

## **Aprendizagem colaborativa na resolução de problemas lógicos: experimento com estudantes de Ensino Médio utilizando um jogo digital**

**Adriana Barbosa Santos<sup>1</sup>**

**Natália da Silva Rodrigues<sup>2</sup>**

**Fernando Frei<sup>3</sup>**


**Resumo:** A aprendizagem colaborativa tem sido mais intensamente discutida na última década em face de benefícios observados na educação básica, tais como melhoria na comunicação, na coesão social, no desenvolvimento cognitivo e no raciocínio analítico. Neste estudo buscou-se avaliar se o desempenho de estudantes de ensino médio é influenciado positivamente pelo trabalho colaborativo na resolução de um problema lógico. O desempenho dos estudantes foi avaliado, utilizando uma abordagem de pesquisa quantitativa quase-experimental em que os estudantes deveriam resolver um problema lógico implícito num jogo digital. Pelos resultados obtidos, os estudantes tiveram desempenho superior (40%, em média) no trabalho colaborativo em duplas quando comparado ao individual. De fato, os resultados reforçam que o trabalho em dupla pode contribuir de forma efetiva para o desenvolvimento de experiências de aprendizagem voltadas à melhoria das estratégias de solução de problema lógico, estimular o raciocínio lógico, entre outras competências matemáticas.

**Palavras-chave:** Aprendizado Colaborativo. Resolução de Problema Lógico. Educação Matemática.


### **Collaborative learning in logical problem-solving: experiment with High School students playing a digital game**

**Abstract:** Collaborative learning has been discussed with more emphasis in the last decades given its benefits observed in the early levels of education, such as improvement in communication, social cohesion, intellectual development, and analytical thinking. The aim of this study was to investigate whether collaborative work affects high school students' performance in solving logical problems. We conducted a quasi-experiment where the students applied problem-solving techniques to play a digital game. The results show that the students' performance in collaborative work is more effective (40%, on average) when they are working in pairs than alone. We conclude that collaborative activities can improve learning experiences related to logical problem-solving strategies, logical thinking, and enhance other math skills.

**Keywords:** Collaborative Learning. Logical Problem Solving. Mathematics Education.

<sup>1</sup> Doutora em Engenharia de Produção. Professora do Departamento de Ciências de Computação e Estatística da Universidade Estadual Paulista (UNESP). São Paulo, Brasil. ✉ [adriana.barbosa@unesp.br](mailto:adriana.barbosa@unesp.br)  <https://orcid.org/0000-0003-4076-2475>.

<sup>2</sup> Mestranda em Matemática Aplicada pela Universidade Estadual de Campinas (Unicamp). São Paulo, Brasil. ✉ [nataliaswrodrigues@gmail.com](mailto:nataliaswrodrigues@gmail.com)  <http://orcid.org/0000-0002-3993-8667>.

<sup>3</sup> Doutor em Saúde Pública. Professor do Departamento de Ciências Biológicas da Universidade Estadual Paulista (UNESP). São Paulo, Brasil. ✉ [fernando.frei@unesp.br](mailto:fernando.frei@unesp.br)  <http://orcid.org/0000-0002-3354-8430>.

## **El aprendizaje colaborativo en resolución de problema de lógica: experimento con estudiantes de Secundaria usando un juego digital**

**Resumen:** El aprendizaje colaborativo se ha discutido más intensamente en la última década debido a los beneficios observados en la educación básica, como la mejora de la comunicación, de la cohesión social, del desarrollo cognitivo y del razonamiento analítico. Este estudio buscó evaluar si el desempeño de los estudiantes de secundaria está influenciado positivamente por el trabajo colaborativo en la resolución de un problema lógico. El desempeño de los estudiantes se evaluó mediante un enfoque de investigación cuantitativa cuasi-experimental en el que los estudiantes deberían resolver un problema lógico implícito en un juego digital. De acuerdo con los resultados obtenidos, los estudiantes tuvieron un desempeño superior (40%, en promedio) en el trabajo colaborativo por parejas en comparación con el trabajo individual. De hecho, los resultados refuerzan que el trabajo en pareja puede contribuir eficazmente al desarrollo de experiencias de aprendizaje orientadas a mejorar las estrategias de resolución de problemas lógicos, estimular el razonamiento lógico, entre otras habilidades matemáticas.

**Palabras clave:** Aprendizaje Colaborativo. Resolución de Problema Lógico. Educación Matemática.

### **Introdução**

O pensamento matemático se fundamenta na argumentação lógica para construir ideias, relacioná-las e, através delas, solucionar problemas. Além de elemento natural do cotidiano, a resolução de problemas tornou-se uma teoria importante para a educação matemática e teve forte influência nas bases curriculares vigentes (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014). Para Gurat (2018), a resolução de problemas pode também ser usada como um método de ensino, para uma compreensão mais profunda dos conceitos, e deve configurar como um dos componentes importantes dos currículos de matemática. Khalid *et al.* (2020) reforçam essa importância curricular e destacam que a resolução de problemas é considerada uma das habilidades mais importantes do século XXI, sobretudo por possibilitar ao estudante treinado obter vantagens em sua vida pessoal e profissional.

Solucionar qualquer tipo de problema exige pensamento crítico, e, mais importante, raciocínio lógico para construir estratégias e reconhecer padrões. O raciocínio lógico é uma competência desenvolvida desde a infância, e, em especial, no decorrer da vida escolar, onde são feitos os primeiros contatos com a matemática. Afinal, além de conhecimentos concernentes à própria disciplina, o ensino da Matemática fornece o exercício de pensamento necessário para a resolução de qualquer problema, seja ele matemático ou não. Diante do questionamento "Para que serve a Matemática?", Grimberg (2008) propõe aos educadores a seguinte resposta: "A Matemática serve primeiro para bem pensar".

George Polya (1887-1985), matemático e educador húngaro, é responsável pela

sistematização e divulgação da resolução de problemas como teoria e metodologia na educação matemática (GOMES; STAHL, 2020). Em sua obra mais famosa intitulada “A Arte de Resolver Problemas”, Polya (1978) estuda os elementos que compõem a resolução de problemas, cuja estrutura é invariante quanto à espécie do problema. Polya a esquematiza em quatro fases, sendo elas: compreensão, elaboração de um plano, execução do plano e retrospecto (verificação e generalização das ideias aplicadas na solução). Em particular, as fases da elaboração e do retrospecto envolvem ações metacognitivas (SANTOS-WAGNER, 2008).

