZ *et al.*, 2018), que tem sido utilizado em pesquisas brasileiras, por exemplo, para identificar e caracterizar conhecimentos profissionais de professores e futuros professores em contextos que contemplam ações semelhantes às que são e que podem ser realizadas em disciplinas de Prática de Ensino, como as discussões a respeito de conteúdos em seus aspectos conceituais e didáticos em oficinas formativas (MORIEL JUNIOR, 2014; MORAL, 2018) e em grupos colaborativos (ARAÚJO, 2018).

Tais trabalhos evidenciam potencialidades do modelo para a identificação e mobilização de conhecimentos profissionais docentes e o apresentam como uma possibilidade para análise desse conhecimento em contextos de desenvolvimento profissional. Segundo os autores do modelo,

uma melhor especificação do conhecimento profissional desejável para um professor de matemática na pesquisa é especialmente importante em contextos de desenvolvimento profissional, particularmente em situações de colaboração, em que o próprio grupo tem liberdade para decidir sobre o que estudar e refletir (em termos prática profissional, por exemplo), sendo o MTSK uma dessas possibilidades. (CARRILLO *et al.*, 2013, p. 2992, tradução nossa).

Isso porque o MTSK foi elaborado “como resposta às dificuldades encontradas no

⁵ Baseados em autores como Passos *et al.* (2006), Climent *et al.* (2014) e Ponte (2014), neste trabalho consideramos os conhecimentos profissionais docentes como um aspecto do desenvolvimento profissional do professor.

MKT⁶” e com base nas “potencialidades deste e outros modelos que caracterizam o conhecimento do professor de Matemática.” (FLORES-MEDRANO *et al.*, 2014, p. 71, tradução nossa). Ele enfoca a especificidade do conhecimento profissional do professor de matemática a partir de dois domínios, conhecimento matemático (MK⁷) e conhecimento pedagógico do conteúdo (PCK), sendo que cada um deles é composto de três subdomínios, respectivamente: conhecimento dos tópicos (KoT), conhecimento da estrutura Matemática (KSM) e conhecimento da prática Matemática (KPM); conhecimento das características da aprendizagem Matemática (KFLM), conhecimento do ensino de Matemática (KMT) e conhecimento dos padrões de aprendizagem de Matemática (KMLS).

O domínio MK corresponde ao conhecimento do professor a respeito da própria disciplina que ensina e caracteriza “como conhece/deve conhecer matemática um professor de matemática” (FLORES MEDRANO *et al.*, 2014, p. 72, tradução nossa). A seguir apresentamos os subdomínios que dão sentido a esse conhecimento matemático.

O KoT refere-se ao conhecimento “completo do conteúdo matemático (por exemplo, conceitos, procedimentos, fatos, regras e teoremas) e seus significados. Combina o conhecimento que se espera que os alunos aprendam com uma compreensão mais profunda, talvez mais formal e rigorosa” (CARRILLO-YAÑEZ, *et al.*, 2018, p. 242, tradução nossa).

Consideram-se ainda os tipos de problemas adequados aos conteúdos, conexões dentro de um mesmo tópico, propriedades, definições, notação e vocabulários adequados, e as maneiras que o professor utiliza tais elementos para definir um conteúdo e os algoritmos convencionais e alternativos (CARRILLO-YAÑEZ *et al.*, 2018).

O KSM é o conhecimento sobre as relações entre diferentes conteúdos, entre os do “curso que você está ministrando ou do conteúdo de outros cursos ou níveis educacionais. É especificamente sobre conexões entre tópicos matemáticos.” (FLORES-MEDRANO *et al.*, 2014, p. 77, tradução nossa). Nesse subdomínio é contemplado o conhecimento das relações do conteúdo a ser ensinado com posteriores ou anteriores, das relações entre conteúdos dadas pelas características comuns do modo de pensar associadas a esses conteúdos e pelas relações auxiliares entre diferentes conteúdos (FLORES-MEDRANO *et al.*, 2014).

⁶ Mathematical Knowledge for Teaching (BALL; THAMES; PHELPS, 2008).

⁷ Todas as siglas associadas ao modelo referem aos nomes em inglês, quais sejam: Mathematical Knowledge (MK), Pedagogical Content Knowledge (PCK), Knowledge of Topics (KoT), Knowledge of the Structure of Mathematics (KSM), Knowledge of the Practice of Mathematics (KPM), Knowledge of Features of Learning Mathematics (KFLM), Knowledge of Mathematics Teaching (KMT), Knowledge Mathematics Learning Standards (KMLS).

Já o KPM inclui o conhecimento de como se define, de como se usa uma definição em Matemática, a diferença entre uma definição e uma prova, “como demonstrar, justificar, fazer deduções e induções, dar exemplos e compreender o papel dos contraexemplos” (CARRILLO-YAÑEZ *et al.*, 2018, p. 244, tradução nossa).

Este subdomínio se refere à prática matemática e não à prática de ensino de matemática. Está incluso saber “diferentes tipos de raciocínios matemáticos e em que contextos matemáticos uns são mais adequados que outros” (FLORES-MEDRANO *et al.*, 2014, p. 79, tradução nossa), como saber que um exemplo pode ser uma verificação em alguns casos e uma demonstração em outros.

No domínio PCK considera-se o conhecimento que o professor tem do conteúdo matemático do ponto de vista de um objeto de ensino (KMT), de aprendizagem (KFLM) e do ponto de vista do que se deve alcançar em cada momento escolar (KMLS) (FLORES-MEDRANO *et al.*, 2014).

No subdomínio KMT considera-se o conhecimento do professor sobre os modos de apresentar o conteúdo e os potenciais que possui para o ensino, assim como o conhecimento de exemplos adequados para cada situação, das potencialidades de recursos e materiais didáticos para determinados conteúdos matemáticos e do tipo de ajuda mais adequado para oferecer aos estudantes, a depender de cada contexto (FLORES-MEDRANO *et al.*, 2014).

O KFLM diz respeito ao conhecimento “que o professor tem sobre os possíveis modos de apreensão associados à própria natureza do conteúdo matemático, [...] sobre os erros, obstáculos e dificuldades associados à matemática em geral e a questões específicas” (FLORES-MEDRANO *et al.*, 2014, p. 81, tradução nossa), bem como ao conhecimento dos processos e estratégias dos estudantes, típicos e não habituais, da linguagem ou vocabulário utilizados por eles e das suas expectativas em relação à Matemática (FLORES-MEDRANO *et al.*, 2014).

Já o KMLS é o conhecimento de quais conteúdos matemáticos devem ser ensinados, da sequenciação dos temas e “daquilo que o estudante deve/pode alcançar em uma etapa escolar determinada” (FLORES-MEDRANO *et al.*, 2014, p. 85, tradução nossa).

