

CalMe Pro — Cálculo mental para professores

Danilene Gullich Donin Berticelli¹

Sabrina Zancan²

Resumo: O cálculo mental facilita a resolução de problemas, desenvolve o senso numérico, a habilidade de estimar, o pensamento criativo e, de forma independente, é um diferencial no enfrentamento de problemas. Historicamente percebemos a presença do cálculo mental em manuais pedagógicos, programas de ensino e nos livros didáticos, mas notamos que é pouco priorizado ou valorizado por professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Essa desvalorização pode ser fruto da falta de conhecimento para ensinar. Como só ensinamos o que sabemos, professores que não sabem cálculo mental não se sentem capazes de ensiná-lo. Nesta perspectiva, promovemos o curso Cálculo Mental para Professores (CalMe Pro), cujo objetivo é ensinar estratégias de cálculo mental para docentes, para que estes, como protagonistas da sala de aula, passem a ensinar os estudantes. Este texto relata a experiência no planejamento e desenvolvimento do curso CalMe Pro. O curso mostrou que professores seguros frente ao cálculo mental, de posse do conhecimento das estratégias, da sua utilização e da forma de ensinar, sentem-se motivados a inserir as estratégias de cálculo mental em sua prática e oportunizar aos estudantes os benefícios do mesmo.

Palavras-chave: Cálculo Mental. Ensino. Formação de Professores.

CalMe Pro — Mental calculation for teachers

Abstract: The mental calculation facilitates problem solving, develops the numerical sense, the ability to estimate, creative thinking and, independently, is a differential in facing problems. Historically, we noticed the presence of mental calculation in pedagogical manuals, teaching programs and textbooks, but we note that it is little prioritized or valued by teachers in the early years of elementary school. This devaluation may be the result of lack of knowledge to teach. As we only teach what we know, teachers who do not know mental calculation do not feel able teaching it. In this perspective, we promoted the course Mental Calculation for Teachers (*CalMe Pro*), whose objective was to teach mental calculation strategies to teacher, so that they, as protagonists in the classroom, start teaching students. This text reports the experience in the planning and development of the *CalMe Pro* course. The course showed that teachers who are confident about mental calculation, in possession of the knowledge of the strategies, their use and the way of teaching, feel motivated to insert the strategies of mental calculation in its practice and provide students with the benefits of it.

Keywords: Mental Calculation. Teaching. Teacher Training.

CalMe Pro — Cálculo mental para profesores

Resumen: El cálculo mental facilita la resolución de problemas, desarrolla el sentido

¹ Doutora em Educação. Professora do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências, Educação Matemática e Tecnologias Educativas da Universidade Federal do Paraná (UFPR), setor Palotina. Paraná, Brasil. ✉ danilene@ufpr.br.  <https://orcid.org/0000-0003-3051-4750>.

² Doutora em Educação em Ciências. Professora do Departamento de Zootecnia e Ciências Biológicas da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), *campus* Palmeira das Missões. Rio Grande do Sul, Brasil. ✉ sabrina_zancan@yahoo.com.br.  <https://orcid.org/0000-0001-9219-1286>.

numérico, la capacidad de estimar, el pensamiento creativo y, de forma independiente, es un diferencial en la hora de enfrentar problemas. Históricamente, percibimos la presencia del cálculo mental en manuales pedagógicos, programas de enseñanza y libros de texto, pero notamos que es poco priorizado o valorado por los docentes en los primeros años de la escuela primaria. Esta devaluación puede ser el resultado de falta de conocimiento para enseñar. Como solo enseñamos lo que sabemos, los profesores que no conocen el cálculo mental no se sienten capaces de enseñarlo. En esta perspectiva, promovemos el curso Cálculo Mental para Docentes (CalMe Pro), cuyo objetivo es enseñar estrategias de cálculo mental a los docentes, para que ellos, como protagonistas de su clase de aula, comiencen a enseñar a los alumnos. Este texto relata la experiencia en la planificación y desarrollo del curso CalMe Pro. El curso ha demostrado que los docentes que tienen confianza en sus cálculos mentales, en posesión del conocimiento de las estrategias, su uso y la forma de enseñar, se sienten motivados para insertar las estrategias de cálculo mental en su práctica y proporcionar a los estudiantes los beneficios de esta.

Palabras clave: Cálculo Mental. Enseñando. Formación de Profesores.

Introdução

Os professores têm um papel fundamental no processo de ensino da Matemática, pois são eles que podem criar ambientes matemáticos estimuladores, despertar a curiosidade Matemática, passar uma ideia positiva e despertar o interesse dos alunos por esta ciência. O professor pode ser considerado um dos protagonistas da sala de aula, visto que seu papel tem mais importância do que qualquer outra variável. No entanto, o conhecimento do conteúdo a ser trabalhado tem influência no trabalho do professor, pois “ninguém é capaz de ensinar aquilo que não sabe”. O professor precisa ter ciência das características essenciais do conteúdo, conhecer exemplos e diferentes representações e formas alternativas de abordagem, saber o repertório básico de conhecimentos para o entendimento do conteúdo e as derivações possíveis (EVEN, 1990).

Boaler (2018) mostra que indivíduos bem-sucedidos em Matemática estabelecem padrões e relações, pensam sobre conexões, desenvolvem a mentalidade Matemática, consideram a Matemática como uma matéria em crescimento, que permite a possibilidade de aprender e pensar sobre novas ideias. Este crescimento conceitual em Matemática leva o indivíduo a pensar e encontrar um sentido para ela. Entretanto, para desenvolver a mentalidade Matemática é necessário levar o sujeito a perceber a Matemática como um conjunto de ideias e relações, bem como pensar nessas ideias e dar sentido para elas.

Quando os alunos veem a Matemática como uma série de perguntas curtas, eles não conseguem enxergar o papel dela para o próprio crescimento e para a aprendizagem. Eles pensam que a Matemática é um conjunto fixo de métodos que eles entendem ou não. Quando os estudantes encaram a Matemática como uma ampla paisagem de enigmas inexplorados na qual eles podem perambular, fazendo perguntas e pensando sobre relações, eles compreendem que seu papel é pensar, dar sentido e

crescer. Quando os estudantes veem a Matemática como um conjunto de ideias e relações e seu papel como o de pensar sobre as ideias, e dar um sentido para elas, eles desenvolvem uma mentalidade Matemática. (BOALER, 2018, p. 32).