A metacognição é comumente definida como a "consciência dos próprios processos cognitivos e a regulação destes processos para atingir um objetivo específico" (GOOS *et al.*, 2002, p. 193). No contexto da resolução de problemas, exemplos de ações metacognitivas são o acesso a conhecimentos anteriores para elaborar estratégias e a avaliação do próprio raciocínio. O acesso a conhecimentos anteriores é reconhecido por Polya (1978) como uma das bases das boas ideias.

Embora a metacognição seja um conceito largamente estudado como fenômeno individual (IISKALA *et al.*, 2011), do ponto de vista colaborativo o emprego da metacognição se faz presente quando um grupo de pessoas tem um objetivo comum, em especial se estas pessoas possuem um domínio semelhante das ferramentas necessárias para atingir esse objetivo. Pesquisas recentes chamam a atenção para a importância das habilidades cognitivas que fundamentam a capacidade de resolver problemas, entre as quais a habilidade de entender um problema, capacidade de aplicar métodos de resolução apropriados e a construção de modelos abstratos (ROHMAH; SUTIARSO, 2018).

Em estudo realizado em escolas de ensino básico, Goos *et al.* (2002) analisam diálogos entre estudantes divididos em grupos pequenos durante as resoluções de problemas matemáticos. Como resultado da comparação entre o sucesso e o não sucesso nestas resoluções, observa-se que atividades metacognitivas acontecem com frequência semelhante para ambos os casos. Todavia, nos casos de não sucesso há uma frequência consideravelmente menor de elementos geradores de discussão, evidenciando a importância do engajamento coletivo para sucesso. É possível também evidenciar que a solução de problemas malsucedidos foi caracterizada por decisões metacognitivas pobres dos estudantes, pela falta de críticas e engajamento, enquanto os resultados bem-sucedidos ocorriam se os estudantes desafiassem e descartassem ideias inúteis e endossassem estratégias úteis ativamente.

Allevato e Onuchic (2014) propõem a atividade ideal de resolução de problemas em sala de aula como um esforço cooperativo, subentendendo-se que o trabalho em grupo é mais efetivo do que o trabalho individual. De fato, a aprendizagem cooperativa refere-se a métodos de ensino em que os estudantes trabalham juntos em pequenos grupos para auxiliar uns aos outros. A aprendizagem cooperativa foi estudada em todas as áreas, desde estudantes da pré-escola à faculdade (SLAVIN, 2015). Diversos benefícios podem ser observados quando estudantes trabalham de forma colaborativa, entre os quais a motivação, a coesão social, o desenvolvimento e a elaboração cognitiva (SLAVIN, 2015). Quando os estudantes têm a oportunidade de interagir com seus colegas durante as discussões em pequenos grupos, eles aprendem a ler a linguagem não-verbal uns dos outros, respondem a dicas sociais e se envolvem em brincadeiras gerais sobre o trabalho que estão concluindo (GILLIES, 2003a; GILLIES, 2003b).

Em um estudo de meta-análise com estudantes nos níveis elementar, secundário e universitário, Lou *et al.* (1996) apud Gillies (2016) observaram que os estudantes alcançaram resultados melhores quando trabalharam em pequenos grupos cooperativos do que quando não foram agrupados, como ocorre em ambientes tradicionais de classe. Nesse sentido, Sofroniou e Poutos (2016) enfatizam que pesquisas educacionais no campo da educação matemática têm mostrado que empregar pequenos grupos para várias atividades e exercícios conduz a resultados construtivos e positivos para a aprendizagem do aluno. No tocante à realidade atual vivenciada na educação básica, sobretudo no Brasil, é imperativo pensar em estratégias que estimulem e facilitem o desenvolvimento de habilidades voltadas à resolução de problemas como aparato metodológico da educação matemática, de modo a compreender o valor do trabalho colaborativo no ensino-aprendizagem em ambiente escolar, bem como suas implicações na eficiência e sucesso da resolução de problemas em sala de aula.

Nessa perspectiva, o presente estudo aborda a resolução de um problema lógico, examinando a aprendizagem colaborativa a partir da utilização de um jogo digital como instrumento de avaliação. Refletir sobre os benefícios da aprendizagem colaborativa na educação matemática e sobre a utilização de jogos digitais como instrumento de avaliação de habilidades cognitivas, suscitou a formulação da seguinte questão de pesquisa: Há vantagens expressivas no desempenho de estudantes que trabalham de forma colaborativa, quando comparado ao trabalho individual, diante do desafio da resolução de problema lógico por meio de um jogo digital interativo?

Este artigo parte da premissa de que há um efeito benéfico no trabalho colaborativo para o desenvolvimento do raciocínio lógico. O intuito é avaliar se o desempenho de estudantes de ensino médio é influenciado positivamente pelo trabalho colaborativo na resolução de um problema lógico proposto no formato de um jogo digital.

## **Método de pesquisa**

Adotou-se uma abordagem quantitativa quase-experimental como método de pesquisa. Delineamentos quase-experimentais abrangem uma ampla gama de estudos pré/pós intervenção não aleatorizados ou parcialmente aleatorizados. São tipicamente empregados quando há limitações para a aleatorização na alocação dos sujeitos que compõem os grupos comparativos (HANDLEY *et al.*, 2018).

A coleta de dados ocorreu no ano de 2019 na Escola Técnica Estadual Philadelpho Gouvêa Netto do Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza, em São José do Rio Preto. É uma escola com capacidade de atender 240 estudantes do 1º ano do Ensino Médio integrado ao curso técnico. Os estudantes, com idade média de 15 anos, são divididos em seis turmas, segundo o curso técnico em que estão matriculados, e não segundo desempenho no exame de ingresso (vestibulinho). Para os propósitos deste estudo, tal aspecto permite pressupor homogeneidade entre as turmas, de tal modo que cada turma pode ser considerada um conglomerado populacional.

O processo de amostragem baseou-se na escolha ao acaso de duas das seis turmas, sendo as turmas selecionadas do curso de Desenvolvimento de Sistemas e de Eletrônica. Todos os estudantes dessas turmas foram engajados na atividade experimental com anuência e acompanhamento do professor de matemática.

O experimento foi conduzido pelos pesquisadores, em forma de oficinas interativas no laboratório de informática da escola, sem participação efetiva do professor de matemática durante as oficinas. Foi no laboratório que ocorreu a apresentação do problema em forma de um jogo digital interativo, uma vez que o jogo é uma forma de explorar capacidade de raciocínio, estratégia, reflexão, impondo desafio e competição de forma lúdica.