As noções que fundamentam esses padrões podem ser construídas a partir de documentos curriculares oficiais, “documentos curriculares não oficiais [...] e literatura de pesquisa” (CARRILLO-YAÑEZ *et al.*, 2018, p. 248, tradução nossa). A literatura de pesquisa, como artigos de periódicos e livros didáticos, também pode fundamentar os conhecimentos associados aos outros subdomínios do PCK, que podem ainda ser

fundamentados em observações e reflexões da atividade matemática em sala de aula (FLORES-MEDRANO *et al.*, 2014; CARRILLO-YAÑEZ *et al.*, 2018).

Ainda que pelo MTSK o conhecimento profissional do professor de Matemática esteja organizado em subdomínios, úteis principalmente para fins analíticos, ressaltamos seu caráter sintético e integrado e que relações entre os diferentes subdomínios podem existir, de modo que uma mesma situação pode revelar mobilização de mais de um deles (FLORES-MEDRANO *et al.*, 2014, CARRILLO-YAÑEZ *et al.*, 2018).

Os seis subdomínios do MTSK oportunizam ao pesquisador investigar o que o professor de Matemática conhece, de maneira aprofundada, e serão utilizados por nós para identificarmos os conhecimentos profissionais de futuros professores de Matemática a partir de suas escritas reflexivas em uma disciplina de Prática e Metodologia do Ensino de Matemática, contexto que descreveremos na seção a seguir.

Aspectos Metodológicos

Este estudo tem natureza qualitativa de cunho interpretativo (BOGDAN; BIKLEN, 1994) e foi realizado na disciplina de Prática e Metodologia do Ensino de Matemática II da Universidade Estadual de Londrina (UEL), no Paraná, contando com a participação dos sete futuros professores que cursavam a referida disciplina no quarto ano do curso de Licenciatura em Matemática no ano letivo de 2019. A fim de preservar suas identidades⁸, chamá-los-emos de Licenciando 1, Licenciando 2, Licenciando 3, Licenciando 4, Licenciando 5, Licenciando 6 e Licenciando 7.

A Prática e Metodologia do Ensino de Matemática II da Licenciatura em Matemática da UEL contempla em sua ementa a abordagem de conteúdos matemáticos do Ensino Médio em seus aspectos conceituais e didáticos, sendo outros assuntos presentes na ementa trabalhados de maneira articulada na discussão de tais conteúdos. No ano letivo de 2019, o responsável pela disciplina foi o professor segundo autor deste trabalho, que chamaremos de formador.

No início da disciplina, o formador solicitou aos licenciandos que destacassem, por escrito, conteúdos matemáticos do Ensino Médio que sentiam necessidade ou desejo de trabalhar. Todos os trabalhos realizados foram negociados ao longo do ano com base nas listas elaboradas por eles.

Entre os trabalhos desenvolvidos ao longo da disciplina, estão as aplicações de

⁸ Conforme consentido em termo esclarecido assinado por eles.

partes de planejamentos de aulas a respeito dos conteúdos de análise combinatória e de probabilidade, que são analisadas neste artigo e consideradas como simulações de aulas. A escolha por esses trabalhos se deu pelo fato de apresentarem os conteúdos que estavam entre os mais solicitados pelos licenciandos e por serem os únicos em que houve, de fato, uma simulação de aula por meio das aplicações.

Essas aplicações ocorreram após o estudo e a elaboração de planos de aulas desses conteúdos pelos futuros professores, realizados a partir de livros didáticos⁹, tendo em vista a intenção do formador de que os licenciandos possuíssem contato com o material que geralmente está disponível como apoio nas escolas públicas do país e pudessem utilizá-los de maneira crítica, analisando e explorando possibilidades e limitações desse material.

Para cada conteúdo, análise combinatória e probabilidade, de acordo com uma organização prévia negociada entre futuros professores e formador, cada indivíduo ou dupla aplicava com a turma uma tarefa sobre um tema relacionado ao que estavam trabalhando, negociado no momento de estudo, simulando uma aula que precedia discussões a respeito do conteúdo, dos aspectos didáticos e do que mais julgassem relevante sobre a aula simulada. Os temas negociados foram: princípio fundamental da contagem, permutação simples, arranjo simples e combinação simples em análise combinatória; a ideia de probabilidade nos Anos Finais do Ensino Fundamental, a definição de probabilidade no Ensino Médio, a probabilidade da união de eventos, probabilidade condicional e probabilidade da interseção de eventos.

Em ambos os trabalhos, as simulações ocorreram de acordo com a metodologia de ensinar através da Resolução de Problemas (ONUChIC; ALLEVATO, 2011). Em análise combinatória, a sugestão de utilizarem essa metodologia desde o estudo para o planejamento do que seria aplicado partiu do formador, tendo em vista sua presença explícita na ementa da disciplina, e foi aceita pelos futuros professores, enquanto a decisão de também utilizá-la no trabalho com probabilidade partiu dos futuros professores que, coincidentemente, foram unânimes em escolhê-la dentre as tendências da Educação Matemática (PARANÁ, 2008; SBEM, 2013) que possuíam como opção.

Na metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (ONUChIC; ALLEVATO, 2011), o problema é tomado como ponto

⁹ Os livros didáticos utilizados faziam parte do acervo de materiais do formador e eram de autores como lezzi *et al.* (2002, 2010), Ribeiro (2007), Barroso (2010), Smole e Diniz (2010) e Dante (2011).

de partida e é através da sua resolução que os alunos podem, em sala de aula, entre outros aspectos, conhecer novos conceitos e conteúdos. No tocante às potencialidades dessa perspectiva de Resolução de Problemas, experiências apresentadas em pesquisas e atividades de formação de professores que usam essa metodologia, por exemplo, “têm favorecido significativos avanços na compreensão de conceitos e conteúdos matemáticos e no aprimoramento da prática docente pelo professor.” (ONUChIC; ALLEVATO, 2011, p. 95).

Segundo Onuchic e Allevato (2011), uma aula desenvolvida com base nessa metodologia pode contemplar ações como: preparação do problema, leitura individual, leitura em conjunto, resolução do problema, observação do trabalho dos alunos, registro de resoluções na lousa, plenária, busca de um consenso e formalização do conteúdo. Em nosso contexto de investigação, tais etapas basearam as simulações de aulas realizadas pelos futuros professores. Para a coleta de informações, utilizamos como instrumento o caderno de aula com reflexões dos futuros professores, que consistia em um espaço em que escreviam a respeito das aulas. Essas escritas reflexivas foram negociadas no início do ano letivo, quando o formador explicou sobre a sua utilização na disciplina e esclareceu que esperava escritas que revelassem mais do que a descrição dos conteúdos e dos acontecimentos das aulas, como tentativas de justificativa, explicações, exposição de sentimentos, opiniões e o que mais desejassem e se sentissem à vontade para escrever. Desse modo, essa prática tornou-se parte da disciplina em todos os trabalhos realizados ao longo do ano.

