

A terapia de Wittgenstein em uma análise de referenciais teóricos do ensino de Álgebra

Valdomiro Pinheiro Teixeira Junior¹

Resumo: Este texto é parte de minha tese de doutorado em que busquei utilizar a terapia de Wittgenstein, proposta para uma análise do ensino de álgebra. Na tese realizei análise de textos, documentos, dissertações e teses. Identifiquei referenciais teóricos que abordavam o ensino de álgebra mais utilizados nas pesquisas. Estas obras representam o padrão teórico utilizado nas pesquisas sobre ensino da álgebra no Brasil e por isso serão analisadas terapeuticamente à luz da filosofia de Wittgenstein. Os referenciais estão apoiados em teorias baseadas em concepções essencialista e referencial, pois geralmente apontam para uma essência entre álgebra e outras áreas do conhecimento e colocam a linguagem em um papel apenas referencial. Também se percebe um alinhamento sobre o pensamento algébrico e a proposta de antecipação da álgebra via aritmética, colocando a álgebra com uma natureza extralinguística. Defendo que há uma relação entre álgebra e aritmética, contudo essa relação não se apresenta de forma evidente a quem não teve acesso a partes da álgebra.

Palavras-chave: Terapia. Referenciais Teóricos. Álgebra. Wittgenstein.


Wittgenstein's therapy in an analysis of theoretical references for teaching Algebra

Abstract: This text is part of my thesis in which I sought to use Wittgenstein's therapy, proposed for an analysis of the teaching of algebra. In the thesis, I analyzed texts and documents, dissertations and theses and identified theoretical references that addressed the teaching of algebra most used in researchs. These works represent the theoretical standard used in research on algebra teaching in Brazil and in this sense can be therapeutically analyzed in the light of Wittgenstein's philosophy. The references are supported by theories based on essentialist and referential conceptions, and generally point to an essence between algebra and other areas of knowledge and place language in a just referential role. There is also an alignment of algebraic thinking and the proposal to anticipate algebra via arithmetic, placing algebra with an extralinguistic nature. I argue that there is a relationship between algebra and arithmetic, but this is not clear to anyone who has not had access to parts of algebra.

Keywords: Therapy. Theoretical References. Algebra. Wittgenstein.

La terapia de Wittgenstein en un análisis de referencias teóricas para la enseñanza del Álgebra

Resumen: Este texto es parte de mi tesis en la que busqué utilizar la terapia de Wittgenstein, propuesta para un análisis de la enseñanza del álgebra. En la tesis analicé textos y documentos, disertaciones y tesis e identifiqué referencias teóricas que abordan la enseñanza del álgebra más utilizada en la investigación. Estos trabajos representan el estándar teórico utilizado en la investigación sobre la enseñanza del álgebra en Brasil y en

¹ Doutor em Educação em Ciências e Matemática. Professor do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Universidade Federal do Pará (UNIFESSPA). Pará, Brasil. ✉ valdomiro@unifesspa.edu.br  <https://orcid.org/0000-0002-1425-0049>

este sentido pueden ser analizados terapéuticamente a la luz de la filosofía de Wittgenstein. Las referencias se sustentan en teorías basadas en concepciones esencialistas y referenciales, y generalmente apuntan a una esencia entre el álgebra y otras áreas del conocimiento y colocan al lenguaje en un rol meramente referencial. También hay una alineación del pensamiento algebraico y la propuesta de anticipar el álgebra a través de la aritmética, colocando el álgebra con un carácter extralingüístico. Sostengo que existe una relación entre el álgebra y la aritmética, pero esto no está claro para cualquiera que no haya tenido acceso a partes del álgebra.

Palabras clave: Terapia. Referencias Teóricas. Álgebra. Wittgenstein.

1 Introdução²

Este texto é parte de minha tese de doutorado em que busquei utilizar a terapia de Wittgenstein, proposta para uma análise do ensino de álgebra. Na tese realizei uma análise de textos e documentos, 86 dissertações e 16 teses, entre 2006 e 2015. Foram identificados 3 referenciais teóricos que abordavam o ensino de álgebra mais utilizados nas pesquisas, que foram: Coxford e Shulte (1995); Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) e Lins e Gimenez (1997). Acrescentei o livro “El carácter algebraico de la aritmética” de Schliemann, Carraher e Brizuela, pois ele representa, a meu ver, a visão construtivista piagetiana na compreensão da aprendizagem de álgebra. O foco de minha tese foi uma crítica ao construtivismo piagetiano, percebi nos documentos analisados a influência desta teoria, mesmo que indiretamente. Estas obras representam o padrão teórico utilizado nas pesquisas sobre ensino da álgebra e nesse sentido serão analisadas terapêuticamente à luz da filosofia de Wittgenstein.

Realizo, então, uma terapia filosófica a partir dos estudos de Wittgenstein que permite observar confusões próprias de aportes teóricos. A terapia de Wittgenstein se opõe às concepções essencialista do conhecimento e referencial da linguagem. Pois, uma concepção essencialista do conhecimento é aquela que se refere à crença em uma suposta essência por trás dos conceitos. Por outro lado, a concepção referencial da linguagem considera que a linguagem teria exclusivamente a função de se referir a algo extralingüístico, desconsiderando todas as outras funções da linguagem.