## **O jogo digital interativo**

Foi proposto o jogo digital interativo denominado de “Travessia do Rio”. É um jogo que explora o raciocínio lógico, cujo objetivo é fazer com que todos os personagens

(Quadro 1) atravessem o rio com um barco – da margem esquerda para a margem direita (Figura 1), de acordo com determinadas regras (Quadro 1). A dinâmica do jogo está na movimentação dos personagens e barco. O usuário deve clicar nos personagens para colocá-los dentro do barco e depois na alavanca vermelha para atravessar o rio (Figura 1). Um movimento no jogo é definido como a tentativa de travessia de um ou dois personagens para a outra margem do rio, sendo essa tentativa bem ou mal sucedida. O problema lógico consiste em encontrar uma estratégia para resolver o problema, realizando o menor número de tentativas de travessia, considerando as restrições definidas no Quadro 1. O tempo para encontrar a solução também é uma medida da efetividade estratégica de solução do jogador.

Nesse estudo, um jogo digital foi escolhido para abordar a resolução de problema pelo seu caráter motivador, facilitador de aprendizagem e desafiador. Ademais, jogos digitais vêm sendo amplamente utilizados como ferramenta pedagógica, por servirem como instrumento de avaliação de habilidades cognitivas necessárias para resolução de problemas, uma vez que a dinâmica de jogos que abrangem problemas lógicos inclui a estrutura de resolução em quatro fases inicialmente estruturada por Polya (1978), como já citado anteriormente. Abrange a compreensão, o planejamento, a execução do plano e o retrospecto (SANTOS-WAGNER, 2008). Pesquisas recentes reforçam a utilização de jogos digitais em ambientes de aprendizagem de educação em nível secundário, salientando seu papel incremental na aprendizagem (RUGGIERO; GREEN, 2017; FERNANDES; SILVEIRA, 2019).

Como apresentado por Mayer e Hegarty (1996, apud Barczy, 2013), o problema da “Travessia do Rio” pode ser categorizado como um problema não rotineiro, aquele em que os estudantes não identificam a resolução de forma imediata.

### **O delineamento experimental**

O delineamento quase-experimental definido para coleta de dados foi estruturado a partir dos quatro elementos básicos detalhados abaixo. Como mencionado, esse tipo de delineamento experimental é adequado em situações comparativas entre grupos experimentais, diante de restrições para aleatorização na escolha dos sujeitos que compõem os grupos comparativos (HANDLEY *et al.*, 2018).

*Fator.* o fator principal do experimento é o tipo de trabalho para resolução do jogo. Dois grupos experimentais comparativos - Grupo Individual e Grupo Dupla – foram derivados



desse fator.

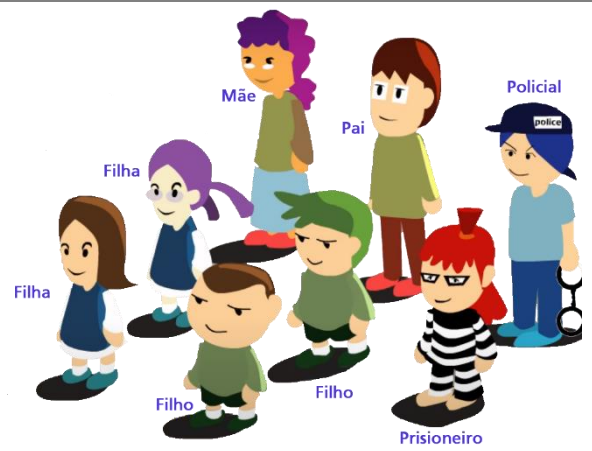
Figura 1: Interface inicial do jogo



Fonte: Acervo da Pesquisa

Quadro 1: Regras do Jogo e seus personagens

1. Objetivo: Levar todos os personagens para a outra margem do rio;
2. Somente o Pai, a Mãe e o Policial podem usar o barco;
3. O barco pode transportar duas pessoas no máximo por vez;
4. A mãe não pode ficar com nenhum dos filhos sem o pai, e nem o pai pode ficar com nenhuma das filhas sem a mãe;
5. O prisioneiro não pode ficar sozinho com algum integrante da família sem o policial;
6. O usuário do jogo pode ir e vir com as pessoas quantas vezes precisar.



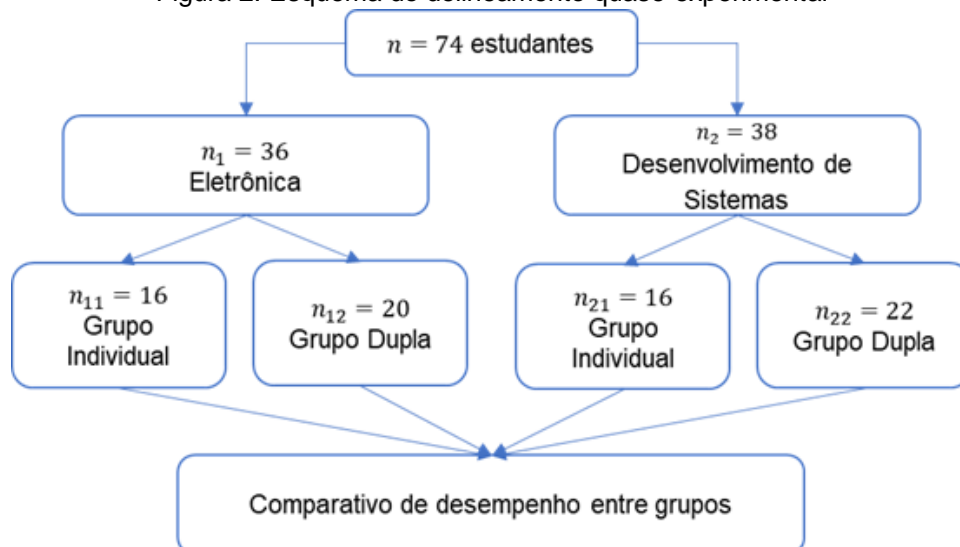
Fonte: Acervo da Pesquisa

- **Condições experimentais:** foram estabelecidas quatro condições experimentais, as quais foram observadas na forma de oficinas. As quatro oficinas foram realizadas para submeter os estudantes à observação das quatro diferentes condições experimentais, conforme esquema exibido na Figura 2. Este detalha a estrutura experimental que contou com 74 estudantes.
- **Sujeitos:** a escolha dos estudantes para integrar cada grupo experimental (grupo Individual e grupo Duplas) foi parcialmente aleatorizada, de modo que cada aluno foi submetido a uma única condição experimental, participando assim de apenas uma oficina. Um aspecto importante para a divisão de cada turma em dois grupos ocorreu

pela disponibilidade de máquinas no laboratório de informática da escola: havia 16 computadores e o número de integrantes do grupo Individual foi fixado em 16, tendo em conta que o número restante de estudantes era par e permitia sua distribuição conveniente em duplas (Figuras 3(a) e 3(b)). O número de sujeitos do sexo feminino que compôs o grupo Individual foi determinado segundo a porcentagem desse sexo de acordo com o existente na turma, e os estudantes foram sorteados separadamente segundo sexo de modo a respeitarem essa porcentagem. Os demais estudantes compuseram o grupo Dupla. Para evitar o efeito da afinidade sobre os resultados do experimento, as duplas foram definidas por sorteio.