Em relação aos trabalhos de simulações de aula, o formador solicitou que, no primeiro, com análise combinatória, os futuros professores fizessem reflexões sobre o conteúdo e o ensino do mesmo a partir de cada aplicação do planejamento com os colegas da turma, e nos trabalhos seguintes pediu que as reflexões fossem realizadas a cada aula.

Os cadernos de aula com reflexões eram recolhidos ao término de cada bimestre, a fim de constituírem um instrumento de avaliação, e ao negociar isso com os futuros professores no início do ano letivo, o formador explicou que eles deveriam escrever com sinceridade, sem pensar no que achavam que ele gostaria de ler, pois os critérios de avaliação estariam atrelados às características do que definiram como escrita reflexiva.

Essas escritas podem contribuir para o desenvolvimento profissional dos futuros professores, tendo em vista que, conforme aponta Rivera (2017), à medida que eles representam suas reflexões através de um meio como a escrita, podem aprender a estruturar e reformular seus pensamentos, além de terem condições de estabelecer

conexões entre o que aprendem e as situações práticas, bem como compreenderem suas experiências.

Para a autora, a reflexão é considerada um processo “em que se exploram propositalmente seus pensamentos, sentimentos, ações, experiências e circunstâncias, bem como sua lógica subjacente.” (RIVERA, 2017, p. 55, tradução nossa). Desse modo, para que um texto seja considerado reflexivo é preciso que tenha o envolvimento do “eu” e seja compostos de elementos como descrição de experiências pessoais com a tentativa de fornecer motivos e interpretações para tais; explicação de sentimentos, desejos, opiniões; generalizações ou recomendações acompanhadas de explicações para elas; exploração de prováveis explicações para situações ou experiências a partir de outras perspectivas; análise dos próprios pensamentos, emoções e ou ações; e autoquestionamento (RIVERA, 2017).

Neste estudo, consideramos como reflexivos os trechos das escritas dos futuros professores que apresentam quaisquer dessas características, especialmente descrição de um acontecimento seguida de uma tentativa de fornecer um motivo, uma explicação, interpretação, análise, comentário pessoal, recomendação ou avaliação, bem como explicação ou análise de sentimentos, desejos, opiniões, ações e autoquestionamentos.

Ainda com relação aos instrumentos de coleta de informações, outro instrumento utilizado foi o diário de campo do pesquisador, que consiste em um caderno com anotações elaboradas a partir de observações diretas e não participantes, realizadas em todas as aulas da disciplina durante o período letivo. As observações diretas permitem ao investigador estar mais perto da perspectiva dos participantes e tentar entender os significados que eles atribuem às suas ações (LUDKE; ANDRÉ, 2001). Nesse sentido, o diário de campo nos auxiliou na interpretação dos acontecimentos e na contextualização das reflexões, bem como na identificação de componentes do contexto formativo que colaboraram para a mobilização dos conhecimentos profissionais docentes identificados.

Após a leitura dos cadernos de aula com reflexões dos futuros professores, com base nas características de escrita reflexiva propostas por Rivera (2017), selecionamos para análise o material dos licenciandos 3, 6 e 7, tendo em vista que foram futuros professores que apresentaram escritas reflexivas a respeito de todos os trabalhos realizados na disciplina, ou seja, mostraram-se mais envolvidos com o desenvolvimento desse tipo de escrita.

Para a realização das análises, em suas escritas reflexivas a respeito das aulas destinadas às simulações de aulas, selecionamos as que se relacionam a características

dos subdomínios do MTSK e, a partir disso, identificamos conhecimentos profissionais docentes revelados pelos futuros professores. Ainda, procuramos indicativos de componentes do contexto formativo que possivelmente colaboraram para a mobilização dos conhecimentos revelados. Os resultados e algumas de nossas reflexões são apresentados na seção a seguir.

Resultados e Análises

Nesta seção apresentamos os resultados e análises referentes ao trabalho com análise combinatória e com probabilidade, separadamente. Em cada subseção, exibimos o trecho da escrita reflexiva do futuro professor da maneira como estava no caderno, sem correções, seguido de sua identificação e a data da aula correspondente indicada no caderno. A cada análise indicamos o subdomínio do MTSK a ela associado.

A respeito da simulação de aulas de análise combinatória

Ao registrar a reflexão a respeito das simulações de aulas realizadas pelos colegas, o Licenciando 7 escreveu:

“Observando as tarefas propostas pelos colegas e as discussões realizadas, percebi mais uma vez a relevância da clareza dos enunciados e como a fala do professor deve ser cuidadosa no momento de formalização. Escrevo isso por conta da formalização do P.F.C. em que o professor disse ‘para cada possibilidade’, o que é essencial para os estudantes entenderem o princípio multiplicativo.” (Licenciando 7, 22/04/19).

Em sua escrita, o Licenciando 7 destaca a “*relevância da clareza dos enunciados*” e uma afirmação que ele julga essencial para que os alunos compreendam o princípio fundamental da contagem, “*para cada possibilidade*”. Para ele, é importante utilizar enunciados sem ambiguidade e atentar-se à afirmação destacada na abordagem do conteúdo para que os alunos entendam o significado do conceito, o que está associado ao conhecimento de “*modos de apresentar o conteúdo e o potencial que possui para o ensino*” (FLORES-MEDRANO *et al.*, 2014, p. 82, tradução nossa) (KMT).

Ao escrever “*observando as tarefas propostas pelos colegas e as discussões realizadas*”, o futuro professor parece atribuir às *discussões realizadas com os colegas da turma e com o formador a respeito das tarefas propostas* a responsabilidade por colaborarem para que sua reflexão acontecesse, e com isso mobilizasse conhecimento associado ao KMT, semelhante ao que destaca Araújo (2018) em relação à mobilização de subdomínios do MTSK oportunizada pela a troca de experiências entre professores e

futuros professores.

O Licenciando 6 escreveu a respeito da aplicação da tarefa¹⁰ sobre arranjo simples, realizada no mesmo dia.

“Achei a tarefa muito boa para ensinar Arranjo [simples], dá pra resolver usando o diagrama de árvores ou o princípio multiplicativo. O enunciado está ótimo, porém tem um detalhe, algo que tinha falado em sala, deveriam diferenciar a premiação para o 1º e 2º colocado, pois ‘e se a premiação fosse a mesma?’, o acontecimento AB seria o mesmo acontecimento BA. Achei a formalização ótima também, não tinha pensado na formalização como a dupla fez, que era reescrever em forma de fatorial o resultado $20 = 5 \cdot 4 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{5!}{3!}$ foi muito interessante.” (Licenciando 6, 22/04/19).