Para Wittgenstein não existe uma essência do conhecimento *a priori* na mente, na empiria ou em um mundo ideal, já que ela está presente nos jogos de linguagem que possuem semelhanças percebidas *a posteriori* que por vezes são confundidas como sinais de uma essência. Jogos de linguagem foi um termo cunhado por Wittgenstein para se opor

² Este texto é recorte de nossa tese de doutorado (TEIXEIRA JUNIOR, 2016).

à ideia de uma única linguagem, uma vez que remete a uma variedade de usos, ou seja, esses jogos são técnicas que desenvolvemos para manipular a linguagem em diferentes situações. *Desse modo*, a noção de jogo de linguagem é o argumento que coloca Wittgenstein afastado do essencialismo, pois perde-se a ideia de um mesmo fundamento para o conhecimento, bem como traz para as diversas atividades linguísticas a possibilidade de terapia dos males provocados pelas filosofias essencialistas.

A terapia filosófica de Wittgenstein, de acordo com Moreno (2012, p. 79), deve cumprir pelo menos três tarefas: “*situar* as confusões conceituais, *diagnosticar* as suas fontes e, finalmente, fornecer um *tratamento* para elas”. Esse tratamento está alinhado ao que o filósofo austríaco entendia como filosofia: uma “prática de esclarecimento conceitual” (MORENO, 2012, p. 74). De acordo com Moreno (2012, p. 75), quando nos encontramos embaraçados por confusões conceituais, “o esclarecimento terapêutico viria pela apresentação das regras de uso das palavras”. Tal esclarecimento é, enfim, realizado quando o sujeito consegue “ver que o fundamento que se atribuía ao sentido nada mais é do que um fundamento convencional elaborado no processo de uso das palavras, sob a forma de regras normativas de sentido”. Assim, “a cura consistiria em admitir que o fundamento tradicional deva ser substituído por um fundamento linguístico, sem outro fundamento do que as técnicas envolvendo palavras”. Moreno (2005, p. 271) mostra que a tarefa da terapia filosófica é “curar as confusões próprias e, apenas em seguida, como consequência, tratar as ilusões socialmente disseminadas através de teses realistas, idealistas, mentalistas, behavioristas, formalistas etc., a respeito dos fundamentos extralinguísticos do sentido”.

Quando Wittgenstein fala em terapia ele está tratando do uso de palavras por meio da discussão de concepções filosóficas tradicionais ou mesmo do senso comum, ou seja, ele não trata propriamente de ensino. A terapia permite que se compreenda que há confusões conceituais presentes em textos e documentos que direcionam o ensino e que se fundamentam em princípios teóricos cuja análise específica levará a identificar, e assim é possível situar as confusões, diagnosticar suas fontes e fornecer tratamento.

Portanto, uma análise terapêutica deve se dar sobre a forma como determinado objeto/conteúdo foi construído, os fundamentos teóricos (e filosóficos) do seu ensino, buscam perceber aspectos dogmáticos, que se impuseram no decorrer dos anos, que no caso são aqueles que se relacionam geralmente no ensino ao realismo e/ou ao idealismo, isto é, são os que se preocupam com causas psicológicas e/ou empíricas, que apresentam

as concepções essencialista e referencial. Uma análise baseada na terapia de Wittgenstein busca compreender fundamentos filosóficos que causam confusões no ensino, direcionando os usuários de tais perspectivas teóricas a enxergar a aprendizagem por um prisma essencialista, induzindo a ideias, como no caso da álgebra que discuto aqui, de que esta teria uma essência com aritmética e outras áreas do conhecimento, e se um aluno soubesse aritmética ele potencialmente saberia álgebra. A concepção essencialista está alinhada a uma concepção referencial da linguagem e assim, a linguagem algébrica fica relegada ao papel de representar um conhecimento que estaria na mente ou em outro espaço extralinguístico e não se atenta para a importância de uma apresentação de regras linguísticas algébricas no ensino.

A ideia não é produzir uma proposta de ensino, pois considero, assim como Wittgenstein, que as teorias já estão postas e elas precisam de tratamento, ou seja, não refuto tudo o que tais teorias produziram, apenas entendo que causam confusões, que ocorrem quando são tomadas como fundamentos últimos e quando não se considera seu caráter convencional e, assim, muitas vezes, cristalizam-se como verdades para além da linguagem.

A análise se deu a partir da leitura completa dos materiais. Esta leitura foi feita tendo por base a filosofia de Wittgenstein, então considero que foi uma leitura intencional, onde busquei por termos que indicassem ideias criticadas por Wittgenstein, também compreendi que as obras trazem elementos de concordância, e por isso não embarco em uma mera crítica. No entanto, a terapia de Wittgenstein nos leva a analisar fundamentos e, nesse sentido, se a obra parte de um fundamento filosófico tradicional é mais provável que a concepção de conhecimento e linguagem sejam afetadas, e indico, então, as consequências pedagógicas com relação à álgebra.

Dessa forma, meu objetivo é realizar uma terapia das obras indicadas, apontando em que aspectos elas se aproximam do essencialismo e do referencialismo no tratamento do ensino e aprendizagem da álgebra, indicar bases filosóficas e/ou epistemológicas que fundamentam as ideias apresentadas e exibir o modo como a linguagem é abordada, por vezes com destaque a essa, mas por vezes tomando-a apenas como uma mera representação.