- *Variáveis respostas:* os exames são diagnósticos comuns da competência dos estudantes na resolução de problemas, porém, não levam em conta deficiências que os estudantes venham a ter em alguma das quatro fases concebidas por Polya (1978). Tentar resolver um problema sem compreendê-lo, por exemplo, acarreta em uma resolução cega e sem planos. Como consequência, o aluno entende o jogo durante a prática. No jogo em questão, até que essa prática aconteça, já se passou certo tempo e muitas travessias não planejadas são realizadas. Questões similares podem ser observadas quando não se elabora um plano de resolução. Deste modo, o tempo até a resolução do problema e o número de tentativas para conclusão do jogo podem refletir a capacidade de raciocínio lógico dos estudantes. Por isso, constituem as duas variáveis respostas analisadas neste estudo. Essas duas variáveis foram coletadas pelos registros expostos na interface do jogo após sua conclusão.

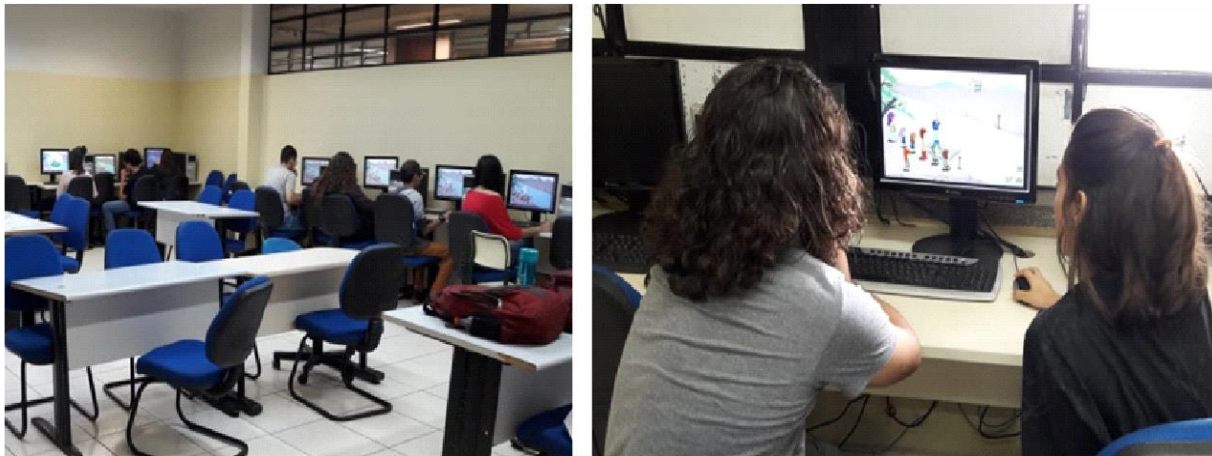
Figura 2: Esquema do delineamento quase-experimental



Fonte: Elaboração dos Autores



Figura 3: Oficina realizada com o Grupo Individual (a) e com o Grupo Dupla (b)



(a)

(b)

Fonte: Acervo da Pesquisa

Sobre a Figura 2 e delineamento proposto, cabe ressaltar que o curso foi considerado previamente como um possível fator de ruído, o qual poderia influenciar a variabilidade das variáveis respostas de forma indesejável. O primordial neste estudo é avaliar o efeito do trabalho colaborativo em dupla. Para tanto, é essencial investigar se a presença de estudantes de diferentes cursos e sexos interferia de forma significativa nas respostas.

A partir da questão de pesquisa postulada previamente com base no referencial teórico, formulou-se a seguinte hipótese para análise do efeito do trabalho colaborativo em dupla:

*H<sub>1</sub>: O desempenho dos estudantes quando atuam em trabalho colaborativo (em dupla) é superior ao desempenho quando atuam individualmente na resolução de um jogo digital interativo.*

## Análises

A análise dos dados está fundamentada numa análise univariada comparativa baseada em estatísticas descritivas, teste de Levene, teste de Mann-Whitney, regressão linear simples e gráficos bidimensionais comparativos (ZAR, 1999). Para os testes estatísticos foi adotado o nível de significância de 5%. Para os cálculos, foram utilizados os programas computacionais MS Excel 2016 e Minitab v.16.

## Resultados

Os resultados expostos a seguir focaram na análise do efeito dos fatores curso e tipo de trabalho sobre o desempenho individual dos estudantes que participaram das oficinas utilizando o jogo digital. Além disso, se examinou a influência do sexo sobre o desempenho no trabalho individual.

### Efeito do curso

Os resultados da Tabela 1 e Figura 4 fornecem evidências acerca do efeito de curso sobre o tempo até a resolução do problema lógico inerente ao jogo interativo. Verifica-se que os estudantes do Grupo Individual do curso de Desenvolvimento de Sistemas (DS) obtiveram tempo mínimo, média e mediana inferiores aos do curso de Eletrônica (EL). Por outro lado, os tempos obtidos pelos estudantes do curso de Eletrônica variaram menos, com desvio padrão, coeficiente de variação ( $cv$ ) e amplitude menores. No geral, os dados se distribuíram de forma assimétrica à direita para ambos os cursos no Grupo Individual, uma vez que alguns poucos estudantes foram bem mais lentos e destoaram da maioria na resolução do problema lógico. Apesar das diferenças numéricas entre as medianas ( $M_d = 940$  para EL e  $M_d = 625$  para DS) não há evidências de que o curso tenha efeito significativo pelo teste de Mann-Whitney ( $P=0,128$ ).

Tabela 1: Resultados comparativos sobre o tempo até a resolução e valor P relativo ao teste de Mann-Whitney para cada grupo

Grupo	Curso	n	Média±desvio padrão	cv (%)	$M_d$	Extremos	Valor P*
Individual	Eletrônica	16	1152±571	49	940	566; 2439	0,128
	Desenvolvimento de Sistemas	15	999±696	70	625	409; 2887	
Dupla	Eletrônica	09	509±335	66	506	172; 1223	0,131
	Desenvolvimento de Sistemas	10	706±276	39	773	266; 1148	

\*Probabilidade de significância referente ao teste de hipóteses unilateral. Fonte: Dados da Pesquisa.