No início da sua escrita, o Licenciando 6 apresenta duas estratégias para resolver a tarefa, o diagrama de árvores e o princípio fundamental da contagem, indicando conhecer possíveis estratégias de estudantes a serem utilizadas em uma tarefa como essa (KFLM).

Ele ainda faz uma observação destacando que, em sua opinião, o enunciado precisaria de adaptação para diferenciar os prêmios, pois como a pergunta possui como foco as possibilidades de receberem a premiação, e não as possibilidades de classificação, caso essa adaptação não acontecesse e os alunos que fossem resolver considerassem que o prêmio fosse o mesmo para 1º e 2º lugar, conforme problematizou em discussão ocorrida em sala de aula, “o acontecimento AB seria o mesmo acontecimento BA”.

Nesse caso, o Licenciando 3, que estava na posição de professor, argumentou que como a tarefa cita as classificações, não faria sentido ter a mesma premiação, mas que se o Licenciando 6 chegou a interpretar de tal modo, poderiam realizar uma complementação no enunciado a fim de evidenciar a diferença dos prêmios para 1º e 2º colocados.

Ao escrever sobre isso, o Licenciando 6 parece mobilizar conhecimento do “tipo de problemas aos quais o conteúdo pode ser aplicado, com seus contextos e significados associados” (CARRILLO-YAÑEZ *et al.*, 2018, p. 242, tradução nossa) e de aspectos sutis que podem fazer diferença no ensino e na aprendizagem de conceitos do conteúdo análise combinatória (KoT).

Além disso, inferimos que ao escrever reflexivamente sobre o modo como os futuros professores que estavam aplicando a tarefa fizeram para obter uma escrita próxima da fórmula do arranjo simples, utilizando de um exemplo numérico e da definição de fatorial de um número, o licenciando aparenta revelar conhecimento associado às maneiras de

¹⁰ Tarefa: No colégio Beta, cinco equipes A, B, C, D, E, participam de uma gincana. Somente o 1º e 2º colocados serão premiados. Quantas são as possibilidades das equipes receberem os prêmios? Fonte: Adaptada de Ribeiro (2007, p. 367).

apresentar o conteúdo e ao potencial de “estratégias e técnicas de ensino de conteúdos matemáticos específicos” (CARRILLO-YAÑEZ *et al.*, 2018, p. 247, tradução nossa) (KMT).

Pela sua escrita, consideramos que a *resolução da tarefa aplicada pelos colegas e a observação crítica da aula simulada* foram componentes da disciplina que possivelmente colaboraram para a mobilização de tais conhecimentos. Por observação crítica, entendemos que são aquelas realizadas de modo analítico pelos futuros professores enquanto estavam na posição de alunos, objetivando problematizar a prática dos colegas que estavam na posição de professores.

Essa observação de aulas de Matemática é importante na formação inicial para que diferentes elementos relacionados à prática docente possam ser analisados criticamente pelos licenciandos (TEIXEIRA; CYRINO, 2014). Especificamente em relação às observações realizadas no contexto dessa pesquisa, destacamos que oportunizaram reflexões a respeito da atuação dos colegas nos momentos em que estavam na posição de professores.

Assim, as situações simuladoras de aulas realizadas na disciplina de Prática e Metodologia do Ensino de Matemática podem contribuir para o desenvolvimento profissional dos futuros professores e, mais especificamente, para a mobilização de conhecimentos profissionais docentes, o que faz da disciplina um contexto potencial para isso.

Também a respeito da tarefa sobre arranjos simples, o Licenciando 3 revelou conhecimentos associados a dois subdomínios ao escrever:

“[...] fizemos nossa apresentação, a tarefa foi bem concluída pelos alunos, na formalização nós deixamos de observar a importância da ordem para os Arranjos e isso foi motivo de discussão entre nós da classe. Achei também que a formalização e a aplicação do conteúdo foi bem intuitiva e bem melhor que a maneira tradicional, faz mais sentido o porquê das ordens e das multiplicações na Análise Combinatória.” (Licenciando 3, 22/04/19).

Em sua reflexão escrita, o Licenciando 3 afirma que não destacaram o fato de, no arranjo simples, os agrupamentos com mesmos elementos serem diferenciados pela ordem desses elementos, o que gerou discussão entre os colegas da turma. No dia da apresentação, ele e seu colega de dupla afirmaram que planejaram destacar essa característica no fim da aula, após formalizarem combinação simples, para comparar os dois tipos de agrupamentos.

Assim, ainda que tenha gerado discussão por uma escolha feita na organização da sequenciação das ações da aula, o futuro professor parece conhecer características da

definição e o tema que vai ensinar de maneira fundamentada ao comentar sobre a característica de agrupamento ordenado do arranjo simples (KoT). Ele também avalia que introduzir o conceito da maneira como fizeram, através da Resolução de Problemas, é “*bem melhor que a maneira tradicional, faz mais sentido o porquê das ordens e das multiplicações na Análise Combinatória*”, o que está associado ao conhecimento do “potencial das [...] estratégias e técnicas de ensino de conteúdos matemáticos específicos” (CARRILLO-YAÑEZ *et al.*, 2018, p. 247, tradução nossa) (KMT).

Ao escrever sobre isso, o futuro professor demonstra interesse em um ensino que valorize os significados e não apenas a memorização de procedimentos mecânicos e repetições. De acordo com Souza (2010), o trabalho com análise combinatória sempre foi considerado difícil por deixar lacunas na compreensão dos conceitos e, por isso, “adotar outra metodologia, que permite a participação do aluno na construção desses conceitos, pode contribuir para a aquisição de uma compreensão mais significativa, que procura dar sentido à matemática construída” (SOUZA, 2010, p. 74).

Exemplo disso é o que Rodrigues, Barba e Teixeira (2013) relatam sobre a utilização do ensino através da Resolução de Problemas para a abordagem de análise combinatória no contexto do Estágio Supervisionado e a experiência vivenciada pelo futuro professor participante de nossa pesquisa. Sua escrita reflexiva sobre a simulação de aula ensinando através da Resolução de Problemas aponta uma potencialidade do uso dessa metodologia no ensino de tal conteúdo que corrobora com as que foram apresentadas no texto dos autores supracitados.

No excerto do que escreveu o Licenciando 3, observamos que o que pode ter colaborado para a mobilização, e conseqüentemente a revelação, dos conhecimentos destacados é a *reflexão a respeito da própria prática*, desencadeada após a simulação da aula em que ele foi o professor. Segundo Passos *et al.* (2006, p. 201),

a reflexão sobre a prática, sobretudo sobre o próprio trabalho docente, representa um contexto altamente favorável ao desenvolvimento pessoal e profissional do professor, pois ajuda a problematizar e produzir estranhamentos sobre o que ensinamos e por que ensinamos de uma forma e não de outra.