Uma ferramenta potente e uma forma de facilitar e melhorar estes processos de ensino e aprendizagem para potencializar a mentalidade matemática, que pode ser utilizada por professores desde os anos iniciais, é o cálculo mental. Estimular o cálculo mental é uma forma de desenvolver o senso numérico dos alunos, a flexibilidade com os números, de modo que os estudantes não fiquem presos a procedimentos de contagem. No entanto, na perspectiva do professor como mediador do processo educativo, é necessário que ele compreenda a importância do cálculo mental e, tendo domínio das estratégias, esteja preparado para estimular seus alunos.

O investimento no ensino do cálculo mental traz bons resultados. De acordo com Geary (2004), aquele aluno que desenvolve estratégias ligadas ao raciocínio, além de mantê-las por mais tempo, as expande para outras ações cotidianas, escolares ou não. Enquanto um aluno com dificuldades de aprendizagem Matemática e dependente da contagem, com material manipulável ou não, e que não é estimulado a utilizar estratégias, raramente desenvolve o cálculo mental. Com o passar dos anos, apenas aprimora a contagem e a realiza com destreza.

De acordo com Parra (1996, p. 201) e Thompson (2010), o cálculo mental contribui para o desenvolvimento de melhores habilidades para resolver problemas; desenvolve bom senso numérico; promove uma progressão natural aos métodos convencionais por meio de métodos escritos. Para Thompson, este tipo de cálculo também forma a base para o desenvolvimento de habilidades de estimação, representa a maioria dos cálculos na vida real (que são feitos na cabeça, e não no papel) e promove o pensamento criativo e independente. O cálculo mental permite maior flexibilidade para calcular, maior segurança e consciência na realização e confirmação de resultados, e é um diferencial no enfrentamento de problemas (FONTES, 2010).

Neste cenário entendemos a importância de investir na formação do professor com relação às estratégias de cálculo mental, para que este possa, com segurança e autonomia, estimular seus alunos a este tipo de cálculo. Mas, este processo não trata apenas de operações realizadas de forma rápida, exata, ágil. O cálculo mental tem muito mais sentido do que isso, pois permite ao aluno a escolha do caminho para resolver determinada operação, pois ele não fica preso ao uso de algoritmos ou de uma estratégia específica.

Quando o aluno conhece diferentes caminhos, ele é capaz de buscar padrões e relações e pensar em conexões na Matemática e em outras áreas. Ele aborda a Matemática sabendo que seu papel é aprender e pensar sobre novas ideias (BOALER, 2018). Com isso desenvolve seu pensamento com base na "crença de que a inteligência aumenta e que, quanto mais você aprende, mais inteligente você fica" (BOALER, 2018, p. 32).

Nossos estudos no campo da História da Educação Matemática têm mostrado que o cálculo mental está presente em programas de ensino, livros didáticos e manuais pedagógicos, desde o século XIX. Berticelli (2017) ao buscar compreender as finalidades do ensino do cálculo mental no ensino primário no período de 1950-1970 analisou programas de ensino de diversos estados brasileiros, focando no Paraná, e percebeu que os programas recomendavam o cálculo mental neste período. O estudo mostrou que a finalidade de ensinar o cálculo mental era preparar a criança para resolver problemas da vida prática, trabalhar com a prática da flexibilidade, inserir a Matemática num contexto de significação, dar sentido à sua realidade, mostrar a socialização da Matemática, envolver práticas de motivação no ensino do cálculo mental.

Estudos posteriores realizados na perspectiva da História Cultural (CHARTIER, 1990)³, indicam que o cálculo mental estava presente em livros didáticos e programas de ensino. O cálculo mental também está presente nas diretrizes oficiais atuais, sendo recomendado para a Educação Básica, mas, em geral, não é ensinado metodicamente.

Em concordância com o pensamento de Valente *et al* (2017) a respeito de "formar o professor que saiba ensinar" (p. 225) buscamos olhar para um dos protagonistas da sala de aula, o professor, partindo da ideia de que só ensinamos o que efetivamente sabemos ensinar. Isso nos leva a hipótese de que "o professor precisa aprender as estratégias de cálculo mental para poder ensinar cálculo mental".

Neste sentido, o que o professor da educação básica precisa saber para estimular o cálculo mental com seus alunos?

O curso CalMe Pro foi pensado e desenvolvido nesta perspectiva, de levar o professor a encarar os números com flexibilidade, construir conexões entre eles, deixando-os interagir de maneira flexível e conceitual. Não se resume em um curso para memorizar métodos, mas para compreender e buscar sentido para as estratégias para que estas

³ Os estudos que realizamos na busca de vestígios sobre o cálculo mental em fontes documentais mobilizam ferramentas da História Cultural, entendida na ótica de Chartier (1990) como um campo do saber que busca identificar os modos como uma realidade social é pensada em diferentes lugares e momentos.

possam, depois, ser ensinadas. O material didático e a metodologia do curso foram baseadas no Método Líquen⁴ (ZANCAN; SAUERWEIN, 2017). No entanto, desenvolvemos um material e uma metodologia apropriados para professores, denominado Método Líquen Pro⁵. O Método Líquen Pro tem o objetivo de construir, de forma sistemática, os conhecimentos necessários ao cálculo mental e estimular o desenvolvimento de diferentes estratégias de cálculo, envolvendo as quatro operações aritméticas básicas. A metodologia e o material didático foram adaptados de acordo com a necessidade dos professores e nossos interesses. Em um primeiro momento, o método foi proposto para professores da Educação Básica. Num segundo momento, foi ampliado para interessados em aprender cálculo mental, desde que tenham concluído o Ensino Médio.

Nas próximas seções vamos relatar como o curso foi pensado, criado e desenvolvido com professores dos anos iniciais da rede básica de ensino, bem como os resultados gerados.

A construção do Método Líquen Pro para o Curso CalMe Pro

O curso CalMe Pro foi realizado nos anos de 2020 (1ª edição) e 2021 (2ª edição e 3ª edição) com o objetivo de ensinar estratégias de cálculo mental para professores da rede básica de ensino. As três edições do curso *CalMe Pro - Cálculo Mental para professores* foram coordenadas pelas autoras deste relato, professoras universitárias, Licenciadas em Matemática, com o auxílio de duas bolsistas de graduação, uma de licenciatura em Ciências Exatas e outra em Pedagogia. O curso contou com a participação de mais de 20 alunos, sendo eles professores Licenciados em Matemática, em Biologia, Ciências e Pedagogia, que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental e, ainda, graduandos de Licenciatura em Ciências Exatas, futuros professores. Alguns alunos do curso são professores que atuam em escolas estaduais ou municipais, em municípios do Rio Grande do Sul ou Paraná, ou são alunos de licenciatura da Universidade Federal do Paraná que se inscreveram após um convite público. A diversidade de alunos deu-se em função de que, por conta da Pandemia do COVID-19, o curso foi realizado completamente de forma remota.