Fonte: Dados da Pesquisa

Quanto ao comparativo entre cursos para o Grupo Dupla, os resultados expostos na Tabela 1 sugerem que a situação se inverte, revelando que o trabalho colaborativo entre os estudantes de Eletrônica foi mais produtivo na medida em que se compara média, mediana e tempo mínimo. Porém, ao se observar desvio padrão,  $cv$  e diferença entre os extremos, verifica-se que há maior variação nos tempos obtidos entre as duplas do curso

de Desenvolvimento de Sistemas. Em razão dessa alta variabilidade, as diferenças não são estatisticamente significantes pelo teste de Mann-Whitney ( $P=0,131$ ).

Referente ao número de tentativas, os resultados da Tabela 2 e Figura 4 sugerem diferenças entre as médias dos cursos que não se verificam entre as medianas, nem para o Grupo Individual e nem para o Grupo Dupla. Cabe destacar que, também para o número de tentativas, a variabilidade nos dados foi superior entre os estudantes de Eletrônica.

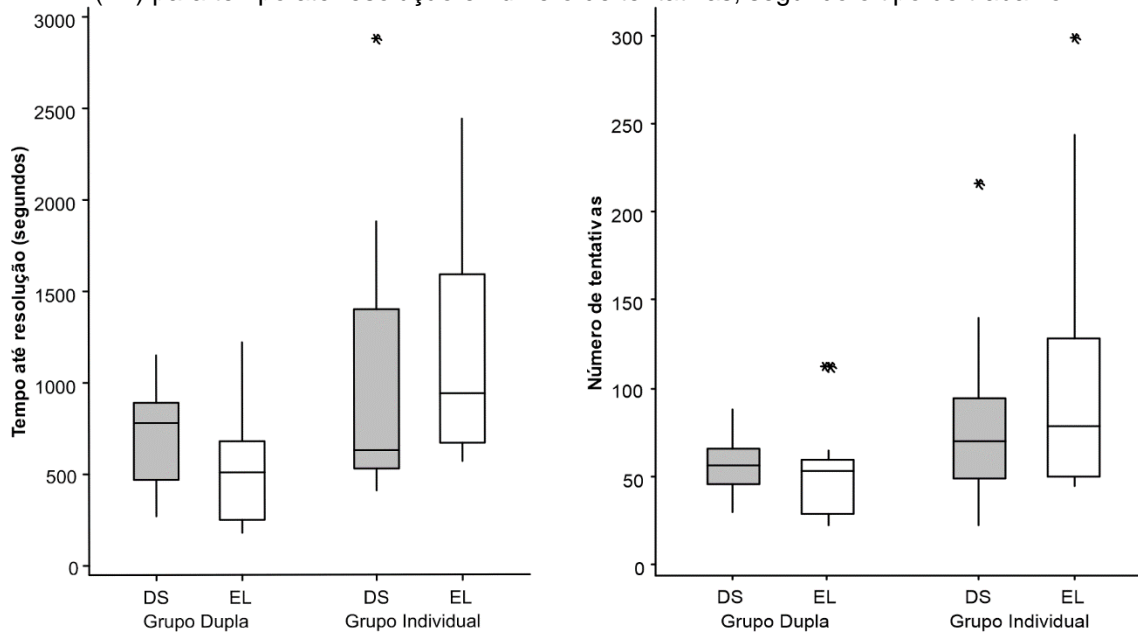
A Tabela 2 enfoca o número de tentativas para conclusão do jogo. Dela depreende-se que, tanto para o Grupo Individual como para Grupo Dupla, o número de tentativas variou mais no curso de Eletrônica do que no curso de Desenvolvimento de Sistemas (desvio padrão, *cv* e diferença entre extremos são superiores). A aplicação do teste de Mann-Whitney permite pressupor que não há diferença estatisticamente significante entre os cursos, haja vista que  $P=0,395$  para a comparação entre cursos no Grupo Individual e  $P=0,596$  no Grupo Dupla. A Figura 4 ilustra este resultado e destaca a presença de pontos discrepantes assinalados em “\*”, os quais sinalizam que o problema lógico proposto gerou uma dificuldade de resolução extraordinária para alguns poucos estudantes. Especificamente no caso da comparação entre cursos para o Grupo individual, a ausência desses pontos discrepantes tem reflexos na variabilidade e promove redução substancial no coeficiente de variação tanto no curso de Desenvolvimento de Sistemas (de 73% para 66%) como Eletrônica (de 60% para 46%).

Tabela 2: Resultados comparativos sobre o número de tentativas para conclusão do jogo e valor P relativo ao teste de Mann-Whitney para cada grupo

Grupo	Curso	n	Média±desvio padrão	cv (%)	M <sub>d</sub>	Extremos	Valor P*
Individual	Eletrônica	16	110±80	73	78	44; 299	0,395
	Desenvolvimento de Sistemas	15	82±49	60	70	22; 216	
Dupla	Eletrônica	09	52±27	52	53	22; 112	0,596
	Desenvolvimento de Sistemas	10	58±19	32	55,5	52; 88	

\*Probabilidade de significância referente ao teste de hipóteses unilateral. Fonte: Dados da Pesquisa.

Figura 4: *Boxplots* comparativos entre cursos Desenvolvimento de Sistemas (DS) e Eletrônica (EL) para tempo até resolução e número de tentativas, segundo o tipo de trabalho



Fonte: Dados da Pesquisa

De forma geral, os resultados discutidos acima constituem evidências de que o desempenho dos estudantes não difere de forma significativa quanto aos seus cursos frente ao desafio de resolver o problema lógico por meio do jogo digital. Este resultado não surpreende, na medida em que se observam as similaridades entre os cursos de Desenvolvimento de Sistemas e Eletrônica quanto à necessidade de embasamento matemático como ponto fundamental.

### Influência do sexo

Como as turmas de estudantes não eram homogêneas quanto ao sexo, buscou-se avaliar previamente se havia alguma influência do sexo sobre o desempenho. A Tabela 3 apresenta variações individuais expressivas tanto para a variável tempo até a resolução do problema como número de tentativas, refletidas em desvio padrão, *cv* e amplitude altas tanto para o sexo feminino como masculino. Como se pode verificar, os valores de médias, medianas e extremos não diferem de forma significativa sob influência do sexo, o que é confirmado pelo teste de Mann-Whitney para o tempo até a solução ( $P=0,645$ ) e também para o número de tentativas ( $P=0,984$ ). Diante disso, conclui-se que não há evidências para pressupor que o sexo interfira no desempenho dos estudantes envolvidos neste estudo, haja vista que não afeta os resultados experimentais para ambas as variáveis respostas examinadas.