Nesse sentido, as simulações de aula são uma possibilidade para esse tipo de reflexão já na formação inicial. Com isso, assim como no caso de professores em serviço, a reflexão sobre a própria prática pode contribuir para o desenvolvimento profissional dos futuros professores, e escrever sobre o que refletem pode potencializar esse processo, pois

a escrita “permite aprofundar a reflexão, desencadeando, inclusive, a metacognição. Ao escrever, o professor toma consciência de seu próprio processo de aprendizagem” (PASSOS *et al.*, 2006, p. 201).

Em relação à aplicação da tarefa¹¹ a respeito de permutação simples, realizada pelos Licenciandos 2 e 7, o Licenciando 6 escreveu:

“As críticas que surgiram na sala para essa tarefa são válidas, pois dá margem a várias interpretações, não fala como a família vai se organizar na foto, dá para entender que o registro ACJP¹² é o mesmo que CAPJ, entre outros. Além disso, acho que poderia simplificar o contexto, por exemplo ‘Alice quer tirar uma foto com seu pai, sua mãe e seu irmão Caio. De quantas maneiras...’. Acredito que reformulando o enunciado, pensando nesses detalhes, dá para ficar com uma boa tarefa para ensinar permutação [simples]. Apesar da dupla ter tido esses problemas, percebi que os dois ‘tavam’ bem tranquilos para prosseguir a aula, conseguir formalizar, mostrar que permutação simples é um caso particular de arranjo simples.” (Licenciando 6, 06/05/19).

Quando afirma que “*permutação simples é um caso particular de arranjo simples*”, ele indica conhecimento de “conexões com itens dentro do mesmo tópico” (CARRILLO-YAÑEZ *et al.*, 2018, p. 242, tradução nossa), ou seja, da conexão existente entre dois conceitos estudados em análise combinatória, e de “propriedades que tornam determinado objeto definível, bem como as formas alternativas que o professor utiliza para definir” (FLORES-MEDRANO *et al.*, 2014, p.75), associados ao subdomínio KoT.

Pelo excerto “*as críticas que surgiram na sala para essa tarefa são válidas [...]*”, percebemos que as reflexões do futuro professor são desencadeadas a partir das discussões realizadas com os colegas da turma e com o formador a respeito das tarefas propostas, o que pode ter colaborado para a mobilização de tais conteúdos.

Sobre a tarefa com o objetivo de discutir combinação simples, o Licenciando 3 escreveu:

*“Apenas uma resolução foi feita pelos alunos, isso dificultou o Licenciando 6 a explorar sua formalização. [...] ele ‘entregou’ a formalização logo na letra A do problema. Isso causou uma discussão grande sobre o porquê dele estar utilizando o Arranjo mesmo com a resposta pronta que não precisaria do Arranjo e dessa maneira ele acabou falando a fórmula sem a discussão da tarefa. Discussão sobre a palavra **diferente** e **ordem**. Contexto da questão que influencia na ordem. A dificuldade que o Licenciando 6 encontrou em explorar sua formalização foi importante para a gente refletir sobre como planejar a aula, como proceder quando não acontece as coisas como planejado. Mostra que temos que ter raciocínio rápido, domínio de conteúdo, jogo de cintura para sair das saias justas e fazermos o melhor.” (Licenciando 3, 06/05/19, grifo nosso).*

¹¹ Tarefa: Na viagem de Alice com sua família, seu irmão Caio, seu pai José, sua mãe Patrícia, desejam tirar uma foto e pedem a um turista que está por perto. Dispondo dos quatro integrantes, de quantas maneiras diferentes essa foto pode ser registrada? Fonte: Baseada em lezzi *et al.* (2010, p. 259).

¹² ACJP e CAPJ são possíveis anagramas com as letras iniciais dos nomes dos integrantes da família que compõe o problema.

O futuro professor escreve a respeito de o seu colega ter ignorado os itens *b* e *c* do problema no momento da formalização e ter sistematizado a fórmula de combinação simples logo no item *a*, utilizando arranjo simples como um subsídio e desconsiderando as resoluções dos alunos. Com isso ele indica entender que, de acordo com a metodologia de ensino adotada, de ensinar através da Resolução de Problemas, a formalização poderia acontecer a partir de resoluções apresentadas, não necessariamente utilizando a fórmula de arranjo simples como subsídio, o que aparenta envolver “a consciência do potencial das atividades, estratégias e técnicas de ensino” (CARRILLO-YAÑEZ *et al.*, 2018, p. 247, tradução nossa) (KMT).

A escrita do futuro professor e o fato de conhecer a respeito de uma metodologia de ensino diferente da tradicional exemplificam características da disciplina Prática e Metodologia do Ensino de Matemática contempladas nas evidenciadas por Magalhães (2013, p. 100), a “preocupação em oportunizar metodologias diferentes, envolver a teoria com a prática [...] e, principalmente, oportunizar ambientes diferenciados de sala de aula.”

O Licenciando 3 ainda cita uma discussão iniciada por ele com a turma a respeito da palavra “diferente”, utilizada no enunciado da tarefa, e de que a ordem dos elementos é que pode ou não diferenciar os agrupamentos, na qual chegaram à conclusão de que o contexto da tarefa é que define se os agrupamentos são diferenciados ou não pela ordem dos elementos, e não a palavra “diferente”.

A conclusão da discussão apontada em sua escrita revela que o futuro professor parece conhecer “o tipo de problemas ao qual o conteúdo pode ser aplicado, com seus contextos e significados associados” (CARRILLO-YAÑEZ *et al.*, 2018, p. 242, tradução nossa), haja vista que indica que a escolha de arranjo simples ou combinação simples como estratégia para resolver um problema de agrupamentos pode ser tomada a partir do contexto da tarefa (KoT).

Inferimos que *observação crítica da aula simulada e as discussões realizadas com os colegas da turma e com o formador a respeito das tarefas propostas* podem ter colaborado para a mobilização de tais conhecimentos.

A respeito da simulação de aulas do conteúdo de probabilidade

O Licenciando 7 escreveu a respeito das duas primeiras simulações que fizeram parte desse trabalho, sobre a definição de probabilidade no Ensino Fundamental e a definição de probabilidade no Ensino Médio.

“A apresentação do Licenciando 6 foi sobre a ideia de probabilidade no Ensino Fundamental. Achei a abordagem um pouco estranha, pois considerava que os alunos já conheciam as definições de espaço amostral, evento e experimento aleatório. Pelo menos no estudo que fiz, a probabilidade no ensino fundamental não era tratada com tanta formalidade. Por conta disso, achei que a abordagem ficou com mais cara de ensino médio. Em relação a apresentação do Licenciando 1, acho que o principal cuidado é com a fala. Em alguns momentos, foi dito ‘o evento é 20’ ou ‘o espaço amostral é 100’, quando o correto seria dizer ‘o número de elementos do evento é tanto’ ou ‘o número de elementos do espaço amostral é tanto’, pois se trata de conjuntos. Para quem já domina o conteúdo, esses detalhes na fala podem não fazer diferença, mas no ambiente de sala de aula podem confundir os alunos.” (Licenciando 7, 09/09/19).

