REnCiMa
Revista de Ensino de Ciências e Matemática

eISSN **2179-426X**
10.26843/rencima.v12n3a20

Construção de cenários animados por alunos com indicativos de altas habilidades/superdotação como atividade Matemática

Luan Padilha dos Santos[1]
Maria Ivete Basniak[2]

Resumo: A concepção de aprendizagem de Matemática dos alunos está arraigada ao tradicionalismo. A utilização de softwares, em especial o GeoGebra, tem sido uma forma de quebrar paradigmas da sala de aula, provocando a formulação de conjecturas pelos alunos e, consequentemente, sua validação. Nesse sentido, este estudo apoiou-se nas pesquisas sobre a natureza da Matemática de Ponte et al. (1997), que permitiu refletir sobre o que é um bom ensino da Matemática a partir da compreensão do que é Matemática. Logo, este trabalho teve por objetivo investigar as características que conferem, a construções de cenários animados por alunos com indicativo de altas habilidades/superdotação, o status de atividade Matemática. Para tanto, o trabalho assume pressupostos metodológicos de investigação e pesquisa *Design-Based Research* (DBR), uma recente e inovadora abordagem de investigação que agrega as vantagens das metodologias qualitativas e quantitativas. O episódio analisado permitiu verificar que o aluno formulou e verificou hipóteses quando alterou os valores dos coeficientes da função do primeiro grau para determinar a inclinação da reta e para posicioná-la onde deveria interceptar a função quadrática, sendo esta uma das características que conferem à construção dos cenários animados o status de atividade Matemática.
Palavras-chave: Educação Matemática. Atividade Matemática. Cenários Animados. Altas Habilidades.

Construction of animated scenarios by students with indications of high skills/giftedness as Mathematical activity

Abstract: The students' conception of Mathematics learning is rooted in traditionalism. The use of software, especially GeoGebra, has been a way of breaking paradigms in the classroom, causing the formulation of conjectures by students, and consequently their validation. Thereby, this study was supported by research on Mathematics nature by Ponte et al. (1997), which allowed us to reflect on what is a good teaching of mathematics from the understanding of what is mathematics. Therefore, this work aimed at investigating the characteristics that give to the construction of animated scenarios by students with indicative of high skills/giftedness the status of Mathematical activity. Thereunto, the work assumes methodological assumptions of research and Design-Based Research (DBR), a recent and innovative research approach which aggregates the advantages of qualitative and quantitative methodologies. The analyzed episode allowed to verify the student formulated and verified hypotheses when he/she changed the coefficients values of the first degree function to determine the slope of the line and to position it where it should intercept the quadratic function, and it is one of the characteristics which confer to the construction of the

[1] Mestrando do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática pela Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR). Paraná, Brasil. ✉ padilha.luan16@gmail.com https://orcid.org/0000-0003-4616-3182
[2] Doutora em Educação. Professora adjunta de Matemática da Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR). Paraná, Brasil. ✉ basniak2000@yahoo.com.br https://orcid.org/0000-0001-5172-981X

Recebido em 06/01/2021 | Aceito em 18/03/2021 | Publicado em 23/05/2021

animated scenarios the status of Mathematical activity.
***Keywords**:* Mathematical Education. Mathematical Activity. Animated Scenarios. High Skills/Giftedness.

Construcción de escenarios animados por estudiantes con evidencia de altas habilidades/superdotación como actividad matemática

***Resumen*:** La concepción de los estudiantes sobre el aprendizaje de las matemáticas tiene sus raíces en el tradicionalismo. El uso de software, especialmente GeoGebra, ha sido una forma de romper paradigmas en el aula, provocando la formulación de conjeturas por parte de los estudiantes y, en consecuencia, su validación. En este sentido, este estudio fue apoyado por la investigación sobre la naturaleza de las Matemáticas de Ponte et al. (1997), lo que permitió reflexionar sobre qué es una buena enseñanza de las matemáticas desde la comprensión de lo que son las matemáticas. Por lo tanto, este trabajo tuvo como objetivo investigar las características que otorgan, a la construcción de escenarios animados por estudiantes indicativos de alta habilidad/superdotación, el estado de actividad Matemática. Así, el trabajo asume supuestos metodológicos de investigación y *Design-Based Research* (DBR), un enfoque de investigación reciente e innovador que agrega las ventajas de las metodologías cualitativas y cuantitativas. El episodio analizado permitió comprobar que el alumno formuló y verificó hipótesis cuando cambió los valores de los coeficientes de la función de primer grado para determinar la pendiente de la recta y posicionarla donde debe interceptar la función cuadrática, que es una de las características que confieren a la construcción de los escenarios animados el estatus de actividad Matemática.
Palabras clave: Educación Matemática. Actividad Matemática. Escenarios Animados. Altas Habilidades.

Introdução

Trabalhamos desde 2017 com a construção de animações no software GeoGebra com alunos da sala de recurso multifuncional II, com altas habilidades/superdotação em matemática, por meio de Projetos de Iniciação Científica. Os resultados alcançados até então mostraram-se promissores, considerando que alunos do sexto ano do Ensino Fundamental constroem animações utilizando conceitos de funções e relações trigonométricas, por exemplo, sem dificuldades (BORUCH; BASNIAK, 2018). Além da aprendizagem de conteúdos matemáticos, cabe destacar o desenvolvimento social e emocional desses alunos que, em muitos casos, era comprometido, e hoje conseguem trabalhar em equipes e expressar melhor suas ideias. Isto indica que a construção de animações no GeoGebra contribui para a apropriação de conceitos matemáticos por meio das animações propostas a eles, juntamente com a possibilidade de testar e elaborar conjecturas por meio do software.

As atividades citadas neste trabalho referem-se a intervenções realizadas por pesquisadores com participação em um Projeto de Iniciação Científica. As intervenções foram realizadas com alunos que possuem altas habilidades/superdotação e frequentam a sala de recursos multifuncional dos Colégios Estaduais São Cristóvão e José de Anchieta. Paralelamente às intervenções, realizamos estudo teórico com foco na compreensão dos saberes matemáticos por parte dos alunos, a fim de estruturar um quadro teórico que orientou nossas análises quanto às intervenções realizadas e favoreceu atingir o objetivo da pesquisa, que consistiu em *investigar as características que conferem, às construções de cenários animados por alunos com indicativo de AH/SD, o status de atividade matemática.*

Na seção que segue, apresentamos os pressupostos teóricos, seguidos do contexto e metodologia da pesquisa que conduziram aos resultados e considerações quanto ao objeto de estudo.