Os participantes iniciaram o curso, alguns em busca de aprimoramento de estratégias de cálculo mental, outros para diminuir a dependência da calculadora, ou com

⁴ O Método Líquen foi criado em 2017, com o objetivo de construir os conhecimentos necessários para o cálculo mental e facilitar o desenvolvimento de estratégias de cálculo por alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Entretanto, as tarefas e a metodologia são específicas para crianças em processo de alfabetização e para serem utilizadas em sala de aula.

⁵ Para diferenciar do material do Método Líquen, utilizamos o nome Método Líquen Pro – indicando professores.

o desejo de aprender para ensinar e melhorar a aprendizagem da Matemática de seus alunos, relatando não ter conhecimentos suficientes para tal. Alguns participantes disseram que costumavam realizar operações com cálculo mental, outros disseram nunca utilizar este método.

O curso CalMe Pro teve três meses de duração, com reuniões semanais de uma hora e 30 minutos, remotas, em sala de aula virtual. Nestas reuniões semanais aconteceram discussões acerca das estratégias utilizadas, das facilidades e dificuldades encontradas durante a resolução das tarefas semanais, dos diferentes sentimentos experienciados frente às dificuldades e facilidades que surgiram, sendo um momento de troca que possibilitou o aprendizado com a socialização dos relatos dos participantes. Adotamos esta metodologia pois aprende-se em discussões com os colegas sobre as diferentes estratégias utilizadas para resolver um mesmo problema (FUSON, WEARNE et al., 1997, p. 134). As reuniões semanais serviram também para que os participantes pudessem dar um *feedback* sobre a resolução das tarefas, direcionando as coordenadoras para a produção das tarefas seguintes. Os alunos receberam tarefas semanalmente e estas foram pensadas e planejadas somente após os relatos dos participantes.

Na primeira edição do curso, as tarefas foram construídas, aplicadas e avaliadas em ciclos semanais. A avaliação semanal das tarefas aconteceu por meio de discussões e das considerações que os professores trouxeram para as reuniões. Estas informações delinearão a construção das tarefas da semana seguinte, onde refinamos os blocos para construir os conhecimentos diagnosticados como ausentes e os desejados. Na segunda edição, as atividades do Método Líquen Pro foram melhoradas, aplicadas e novamente, juntamente com os novos alunos do curso, refinadas. Finalizamos a terceira edição com 120 tarefas.

O curso mostrou que a forma de aprender dos adultos é a mesma das crianças, ou seja, faz-se necessário iniciar pelas operações básicas, de modo que o indivíduo construa memórias, tome consciência das estratégias, evoluindo do simples para o complexo. Por exemplo, partindo da contagem, que é considerada um conhecimento simples, sua evolução leva para um conhecimento complexo, que é o conceito do número e este torna-se simples. Continuar somando leva o indivíduo a um conhecimento complexo que é a adição, e ao compreender a adição este conhecimento, tornando-se simples e evoluindo para o complexo, iniciando na contagem e chegando as quatro operações básicas.

Com relação a resolução das tarefas, orientamos que estas fossem realizadas individualmente, uma por dia, em cinco dias da semana, preferencialmente de segunda a sexta, com atenção focada. Optamos por esta metodologia pois, segundo Piaget, citado por Kamii e Joseph, enquanto a fonte do conhecimento físico e social é parcialmente externa ao indivíduo, a fonte do conhecimento lógico-matemático é interna (KAMII; JOSEPH, 2005, p. 14). As tarefas são projetadas para demandarem aproximadamente dez minutos. Optamos por esta regularidade pois, segundo Taton (1969, p. 3), o cálculo mental deve ser trabalhado com regularidade, lições curtas e frequentes. Além disso, outras pesquisas mostram que não são eficientes estratégias didáticas que trabalham um mesmo procedimento, repetidas vezes, no mesmo dia, quando se deseja manter uma informação na memória de longo prazo (CARPENTER *et al.*, 2012; ROHRER; TAYLOR, 2006).

Como parte da metodologia, instruímos os participantes a corrigirem suas próprias tarefas. Isto porque entendemos a necessidade de retificar eventuais equívocos. Antes de responder a tarefa do dia, o participante deveria fazer a correção da tarefa do dia anterior. O tempo entre a resolução da tarefa e a correção favorece a percepção dos erros. Se corrigido logo após ser respondido, haveria uma grande chance de cometer o mesmo erro. Albuquerque (1951)⁶ também destacava a importância da correção da tarefa pelo aluno, pois esta ação despertava felicidade pelo êxito ao perceberem o erro na tarefa e conseguirem corrigir, mostrando que, neste sentido, a correção levava à compreensão.

As tarefas foram orientadas a serem, preferencialmente, realizadas em papel. Escolhemos a forma escrita a digital, pois o movimento de traçar melhora a memorização (MANGEN; VELAY, 2010; LONGCAMP; ZERBATO-POUDOU; VELAY, 2005). Além disso, o processo de visualizar a operação e pensar no resultado, colabora na elaboração de memórias para alguns resultados.

As tarefas são autoinstrutivas, com grau de dificuldade progressivo, iniciando com atividades de domínio e que, gradativamente tornam-se mais complexas, porém dentro da possibilidade de entendimento. Atentamos fortemente à dificuldade da tarefa pois, de acordo com Medeiros et al (2000), quando o grau de exigência de uma atividade é alto e o aluno comete falhas, este desenvolve o sentimento de inferioridade. A continuidade do estudo fica prejudicada porque este se sente incapaz frente a uma atividade fora de seu

⁶ Irene de Albuquerque foi Catedrática de Prática de Ensino do Instituto de Educação do Distrito Federal, Professora de Metodologia da Matemática dos Cursos de Aperfeiçoamento do INEP. Professora de Curso Primário. Seus conhecimentos foram e ainda são relevantes para entendermos os processos de permanências e mudanças que ocorreram no ensino de Aritmética.

nível, e sua capacidade é posta em xeque. Conseqüentemente, este baixo senso de auto eficácia pode levá-lo a render menos do que realmente renderia, não porque não seja capaz, mas por não acreditar em sua capacidade. Ao contrário, quando as tarefas são realizadas com êxito, estas motivam e afloram o sentimento de competência no trabalho, promovendo autonomia e o autodidatismo.