2 “El carácter algebraico de la aritmética” de Schliemann, Carraher e Brizuela de 2011

O livro “El carácter algebraico de la aritmética” de Schliemann, Carraher e Brizuela de 2011 tem declaradamente uma fundamentação teórica construtivista baseada em Piaget, portanto seus autores utilizam o método clínico piagetiano em suas pesquisas.

O construtivismo piagetiano é colocado como consequência da filosofia tradicional por buscar sentidos comuns de diversos conceitos e conteúdos, o que o aproxima do essencialismo por colocar a linguagem apenas na função de referência. Vale lembrar que Jean Piaget, um dos grandes nomes do construtivismo, baseou sua teoria na filosofia de Kant, filósofo que interpôs ao idealismo de Descartes e ao empirismo de Locke, buscando uma solução para o problema do conhecimento. Kant tomou de ambas as teorias e entendeu que há diferentes conhecimentos ou juízos (sintéticos e analíticos, *a priori* e *a posteriori*), que demandam processos mentais e a percepção sensível, entendeu que não temos conhecimentos prontos, mas temos a intuição pura, que vejo como um alicerce sobre o qual se constrói o conhecimento de fato. Assim, uma pessoa não teria *a priori* a soma $7 + 5 = 12$, mas ele teria a possibilidade na intuição, como uma estrutura sobre a qual se alicerça a soma em si e, por fim, sua representação simbólica.

De acordo com Gottschalk (2008, p. 77), o construtivismo “Concebe as estruturas matemáticas como produtos de um determinado desenvolvimento mental do aluno, descrito pelas teorias psicogenéticas de Jean Piaget como se tratando de um processo natural de interação entre estruturas cognitivas e o meio físico e social”. Assim, toda criança, em situações favoráveis, percorreria os mesmos estágios para o desenvolvimento matemático e o professor seria um “organizador da aprendizagem” que permitiria que o aluno construísse espontaneamente o conhecimento matemático.

A concepção essencialista desse livro é representada pela relação que há entre álgebra e aritmética, ou de que há um *caráter algébrico* por trás da aritmética. Os autores se apoiam no construtivismo que é uma teoria educacional baseada na ideia de um ensino por descoberta e por construção espontânea por parte do aluno.

Schliemann, Carraher e Brizuela (2011), no prefácio, afirmam que é preciso considerar a aritmética como uma parte da álgebra. Essa ideia é aceita de forma unânime entre os matemáticos, desde Peano é aceito que a construção de número é algébrica, no entanto, analisa-se aqui a questão do ensino, e não a matemática como conteúdo em si. Tal caráter creio que de fato existe, pois como afirma Wittgenstein (2005, p. 61), “uma equação algébrica como uma equação entre números reais é, com certeza, uma equação

aritmética, já que alguma coisa aritmética está atrás dela. Mas algo está atrás da equação algébrica de uma maneira diferente da que está atrás de $1 + 1 = 2$ ". Entendo haver uma relação entre álgebra e aritmética, o que não é possível assertar que tal percepção seja possível a alunos que não foram iniciados em certos aspectos da linguagem matemática ou que não foram apresentados a certas linguagens matemáticas, como a álgebra. A essência existe, mas para quem já domina vários níveis e tipos de linguagem e tal essência é construída, pois de fato o que há são apenas semelhanças. Mas os autores dão a entender que essa essência é *a priori*, ou seja, na aritmética a álgebra já está presente e bastaria oferecer oportunidades aos alunos para perceberem. Isso nos remete à maiêutica socrática, como apresentado por Gottschalk (2007).

A concepção essencialista em Schliemann, Carraher e Brizuela (2011) estimula esses autores verem exemplos e temas isolados como instâncias de ideias e conceitos abstratos. Nesse sentido, exemplificam dizendo que a soma é uma forma de calcular, mas que também é uma função com propriedades gerais, assim como, a multiplicação por 2 é uma tabela de dados, mas também uma relação que atribui a um conjunto de valores iniciais um conjunto único de valores finais, ou seja, é uma função, portanto pode ser representada e terá sua forma algébrica deduzida pelos alunos, como se vê na sequência:

$$0 \rightarrow 2 \times 0 = 0$$

$$1 \rightarrow 2 \times 1 = 2$$

$$2 \rightarrow 2 \times 2 = 4$$

$$3 \rightarrow 2 \times 3 = 6$$

$$4 \rightarrow 2 \times 4 = 8$$

$$5 \rightarrow 2 \times 5 = 10$$

...

$$a \rightarrow 2 \times a = 2a$$

Os autores acreditam que nesse caso, o aluno deduz a noção de variável, tomando as tabuadas como funções com variáveis dependentes e independentes. Eles partem da ideia de que se apresentaria os dados numéricos, já conhecidos da aritmética, como 2×0 é 0, 2×1 é 2 até que o aluno possa por conta própria deduzir que $2 \times a$ é $2a$. Desse modo, o aluno descobriria que há uma relação que se mantém, onde um dos fatores da multiplicação, no caso 2, permanece e o outro fator varia e esse valor qualquer é representado por uma letra ou apenas entendido como algo geral, pois os autores creem que mesmo que o aluno não chegue a um símbolo para representar o conceito de variável,

formará em sua mente tal conceito, ou seja, que ele teria uma estrutura cognitiva para tal conceito, mesmo sem uma simbologia pronta, bastando “aguardar” a simbologia para referenciá-lo.