A natureza do saber matemático e a construção de cenários animados no GeoGebra

A construção do quadro teórico acerca da atividade matemática Ponte *et al*. (1997) nos permitiu refletir sobre o que é um bom ensino da Matemática a partir da compreensão do que é Matemática relacionar-se com algumas perspectivas psicológicas e sociológicas que influenciam o ensino e a aprendizagem de Matemática. Os autores discutem sobre como o questionamento "*o que é saber Matemática?*" tem gerado discussões, também quanto a não haver consenso no meio científico sobre a resposta para tal questionamento. Isto porque, segundo Ponte *et al*. (1997), a Matemática tem passado por muitas mudanças, sofrendo um processo de evolução constante. Nesse sentido, a Filosofia da Matemática favorece reflexões sobre questões relativas ao conhecimento matemático, como a origem histórica e os contextos sociais de produção desse conhecimento, tratando essa ciência como parte integrante da cultura humana em geral.

Segundo Dieudonné (1990, *apud* PONTE *et al*., 1997), duas linhas de pensamento relacionadas à natureza dos entes matemáticos são abordadas. Uma diz respeito aos objetos concretos, derivados da experiência sensível, os quais permitem enumerar, medir, adicionar e subtrair, calcular comprimento, área, volume, peso e ângulo. A outra refere-se aos objetos abstratos, os quais são designados de objetos do pensamento, presentes apenas no mundo das ideias, como ponto, reta, ângulo, círculo e polígono. Para Platão (1990, *apud* PONTE *et al*., 1997), ponto, reta, ângulo, círculo e polígono são seres imateriais obtidos por abstração, derivados de objetos acessíveis ao sentido.

Dieudonné (1990, *apud* PONTE *et al*., 1997) discute a concepção idealista em contraposição à concepção realista. De acordo com o autor, para a concepção idealista, a realidade matemática é condicionada pelas construções dos matemáticos que inventam essa realidade. Assim, os produtos dessas construções são livres invenções do espírito humano, que não existem autonomamente e que possuem as propriedades que o pensamento puder determinar. Esclarecemos que é esta concepção de Matemática que assumimos na realização das intervenções e no desenvolvimento deste trabalho.

Já a concepção realista supõe uma realidade autônoma, na qual os objetos matemáticos têm propriedades próprias e que não dependem do sujeito que os estuda, estando o homem apenas limitado a descobrir essa realidade. O realismo é considerado sinônimo do platonismo, para o qual os objetos matemáticos são reais, e embora não sejam objetos físicos ou materiais, são independentes do conhecimento humano e nunca mudarão ou desaparecerão.

Ponte *et al*. (1997) ressaltam que o platonismo e o idealismo estão, muitas vezes, presentes no pensamento dos professores de matemática. Segundo Kouche, Charlot e Rouche (1991, *apud* PONTE *et al*., 1997), o ensino de Matemática assenta-se em uma epistemologia platonista, em que as ideias matemáticas têm em si mesmas uma realidade. Para os autores, nesta concepção, a verdade matemática é dada a quem a sabe ver e a quem tem poder de abstração suficiente, e o papel do professor de Matemática consiste em levar o aluno a partilhar dessa visão que ele próprio já teve acesso.

Ponte *et al*. (1997) ressaltam que alguns filósofos e historiadores como, por exemplo, Davis, Hersh, Ernest, Kline, Tymoczko, Putnam, inspirados pelo falibilismo de Lakatos, propuseram uma nova abordagem para a filosofia da matemática conhecida por quasi-empiricismo, que descreve e caracteriza a Matemática a partir da análise das práticas reais dos matemáticos. Nessas práticas, observa-se que a matemática cresce por meio de uma série de grandes avanços intuitivos, por meio de várias correções, de esquecimentos e de erros.

Para Ponte *et al*. (1997), é necessário refletir sobre o papel do computador na produção da Matemática. Isto porque, para os autores, o computador tem sido muito importante no desenvolvimento da Matemática, no âmbito das suas aplicações, na introdução de novos processos de investigação, além de introduzir modificações relevantes nas práticas matemáticas tradicionais. Os autores destacam, também, a relação do computador com a Matemática, em que o primeiro era inicialmente usado para realizar cálculos numéricos que ocupavam muito tempo, passando em seguida a ser programado para provar diversos teoremas, para produzir provas de geometria elementar, e realizar operações com símbolos que, dada a complexibilidade, eram sérios obstáculos ao prosseguimento dos trabalhos de investigação.

Ainda segundo Ponte *et al*. (1997), hoje, os matemáticos concebem modelos computacionais de sistemas naturais, tecnológicos e sociais gerando novos problemas matemáticos que têm impulsionado o surgimento de investigações abordando novas conjecturas. O computador também produz imagens gráficas de objetos matemáticos que não poderiam ser visualizados de outro modo, permitindo melhor compreensão desses objetos.

Neste sentido, Ponte *et al*. (1997) salientam que, apesar da relação promissora entre computador e Matemática, ainda se questiona a legitimidade matemática do computador. Muitos matemáticos negam que os computadores possam figurar em provas matemáticas entendidas no sentido restrito do termo. Muitas vezes, as provas assistidas por computador não podem ser testadas pela comunidade matemática por meio do método canônico, que consiste em lê-las e verificar se cada inferência é logicamente correta. As cópias dessas provas são impossíveis de obter devido à enorme quantidade de tempo necessário para imprimi-las. Então, procura-se garantir que os resultados obtidos por computador estejam corretos, verificando se diversos computadores os confirmam, construindo diferentes programas para verificá-los e avaliar a fiabilidade dos programas utilizados. Assim, o acesso fácil que o computador permite às redes de informação introduz alterações nas práticas matemáticas reais, facilitando o compartilhamento de conhecimentos e o debate de ideias, estimulando a atividade de produção matemática (PONTE *et al.*, 1997).

Neste contexto, corroboramos com Kline (1970, *apud* BICUDO; GARNICA, 2011), que defende que a Matemática é uma atividade cujo primado é ser uma atividade criativa, que pede por imaginação, intuição geométrica, experimentação, adivinhação judiciosa, tentativa e erro, uso de analogias das mais variadas, enganos e confusões.

Para Kline (1970, *apud* BICUDO; GARNICA, 2011), todo matemático sabe que trabalho árduo é necessário, e que o sentido da realização deriva do esforço criativo. Para o autor, a lógica não descobre nada, nem o enunciado de um teorema ou sua prova, nem mesmo a construção de formulações axiomáticas de resultados já conhecidos. Isto porque o investigador em Matemática não trabalha nesse rigoroso esquema dedutivo, mas faz uso essencial de sua imaginação e procede indutivamente, apoiado por expedientes heurísticos.

Seguindo esse pensamento, vamos ao encontro com o que afirma Brousseau (1996), de que a atividade matemática consiste não apenas em saber teoremas e definições, saber sua aplicação e resolver problemas, mas é uma atividade científica que exige que o sujeito aja, formule, prove, construa modelos, linguagens, conceitos, teorias, troque com outros, reconheça aqueles conceitos que são conformes à cultura e retire aqueles que lhe são úteis.