Tabela 3: Resultados comparativos sobre o desempenho entre sexos e valor p para o teste de Mann-Whitney para cada variável resposta

Variável	Sexo	n	Média±desvio padrão	cv (%)	M <sub>d</sub>	Extremos	Valor P*
Tempo até resolução	Feminino	13	1021±588	58	776	446; 2439	0,645
	Masculino	18	1118±670	60	883	409; 2887	
Número de tentativas	Feminino	13	90±57	63	79	22; 236	0,984
	Masculino	18	101±75	75	73,5	36; 299	

\*Probabilidade de significância referente ao teste de hipóteses unilateral. Fonte: Dados da Pesquisa.

Fonte: Dados da Pesquisa

### Efeito do trabalho colaborativo em dupla

Para avaliar a hipótese de pesquisa, primeiramente, tratou-se de agrupar as amostras apenas por tipo de trabalho, sem distinção de curso. Na medida em que não houve efeito significativo de curso, esse agrupamento propicia uma melhor avaliação da suposta superioridade do trabalho colaborativo em dupla. O Grupo Individual passou a ser composto por 31 observações e o Grupo Dupla por 19 observações de cada variável resposta.

A partir dos resultados da Tabela 4 para tempo até a resolução, verifica-se que ambos os extremos obtidos diferem de forma expressiva de um grupo para outro, sendo os valores mais baixos para o Grupo Dupla. Pode-se observar que 50% das duplas concluíram a travessia em até 567 segundos, enquanto que menos de 25% dos estudantes do grupo Individual repetiram tal feito. Verifica-se que no Grupo Dupla não apenas a variabilidade no tempo para finalizar o jogo é menor que no Grupo Individual pelo fato de desvio padrão, *cv* e amplitude serem menores, como também pelo teste unilateral de Levene ( $P=0,032$ ). Além disso, o tempo para concluir o jogo digital é aproximadamente 40% menor, em média, que no Grupo individual.

Os resultados da Tabela 4 fornecem evidências de que a hipótese de pesquisa  $H_1$  pode ser validada estatisticamente pelos dados empíricos deste estudo, uma vez que o desempenho dos estudantes no trabalho colaborativo em dupla superou o trabalho individual, não apenas pelo fato de que resolveram mais rapidamente ( $P=0,033$ ), mas também por necessitarem de um número menor de tentativas para solucionar o problema e concluir o jogo ( $P=0,011$ ).

Tabela 4: Resultados comparativos sobre o desempenho entre grupos e valor P relativo ao teste de Mann-Whitney para cada variável resposta

Variável	Grupo	n	Média±desvio padrão	cv (%)	M <sub>d</sub>	Extremos	Valor P*
Tempo até resolução	Individual	31	1078±628	58	839	409; 2887	0,033
	Dupla	19	612±313	51	567	172; 1223	
Número de tentativas	Individual	31	96±67	69	77	22; 299	0,011
	Dupla	19	55±23	42	53	22; 112	

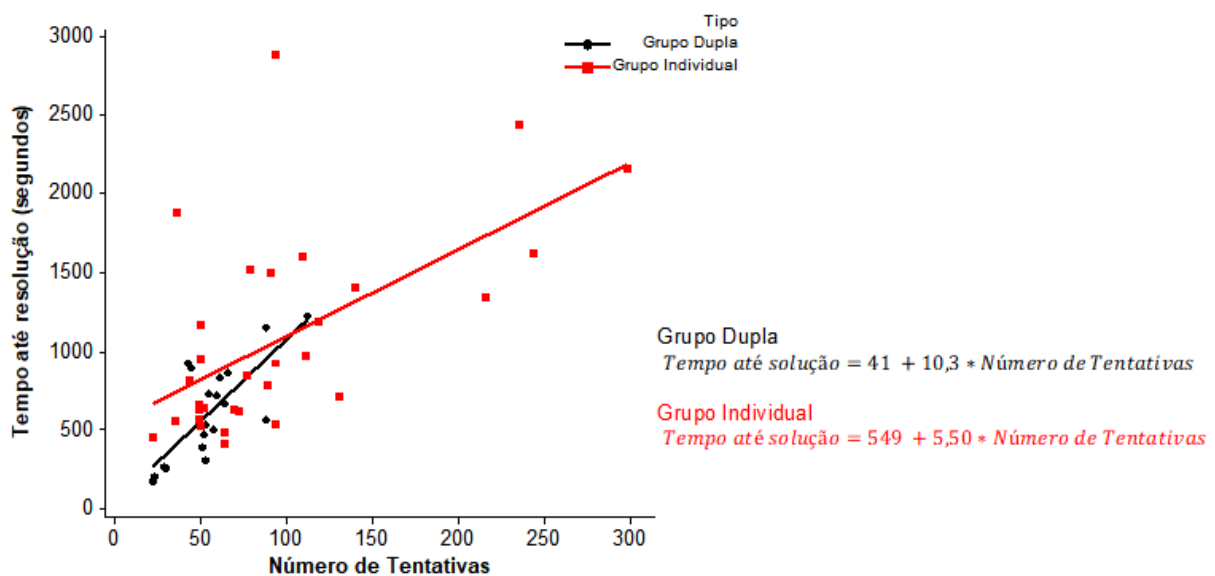
\*Probabilidade de significância referente ao teste de hipóteses unilateral. Fonte: Dados da pesquisa.

Fonte: Dados da Pesquisa

Neste sentido, tais resultados estão em consonância com os encontrados por Sofroniou e Poutos (2016), quando compararam as notas finais de um semestre para duas turmas de Engenharia Civil, os quais revelaram serem superiores para a turma que desenvolveu as atividades em grupo quando comparada a outra turma avaliada de forma individual. Ademais, pontuações médias são superiores em testes de matemática desenvolvidos por estudantes que trabalham em grupos de cinco integrantes, quando comparados ao desempenho individual em uma escola rural (WHICKER; BOL; NUNNERY, 1997).

A Figura 5 revela que as variáveis respostas são mais interdependentes para o Grupo Dupla do que para o Grupo individual.

Figura 5: Relação do tempo até resolução com o número de tentativas para conclusão do jogo



Fonte: Dados da Pesquisa

É possível visualizar facilmente que a inclinação da reta de regressão linear é mais acentuada no grupo Dupla, onde há uma concentração maior entre os pontos em torno da



reta, configurando melhor a linearidade e a relação entre tempo até a resolução (em segundos) e número de tentativas. Para cada tentativa realizada, em torno de 10 segundos são gastos a mais até a resolução do problema lógico implícito no jogo digital, quando o trabalho é colaborativo. Os coeficientes de correlação de Pearson para o Grupo Dupla foi de 0,73, enquanto que para o Grupo Individual foi de 0,57; outro indicador que reforça a maior intensidade do grau de dependência linear entre tempo e número de tentativas para o grupo Dupla, quando comparado ao Individual.