De fato, é verdade que $2xa = 2a$ é uma representação generalizada da tabuada de 2, onde a representa qualquer número, mas daí o professor esperar que aluno sozinho chegue a essa conclusão é equivocado. O estudante necessita do exercício do uso dessa nova linguagem para compreender tal relação. “Conforme Wittgenstein, o professor dispõe de explicações e exemplos para ensinar, não mais que isso, se apostarmos na linguagem como método de ensino” (SILVEIRA, 2020).

Defendo que a linguagem algébrica terá sentido para o aluno em séries posteriores, depois de ter sido colocado em contato com diferentes exemplos de cálculos com variáveis. Não descarto a possibilidade desses tipos de relações, como entre álgebra e aritmética, mas essas relações se dão a partir de um contato com vários exemplos desse tipo, ou seja, a formação do conceito não ocorre por uma descoberta que o aluno virá a fazer, mas está no uso que se faz em diversas situações.

Na filosofia wittgensteiniana a significação ocorre a partir dos diversos usos das palavras em diferentes contextos. Por isso, não há uma essência que defina uma determinada palavra, pois ela será aplicada em diversos casos, sem que exista algo em comum que a defina. O que há, por vezes, são semelhanças, que provocam a confusão de se pensar que exista uma essência. Por isso a terapia de Wittgenstein busca detectar questões essencialistas, que levam a confusões sobre a realidade e o conhecimento.

Desse modo, o exemplo da tabuada seria apenas uma das diversas situações que utilizadas, um dos vários usos que possibilitariam a ampliação do conceito de variável, enquanto no construtivismo de Schliemann, Carraher e Brizuela (2011) entende-se que essa construção ocorre por meio de estruturas cognitivas relacionadas ao meio físico e social e coloca a linguagem apenas como uma referência para esses conceitos.

Schliemann, Carraher e Brizuela (2011, p. 20) deixam claro sua intenção ao dizer no prefácio que “À primeira vista, pode parecer que os problemas que temos dado para as crianças resolverem são aritméticos. Porém, vendo-os mais de perto, o leitor notará seu caráter algébrico. As categorias aritmética e algébrica não são mutuamente exclusivas”³.

³ “A primera vista, puede parecer que los problemas que hemos dado a resolver a los niños son aritméticos. Pero, mirándolos más de cerca, el lector notará su carácter algebraico. Las categorías *aritmético* y *algebraico* no son

Schliemann, Carraher e Brizuela (2011, p. 109-112) exemplificam mais uma vez a ideia da soma como função. Vale lembrar que a pesquisa foi realizada com crianças de 8 e 9 anos de idade e que função é um conteúdo geralmente trabalhado no final do ensino fundamental ou início do ensino médio. Para os autores uma soma deixa de ser simplesmente uma soma se ela deixar de ser vista apenas como uma operação binária entre números e for vista como uma operação sobre um conjunto de números. Eles destacam, ao narrar sua pesquisa, que já havia na semana anterior trabalhado com a turma tabelas de multiplicação, porém notaram que os alunos não faziam as relações que eles, os pesquisadores, desejavam, mas apenas completavam as tabelas. Então, um dos pesquisadores decidiu “representar um jogo de números que introduziria a convenção para traçar as correspondências dos valores de um conjunto com outro”⁴ (SCHLIEMANN, CARRAHER e BRIZUELA, 2011, p. 110). Ele partia de certos números e dava resultados e a tarefa dos alunos era descobrir que regra estava sendo utilizada. O pesquisador apresentou os seguintes pares:

$$3 \rightarrow 6$$

$$7 \rightarrow 10$$

Depois perguntou qual seria o resultado se começasse com 5 e, então, um aluno respondeu 8. Porém, ele queria saber a regra e não apenas o resultado. Até que uma aluna respondeu que a regra era “más 3” (+ 3). O pesquisador perguntou qual seria o resultado se começasse com n . Um aluno responde que a regra continua sendo + 3, e continuou perguntando: como ficaria com n ? Outro aluno respondeu que é $n + 3$. Então, o pesquisador escreveu no quadro a regra: $n \rightarrow n + 3$. Para o pesquisador, nesse caso, o aluno demonstrou ter abstraído o conceito, o que me parece apressado dizer.

Esse exercício de fato é interessante, porém dizer que ele possibilita uma algebrização para as crianças é equivocado. Não há aí uma descoberta, mas sim a apresentação de uma nova forma de cálculo que se utiliza das semelhanças do cálculo feito por números, contudo agora se fez com letras, no caso a letra n . Alguns alunos compreendem n como generalização de qualquer número, porém isto não é garantido para todos. Nesse caso há uma confusão entre a repetição de uma regra com uma generalização algébrica, sendo que a regra teve de ser ensinada antes e a letra n foi apresentada. Nesse caso, confundiu-se um trabalho linguístico do aluno com uma capacidade natural de

mutuamente exclusivas”.