Esta metodologia de inserir gradativamente tarefas com grau de complexidade crescente aparece na literatura. No século XX, alguns personagens se destacaram no ensino de Aritmética como Souza (1936), Albuquerque (1951), Thorndike (1936), Aguayo (1952), entre tantos, que indicavam a importância de trabalhar do simples para o complexo. Para Albuquerque (1951), os exercícios de aritmética deveriam ser dispostos "em ordem crescente de dificuldade" (p. 31). Com isso, vencida uma pequena dificuldade, o aluno adquire certa experiência que o levará a vencer a dificuldade seguinte, e assim, sucessivamente. Os êxitos obtidos servem de estímulo para dar prosseguimento ao trabalho.

Em nossa metodologia entendemos a importância da repetição das atividades como um mecanismo de levar o indivíduo a compreender a operação e desta forma criar memórias. Como Souza (1936), entendemos que, com a repetição, cria-se um aperfeiçoamento do mecanismo das operações, que não é o mesmo que perfeição mecânica. O aperfeiçoamento do mecanismo trata-se de um trabalho intelectual, considerado na aprendizagem da série de combinações necessárias para as operações aritméticas. Este aperfeiçoamento do mecanismo das operações é adquirido de acordo com a graduação das dificuldades a serem superadas.

Não se trata de memorizar métodos, mas compreender e encontrar sentido nas situações (BOALER, 2018), levar o indivíduo a tomar consciência dos diferentes caminhos, das diferentes estratégias que pode utilizar para resolver uma operação aritmética, com uma abordagem viva do conhecimento matemático, com compreensão e busca do sentido. Ao repetir uma estratégia de cálculo não se está apenas realizando a leitura de um conhecimento armazenado na mente, está se reconstruindo o próprio conhecimento, melhorando a aprendizagem (KARPICKE; BLUNT, 2011) e facilitando a memorização.

Na mesma linha de pensamento, Albuquerque (1951) dizia que para haver fixação era necessário um treino bem escolhido e orientado, pois isso iria constituir o elemento fundamental da aprendizagem. Para ela, os melhores resultados nos exercícios de fixação

tinham um papel importante, desde que os exercícios fossem previamente organizados, planejados de acordo com um objetivo principal e com as necessidades dos alunos.

Nesta perspectiva, as atividades foram elaboradas após analisarmos as estratégias de cálculo mental, os conhecimentos necessários a elas, assim como a necessidade dos professores. De posse destes conhecimentos, desenvolvemos atividades com o objetivo de levar os participantes a construir estes conhecimentos, ou conduzi-los nas principais estratégias para o cálculo mental. O Método Líquen Pro é uma adaptação do Método Líquen (ZANCAN; SAUERWEIN, 2017).

O Material Didático do Método Líquen Pro

O material didático do Método Líquen Pro é composto por 120 tarefas ordenadas, diagramadas em folha A5, cada uma formada por diferentes atividades, sendo que estas são autoinstrutivas e facilmente identificadas pela distribuição espacial e aspectos gráficos. O número de atividades em cada tarefa é variável, mas cada uma apresenta, no mínimo, quatro atividades diferentes. Elas são classificadas como: Sequências, Fatos básicos, Decomposição, Rede de relações numéricas do 10, Memória dos dobros, Multiplicações, Divisões. Na Figura 1 exemplificamos uma das 120 tarefas do Método Líquen Pro, sendo que o exercício diário compreende duas tarefas ordenadas.

Figura 1: Tarefa 21 do Método Líquen Pro

Fatos Básicos - Adição e Subtração					21
Fatos básicos	Fatos básicos	Fatos básicos	Fatos básicos	Decomposição	
1+1=	5+1+2=	__+8=10	6 __ = 7	3= __ + __	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> + 3 + 3 + 3 + 1 + 3 + 3 + 3 + 1 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 1 </div>
1+2=	6+2+1=	__+5=10	5 __ = 6	4= __ + __	
2+1=	8+1+2=	__+2=10	6 __ = 8	4= __ + __	
2+2=	4+2+1=	__+9=10	3 __ = 5	6= __ + __	
6+1=	3+1+2=	__+6=10	3 __ = 4	6= __ + __	
6+2=	9+2+1=	__+3=10	7 __ = 8	6= __ + __	
1+7=	8+1+2=	__+7=10	8 __ = 9	8= __ + __	
2+7=	7+2+1=	__+3=10	6 __ = 7	8= __ + __	
8+1=	5+1+2=	__+1=10	3 __ = 6	8= __ + __	
8+2=	3+2+1=	__+9=10	2 __ = 5	8= __ + __	
1+9=	8+1+2=	__+0=10	5 __ = 6	5= __ + __	
2+7=	9+2+1=	__+1=10	4 __ = 5	5= __ + __	
7+1=	5+1+2=	__+4=10	6 __ = 7	7= __ + __	
7+2=	4+2+1=	__+8=10	2 __ = 4	7= __ + __	

Fonte: Autores

As atividades de Sequências são compostas por 10, 12 ou 15 caixas alinhadas, onde oferecemos um número aleatório em alguma posição e outro que deve ser somado e subtraído a fim de preencher todos os espaços. Nesta construção, apresentamos figuras que apresentavam padrões de modo que os participantes fossem criando memórias em relação às sequências (Figura 2).

Figura 2: Tarefa do Método Líquen Pro com atividade de Sequência, Decomposição e Fatos Básicos

Fatos Básicos da Adição											2
	2 ⁺²										
	12+1=	5+__=6	__+1=5	1+__=9		1					
	11+1=	1+__=3	__+1=8	1+__=8		11					
	10+1=	3+__=4	__+1=9	1+__=5		7					
	13+1=	5+__=6	__+1=4	1+__=6		17					
	15+1=	8+__=9	__+1=1	1+__=4		8					
	16+1=	1+__=8	__+1=2	1+__=3		18					
	18+1=	1+__=9	__+1=9	1+__=7		4					
	14+1=	6+__=7	__+1=6	1+__=9		14					
	17+1=	1+__=10	__+1=3	1+__=5		2					
	19+1=	4+__=5	__+1=5	1+__=2		12					
	15+1=	1+__=11	__+1=8	1+__=10		22					
	12+1=	1+__=7	__+1=7	1+__=12							
	11+1=	6+__=7	__+1=4	1+__=15							
	16+1=	1+__=10	__+1=9	1+__=14							

Método Líquen PRO - MÓDULO I

Método Líquen PRO

Tempo: / /

Data: / /

Fonte: Autores

A atividade de decomposição estimula a memorização das diferentes formas de decompor um número, considerando ou não a comutatividade, por exemplo, $6 = 1 + 5 = 2 + 4 = 3 + 3$ (Figura 1 e Figura 2). Os fatos básicos são aqueles em que os resultados não ultrapassam dezenas, ou seja, aqueles que não são favoráveis à utilização de estratégias e normalmente estão memorizados por aqueles que utilizam cálculo mental. Por exemplo, $5 + 3$, $7 + 1$, $4 + 3$. Boaler (2018) destaca a importância de explorar os fatos matemáticos, segundo ela “Existem alguns fatos matemáticos que é bom memorizar, mas os estudantes podem aprender fatos matemáticos e fixá-los na memória por meio do engajamento conceitual com a Matemática” (BOALER, 2018, p. 35).