Ao registrar sua reflexão a respeito do tipo de abordagem utilizada pelo Licenciando 6 para definir o conteúdo em nível de Ensino Fundamental, o futuro professor indica considerá-la muito formal, o que convém à etapa do Ensino Médio, indicando que ele parece conhecer o nível conceitual e procedimental esperado para que os alunos aprendam em determinadas etapas da escolaridade, associado ao KMLS.

O conhecimento a respeito dos níveis conceituais dos conteúdos para cada etapa de escolaridade pode contribuir para a futura prática dos licenciandos, especialmente no momento de planejamento de aulas. Devido a isso, é fundamental que sejam oportunizados espaços de mobilização e construção desse conhecimento na formação inicial, como feito, por exemplo, em disciplinas de Prática de Ensino, a partir do que Magalhães (2013) chama de “eixo norteador”, a saber, o trabalho com conteúdos, análise de livros didáticos e documentos oficiais.

Ainda em relação à escrita do futuro professor, ao analisar a apresentação do Licenciando 1, ele aponta equívocos na fala que podem gerar confusão em sala de aula, como a expressão “o evento é 20”, enquanto o correto seria dizer “o número de elementos do evento é 20”. Seu cuidado com a comunicação do conteúdo, revelado em sua escrita, indica que ele parece ter “conhecimento do que se espera que os alunos aprendam com uma compreensão mais profunda, talvez mais formal e rigorosa.” (CARRILLO-YAÑEZ *et al.*, 2018, p. 242, tradução nossa) (KoT) e que possui preocupação com confusões que os alunos podem cometer relativas à compreensão do assunto, visto que, a partir de uma expressão mal utilizada pelo professor, poderiam entender que o evento é uma quantidade e não um conjunto (KFLM).

Inferimos que a *observação crítica da aula simulada* colaborou para que a mobilização de tais conhecimentos acontecesse. Observações como essa podem ser realizadas de maneira semelhante ao que os futuros professores fazem em uma das etapas do Estágio Supervisionado, quando acompanham aulas nas escolas da Educação Básica,

e devem atentar-se, entre outras coisas, à prática de outros professores e às estratégias de ensino utilizadas (SBEM, 2003).

Ainda sobre a abordagem da ideia de probabilidade no Ensino Fundamental, o Licenciando 3 escreveu:

“Ao fazer a formalização, o Licenciando 6 usou a palavra probabilidade. Iniciamos a discussão sobre as diferenças dos termos [probabilidade e possibilidade]. [...] nos livros que usei faz diferenciação das duas palavras.” (Licenciando 3, 09/09/19)

Nessa aula, inicialmente, os dois futuros professores (Licenciandos 3 e 6) ficaram em um empasse, pois cada um tinha seu estudo para defender sua posição e o Licenciando 6 afirmava que, pelo dicionário que consultou, havia entendido que os significados eram os mesmos. Naquele momento, o formador interveio e conduziu a discussão com os futuros professores a fim de que compreendessem que probabilidade refere-se à razão entre o número de possibilidades do evento e o número total de possibilidades, ou seja, uma comparação entre possibilidades, que também pode ser expressa por meio de um quociente. Assim, ao diferenciar os termos que podem gerar confusão de interpretação, o Licenciando 3 revela conhecimento dos “conteúdos matemáticos e seus significados de maneira fundamentada” (FLORES-MEDRANO *et al.*, 2014, p. 74, tradução nossa) (KoT).

Ao escrever “*iniciamos a discussão sobre*”, o futuro professor indica que as *discussões realizadas com os colegas da turma e com o formador a respeito das tarefas propostas* colaboraram para que a reflexão acontecesse e o conhecimento fosse mobilizado, o que aponta a potencialidade da construção de um espaço, também em formação inicial, semelhante ao que destaca Passos *et al.* (2006, p. 203) a partir de pesquisas com grupos de professores em serviço: “aberto ao diálogo, de confiança, respeito, [...] e de ações coordenadas e planejadas e negociadas coletivamente.”. Nesse sentido, evidenciamos a importância do papel do formador em oferecer subsídios para que esse ambiente se concretize.

Já o Licenciando 6 escreveu sobre a maneira pela qual o Licenciando 1 abordou os temas em sua aplicação:

“Penso que a apresentação foi boa, com exceção da organização, [...] foi ruim, porque começou com probabilidade, em seguida definiu evento, depois definiu espaço amostral, retornou para definir probabilidade e depois voltou para falar sobre experimento aleatório.” (Licenciando 6, 09/09/19).

Em sua escrita, o futuro professor tece uma crítica à abordagem utilizada para definir probabilidade devido à ordem pela qual certos temas foram citados. Seu apontamento a

respeito da organização escolhida indica aparente conhecimento da sequência esperada desses temas, dadas as relações estabelecidas entre eles (KMLS). Pelo excerto exposto, inferimos que a *observação crítica da aula simulada* pode ter colaborado para a mobilização de tal conhecimento, assim como pode ter contribuído para que ele mobilizasse outros quando escreveu sobre a aplicação da tarefa cujo objetivo era discutir probabilidade da união¹³ de eventos.

“Na formalização de probabilidade da união, utilizaram a resolução que tinha a ideia do dado de seis lados. Achei muito legal usarem o Diagrama de Venn, algo que não tinha pensado, para mostrar que o número 6 se repete nos dois eventos, além dos números que não aparecem nos eventos, como o número 1 e o 5. Penso que a formalização foi muito boa pois usaram conceitos que não usei no meu planejamento, como o diagrama de Venn.” (Licenciando 6, 13/09/19).

Ao citar o diagrama de Venn como uma maneira de representar os elementos do espaço amostral para indicar quais estariam na união de dois eventos, o futuro professor revela “conhecimento de analogias, exemplos típicos, metáforas, explicações etc., [...] poderosos na abordagem de um conteúdo matemático [...], que podem ser definidos como possíveis representações para o ensino do conteúdo” (FLORES MEDRANO *et al.*, 2014, p. 83, tradução nossa) (KMT) e revela reconhecer uma conexão entre conjuntos e probabilidade, dada a semelhança no raciocínio utilizado em parte de ambos os conteúdos e o modo de representação pelo diagrama que pode auxiliar na identificação do número de elementos favoráveis ao evento (KSM).

Ele ainda escreveu a respeito da tarefa sobre probabilidade condicional.