⁴ “plantear un juego de números que introduciría la convención para trazar las correspondências de los valores de un conjunto a outro”.

generalizar da aritmética para a álgebra. Compreendo nesse exemplo que a regra já existia, pois, os alunos já dominavam adição e o n foi falado pelo pesquisador, não foi uma descoberta espontânea do aluno, e $+ 3$, foi de certa forma apresentado antes, como se quisesse dizer que se soma 3 com 3, 3 com 7 e 3 com 5, ele também será somado com n . Houve uma espécie exercício ou até mesmo um treino, baseado em compreensões já desenvolvidas pelos alunos. O problema não está no exercício, mas na análise que se fez dele e as consequentes concepções que se fundamentam a partir dessa percepção, pois leva a uma ideia de que o aluno construirá tal conhecimento por si mesmo, a partir de uma construção mental que já existe potencialmente.

Não descarto essa prática, mas entendo que não há aí uma descoberta, e sim uma apresentação de uma nova forma de cálculo que se utiliza das semelhanças do cálculo feito por números. São jogos de linguagem diferentes, ou seja, não possuem uma base em comum que seria ancorada em uma única linguagem, e por serem jogos diferentes os alunos entenderão como regras díspares. Por exemplo, não é garantido que se um aluno sabe $3 + 3$ ele compreenderá, por dedução, $a + a$.

3 “As ideias da álgebra” de Coxford e Shulte de 1995

O National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) foi uma das referências fundamentais para a construção dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de matemática. O NCTM não é baseado declaradamente em Piaget, mas é próximo à sua teoria, principalmente quando apresenta a noção de pensamento algébrico, que é um conceito que foi desenvolvido pelo NCTM dos Estados Unidos que compreende o conteúdo algébrico como uma possibilidade mental de construção do conhecimento algébrico.

O NCTM é usado como referência para os PCN e, também, usa igualmente Piaget. Ponte, Branco e Matos (2009, p. 10) nos informa que um dos grandes referenciais do NCTM é James Kaput, considerado como uma das grandes referências no que diz respeito à noção de pensamento algébrico. Para Kaput,

o pensamento algébrico é algo que se manifesta quando, através de conjecturas e argumentos, se estabelecem generalizações sobre dados e relações matemáticas, expressas através de linguagens cada vez mais formais. Este processo de generalização pode ocorrer com base na Aritmética, na Geometria, em situações de modelação matemática e, em última instância, em qualquer conceito matemático leccionado desde os primeiros anos de escolaridade. (PONTE, BRANCO e MATOS, 2009, p. 9)

Percebe-se claramente que Kaput considera que o pensamento algébrico é uma espécie de essência que se constrói a partir de inúmeras formas de apresentação de conteúdos matemáticos, seja aritmético, geométrico, e em diversas situações. Assim o pensamento algébrico iria se construindo na mente como uma forma de conhecimento, que ele iria pôr em prática por meio da generalização. De acordo com Ponte, Branco e Matos (2009), o NCTM compreende que o pensamento algébrico diz respeito ao estudo das estruturas, à simbolização, à modelação e ao estudo da variação.

o pensamento algébrico inclui a capacidade de lidar com expressões algébricas, equações, inequações, sistemas de equações e de inequações e funções. Inclui, igualmente, a capacidade de lidar com outras relações e estruturas matemáticas e usá-las na interpretação e resolução de problemas matemáticos ou de outros domínios. (PONTE, BRANCO e MATOS, 2009, p. 10)

Esses autores acrescentam que para o NCTM o pensamento algébrico entende que a capacidade de manipulação de símbolos é um dos elementos do pensamento algébrico, mas que também é o “sentido de símbolo”, e nisto, inclui a capacidade de interpretar e usar de forma criativa os símbolos matemáticos, na descrição de situações e na resolução de problemas, e deve-se ter também como um dos elementos centrais do pensamento algébrico a ideia de generalização, que é a percepção do que se mantém nos diversos objetos da álgebra. Desse modo, continuam Ponte, Branco e Matos (2009), dando atenção não só aos objetos, mas principalmente às relações existentes entre eles, buscando assim as generalizações e a abstração, que é o que permite o pensamento algébrico. Dessa maneira, aprender álgebra é ser capaz de pensar algebricamente em diversas situações.

Na década de 1980 o NCTM chama a atenção para a necessidade de se analisar os progressos construtivistas na educação. O NCTM entra de vez nos estudos acadêmicos brasileiros pela publicação da obra “As ideias da álgebra”, organizado por Coxford e Shulte, que se tornou grande referência para o ensino de álgebra no Brasil, onde temos autores citados como, Usiskin, Booth, Kieran, Lochhead e Mestre, House, Chalouh e Herscovics, Thompson, Schoen, entre outros. Destaco dentre os 33 artigos em Coxford e Shulte (1995), os produzidos por Usiskin, Booth e Kieran, por se encontrarem em maior número nas referências das teses e dissertações analisadas.

Nota-se durante todo o livro “As ideias da álgebra” uma abordagem permanente da concepção do pensamento algébrico e a influência do construtivismo piagetiano principalmente na abordagem semelhante ao método clínico de Piaget nas pesquisas

apresentadas durante o livro, assim como situações semelhantes às já mostradas em Carraher, Schliemann e Brizuela (2011), e o uso do cotidiano, da geometria, da lógica etc.