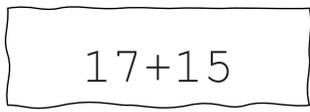
Os fatos matemáticos são aqueles que nos levam a criar memórias, a partir de uma compreensão profunda, levando-nos a mobilizar os números em diferentes situações e contextos.

Outro grupo de atividades estimula a construção da rede de relações numéricas para

o 10, que pode ser notado na terceira atividade na Figura 1. Nestas atividades oferecemos questões de adição e subtração que, de alguma forma, envolvem o 10 nas parcelas, na soma ou na diferença. Por exemplo: adições que resultam 10 ($3 + 7 = \underline{\quad}$; $8 + 2 = \underline{\quad}$), adições com soma 10 ($\underline{\quad} + 3 = 10$), subtrações que resultam 10 ($12 - 2 = \underline{\quad}$). Incluímos estas atividades pois, de acordo com Thompson (1999, p. 3), uma das estratégias de cálculo mental mais utilizadas é a “Ponte pelo 10”, onde utilizamos o que falta ou o que sobra do 10 e, posteriormente, estendemos às demais dezenas.

Os dobros de números de 1 a 20 são tratados, inicialmente, como fatos básicos. Posteriormente, apresentamos atividades que partem da memória de um dobro, por exemplo, questões como $7 + 8$ podem ser calculadas partindo de um dobro, $7 + 7 + 1$ ou ainda $8 + 8 - 1$ (Figura 3).

Figura 3: Tarefa do Método Líquen Pro com atividade de Memória dos Dobros

Estratégias para o do cálculo mental			41
Fatos básicos	Use a Ponte pelo 10	Use a memória do dobro	
$30+17=$	$17+5=17+ \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$	$12+13=12+ \underline{\quad} \underline{\quad} = \underline{\quad}$	Tempo <u> </u> : <u> </u> : <u> </u> Data <u> </u> / <u> </u> / <u> </u>
$20+29=$	$18+4=18+ \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$	$12+13=13+ \underline{\quad} \underline{\quad} = \underline{\quad}$	
$20+13=$	$16+6=16+ \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$	$11+12=11+ \underline{\quad} \underline{\quad} = \underline{\quad}$	
$30+15=$	$17+6=17+ \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$	$11+12=12+ \underline{\quad} \underline{\quad} = \underline{\quad}$	
$40+24=$	$19+5=19+ \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$	$13+14=13+ \underline{\quad} \underline{\quad} = \underline{\quad}$	
$40+26=$	$16+5=16+ \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$	$13+14=14+ \underline{\quad} \underline{\quad} = \underline{\quad}$	
$50+28=$	$17+4=17+ \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$	$15+16=15+ \underline{\quad} \underline{\quad} = \underline{\quad}$	
$50+27=$	$15+7=15+ \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$	$15+16=16+ \underline{\quad} \underline{\quad} = \underline{\quad}$	
$30+33=$	$18+5=18+ \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$	$14+15=14+ \underline{\quad} \underline{\quad} = \underline{\quad}$	
$30+28=$		$14+15=15+ \underline{\quad} \underline{\quad} = \underline{\quad}$	
$20+32=$	No verso, escreva algumas possibilidades para este cálculo e compartilhe uma foto no grupo:	$17+16=17+ \underline{\quad} \underline{\quad} = \underline{\quad}$	
$20+35=$		$17+16=16+ \underline{\quad} \underline{\quad} = \underline{\quad}$	
$40+25=$		$15+17=15+ \underline{\quad} \underline{\quad} = \underline{\quad}$	
$50+34=$		$16+15=16+ \underline{\quad} \underline{\quad} = \underline{\quad}$	

Fonte: Autores

Inicialmente, as multiplicações são apresentadas em associação com as sequências de múltiplos. Para multiplicações maiores, as atividades estimulam as multiplicações mentais, sem o uso de algoritmos. Por exemplo, a multiplicação de 153×8 deve ser efetuada fazendo $100 \times 8 + 50 \times 8 + 3 \times 8$ (Figura 4).

Figura 5: Exemplo de tarefa do Método Líquen Pro

Método Líquen PRO - MÓDULO I	Decomponha em multiplicações com fatores primos	DIVISÕES COM RESTO			Método Líquen PRO Data ____/____/____ Tempo ____:____
	27=	6÷5= 1 ~ 1	28÷6=	19 ÷6=3~1	
	25=	9÷5=	36÷6=	45÷9=	
	36=	12÷5= 2 ~ 2	45÷6=	__ ÷8=5~2	
	32=	15÷5=	41÷6=	31÷9=	
	40=	19÷5=	33÷6=	__ ÷8=7~1	
	54=	23÷5=	26÷6=	22÷8=	
	64=	29÷5=	49÷6=	__ ÷9=3~1	
	70=	30÷5=	25÷6=	29÷7=	
	56=	37÷5=	54÷6=	__ ÷8=5~4	
	48=	40÷5=	37÷6=	52÷7=	
	63=	43÷5=	43÷6=	__ ÷9=9~7	
	49=	45÷5=	24÷6=	27÷9=	
		50÷5=	40÷6=	__ ÷7=5~1	

154÷7=	x 7=
216÷8=	x 8=

Fonte: Autores

Entendemos que o estudante, ou o professor, deve utilizar o cálculo mental principalmente para cálculos envolvendo quantidades pequenas, ou seja, adições e subtrações com até três algarismos, multiplicações e divisões de até três algarismos por um algarismo. Para cálculos maiores ele pode usar estimativas ou algum outro recurso, como algoritmo ou tecnologia.

Reafirmamos que o Método Líquen Pro é uma adaptação do Método Líquen, portanto justificativas detalhadas relacionadas às atividades do Método Líquen podem ser encontradas no texto publicado por Zancan e Sauerwein (2017).