Dentre os softwares que se destacam no contexto do ensino de matemática está o GeoGebra, que foi a ferramenta educacional usada nesta pesquisa. O GeoGebra foi desenvolvido por Markus Hohenwarter, seu nome deriva da aglutinação das palavras Geometria e Álgebra, e se caracteriza como um software de Matemática dinâmica, livre e gratuito, que combina álgebra, gráficos, geometria, tabelas, cálculos e estatística (PROCÓPIO, 2011; SCALDELAI *et al.*, 2014). A possibilidade de integrar, em um mesmo software, ferramentas de geometria e álgebra, confere ao programa uma posição de destaque no campo de softwares educacionais, aliado, ainda, à condição de software multiplataforma.

Uma ferramenta bastante utilizada no GeoGebra é o *controle deslizante*, o qual determina uma variável numérica, dentro de um intervalo pré-estabelecido pelo operador, que varia de acordo com um incremento, também determinado pelo operador. Assim, quando o usuário altera seu valor, ou utiliza a ferramenta *animar*, confere dinamicidade à construção. Quando os objetos criados no software dependem de um controle deslizante e o usuário altera o valor desse controle, determinados objetos da construção se movem, possibilitando que a construção se constitua como cena animada (BUENO; BASNIAK, 2020). Portanto, essa ferramenta permite trabalhar, no GeoGebra, com a construção de cenários animados, que são constituídos por elementos matemáticos atrelados a controles deslizantes.

Bueno e Basniak (2020) investigaram a mobilização de conhecimentos matemáticos na construção de cenários animados no GeoGebra por alunos com altas habilidades/superdotação sob o aporte teórico da Gênese Instrumental. Durante o estudo, as pesquisadoras propuseram a alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental e a uma aluna do Ensino Médio que estruturassem e construíssem cenários animados. Para isso, os alunos deveriam utilizar diversos conteúdos matemáticos já estudados, tanto em sala de aula como no projeto. Depois de finalizados os cenários, os alunos deveriam apresentar e explicar a animação aos demais colegas e os conteúdos matemáticos envolvidos. Durante os encontros, tanto na construção do cenário como nas apresentações, os alunos eram questionados sobre os conteúdos e estratégias desenvolvidas.

Para a análise, as pesquisadoras escolheram o cenário *Arqueiro 2*, construído por um dos alunos do sétimo ano utilizando polígonos, coordenadas cartesianas, circunferências, arcos, simetria de reflexão, segmentos, expressões algébricas e lógica matemática. De acordo com Bueno e Basniak (2020), o GeoGebra favoreceu a realização e concretização da tarefa, mobilizando conhecimentos matemáticos, especialmente relacionados à simetria, coordenadas cartesianas, reflexão e elementos geométricos e representações algébricas. Além do mais, segundo as autoras, o GeoGebra, para o aluno Kaique, passou de artefato a instrumento, ao ser adaptado para poder utilizá-lo para conseguir construir o cenário, utilizando conhecimentos matemáticos para isto. Para tanto, precisou desenvolver esquemas de utilização do GeoGebra, em que teve que elaborar estratégias e conjecturas, testando-as, validando-as ou refutando-as a partir das informações que inseria no software e do retorno que visualizava, que lhe fazia rever as estratégias traçadas.

A partir desses pressupostos teóricos, elencamos que as construções dos cenários animados no GeoGebra favoreceram e mobilizaram conhecimentos matemáticos do aluno, em que pudemos destacar a relação entre álgebra e geometria estabelecida. Nesse sentido, consideramos pertinentes os resultados apresentados por Bueno e Basniak (2020), uma vez que possuem ligação com os questionamentos que nortearam este trabalho, cujo objetivo foi identificar quais conteúdos de matemática e compreender como são utilizados por alunos com indicativo de altas habilidades/superdotação na construção de cenários animados no GeoGebra, além de identificar os saberes matemáticos mobilizados pelos alunos. Desta forma, listamos elementos norteadores das análises da pesquisa, os quais elucidamos na seção que segue, e em que descrevemos, também, o contexto em que a pesquisa se desenvolveu.

Contexto e pressupostos metodológicos

Trata-se de uma pesquisa qualitativa, de cunho interpretativo, na qual assumimos pressupostos metodológicos de investigação e pesquisa da *Design-Based Research,* da qual Mckenney e Reeves (2012, *apud* MATTA; SILVA; BONAVENTURA, 2014) destacam cinco características:

a) Teoricamente orientada: a DBR assume que as teorias são ponto de partida, de chegada e de investigação. Nesse sentido, realizamos estudo teórico com base na atividade matemática (PONTE *et al*., 1997; KLINE, 1970; BROUSSEAU, 1996);

b) Intervencionista: porque utiliza o fundamento teórico escolhido e o diálogo com o contexto de aplicação para que a pesquisa desenvolva uma aplicação que irá intervir no campo da práxis pedagógica, e pretende produzir produtos educacionais. Isto em razão das discussões quanto à construção de cenários animados enquanto atividade matemática, pois seu primado é ser uma atividade criativa, que pede por imaginação, intuição geométrica, experimentação, adivinhação judiciosa, tentativa e erro, uso de analogias das mais variadas, enganos e confusões;

c) Colaborativa: a DBR é sempre conduzida em meio a vários graus de colaboração. Este trabalho integra uma pesquisa mais ampla que envolveu outros pesquisadores, entre os quais duas pesquisadoras com objetivos de pesquisa distintos, mas que também realizaram intervenções com alunos com indicativos de altas habilidades/superdotação de outras duas turmas da sala de recurso multifuncional. As duas pesquisadoras atuaram no Colégio Estadual José de Anchieta: uma realizou intervenções na turma de alunos do período da manhã; e a outra, com a turma de alunos do período da tarde. Já o pesquisador e primeiro autor deste trabalho atuou com a turma de alunos da sala de recursos multifuncional do Colégio Estadual São Cristóvão. Neste contexto, os três pesquisadores responsáveis realizaram encontros semanais para planejar e discutir as construções e intervenções a serem desenvolvidas com cada grupo de alunos;

d) Fundamentalmente responsiva: a DBR é moldada pelo diálogo entre a sabedoria dos participantes, o conhecimento teórico, suas interpretações e advindos da literatura, e pelo conjunto dos testes e validações diversas realizadas em campo. Assim, foram realizadas discussões entre os pesquisadores, com a professora da sala de recurso e com os alunos sobre as intervenções realizadas; e

e) Iterativa: a DBR é uma metodologia voltada para a construção de soluções práticas. Cada desenvolvimento é o resultado de uma etapa e necessariamente será o início do próximo momento de aperfeiçoamento e de melhorias. Assim sendo, ao investigar a construção de cenários animados por alunos com altas habilidades/superdotação, novas questões emergiram, por exemplo: como seria a construção dos cenários animados por alunos de uma sala de aula regular? Seria possível construir cenários animados com conteúdos que esses alunos ainda não estudaram?