“[...] Penso que é uma boa atividade¹⁴ para trabalhar probabilidade condicional, [...] talvez, o estudante não entenda ou não lembre de alguma coisa, por exemplo, o significado de número quadrado perfeito. Todavia, não vejo que isso é um problema, pois o professor pode explicar tais definições durante a aula. Olhando para esta atividade de probabilidade condicional, creio que a minha atividade não está ruim como imaginava, pensava que o estudante não perceberia a restrição do espaço amostral. Agora creio que o estudante é capaz de perceber a restrição e construir uma ideia de probabilidade condicional na minha atividade.” (Licenciando 6, 13/09/19).

Ao escrever que “[...] talvez, o estudante não entenda ou não lembre de alguma coisa, por exemplo, o significado de quadrado perfeito” e avaliar a sua tarefa a respeito do mesmo assunto com base na aplicação realizada pelos colegas, o Licenciando 6 revela conhecimento de possíveis dificuldades dos estudantes com o conteúdo a partir da tarefa

¹³ Tarefa: Ao lançar um dado não viciado, qual a probabilidade de a face superior apresentar um número múltiplo de dois ou múltiplo de três? Fonte: Adaptada de lezzi *et al.* (2010, p. 299).

¹⁴ Tarefa: Escolhe-se ao acaso um número do conjunto $\{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x \leq 100\}$. Sabendo-se que o número escolhido é par, qual é a probabilidade de ele ser quadrado perfeito? Fonte: Adaptada de lezzi *et al.* (2002, p. 384).

aplicada, o que está associado ao subdomínio KFLM. Consideramos que esse foi mais um caso em que a *observação crítica da aula simulada* colaborou para a mobilização de conhecimento associado a um subdomínio do MTSK pelo futuro professor.

Algumas Considerações

Nesse estudo tivemos como objetivos identificar subdomínios do MTSK revelados na escrita reflexiva de futuros professores decorrente de simulações de aulas em uma disciplina de Prática e Metodologia do Ensino de Matemática e evidenciar componentes do contexto formativo que possivelmente colaboraram para tais mobilizações.

Para isso, analisamos as escritas de três futuros professores que cursavam a disciplina Prática e Metodologia do Ensino de Matemática II da UEL em 2019, referentes às simulações de aulas realizadas a respeito dos conteúdos de análise combinatória e probabilidade.

Nossos resultados permitiram evidenciar que *discussões realizadas com os colegas da turma e com o formador a respeito das tarefas propostas, resolução de tarefas aplicadas pelos colegas, observação crítica da aula simulada e reflexão a respeito da própria prática* foram componentes do contexto que colaboraram para a mobilização dos subdomínios KoT, KSM, KMT, KFLM e KMLS pelos futuros professores.

Ainda que não tenham sido propostas especificamente com esse objetivo, tais componentes colaboraram para a mobilização de aspectos relacionados a diferentes subdomínios do MTSK, indicando um contexto adequado ao modelo.

Nossos resultados evidenciam também que essa disciplina, se conduzida a partir de ações como as que analisamos e com instrumentos como a escrita reflexiva, pode contribuir, ainda que de maneira tímida, por se tratar de um único espaço do curso, para o início de um movimento de superação de limitações presentes na formação inicial, como a desarticulação entre teoria e prática, o distanciamento entre os conteúdos trabalhados na licenciatura e os conteúdos do currículo da Educação Básica e a falta de desenvolvimento da leitura e escrita, apontadas no texto de Leite e Passos (2020).

A respeito dessa última limitação, consideramos que a escrita reflexiva mostrou-se um instrumento potencial para superá-la, pois permitiu aos futuros professores organizarem os pensamentos e argumentos de maneira clara, colaborando para a (re)significação e consolidação de seus conhecimentos especializados.

Destacamos a realização de ações de protagonismo dos futuros professores, como

as simulações de aula, para a aproximação com tarefas que serão rotineiras em seu dia a dia no futuro ambiente de trabalho; e a observação crítica da aula simulada pelo colega, como um recurso que acrescenta às possibilidades oferecidas pelo estágio, oportunizando momentos de reflexões e discussões coletivas.

Ressaltamos, com nosso estudo, a fluidez de conteúdos presente nessa disciplina (MAGALHÃES, 2013; VALENTE, 2014), bem como a oportunidade de os formadores trabalharem a partir das necessidades e negociações feitas com os licenciandos, o que pode potencializar o envolvimento com as ações propostas e, com isso, contribuir para aspectos do desenvolvimento profissional docente, como a construção e/ou mobilização de uma base de conhecimentos especializados.

Esperamos que outros trabalhos investiguem o conhecimento especializado do professor de Matemática na formação inicial, componentes do contexto formativo e instrumentos que potencializem a mobilização desse conhecimento, o que pode ser útil, tanto para formadores de professores pensarem em estratégias didáticas, quanto para discussões a respeito dos cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil.

Referências

ARAÚJO, W. R. **Conhecimento especializado do professor de Matemática sobre função no contexto de uma experiência prévia de lesson study**. 2018. Dissertação de mestrado (Faculdade de Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2018.

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content Knowledge for teaching: what makes it special? **Journal of Teacher Education**, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.

BARROSO, J. M. **Conexões com a Matemática**. 1 ed. São Paulo: Moderna, 2010.

BOGDAN, R.C., BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**. Tradução Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

CABANHA, D. S. C. **Conhecimento Especializado de um Formador de Professores de Matemática em início de carreira: o ensino a distância de Derivada**. 2018. Tese de Doutorado (Instituto de Geociências e Ciências Exatas) – Universidade Estadual Paulista (Unesp), Rio Claro, 2018.

CARRILLO, J.; CLIMENT, N.; CONTRERAS, L. C.; MUÑOZ-CATALÁN, M. C. Determining Specialised Knowledge For Mathematics Teaching. In: UBUZ, B.;HASER, C. et al. (Ed.). **VIII Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 8)**. 8. Antalya, Turkey: Middle East Technical University, Ankara, p. 2985-2994, 2013.

CARRILLO-YAÑEZ, J.; CLIMENT, N.; MONTES, M.; CONTRERAS, L. C.; FLORES-

MEDRANO, E.; ESCUDERO-ÁVILA, D.; VASCO, D.; ROJAS, N.; FLORES, P.; AGUILAR-GONZÁLEZ, Á.; RIBEIRO, M.; MUÑOZ-CATALÁN, M. C. The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. **Research in Mathematics Education**, v. 20, n. 3, p. 236-253, 2018.

CLIMENT, N.; ESCUDERO-ÁVILA, D.; ROJAS, N.; CARRILLO, J.; MUÑOZ-CATALAN, C.; SOSA, L. 2014. El conocimiento del profesor para la enseñanza de la Matemática. In: AGUILAR, Á. *et al.* **Un marco teórico para el conocimiento especializado del profesor de matemáticas**. Huelva, España: Universidad de Huelva Publicaciones, p. 43-70, 2014.