Resultados do curso CalMe Pro

A fim de avaliar a experiência com a realização do curso e apurar os resultados, utilizaremos como instrumento um questionário. Os participantes do curso CalMe Pro responderam questões sobre perfil, sentimentos e interesses relacionados ao cálculo mental e a Matemática. Com as respostas deste questionário percebemos que os participantes eram de diferentes áreas: licenciados em Ciências, licenciados em Matemática, licenciados em Biologia, pedagogos, alunos de graduação — futuros professores de Matemática ou Química. Dentre todas as disciplinas, a Matemática nem sempre foi apontada como a de maior afinidade, sendo que, algumas vezes, foi aquela que

os participantes tinham menor afinidade. Os participantes relataram ter experimentado sentimentos diversos diante da Matemática ao longo da vida acadêmica, alguns de alegria, outros satisfação, ou segurança ou curiosidade. Muitos relataram insegurança associada a um desejo de superar os desafios provenientes da disciplina.

A maioria dos participantes afirmou que, quando se tem êxito em uma operação realizada por meio do cálculo mental, isso gera um sentimento de alegria, satisfação, segurança e confiança. Do mesmo modo, ao errar, ou não saber realizar um cálculo mental, o sentimento que surge é de insegurança, frustração e ansiedade. Estes sentimentos, principalmente a ansiedade Matemática, são desenvolvidos quando o aluno tem conhecimentos insuficientes do conteúdo e se sente incapaz na realização de atividades (ASHCRAFT; KRAUSE, 2007).

O curso CalMe Pro, por meio da resolução das tarefas e das discussões em grupo, proporcionou o conhecimento e a construção de diferentes estratégias de cálculo mental. Com elas, os participantes sentiram uma grande satisfação, seguida da percepção que realizar a operação utilizando o cálculo mental é um caminho mais fácil quando comparado à contagem ou ao algoritmo. Estes se conscientizaram de alguns bloqueios relacionados à Matemática e como vencê-los, desenvolvendo maior segurança frente aos cálculos.

Os professores também perceberam que muitas vezes não ensinavam ou não estimulavam os alunos para o cálculo mental. Em geral, uma operação simples de adição era recomendada que fosse feita por contagem, com uso do algoritmo, sem propiciar estimativas, flexibilidade de pensamento, senso numérico, ou seja, o uso de qualquer outra estratégia. No decorrer do curso, os participantes precisaram "desconstruir" alguns conhecimentos e abrir-se a uma nova forma de resolver operações, como construir estratégias, criar memórias de fatos básicos, e assim, operar com os números com maior flexibilidade.

Os participantes contaram que aprenderam a "namorar a tarefa", ou seja, primeiramente observavam o que deveria ser feito, identificando padrões nas atividades, refletindo sobre as diferentes formas de resolver as tarefas. Segundo eles, esta análise trazia calma e diminuía a ansiedade frente às tarefas, além de proporcionar o entendimento da lógica da atividade proposta. Entender a lógica, segundo os participantes, gerou "felicidade".

Outro aspecto está relacionado ao ambiente e a influência de ruídos. Os

participantes relataram que durante a resolução de algumas tarefas havia integrantes da família dividindo o mesmo ambiente, e as falas, a algazarra, tirou a atenção da tarefa e dificultou a concentração. Para constatarmos esta interferência, em uma das reuniões semanais propomos a resolução da tarefa de modo síncrono, solicitando que cada um comunicasse em voz alta quando a tarefa estivesse finalizada, a fim de avaliar a reação dos demais diante da conclusão da tarefa pelo colega. Essa experiência foi muito válida, gerou falação e desconforto, pois com relação ao ruído externo, os participantes afirmaram que ele atrapalha a concentração e tira o foco, além da pressão gerada pela concorrência.

A realização da tarefa em grupo também foi uma experiência marcante, pois os participantes ficaram tensos e sentiram-se pressionados com o aviso do término dado pelos colegas. Os participantes relataram pensamentos como: *"Não quero ser o último"*, *"Isso gera um sentimento de competição"*, *"Preciso continuar e terminar"*, *"Anunciar o término gera ansiedade"*. Neste dia a discussão desviou do cálculo mental e migrou para a sala de aula, pois os participantes se colocaram no lugar do aluno e perceberam que os ruídos do ambiente, a distração, a competição, são fatores que dificultam o aprendizado. A discussão encerrou com os participantes refletindo sobre como minimizar estas situações em sala de aula.

Os participantes relataram sentir "raiva" quando a tarefa estava carregada de atividades, ou quando trazia uma atividade da qual os resultados ainda não estavam memorizados, por exemplo, de subtração ou divisão. Raiva por não entender, por aquelas respostas ainda não estarem memorizadas. Mas, com o passar do curso e das tarefas, este sentimento foi dando lugar a alegria e a satisfação por compreender o processo e por criar memórias de fatos básicos, o que permitiu resolver operações com quantidades numéricas maiores com mais facilidade, gerando satisfação.

Diferentemente da subtração e da divisão, quando apresentamos a adição e a multiplicação, notamos que as respostas foram automáticas, indicando que os participantes tinham memórias de resultados envolvendo estas operações. A prática da adição e da multiplicação, a compreensão das estratégias, a possibilidade de operar com flexibilidade, levou os participantes a criarem memórias também em relação à subtração e à divisão, mostrando mais uma vez a importância da graduação da dificuldade, de partir do conhecimento mais simples e evoluir para o mais complexo, confirmando a metodologia adotada.

Merece destaque uma fala de um participante no final do curso:

Eu estava pensando, como a gente sempre está aprendendo. Que quatro anos de graduação é muito pouco para se ter conhecimento. Hoje eu sei o que eu estou fazendo, sei e entendo as estratégias. Hoje eu me sinto preparada para dar aula⁷. (PARTICIPANTE 1, 2020).

Este depoimento é de uma professora que tem mais de vinte anos de experiência com aulas no Ensino Fundamental. Segundo ela, o curso, além de ensinar estratégias de cálculo mental, provocou mudanças em sua percepção em relação ao aluno, pois passou a olhá-lo e pensar em como ele se sente frente a atividades Matemáticas. Complementa que, utilizar o cálculo mental pode ser um caminho para levar o aluno a sentir-se melhor frente aos desafios de Matemática, assim como em qualquer outra área.

Outro participante destacou que "*Quando eu voltar para a sala de aula, eu vou estar diferente*" (PARTICIPANTE 2, 2020). Segundo ele, vai rever tudo o que faz com os alunos pois ele está diferente, seu raciocínio está mais rápido, consegue perceber que mudou sua forma de resolver as operações básicas, pois agora compreende as estratégias e, segundo ele, isso será fundamental no processo de ensino das operações para os alunos.