Os cenários animados construídos com os alunos da sala de recursos multifuncional do Colégio Estadual São Cristóvão abordaram noções de plano cartesiano, álgebra e coordenadas, com o intuito de fazer com que os alunos se familiarizassem com o software, bem como entendessem alguns aspectos importantes para a construção das animações.

Assim, os cenários animados construídos com os alunos do Colégio Estadual São Cristóvão e os conteúdos empregados para construí-los foram direcionados pelo pesquisador. Ainda, como mencionado na introdução, não foi possível realizar mais intervenções com os alunos devido ao cenário ocasionado pela pandemia do Covid-19. Desse modo, consideramos insuficiente o conjunto de conteúdos de matemática trabalhados para que os alunos conseguissem planejar e construir sozinhos um cenário animado, porque quanto menos conteúdo se conhece, mais reduzidas são as possibilidades de criação.

Dessa forma, a fim de atingir o objetivo de nossa pesquisa, *investigar as características que conferem, às construções de cenários animados por alunos com indicativos de altas habilidades/superdotação, o status de atividade matemática*, consideramos importante que as construções analisadas fossem de livre escolha dos alunos, o que nos levou a optar por realizar a análise do cenário animado *Sonic* (Figura 1), construído por três alunos do Colégio Estadual José de Anchieta durante as intervenções realizadas por uma das pesquisadoras citadas anteriormente.

Os alunos se inspiraram no jogo de videogame *Sonic 2D* para construir a animação. O personagem do jogo é um porco espinho azul que corre e salta sobre os obstáculos presentes nos circuitos de cada uma das fases do jogo.

Figura 1**:** Animação Sonic

Fonte: Elaborado pelos Autores

Neste contexto, os alunos que, por questões éticas, a fim de preservar sua identidade, foram identificados por Maria, João e Pedro, fazem parte da Sala de Recursos Multifuncional em que a pesquisadora atuou. Os alunos Maria e João iniciaram a participação no projeto em 2017; e o aluno Pedro, em 2018. Na data da construção do cenário animado *Sonic* (maio de 2019), Maria cursava o 1º ano do Ensino Médio, e João e Pedro cursavam o 9º ano do Ensino Fundamental. Logo, estes três alunos conhecem mais recursos e ferramentas do software, assim como conteúdos matemáticos para que desenvolvessem a construção.

Foi proposto aos três alunos que, em grupo, construíssem cenários animados planejados e completamente estruturados por eles. Para isso, os alunos deveriam utilizar os conteúdos matemáticos já estudados e conhecidos por eles. Primeiramente, deveriam construir a animação; depois, apresentar e explicar aos demais colegas que participavam do projeto como realizaram a construção do cenário elaborado e os conteúdos matemáticos envolvidos. Como na semana seguinte não haveria encontro, os alunos ficaram encarregados de pensar em possibilidades de construção em casa. No encontro seguinte, de aproximadamente três horas, os alunos conversaram entre si para partilhar o que haviam desenvolvido em casa. Logo, só temos os registros da conversa realizada na universidade. Pedro, um dos alunos do grupo, construiu a animação *Sonic*. Para construir essa animação, o aluno utilizou conteúdos relacionados à circunferência, funções de primeiro e segundo grau, intervalos, juntamente com programação.

Então, na seção que segue, buscamos elucidar os aspectos que evidenciam como o aluno utiliza esses conteúdos na construção do cenário, conferindo *às construções de cenários animados por alunos com indicativos de AH/SD o status de atividade matemática,* identificando os descritores analíticos associados aos pressupostos teóricos e elementos tecnológicos.

Atividade matemática na construção dos cenários animados

Cada um dos alunos utilizava um computador para realizar a construção, mas os três interagiam conforme desenvolviam a animação. Optamos por analisar a tela do computador de Pedro, porque foi o aluno que realizou a construção completa, e a gravação de áudio dos alunos.

Antes de iniciar a construção da animação *Sonic*, Pedro conversou com João e Maria para explicar a ideia inicial que ele teve. Aqui, podemos notar que os alunos fazem uso da imaginação, conforme pode ser lido no excerto a seguir.

> ***Maria**: Fez alguma coisa, Pedro? A gente vai conseguir fazer o Sonic? Se for para fazer o plano de fundo, alguma coisa assim... Eu pensei em fazer alguma coisa girar,*

já que é para usar comandos diferentes. Tipo, como se ele viesse, aí girasse dentro do círculo e saísse.

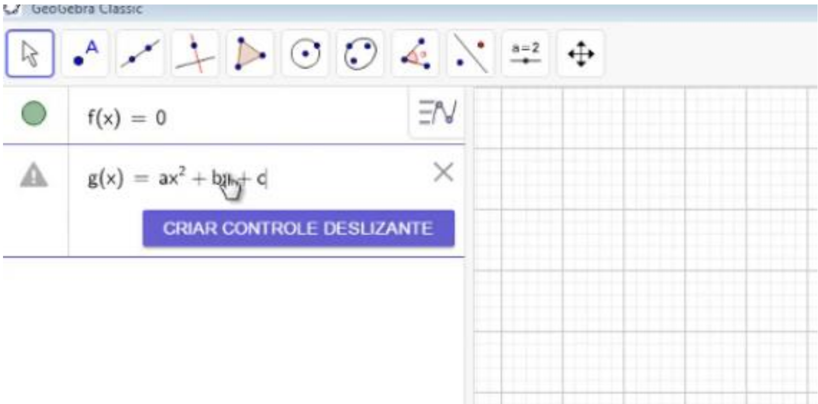
[silêncio, em seguida, Pedro sugere a ideia que teve em outro momento]

Pedro*: Obviamente você começa com uma função normal, para fazer o Sonic andar, padrão. Aí, quando ele chega a um certo ponto, você tem que usar uma função do segundo grau, para ele poder fazer a voltinha, nisso já vai usando o negócio dele rodar, depois tem aquela parte que ele desce e vai para a fase, aí você tem que usar mais função e tal...*