Outra concepção apresentada no livro é o Early Algebra, que é uma abordagem, com origem nos EUA e na noção de pensamento algébrico, que defende o ensino de álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental. Tanto no pensamento algébrico quanto Early Algebra percebo uma tendência essencialista, pois tem-se a ideia de uma álgebra que existe antes da linguagem algébrica formal e que essa seria apenas uma referência dessa álgebra pré-existente

Coxford e Shulte (1995) possui variados artigos baseados no Early Algebra, usando a informática, a resolução de problemas e situações diferenciadas, que nos revelam concepções essencialista e referencial da álgebra, uma vez que a compreendem como uma abstração que requer referenciais externos à linguagem para ser aprendida significativamente.

Salman Usiskin é um educador matemático norte-americano. No artigo, em Coxford e Shulte (1995), intitulado “Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis” traz uma discussão sobre concepções da álgebra e do uso de variáveis ou letras, que são utilizadas por aqueles que o citam. O autor mostra que os alunos não compreendem uma expressão $3 + \underline{\quad} = 7$ da mesma forma que $3 + x = 7$, ou seja, mostra que há uma relação direta entre o conceito de variável e letra e que, geralmente, os alunos não conseguem ver o significado por trás de equações com letras.

Nesse sentido, Usiskin discute duas questões, a primeira diz respeito à necessidade de se ensinar técnicas manipulatórias no ensino de álgebra, pois conforme o autor, parecia algo fundamental até o fim da década de 70, e que depois passou a ser questionada, compreendendo-se que alguns exercícios seriam dispensados. A segunda questão colocada por Usiskin é sobre o momento de se introduzir o ensino de funções, parecendo então defender que conceitos funcionais deveriam ser antecipados, mesmo sem a apresentação do sistema simbólico de funções. O autor revela que é necessário compreender os diversos usos das variáveis, para compreender as concepções de álgebra, para, então, definir as finalidades da álgebra, ou seja, Usiskin propõe um esquema de análise, e talvez por isso é tão utilizado por pesquisadores.

Usiskin destaca o caráter linguístico ao revelar que nós, professores, desejamos que os alunos construam sentidos, trabalhem com a álgebra a partir de referenciais, mas que

também é necessário que eles possam operar com letras sem precisar voltar constantemente ao nível dos referenciais, isto é, manipular as expressões e equações algébricas como sintaxes com regras próprias. É interessante a discussão que autor faz sobre o que ele chama de “manipulação e teoria”, que é a discussão sobre a manipulação de símbolos na álgebra. Por fim, Usiskin acaba criticando dizendo que é algo ultrapassado.

Lesley Booth é uma educadora matemática australiana. Seu artigo da coleção Coxford e Shulte (1995) denominado “Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra” começa pela questão do porquê é difícil aprender álgebra e defende que a resposta para tal pergunta só será realizada após identificarmos os tipos de erros cometidos pelos alunos nesse conteúdo. O artigo se baseia em uma pesquisa realizada no Reino Unido com alunos entre 13 e 16 anos.

A autora apresenta quatro categorias de erros identificados nos alunos pesquisados, mostrando pelos exemplos dados, um método semelhante ao clínico piagetiano. Os exemplos usados envolvem geometria e situações cotidianas, a partir delas, os alunos são induzidos a formular respostas que respondam às situações, de forma semelhante ao que já mostrei em Carraher, Schliemann e Brizuela (2001), como na situação em que se pede que se encontre o perímetro de uma figura com a quantidade de lados não determinados, e que medem igualmente 2, ou seja, deseja-se que o aluno chegue ao modelo $2n$, onde n ou qualquer letra representaria o número de lados.

Booth se mantém dentro da concepção do pensamento algébrico, mas ressalto que a autora faz uma discussão bem relevante sobre a linguagem, e, pelo menos nesse artigo em particular, Booth é utilizada mais como modelo de pesquisa em ensino de álgebra.

O terceiro artigo em destaque de Coxford e Shulte (1995) é da educadora matemática canadense Carolyn Kieran. No artigo em Coxford e Shulte (1995), “Duas abordagens diferentes entre os principiantes de álgebra”, a autora analisa a prática de 6 alunos que nunca tinham tido contato com álgebra diante de situações algébricas. Kieran destaca que há duas abordagens preponderantes desses alunos, que ela denomina aritmética e algébrica.

A primeira é quando os alunos resolvem as equações focando as operações dadas, isto é, por tentativa-e-erro, e a segunda, quando resolvem pelas operações inversas, isto é, transpondo termos de membro. Kieran parece privilegiar a abordagem aritmética, propondo um avanço com o uso do ensino da resolução pela mesma operação em ambos

os membros. A autora destaca que o grupo da abordagem aritmética que busca valores para as letras de uma equação consegue entender que uma letra representa um valor, enquanto o grupo da abordagem algébrica que faz o cálculo por operações inversas, isto é, buscando compreender o valor do símbolo dentro da equação não consegue ter a mesma compreensão. Carolyn Kieran oferece um exemplo de um aluno do grupo de álgebra que não consegue resolver a equação $3a + 3 + 4a = 24$, pois ao tentar resolver por operações inversas, respondendo da seguinte forma “24 dividido por 4, menos 3, menos...” o aluno se atrapalha com outro termo com a , o que a meu ver mostra a necessidade da compreensão de técnicas da linguagem algébrica, enquanto a autora vê como problema de não abstração de conceitos.