DANTE, L. R. **Matemática: contexto e aplicações**. Volume 2. 5 ed. São Paulo: Ática Didáticos, 2011.

FLORES-MEDRANO, E.; ESCUDERO-ÁVILA, D.; MONTES, M.; AGUILAR, A.; CARRILLO, J. 2014. Nuestra modelación del conocimiento especializado del profesor de matemáticas, el MTSK. In: AGUILAR, Á. *et al.* **Un marco teórico para el conocimiento especializado del profesor de matemáticas**. Huelva, España: Universidad de Huelva Publicaciones, p. 71-93, 2014.

FLORES-MEDRANO, E.; MONTES, M. A.; CARRILLO, J.; CONTRERAS, L. C.; MUÑOZ-CATALÁN, M. C.; LINÁN, M. M. El Papel del MTSK como Modelo de Conocimiento del Profesor en las Interrelaciones entre los Espacios de Trabajo Matemático. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 30, n. 54, p. 204-221, abr. 2016.

FREITAS, M. T. M; FIORENTINI, D. Desafios e potencialidades da escrita na formação docente em matemática. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, v. 13, n. 37, p. 138-189, jan/abr. 2008.

IEZZI, G.; DOLCE, O.; DEGENSZAJN, D.; PÉRIGO, R. **Matemática**. Volume único. São Paulo: Atual editora, 2002.

IEZZI, G.; DOLCE, O.; DEGENSZAJN, D.; PÉRIGO, R.; ALMEIDA, N. **Matemática: Ciência e aplicações**. Vol. 2. 6 ed. São Paulo: Atual editora, 2010.

LEITE, E. A. P.; PASSOS, C. L. B. Considerações sobre lacunas decorrentes da formação oportunizada no curso de Licenciatura em Matemática no Brasil. **Revista de Educação Pública**, Cuiabá, MT, v. 29, p. 1-23, jan./dez. 2020.

LUDKE, M.; ANDRÉ, M. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas**. 6ª reimpressão da 1ª edição (1986). São Paulo: EPU, 2001.

MAGALHÃES, F. L. T. **Memórias de Práticas: a disciplina “Prática de Ensino” na formação do professor de matemática**. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, MG, 2013.

MORAL, G. C. Y. **Conhecimento especializado de professores de matemática mobilizados em um contexto de planejamento de ensino de divisões de frações por meio de resolução de Problemas**. 2018. Dissertação de Mestrado (Programa de Pós-graduação em Ensino) - Universidade de Cuiabá, Cuiabá, 2018

MORIEL JUNIOR, J. G. **Conhecimento especializado para ensinar divisão de frações**. 2014. Tese de Doutorado (Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática –

PPGECEM/REAMEC) – Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2014.

MORIEL JUNIOR, J. G.; WIELEWSKI, G. D. Base de Conhecimento de Professores de Matemática: do Genérico ao Especializado. **Revista de Ensino, Educação e Ciências Humanas**. Cuiabá, v. 18, n. 2, p. 126-133, 2017.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Boletim de Educação Matemática**, v. 25, n. 41, dez., p. 73-98, 2011.

PARANÁ. Secretaria do Estado da Educação. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica: Matemática**. Curitiba: SEED, 2008.

PASSOS, C. L. B. A comunicação nas aulas de Matemática revelada nas narrativas escritas em diários reflexivos de futuros professores. **Interacções**. Lisboa, n. 8, p. 18-36, 2008.

PASSOS, C. L. B.; NACARATO, A. M.; FIORENTINI, D.; MISKULIN, R. G. S.; GRANDO, R. C.; GAMA, R. P.; MEGID, M. A. B. A.; FREITAS, M. T. M.; MELO, M. V. Desenvolvimento profissional do professor que ensina Matemática: Uma meta-análise de estudos brasileiros. **Quadrante**, Lisboa, v. XV, n. 1 e 2, p. 193-219, 2006.

PONTE, J. P. Estudiando el conocimiento y el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas. In N. Planas (Ed.), **Teoría, crítica y práctica de la educación matemática**, Barcelona: Graó, p. 83-98, 2012.

PONTE, J. P. Formação do professor de Matemática: perspectivas atuais. In: PONTE, J. P. (org.). **Práticas profissionais dos Professores de Matemática**. 1 ed. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p. 343-360.

RIBEIRO, J. **Matemática: ciência, linguagem e tecnologia**. Volume único. 1. ed. São Paulo: Scipione, 2007.

RIVERA, R. The reflective writing continuum: Re-conceptualizing Hatton & Smith's types of reflective writing. **International Journal of Research Studies in Education**, v. 6, n. 2, p. 49-67, 2017.

RODRIGUES, P. H.; BARBA, A. N. D.; TEIXEIRA, B. R. Análise combinatória e Resolução de Problemas: uma experiencia em um contexto de estágio supervisionado. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 2, n. 1, p. 203-229, jan./jun. 2013.

ROJAS, N.; FLORES, P.; CARRILLO, J. Conocimiento Especializado de un Profesor de Matemáticas de Educación Primaria al Enseñar los Números Racionales. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 29, n. 51, p. 143-167, abr. 2015.

ROWLAND, T. The Knowledge Quartet: the genesis and application of a framework for analysing mathematics teaching and deepening teachers' mathematics knowledge. **Sisyphus: Journal of Education**, Lisbon, v. 1, n. 3, p.15-43, jan. 2013.

SBEM - Sociedade Brasileira de Educação Matemática. A formação do professor de matemática no curso de licenciatura: reflexões produzidas pela comissão paritária SBEM/SBM. **Boletim SBEM**, Brasília, Sociedade Brasileira de Educação Matemática, n.

21, p. 1-42, fev. 2013.

SBEM - Sociedade Brasileira de Educação Matemática. **Subsídios para a discussão de propostas para os cursos de Licenciatura em Matemática**: uma contribuição da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, São Paulo, 2003.

SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, Washington, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

SMOLE, K. C. S.; DINIZ, M. I. S. V. **Matemática**: Ensino Médio. Volume 2. São Paulo: Editora Saraiva, 2010.

SOUZA, A. C. P. **Análise combinatória no ensino médio apoiada na metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas**. 2010. Dissertação (mestrado) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, 2010.

TEIXEIRA, B. R. **O estágio supervisionado e o desenvolvimento profissional de futuros professores de matemática**: uma análise a respeito da identidade profissional docente. 2013. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

TEIXEIRA, B. R.; CYRINO, M. C. C. T. O estágio de observação e o desenvolvimento da identidade profissional docente de professores de matemática em formação inicial. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.16, n.2, p. 599-622, 2014.

VALENTE, W. R. A Prática de Ensino de Matemática e o impacto de um novo campo de pesquisas: a Educação Matemática. **Alexandria**: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, Florianópolis, SC, v. 7, n.2, p. 179-196, nov. 2014.