"*Antes eu tinha vergonha de não saber fazer as contas*" (PARTICIPANTE 3, 2020). Este foi o relato de outra professora participante do curso. Segundo ela, o curso a ajudou a desvendar a Matemática, pois agora ela aprendeu as estratégias, agora ela sabe fazer, pois atingiu seu objetivo que era aprender o cálculo mental. Ao final do curso ela afirma: "*Hoje eu fico lisonjeada em saber as respostas*". Quer sentimento melhor do que este? Antes havia vergonha, agora existe satisfação. É isso que os professores querem para seus alunos, que eles tenham alegria e satisfação frente a Matemática. Entretanto, percebemos que isso depende muito do nosso protagonista, o professor.

Uma das participantes que é professora de 4º ano trouxe um relato que merece ser compartilhado. Segundo ela, o cálculo mental potencializa o rendimento da aula. Ela contou que há quatro anos é professora do 4º ano, mas nunca tinha estimulado os alunos a resolverem as operações usando estratégias de cálculo mental, embora o livro induzisse a isso. No momento em que ela "*Se dispôs a aprender as estratégias*" (PARTICIPANTE 4, 2021), aprendeu e compreendeu as estratégias de cálculo mental, conseguiu entender o que o livro sugeria e estimulou os alunos a resolverem desta forma. Relata que, com o

⁷Para preservar a identidade, os depoimentos foram identificados por: Participante 1, Participante 2, ...

cálculo mental, conseguiu trabalhar mais operações com os alunos, explorar mais o conteúdo, pois os alunos não perderam tempo armando as operações. Conta ainda que até mesmo os alunos que apresentavam dificuldade em resolver operações pelo algoritmo, conseguiram realizar utilizando estratégias de cálculo mental que ela lhes apresentou. E isso trouxe para toda turma um sentimento de alegria, pois os alunos perceberam que eram capazes de resolver as "contas" de modo rápido, ágil e "de cabeça" — expressão utilizada por eles. A professora concluiu mencionando a importância de o professor conhecer as estratégias para poder ensinar, pois segundo ela, foi a primeira vez que conseguiu êxito desta forma em uma turma de 4^o ano.

Os participantes relataram que a forma de apresentação da operação pode induzir, ou não, ao cálculo mental. Segundo eles, quando uma operação é apresentada na vertical (armada), automaticamente induz o indivíduo a resolver utilizando o algoritmo, sem pensar em estimativas ou estratégias de cálculo mental. Ao contrário, quando uma operação é apresentada de forma horizontal, automaticamente o sujeito é levado a pensar em estratégias de cálculo mental, estimar o resultado e resolver utilizando essas estratégias, de modo flexível, estabelecendo relações entre os números. Esse processo ocorre naturalmente, quando este conhece o cálculo mental. Em outra situação, o aluno reescreveria na forma armada.

As edições do curso CalMe Pro mostraram que os professores ficaram mais confiantes, aumentaram a autoestima, agora acreditam que podem ensinar cálculo mental, com mais propriedade, e acreditam que seus alunos podem aprender porque eles aprenderam. Encerramos o curso com professores satisfeitos com seus avanços e gostando de estudar Matemática. Professores conectando atividades do Método Líquen Pro com as demais atividades de seu plano e indicando o curso a colegas de outras escolas.

Considerações

Ao estudarmos a História da Educação Matemática conseguimos perceber as permanências e mudanças nas práticas pedagógicas, nos saberes mobilizados, nas finalidades do ensino. Em relação ao cálculo mental, notamos que as finalidades não mudaram. Se antes queríamos ensinar o cálculo mental para preparar a criança para resolver problemas da vida prática, podemos afirmar que ainda queremos isso. Queremos formar um indivíduo capaz de resolver operações de forma mental e que este conhecimento o permita resolver questões em qualquer outra área, aprimorando seu raciocínio, seu

pensamento, sua capacidade de estabelecer conexões.

Antigamente, o cálculo mental era visto como um meio de motivar os alunos para a Matemática. Recomendava-se o cálculo mental para trabalhar a prática da flexibilidade. Escolher o caminho, escolher a estratégia, em um contexto de flexibilidade com os números, buscando compreender e dar sentido e significado para a Matemática. Finalidades de ontem, que fazem parte do hoje sendo executadas pelo professor.

O professor é um dos protagonistas da sala de aula. Mas, para ensinar é necessário que se tenha o domínio do conhecimento, afinal, ninguém é capaz de ensinar aquilo que não sabe (EVEN, 1990). Em relação ao cálculo mental, percebemos que o professor precisa conhecer e utilizar as estratégias de cálculo mental para poder estimular os alunos a construir este conhecimento, caso contrário, primará pelo uso da contagem e dos algoritmos. E, permanecer no uso da contagem, incentivar o uso precoce e excessivo de algoritmos, acaba prejudicando a construção de outras estratégias de cálculo, pois, nos primeiros anos, “os algoritmos são prejudiciais por duas razões: eles fazem com que a criança desista de pensar e eles ‘desensinam’ o valor posicional, impedindo que as crianças desenvolvam o senso numérico” (KAMII; JOSEPH, 2005, p. 40).

Contudo, esta situação é compreensível se atentamos à formação dos professores. Estudos mostram que professores estão sendo formados em cursos cujas ementas das disciplinas registam preocupações simplórias sobre o quê e como ensinar. Na grande maioria dos cursos de formação em pedagogia e magistério, os conteúdos a serem ensinados na educação básica aparecem esporadicamente e são abordados de forma genérica ou superficial no interior das disciplinas de metodologia e prática de ensino (GATTI; NUNES, 2009, p. 59). Assim, os professores oriundos de formações com estas lacunas, com pouco conhecimento dos conteúdos que devem ensinar, em suas práticas, têm dificuldade para realizar situações didáticas, evitam temas que não dominam e mostram insegurança frente a conteúdos que não dominam (CURI, 2005).

O diálogo com os professores confirmou as deficiências existentes na formação inicial, relacionadas aos conhecimentos necessários ao cálculo mental. Acreditamos que, com a formação continuada, neste caso, com o curso Calme Pro, sanamos algumas dificuldades com aritmética e fechamos algumas lacunas relacionadas aos conhecimentos matemáticos. O curso propiciou aos professores conhecerem as estratégias, se apossarem dos conhecimentos para ensinar e ficarem motivados para estimular o uso do cálculo

mental nas suas aulas.