Maria*: Criatividade de vocês...*

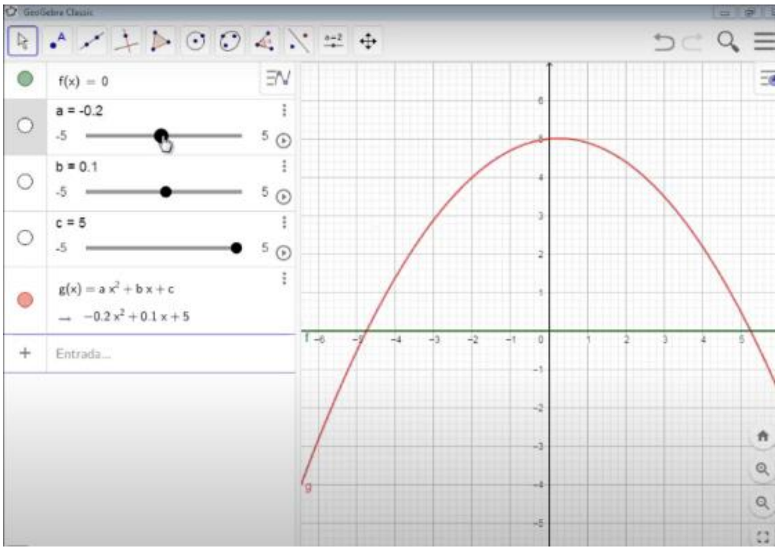
Em seguida, Pedro começou a construção da animação conforme havia dito. Primeiramente, utilizou a caixa de entrada para inserir uma função constante, denominada *f(x),* com valor 0; e a lei de formação da função quadrática, denominada *g(x)*. Na Figura 2, podemos observar que ele conhece as leis de formação de uma função de segundo grau porque a insere corretamente. Feito isso, Pedro realizou testes com os controles deslizantes que alteram os valores dos coeficientes da função de segundo grau para tentar posicionar a função conforme desejado (Figura 3). Nesta etapa, Pedro alterou os controles deslizantes *a*, *b* e *c* para os valores -0.2, 0.1 e 5, respectivamente, construindo uma função com concavidade voltada para baixo e interceptando o eixo y no valor 5, reconhecendo que o coeficiente *a* altera a concavidade da parábola, e que *c* indica em qual valor a parábola irá interceptar o eixo y.

Figura 2: Lei de formação da função quadrática



Fonte: Elaborado pelos Autores

Figura 3: Posicionamento da função quadrática



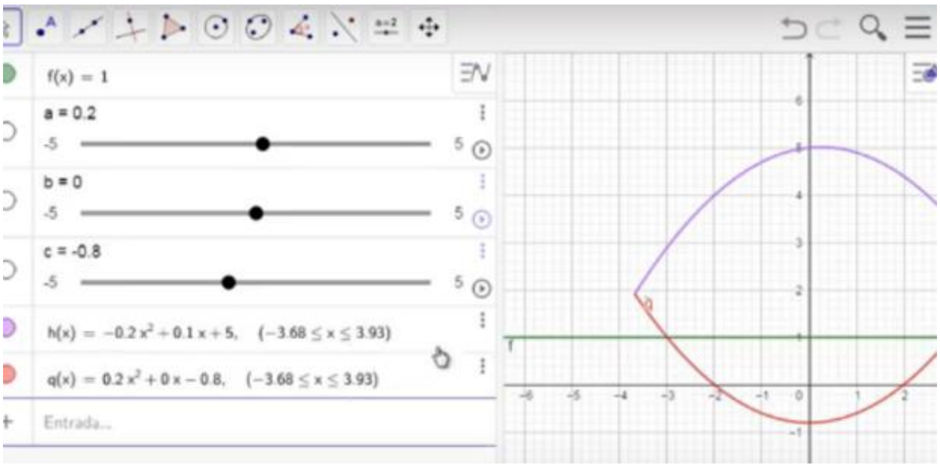
Fonte: Elaborado pelos Autores

Depois, com a ferramenta *ponto*, criou dois pontos de interseção entre a função quadrática e o eixo x, para posteriormente utilizar os valores das abscissas dos pontos para determinar o intervalo e delimitar a função quadrática.

Em seguida, Pedro alterou novamente os valores dos controles deslizantes, mas desta vez para criar uma função quadrática com concavidade voltada para cima, posicionando o controle deslizante *a* no valor 0.2, o controle deslizante *b* no valor 0, e o controle deslizante *c* no valor 0.8. Após criar essa função, ele alterou o valor da função *f(x)*, função constante, para 1, e criou os pontos de interseção entre as duas funções quadráticas. Em seguida, Pedro inseriu, na caixa de entrada, a condição do intervalo para criar a segunda função quadrática delimitada (Figura 4).

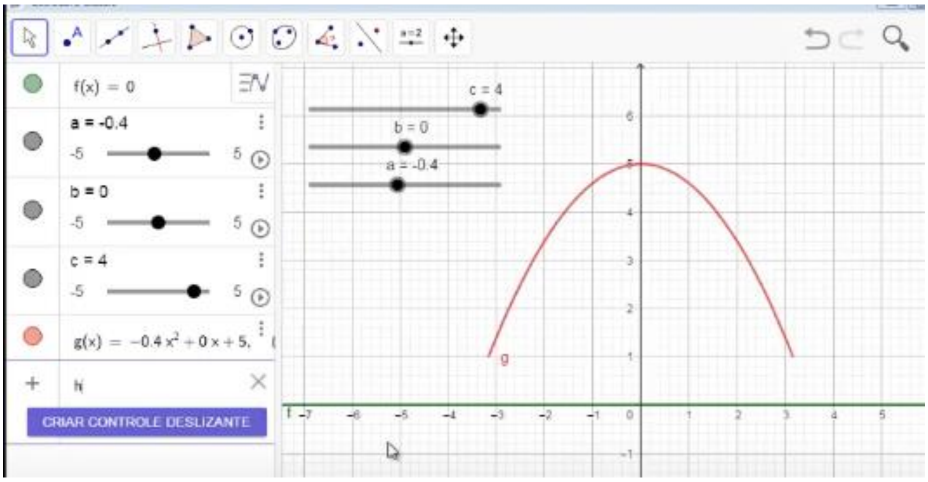
Após isso, Pedro alterou os valores do intervalo que delimita a função *g(x)* para os mesmos valores do intervalo da segunda função quadrática. Em seguida, o aluno percebeu que não precisaria da função quadrática com a concavidade voltada para cima, pois a personagem apenas subiria e faria a volta, passando pela função com concavidade voltada para baixo, e então a excluiu (Figura 5).