Resultados correlatos e condizentes com os expostos acima são encontrados em diversos trabalhos da literatura, realçando diferenças expressivas entre o trabalho colaborativo e o individual (WEBB, 1993; BAINES; BLATCHFORD; CHOWNE, 2007; KOLAWOLE, 2007; KIRSCHNER; PAAS; KIRSCHNER, 2008; AHMAD; MAHMOOD, 2010; PARVEEN; BATOOL, 2012; RETNOWATI; AYRES; SWELLER, 2017; OTHMAN, 2020). Cabe ressaltar que, nesses estudos, as investigações abrangendo a aprendizagem colaborativa envolveram participantes de pesquisa em diferentes estágios de escolaridade. A abordagem quantitativa como escolha metodológica, pela condução de diferentes tipos de delineamentos experimentais, é outra característica marcante.

Utilizando abordagem qualitativa e enfocando o uso de tecnologias digitais em nível de graduação, o estudo de Lopes e Souza Jr (2019) também salienta características positivas de aprendizagem no trabalho colaborativo na resolução de problemas de geometria analítica, tanto sob a ótica de professores como de estudantes de graduação.

Especificamente no que se refere à aprendizagem de matemática no ensino em nível secundário, Kolawole (2007) valoriza vantagens da aprendizagem colaborativa em detrimento da competitiva no desempenho de estudantes da Nigéria. Também abordando estudantes de nível secundário por meio de experimento, Retnowati; Ayres; Sweller (2017) identificaram superioridade da aprendizagem colaborativa em condições de soluções de problemas de álgebra. Para Slavin (2015), os benefícios em estágios de educação básica são notáveis, pois ajudam a aumentar a motivação dos estudantes, estimular a liderança e potencializar a responsabilidade de atingir metas em grupo.

Outras evidências sugerem que a aprendizagem colaborativa tem significantes benefícios acadêmicos, sociais e psicológicos (JOHNSON; JOHNSON; SMITH, 1998). Como destacam Plass *et al.* (2013), significados compartilhados dos principais conceitos emergem por meio das interações associadas à resolução de problemas em grupo. Para

Sofroniou e Poutos (2016), a aprendizagem colaborativa tende a ser mais lúdica e agradável; ajuda os estudantes a percebê-la como em um jogo, aumentando a interação e a sociabilidade. Por permitir relações mais positivas e de apoio aos colegas, de aprender a respeitar opiniões divergentes, criar interdependência positiva e reduzir a ansiedade, pode também aumentar a responsabilidade individual e a interatividade, bem como desenvolver habilidades de comunicação. Em contrapartida, Koçaka; Bozana; Isik (2009) enfatizam que as discussões do aprendizado em grupo podem não ser tão vantajosas e reduzir a memorização durante aulas de matemática.

Majoka; Saeed; Mahmood (2007) realizaram estudo com alunos do ensino médio no Paquistão e observaram que a aprendizagem cooperativa tende a ser mais favorável para os estudantes com mais deficiências no desempenho do que para aqueles com melhor desempenho acadêmico. No entanto, o estudo longitudinal e multifacetado com alunos de ensino médio nos Estados Unidos de Boaler e Staples (2008) sugere que o trabalho conjunto na resolução de problemas em aulas de matemática também é benéfico para alunos de alto desempenho e pode ser um fator promotor de respeito e equidade entre colegas de níveis variados. Alunos de turmas homogêneas submetidas a aulas que favoreciam a discussão relataram se sentirem responsáveis pelo aprendizado uns dos outros, e tinham seu conhecimento aprofundado ao explicar e justificar suas ideias para os colegas.

Do estudo de Boaler e Staples (2008) também se infere, por fim, que a valorização da discussão em aula pode servir de instrumento para desenvolver a confiança e aproximar os alunos da disciplina, conforme evidenciado por relatos dos alunos submetidos a metodologias diversas de ensino da matemática. Boaler (2019) reflete:

quando discutem matemática, os alunos descobrem que a matéria é mais do que uma coleção de regras e métodos estabelecidos nos livros - eles percebem que é uma matéria na qual podem ter suas próprias ideias, uma matéria que pode invocar diferentes perspectivas e métodos, uma matéria que está conectada por meio de conceitos e temas centrais. [...] Quando são convidados a apresentar ideias sobre problemas matemáticos, os alunos sentem que estão usando seu intelecto e que têm responsabilidade pela direção de seu trabalho, o que é extremamente importante para os jovens". (BOALER, 2019, p. 36).

## Considerações Finais

Pelos resultados obtidos, ficou evidenciado que a resolução de problema lógico pode ser mais rápida empregando o trabalho colaborativo com estudantes do ensino médio

integrado aos cursos técnicos de Desenvolvimento de Sistemas e Eletrônica. No trabalho individual, verifica-se que a falta de compartilhamento das dificuldades acarreta mais tempo para superá-las. Por outro lado, em face da possibilidade de discussão, de troca de argumentos e do debate de ideias num trabalho colaborativo, é possível explicar conceitos, revisar materiais, raciocinar analiticamente com os outros membros do grupo e estruturar melhor a solução do problema.

Neste sentido, este estudo contribuiu para reforçar a argumentação de que o trabalho colaborativo possibilita ganhos expressivos em aprendizagem no tocante à resolução de problema lógico. Especificamente, considerando a utilização de um jogo digital como instrumento de avaliação para estudantes conforme feito neste estudo, há evidências de que o desempenho no trabalho em dupla pode superar o desempenho individual, impondo mais rapidez de raciocínio lógico e definição de estratégias mais eficientes para conclusão do jogo a partir de um número menor de tentativas.

Mediante a utilização bem sucedida do jogo digital “Travessia do Rio” empregado neste estudo, ressalta-se que pode ser de grande valia uma reflexão teórico-metodológica acerca do potencial dos jogos digitais em oficinas para desenvolver habilidades cognitivas que estimulem a aprendizagem de matemática por meio da interação.

### **Agradecimentos**

Agradecemos à Coordenação Pedagógica da ETEC “Philadelpho Gouveia Neto” por viabilizar a realização das oficinas no laboratório de informática. Agradecemos a Maurício R. Gonçalves, Raquel A. Sielli e Giovana R. Pasquareli pelo apoio na condução das oficinas.

### **Referências**

AHMAD, Z.; MAHMOOD, N. Effects of cooperative learning vs. traditional instruction on prospective teachers’ learning experience and achievement. **Journal of Faculty of Educational Sciences**, v. 43, n. 1, p. 151-164, 2010.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. R. et al. (Org). Resolução de problemas: teoria e prática. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.