Com o curso, os professores acreditaram que podem motivar seus alunos ao uso do cálculo mental e que estes têm condições de aprender, porque eles aprenderam. Isso aconteceu quando os professores perceberam que haviam compreendido profundamente as operações básicas, que os resultados que envolviam fatos básicos estavam memorizados, e que, para resolver operações com quantidades maiores, estavam mobilizando estratégias aprendidas. Em resumo, quando o professor aprendeu, ele se sentiu capaz de ensinar.

Desta forma, percebemos que, para que o professor incentive o cálculo mental, ele precisa primeiro saber fazer cálculo mental. Este foi nosso aprendizado com o curso. Porém, aprender cálculo mental exige esforço e dedicação, principalmente para professores, adultos, que conhecem os algoritmos associados às quatro operações matemáticas, ou sabem resolver “do seu jeito”. Estes precisam desconstruir e reconstruir novas formas de resolver as operações com o uso das estratégias de cálculo mental que são apresentadas no curso CalMe Pro. Este será nosso desafio para próximos trabalhos.

Referências

- AGUAYO, A. M. **Didática da Escola Nova**. 8. ed. São Paulo: Companhia Nacional, 1952.
- ALBUQUERQUE, I. **Metodologia da Matemática**. Editora Conquista, 1951.
- ASHCRAFT, M. H.; KRAUSE, J. A. Working memory, math performance, and math anxiety. **Psychonomic bulletin & review**, v. 14, n. 2, p. 243-248, 2007.
- BERTICELLI, D. G. D. **O Cálculo mental no ensino primário (1950-1970): um olhar particular para o Paraná**. 2017. 157f. Tese (Doutorado em Educação) — Pontifícia Universidade Católica do Paraná. Curitiba.
- BOALER, J. **Mentalidades Matemáticas: estimulando o potencial dos estudantes por meio da Matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador**. Tradução de Daniel Bueno. Porto Alegre: Penso, 2018.
- CARPENTER, S. K; CEPEDA, N. J (et al). Using spacing to enhance diverse forms of learning: Review of recent research and implications for instruction. **Educational Psychology Review**, v. 24, n. 3, p. 369-378, 2012.
- CHARTIER, R. **A história cultural: entre práticas e representações**. Lisboa: Difel, 1990.
- CURI, E. **A matemática e os professores dos anos iniciais: uma análise dos conhecimentos para ensinar matemática e das crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos**. Musa Editora, 2005.
- EVEN, R. Subject matter knowledge for teaching and the case of functions. **Educational**

studies in mathematics, v. 21, n. 6, p. 521-544, 1990.

FONTES, C. G. D. **O valor e o papel do cálculo mental nas séries iniciais**. 2010. 220 f. Dissertação (Faculdade de Educação) — Universidade de São Paulo. São Paulo.

FUSON, K. C et al. Children's conceptual structures for multidigit numbers and methods of multidigit addition and subtraction. **Journal for Research in Mathematic**, v. 28, n. 2, p. 130-162, March 1997.

GATTI, B. A.; NUNES, M. N. R. Formação de professores para o ensino fundamental: estudo de currículos das licenciaturas em pedagogia, língua portuguesa, matemática e ciências biológicas, v. 29, p. 155, 2013. In: GATTI, B. A. **Coleção de textos FCC**. São Paulo: Fundação Carlos Chagas, v. 29, 2009.

GEARY, D. C. Mathematics and learning disabilities. **Journal of learning disabilities**, v. 37, n. 1, p. 4-15, 2004.

KAMII, C.; JOSEPH, L. L. **Crianças pequenas continuam reinventando a aritmética: implicações da teoria de Piaget (series iniciais)**. Porto Alegre: Artmed, 2005.

KARPICKE, J. D.; BLUNT, J. R. Retrieval practice produces more learning than elaborative studying with concept mapping. **Science**, v. 331, n. 6018, p. 772-775, 2011.

LONGCAMP, M; ZERBATO-POUDOU, M.; VELAY, J. The influence of writing practice on letter recognition in preschool children: A comparison between handwriting and typing. **Acta psychologica**, v. 119, n. 1, p. 67-79, 2005.

MANGEN, A. et al. Digitizing literacy: Reflections on the haptics of writing. **Advances in haptics**, v. 1, n. 3, p. 86-401, 2010.

MEDEIROS, P. C. et.al. A auto-eficácia e os aspectos comportamentais de crianças com dificuldades de aprendizagem. **Psicologia: Reflexão e Crítica**, v. 13, n. 3, p. 327-336, 2000.

OLIVEIRA FILHO, F. **Alfredina de Paiva e Souza: uma especialista a serviço da educação**. In: XII ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo, 2016.

PARRA, C. Cálculo mental na escola primária. In: PARRA, C.; SAIZ, I. **Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996, p. 186-235.

RABELO, R. S. **Destinos e Trajetos: Edward Lee Thorndike e John Dewey na formação matemática do professor primário no Brasil (1920 – 1960)**. 1916. 285f. Tese (Faculdade de Educação) — Universidade de São Paulo. São Paulo.

ROHRER, D.; TAYLOR, K. The effects of overlearning and distributed practice on the retention of mathematics knowledge. **Applied Cognitive Psychology: The Official Journal of the Society for Applied Research in Memory and Cognition**, v. 20, n. 9, p. 1209-1224, 2006.

SOUZA, A. P. **Nossa Aritmética 3º**. Ano. Porto Alegre: Livraria do Globo, 1937.

TATON, R. O cálculo mental. Lisboa: Arcádia, 1969.

THOMPSON, I. Getting your head around mental calculation. **Issues in teaching numeracy in primary schools**, p. 161, 2010.

THOMPSON, I. **Issues in teaching numeracy in primary schools**. 2. ed. Buckingham: Open University Press, 1999.

THORNKIKE, E. L. **A nova metodologia da Aritmética**. Porto Alegre: Livraria do Globo, 1936.

VALENTE, W. R.; BERTINI, L. F.; MORAIS, R. S. Novos aportes teórico-metodológicos sobre os saberes profissionais na formação de professores que ensinam Matemática. **Acta Scientiae**. Canoas, v. 19, n. 2. p. 224-235. Mar./abr. 2017.

WERNECK DE PAULA, M. F. B. F. **Escola nova em manuais didáticos de Alfredo Miguel Aguayo** (Santa Catarina 1942-1949). 2015. 448f. Dissertação (Mestrado em Educação) — Universidade do Estado de Santa Catarina. Florianópolis.

ZANCAN, S.; SAUERWEIN, R. A. Método Líquen — Aritmética para os anos iniciais. **Vivências**, v. 13, n. 24, p. 310-321, 2017.