Desse modo, a autora não elogia o aspecto desse grupo de álgebra no que diz respeito ao trabalho mais linguístico, que consiste com o que já dito, em transpor termos de membro, pois defende que esse método causa dificuldades, destacando a abordagem aritmética, que oferece uma visão da equação como equivalência, ou seja, há uma preocupação da autora com o significado que os alunos dão ao que estão fazendo fora da linguagem e não à aplicação exata de regras, sendo que em uma perspectiva wittgensteiniana, as regras é que permitem dar significado, pois são elas que permitem o uso correto e “o significado de uma palavra é seu uso na linguagem” (WITTGENSTEIN, 1999, p. 43).

Concordo com o uso da efetuação da mesma operação em ambos os membros, mas não acredito que isto possa oferecer a ideia de equilíbrio em equação por si só, pois talvez no fim os alunos irão ver apenas como regras a serem seguidas, e assim destaca-se mais o papel das regras do que de tais abstrações construídas espontaneamente.

Portanto, nota-se em Usiskin, Booth e Kieran procedimentos de pesquisa que tem se repetido no Brasil, e a noção de pensamento algébrico, isto é, de que há uma abstração que existe para além da linguagem aritmética ou algébrica, principalmente no artigo de Booth com o uso do método clínico piagetiano, e nos três artigos quando se percebe a ideia de conceitos existentes nos símbolos ou por meio deles, o que nos leva a dizer que há uma preocupação com a linguagem, porém não se compreende que essa é a fonte da produção de significados, vale ressaltar que os significados são sempre buscados fora da linguagem algébrica e a linguagem é tomada apenas como representação.

4 “Contribuição para um repensar... a educação algébrica elementar” de Fiorentini, Miguel e Miorim de 1993

O Artigo foi produzido por Antônio Miguel, Dario Fiorentini e Maria Ângela Miorim, que são pesquisadores brasileiros da UNICAMP em educação matemática. Miguel e Miorim têm suas pesquisas voltadas principalmente para área de filosofia e história, já a pesquisa de Fiorentini é voltada para a formação de professores. No início da década de 90 os três produziram alguns artigos em conjunto com destaque para a história e o ensino de álgebra. Dois artigos se destacaram nos trabalhos analisados: “Álgebra ou Geometria: para onde pende o pêndulo?” de 1992 e “Contribuição para um repensar... a educação algébrica elementar” de 1993. Os dois foram publicados pela revista Pro-posições da UNICAMP.

No texto de 1993 os autores abordam o ensino da álgebra, onde tentam “repensar” o mesmo. Buscam explicar a importância da álgebra frente ao desprezo que essa vinha sofrendo, dado o fracasso da matemática moderna. Compreendo que esse texto é utilizado devido às categorizações, classificações e ou concepções de álgebra e de educação algébrica apresentadas, o que possibilita a análise dos pesquisadores em educação matemática. Os autores apresentam cinco formas de desenvolvimento histórico da álgebra e quatro concepções sobre o conhecimento algébrico, que são formas de categorizar como compreender a álgebra como um conhecimento construído na história.

É importante frisar que minha análise aqui estará focada para a classificação realizada pelos autores sobre o ensino da álgebra elementar baseada na história desse ensino no Brasil, lembrando que eles categorizam em: linguístico-pragmática, fundamentalista-estrutural e fundamentalista-analógica. A primeira concepção, linguístico-pragmática compreendia que o papel do ensino da álgebra buscava fornecer um instrumental técnico que seria superior ao da aritmética, para a resolução de equações ou de problemas que são equacionáveis, e para que o aluno pudesse adquirir essa capacidade era necessário e suficiente primeiramente dominar, mesmo que de forma mecânica, técnicas de manipulação sintática da álgebra, isto é, de transformações na linguagem algébrica. Desse modo, de acordo com os autores, até meados do século XX, predominou no Brasil uma concepção de ensino da álgebra como cálculo literal, que só seria desenvolvido por meio de muitos exercícios, pois o aluno deveria aprender a manipular o simbolismo algébrico e depois eram colocados problemas de aplicação da álgebra. A álgebra era, então, compreendida principalmente como generalização da aritmética, isto é, se fazia uma álgebra de números, focando-se na questão de descobrir as incógnitas das

equações. Esse é considerado o ensino tradicional de álgebra pelos autores.

A segunda concepção marca as décadas de 1970 e 1980. De acordo com os autores essa é a concepção fundamentalista-estrutural, e busca se contrapor a ideia anterior, pois compreende que o papel do ensino da álgebra seria o de fornecer os fundamentos lógico-matemáticos para toda a matemática escolar e isso se faria tendo como introdução a teoria dos conjuntos, com o estudo primeiramente dos números, porém, de forma estruturada, e já levando tal estudo na direção do estudo de funções, que seria uma forma de apresentar os aspectos algébricos por meio das relações e funções, mas diretamente relacionados aos números, que é o que vemos ainda hoje nos livros, principalmente do primeiro ano do ensino médio, além do que a teoria dos conjuntos inicia o Ensino Fundamental I e o Ensino Fundamental II. Desse modo, na educação brasileira saímos de uma tendência linguística, para uma que buscou uma justificativa para tal.