Figura 4: Criando a segunda função quadrática



Fonte: Elaborado pelos Autores

Figura 5: Apenas a função de concavidade para baixo

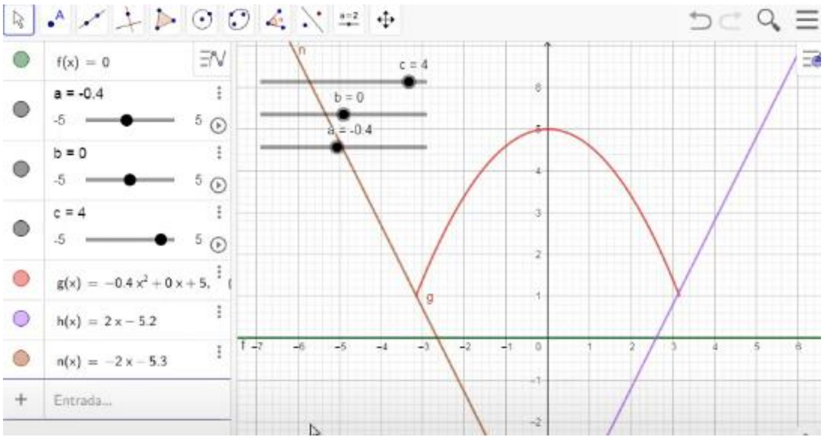


Fonte: Elaborado pelos Autores

Depois disso, Pedro criou uma função do primeiro grau crescente, denominada *q(x),* e uma decrescente *p(x)* para interceptar a função quadrática e traçar o percurso do personagem. Nesta etapa, percebemos que o aluno reconheceu que o coeficiente angular da função determina a inclinação da reta; e o coeficiente linear, a posição onde a reta intercepta o eixo y. Isto porque, primeiro, Pedro alterou o valor do coeficiente angular da função *q(x),* inicialmente de 2, depois para 3, 4, 5, e depois retornou para 2, o que indica que o aluno realizou alguns testes para validar sua hipótese inicial do valor que deveria atribuir ao coeficiente angular.

Na sequência, Pedro alterou o valor do coeficiente linear da função *q(x),* para o qual atribuiu inicialmente 5, depois para 5.4, 5.3 até 5.2, para que assumisse exatamente a posição que intercepta a função *g(x)* no ponto que a delimita, de abscissa 3.16. Depois disso, ele utilizou os mesmos valores para os coeficientes linear e angular para criar a outra função, *p(x)* decrescente, acrescentando sinal negativo no coeficiente angular (Figura 6), o que mostra que compreendeu que, com isso, a função passaria de crescente a decrescente.

Figura 6: Funções do primeiro grau

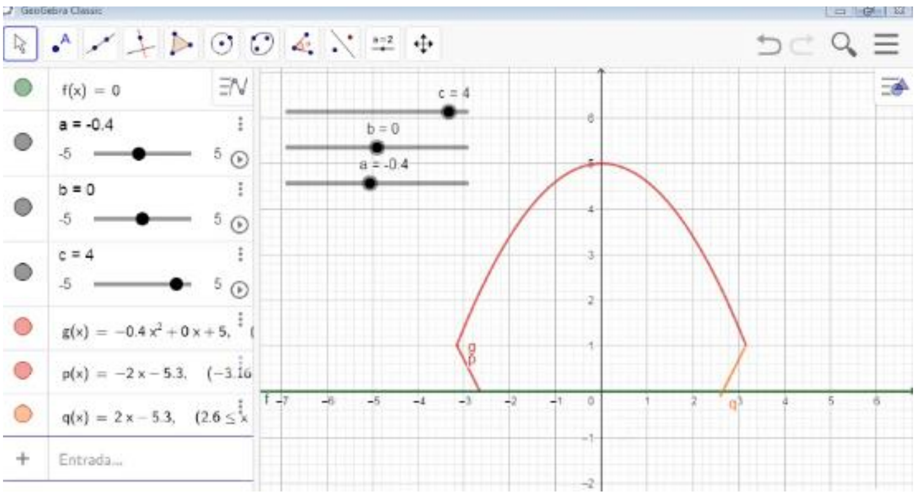


Fonte: Elaborado pelos Autores

Desta forma, o personagem inicia um percurso em linha reta, sobre a função constante, chegando até à função do primeiro grau crescente, compondo uma espécie de rampa para o personagem subir e realizar um *loop* pela função quadrática. Depois, ele desce pela função de primeiro grau decrescente e finaliza o percurso indo novamente em linha reta sobre a função constante.

Dando prosseguimento à construção, Pedro criou os pontos de interseção entre as funções do primeiro grau crescente e decrescente com a função quadrática e a função constante. Depois, delimitou as funções do primeiro grau crescente e decrescente nos intervalos dados pelas ordenadas dos pontos criados nas interseções (Figura 7).

Figura 7: Funções delimitadas

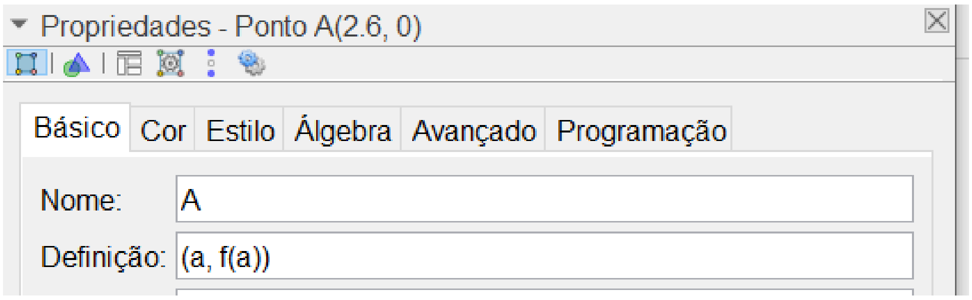


Fonte: Elaborado pelos Autores

A seguir, o aluno criou outros pontos na malha, programados para se moverem sobre as funções e darem a impressão de movimento do personagem. Para cada um desses pontos, Pedro atrelou uma imagem do personagem, para que ela acompanhasse o movimento do ponto sobre o percurso do boneco. Em seguida, iniciou testes na definição dos pontos. Começando pelo ponto A, o aluno definiu para que o ponto se movesse sobre a função constante até a interseção dela com a função do primeiro grau crescente (Figura 8).

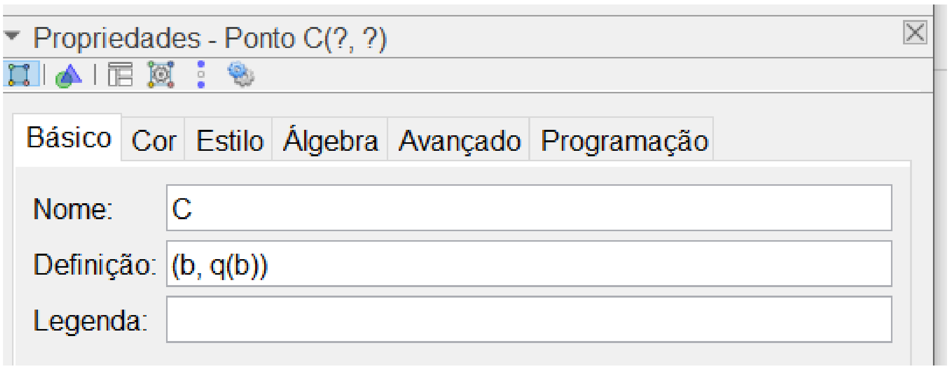
Na etapa seguinte, o aluno partiu para a definição do ponto C, de forma que a definição do ponto fizesse o personagem subir pela função do primeiro grau crescente até chegar na função quadrática (Figura 9). Também alterou a definição dos pontos B e D para realizarem o movimento sobre a função quadrática, mas em sentido decrescente.