BAINES, E.; BLATCHFORD, P.; CHOWNE, A. Improving the effectiveness of collaborative group work in primary schools: effects on science attainment. **British Educational Research Journal**, v. 33, n. 5, p. 663-680, 2007.

BARCZI, K. Applying cooperative techniques in teaching problem solving. **CEPS Journal**,

v. 3, n. 4, p. 61-78, 2013.

BOALER, J. **O que a matemática tem a ver com isso? Como professores e pais podem transformar a aprendizagem da matemática e inspirar sucesso.** Porto Alegre: Penso, 2019.

BOALER, J.; STAPLES, M. Creating mathematical futures through an equitable teaching approach: the case of Railside School. **Teachers College Record**, v. 110, n. 3, p. 608-645, 2008.

FERNANDES, J. C. N.; SILVEIRA, I. F. Jogos digitais educacionais, práticas interdisciplinares e pensamento computacional: relações possíveis. **REnCiMa**, v. 10, n. 4, p. 116-136, 2019

GILLIES, R. M. Cooperative learning: review of research and practice. **Australian Journal of Teacher Education**, v. 41, n. 3, p. 39-54, 2016.

GILLIES, R. Structuring cooperative group work in classrooms. **International Journal of Educational Research**, v. 39, p. 35-49, 2003b.

GILLIES, R. The behaviors, interactions, and perceptions of junior high school students during small-group learning. **Journal of Educational Psychology**, v. 95, p. 137-147, 2003a.

GOMES, D. M.; STAHL, N. S. P. A resolução de problemas no ensino de cálculo diferencial e integral nos cursos de engenharia: uma experiência. **Revista Thema**, v.17 n. 2, p. 294-308, 2020.

GOOS, M.; GALBRAITH, P; RENSHAW, P. Socially mediated metacognition: creating collaborative zones of proximal development in small group problem solving. **Educational Studies in Mathematics**, v. 49, p. 193-223, 2002.

GRIMBERG, E. G. **História da Matemática e Educação Matemática, História e Tecnologia no Ensino da Matemática**, v. 2. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2008.

GURAT, M. G. Mathematical problem-solving strategies among student teachers. **ERIES Journal**, v. 7, n. 1, p. 53-64, 2018.

HANDLEY, M. A.; LYLES, C. R.; MCCULLOCH, C.; CATTAMANCHI, A. Selecting and Improving Quasi-Experimental Designs in Effectiveness and Implementation Research. **Annu. Rev. Public Health**, v.39, p. 5-25, 2018.

IISKALA, T. et al. Socially shared metacognition of dyads of pupils in collaborative mathematical problem-solving processes. **Learning and Instruction**, v. 21, p. 379-393, 2011.

JOHNSON, D. W.; JOHNSON, R. T.; SMITH, K. A. Cooperative learning returns to college: What evidence is there that it works? **Change: The Magazine of Higher Learning**, v. 30, p. 26-35, 1998.

KHALID M.; SAAD, S.; ABDUL HAMID, S. R.; RIDHUAN ABDULLAH, M.; IBRAHIM. H.;

SHAHRIILL, M. Enhancing creativity and problem solving skills through creative problem solving in teaching mathematics. **Creativity studies**, v. 13, n. 2, p. 270-291, 2020.

KIRSCHNER, F.; PAAS, F.; KIRSCHNER, P. A. Learning from complex cognitive tasks: Comparing groups to individuals. **ICLS'08: Proceedings of the 8th international conference on International conference for the learning sciences**, v. 1, p. 446-452, 2008.

KOÇAKA, Z. F.; BOZANA, R.; ISIK, Ö. The importance of group work in mathematics. **Procedia Social and Behavioral Sciences**, v. 1, p. 2363-2365, 2009.

KOLAWOLE, E. Effects of competitive and cooperative learning strategies on academic performance of Nigerian students in mathematics. **Educational Research and Review**, v. 3, n. 1, p. 33-37, 2007.

LOPES, E. M. C.; SOUZA JUNIOR, A. J. Ensinar e aprender geometria analítica com tecnologias digitais por meio de um trabalho colaborativo. **REnCiMa**, v. 10, n.2, p. 66-79, 2019.

MAJOKA, M. I.; SAEED, M.; MAHMOOD, T. Effect of cooperative learning on academic achievement and retention of secondary grader mathematics students. **Journal of Educational Research**, v. 10, n. 1, p. 44-56, 2007.

OTHMAN, O. N. Incorporating collaborative teaching in student-teacher education. **Journal of Education, Society and Behavioral Science**, v. 33, n. 8, p. 1-9, 2020.

PARVEEN, Q.; BATOOL, S. Effect of cooperative learning on achievement of students in general science at secondary level. **International Education Studies**, v. 5, n. 2, p. 154-158, 2012.

PLASS, J. L. et al. The impact of individual, competitive, and collaborative mathematics game play on learning, performance, and motivation. **Journal of Educational Psychology**, v. 105, n. 4, p. 1050-1066, 2013.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas: - Um Novo Aspecto do Método Matemático**. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 1978.

RETNOWATI, E.; AYRES, P.; SWELLER, J. Can collaborative learning improve the effectiveness of worked examples in learning mathematics? **Journal of Educational Psychology**, v. 109, n. 5, p. 666-679, 2017.

ROHMAH, M.; SUTIARSO, S. Analysis problem solving in mathematical using Theory Newman. **EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education**, v. 14, n. 2, p. 671-681, 2018.

RUGGIERO, D.; GREEN, L. Problem solving through digital game design: a quantitative content analysis. **Computers in Human Behavior**, v. 73, p. 28-37, 2017.

SANTOS-WAGNER, V. M. Resolução de problemas em matemática: Uma abordagem no processo educativo. **BOLETIM GEPEM**, n 53, p. 43-74, 2008.

SLAVIN, R. E. Cooperative learning in elementary schools. **Education 3-13**, v, 43, n. 1, p. 5-14, 2015.

SOFRONIOU, A.; POUTOS, K. Investigating the effectiveness of group work in mathematics. **Education Science**, v. 6, n. 30, p. 1-15, 2016.

WEBB, N. M. Collaborative group versus individual assessment in mathematics: Processes and outcomes. **Educational Assessment**, v. 1, n. 2, p. 131-152, 1993.

WHICKER, K. M.; BOL, L.; NUNNERY, J. A. Cooperative learning in the secondary mathematics classroom. **The Journal of Educational Research**, v. 91, n. 1, p. 42-48, 1997.

ZAR, Jerrold H. Biostatistical analysis. 4th Ed. New Jersey: Prentice Hall, 1999.