Figura 8: Definição do ponto A



Fonte: Elaborado pelos Autores

Figura 9: Definição do ponto C



Fonte: Elaborado pelos Autores

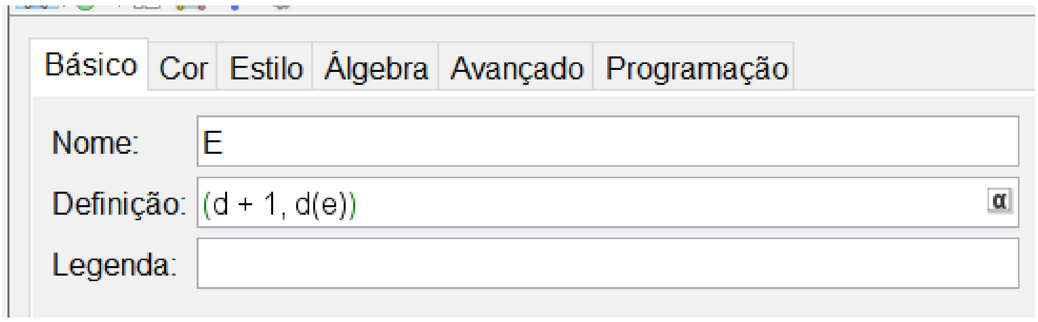
É interessante notar que Pedro alterou a condição para exibir os dois pontos, optando por exibir o ponto B para os valores cuja parte decimal terminou em números ímpares (3.1, 3.3, 3.5, …), pertencentes ao intervalo que a função quadrática está definida. Já o ponto D foi determinado para os valores cuja parte decimal terminou em números pares (3, 3.2, 3.4, …).

Então, João e Maria questionaram Pedro sobre a programação dos pontos B e D, pois a forma como os pontos são exibidos no intervalo chamou a atenção dos alunos. Pedro explicou a sua ideia, conforme pode ser lido no excerto a seguir.

> ***João**: O que é isso?*
>
> ***Pedro**: O quê? Aqui ele dá uma subidinha, daí ele roda. Daí, aqui é para ele descer de volta* [o aluno refere-se ao percurso que o personagem faz, passando pela função do primeiro grau crescente, em seguida realiza o *loop* sobre a função quadrática e, por fim, desce passando sobre a função linear decrescente]. *Esse aqui é para fazer o negócio girar. Tipo aqui ó, no 3.1 vai aparecer um* [ponto B], *e no 3.0 vai aparecer o outro* [ponto D], *só que daí, quando põe mais rápido, vai parecer que está girando, é tudo ilusão de óptica* [o aluno se refere-se à condição para exibir os pontos conforme percorrem a função quadrática].
>
> ***Maria**: Como você faz o ponto girar?*
>
> ***Pedro**: Não tem nenhum ponto girando. Assim, tem o* [ponto] *D e B. Como ele mexe rápido, dá a impressão que está girando. Eu coloquei um mais e um x* [referindo-se ao estilo do ponto em forma de sinal de adição e multiplicação]. *Dá a impressão que ele tá girando, tudo ilusão de óptica.*

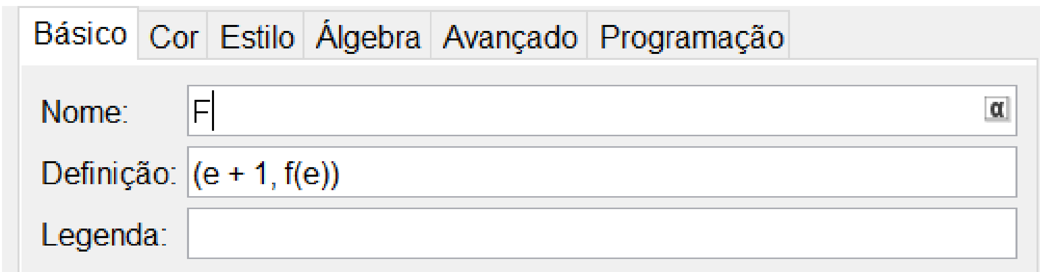
Dando prosseguimento à alteração na definição dos pontos, Pedro definiu o ponto E para o personagem mover-se sobre a função do primeiro grau decrescente (Figura 10), e o ponto F para o personagem se mover novamente sobre a função constante, mas desta vez até concluir o percurso (Figura 11).

Figura 10: Programação do ponto E



Fonte: Elaborado pelos Autores

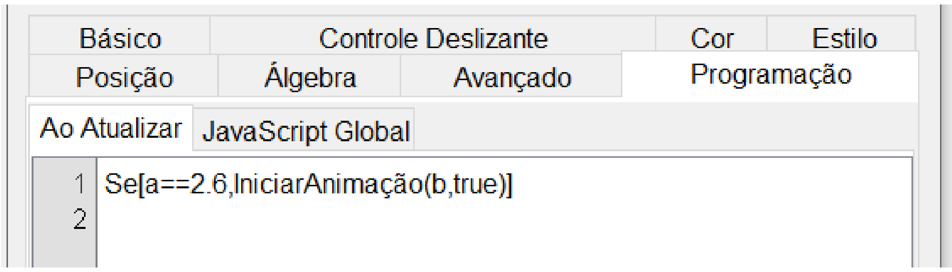
Figura 11: Programação do ponto F



Fonte: Elaborado pelos Autores

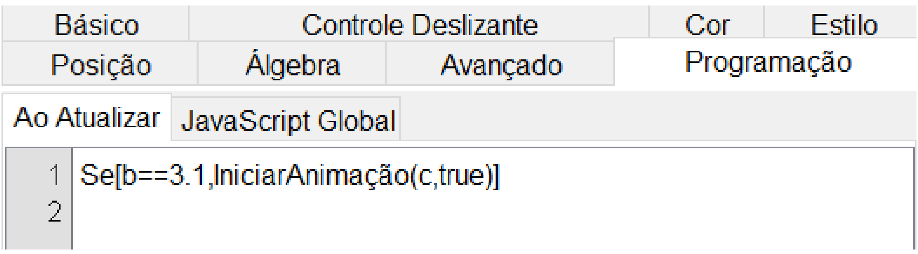
A seguir, o aluno programou os pontos para serem animados e exibidos conforme os valores dos controles deslizantes *a*, *b*, *c*, *d* e *e*. O ponto A foi atrelado ao controle deslizante *a* (Figura 12). Quando o controle deslizante *a* é animado, o ponto A se movimenta, realizando o percurso até chegar na interseção entre a função constante e a função do primeiro grau crescente, onde é ocultado. Então, a animação do controle deslizante *b* é iniciada, fazendo com que o ponto C se mova (Figura 13). Ele é exibido até chegar no início da função quadrática, desencadeando o movimento dos pontos B e D, atrelados ao controle deslizante *c*. Os pontos B e D vão sendo alternados sucessivamente sobre a função quadrática, para dar a ideia de que o boneco está girando, até chegarem ao ponto F, que está atrelado aos controles deslizantes *d* e *e*, finalizando o percurso do personagem se movendo sobre a função do primeiro grau decrescente, e depois pela função constante.

Figura 12: Ponto A atrelado ao controle deslizante *a*



Fonte: Elaborado pelos Autores

Figura 13: Ponto C atrelado ao controle deslizante *b*



Fonte: Elaborado pelos Autores

Na etapa seguinte, Pedro adicionou as imagens para a animação. Para os pontos A e F, ele adicionou a imagem da personagem em pé; e para os pontos B, C, D e E, a imagem da personagem rodando.

A partir dessa análise e do estudo teórico realizado, estruturamos o Quadro 1, em que buscamos relacionar pressupostos teóricos da natureza dos entes matemáticos e da atividade matemática a elementos que podem ser observados na construção dos cenários animados no GeoGebra identificados na análise de dados empíricos.

Quadro 1: Descritores analíticos

Pressupostos teóricos	**Descritores tecnológicos**	**Elementos identificados na construção do cenário animado**
Natureza dos entes matemáticos	No GeoGebra, os objetos concretos, derivados da experiência sensível, são ferramentas utilizadas para medir, enumerar, adicionar e subtrair, tais como comprimento, área e volume.	O aluno cria pontos na interseção entre as funções do primeiro grau e constante para, em seguida, determinar o intervalo das funções do primeiro grau; O aluno cria a condição do intervalo para exibir os pontos B e D utilizando números racionais na forma decimal.
	No GeoGebra, os objetos abstratos, presentes a partir do pensamento, são ferramentas utilizadas para criar elementos como ponto, reta, ângulo, círculo e polígono.	O aluno insere, na caixa de entrada, a lei de formação de uma função constante, a qual compõe parte do percurso da personagem; O aluno insere, na caixa de entrada, a lei de formação de uma função quadrática, a qual compõe a parte do percurso do personagem; O aluno insere, na caixa de entrada, a lei de formação da função do primeiro grau para criar duas funções que fazem parte do percurso da personagem.
Atividade matemática	É uma atividade criativa, e pede por imaginação, intuição geométrica, experimentação, adivinhação judiciosa, tentativa e erro, uso de analogias, ação, formulação, prova, construção de modelos, linguagens, conceitos, teorias e interação com os demais.	O aluno faz uso da criatividade e da imaginação quando propõe a construção do cenário animado semelhante ao jogo de vídeo game *Sonic*; O aluno formula e prova hipóteses quando altera os valores dos coeficientes da função do primeiro grau para determinar a inclinação da reta e para posicioná-la onde irá interceptar a função quadrática; O aluno interage com os colegas quando apresenta sua ideia para iniciar a construção do cenário animado, e quando explica seu raciocínio para a programação dos pontos.

Fonte: Elaborado pelos Autores

Considerações Finais

A partir dos resultados alcançados, concluímos que o aluno constrói, no GeoGebra, objetos abstratos presentes partindo do pensamento, como ponto, reta, ângulo, círculo e polígono. Um exemplo desta afirmação é que o aluno insere, na caixa de entrada, a lei de formação de uma função constante, a qual compõe parte do percurso da personagem.

A respeito dos conteúdos utilizados e como eles são utilizados, podemos destacar que o aluno cria funções do primeiro grau para interceptar a função quadrática e traçar o percurso do personagem, reconhecendo que o coeficiente angular da função determina a inclinação da reta; e o coeficiente linear, a posição onde a reta intercepta o eixo y.

Outro aspecto que evidenciamos é que o aluno faz uso da criatividade e da imaginação quando, por exemplo, propõe a construção do cenário animado semelhante ao jogo de videogame *Sonic.* Além disso, o aluno formula e verifica hipóteses quando altera os valores dos coeficientes da função do primeiro grau para determinar a inclinação da reta e para posicioná-la onde irá interceptar a função quadrática. Cabe destacar que o aluno interage com os colegas quando apresenta sua ideia para iniciar a construção do cenário animado e quando explica seu raciocínio para a programação dos pontos.

Nesse sentido, os resultados obtidos vão ao encontro com o que Kline (1970, *apud* BICUDO; GARNICA, 2011) caracteriza como uma atividade matemática, bem como o que afirma Brousseau (1996), de que a atividade matemática é uma atividade científica. Sendo assim, concluímos que os resultados alcançados apresentam as características que conferem, às construções de cenários animados por alunos com indicativo de altas habilidades/superdotação, o status de atividade matemática.

Referências

BICUDO, M. A. G.; GARNICA, A. V. M. **Filosofia da Educação Matemática**. 4.ed. – Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011.

BORUCH, I. G.; BASNIAK, M. I. Animações no GeoGebra e o Ensino de Matemática: uma experiência com alunos com altas habilidades/superdotação. **Revista de la Facultad de Ciencia y Tecnologia**; 2018.

BROUSSEAU, G. Fundamentos e Métodos da Didáctica da Matemática. In: BRUN, J. **Didática das Matemáticas**. Tradução de Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. Cap. 1. p. 35-113.

BUENO, A. C.; BASNIAK, M. I. Construcción de escenarios en GeoGebra en la movilización de conocimientos matemáticos por alumnos con altas habilidades/ superdotados. **Revista**

Paradigma (Extra 2), v. XLI, agosto 2020. p. 252-276.

MATTA, A. E. R.; SILVA, F. P. S.; BOAVENTURA, E. M. Design-based research ou pesquisa de desenvolvimento: metodologia para pesquisa aplicada de inovação em educação do século XXI. **Revista da FAEEBA** – Educação e Contemporaneidade, Salvador, v. 23, n. 42, p. 23-36, jul./dez. 2014.

PONTE, J. P.; BOAVIDA, A.; GRAÇA, M., ABRANTES, P.; **A natureza da Matemática** - Didáctica da matemática. Lisboa: DES do ME, 1997.

PROCÓPIO, W. **O Currículo de Matemática do Estado de São Paulo**: sugestões de atividades com o uso do GeoGebra. 2011. 193 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2011.

SCALDELAI, D.; ESTEVAM, E. J. G.; SOUZA, H. C. T.; BASNIAK, M. I.. O Software GeoGebra. In: Maria Ivete Basniak, Everton José Goldoni Estevam. (Org.). **O GeoGebra e a Matemática da Educação Básica**: Frações, estatística, círculo e circunferência. 1ed.Curitiba: Íthala, 2014, v. 1, p. 13-23.