A terceira concepção seria a atual, a fundamentalista-analógica. Essa concepção busca recuperar o valor linguístico da álgebra, isto é, aquele aspecto mais instrumentalista, e manter sua justificção, não em bases estruturais das operações numéricas, e sim por meio do uso de modelos analógicos, isto é, de comparações e relações com a geometria, com o uso de blocos de madeira e de figuras geométricas, e com a empiria, por meio do uso da balança, pela representação do equilíbrio da equação. Esses usos possibilitariam a visibilidade da álgebra por essa ser tão abstrata. É uma concepção que valoriza a linguagem, mas se mantém em um caráter essencialista, pois entende que a álgebra estaria presente nessas outras atividades.

Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) compreendem nessas três concepções um ponto problemático em comum, que é o fato de elas reduzirem o ensino da álgebra aos seus aspectos linguísticos e sintáticos, enfatizando mais esses do que o pensamento algébrico e seu processo de significação. Os autores compreendem que as três concepções de ensino de álgebra que foram colocadas em prática na educação brasileira priorizam habilidades manipulativas das expressões algébricas, eles não consideram que a álgebra se reduza a um instrumento técnico-formal que serve apenas para facilitar a resolução de determinados problemas, e ainda ressaltam que após o movimento da matemática moderna que ocorreu em 1960, a álgebra parece ter retomado esse papel.

Fiorentini, Miorim e Miguel (1993, p. 84) destacam que nesse período passou a se pensar em uma “álgebra geométrica”, que não significa a impossibilidade de o aluno

aprender pelo simbolismo, mas “acreditar que a etapa geométrico-visual se constitui em um estágio intermediário e/ou concomitante à abordagem simbólico-formal”. Eles não justificam essa análise pelo construtivismo piagetiano, porém, nota-se na parte retirada literalmente do texto dos autores, quando os mesmos falam em “etapa geométrico-visual” como “estágio intermediário”, algo semelhante com o que Piaget considera que o concreto é uma passagem intermediária essencial para a chegada ao pensamento formal.

Os autores criticam os três momentos, pois consideram que eles reduzem o pensamento algébrico à linguagem algébrica, mesmo que os dois últimos tenham buscado justificáveis, aceitam que o simbolismo algébrico já é considerado constituído por essas concepções e só trabalham sobre as operações em tal simbolismo. Os autores defendem que a solução para tal problema seria colocar o pensamento algébrico em diálogo com a linguagem algébrica, e não subordinado a essa, e assim, entendem que na própria história da álgebra, a linguagem sempre foi uma expressão do pensamento algébrico e, dessa forma, apresentam 7 situações-problema que, de acordo com eles, caracterizam o pensamento algébrico, que envolvem situações cotidianas, geométricas, que estão na história da matemática e lógicas, e que há um pensamento algébrico subentendido nas situações, pois não são situações, que à primeira vista, parecem ser algébricas, consideradas assim, pelos próprios autores, e nesse sentido, eles declaram que

se para efeito de análise **suspendermos provisoriamente os aspectos linguísticos dessas situações**, perceberemos a existência de **elementos** que consideramos **caracterizadores do pensamento algébrico**, tais como: percepção de regularidades, percepção de aspectos invariantes em contraste com outros que variam, tentativas de expressar ou explicitar a estrutura de uma situação-problema e a presença do processo de generalização. (FIORENTINI, MIORIM e MIGUEL, 1993, p. 87, *grifo nosso*)

A “suspensão provisória de aspectos linguísticos das situações” e os “elementos caracterizadores do pensamento algébrico” mostram, a meu ver, as concepções essencialista e referencial na álgebra, pois parece que *se retira a linguagem da frente* para que seja visto o que está por trás, assim como, a linguagem é vista apenas em seu papel de referência ao pensamento algébrico, uma vez que ele é considerado pelos autores, um tipo especial de pensamento que se manifesta em outras áreas da matemática, assim como em outras áreas do conhecimento, sendo expresso pela linguagem natural, aritmética, geométrica, além da própria algébrica, podendo então trabalhar com o pensamento algébrico ainda nas séries iniciais, que considero que seria um trabalho indireto, pois tal

pensamento algébrico estaria, de certa forma, *escondido*, nas atividades propostas, e seria percebido pelo trabalho com regularidades e generalizações.

No entanto, é válido destacar que os autores não negam a importância do simbolismo puramente algébrico, mas compreendem que ele deve ser inserido no momento adequado do ensino. Esses autores ressaltam que o ensino de álgebra deve começar pela resolução de problemas, pois seria de acordo com a ação dos alunos sobre situações, isso geraria reflexões que possibilitariam a construção do pensamento algébrico. Não é inútil iniciar por resolução de problemas que não tenham diretamente a linguagem algébrica, mas deve-se evitar a confusão de que o aluno a partir de exemplos em que a álgebra aparece escondida resolverá outros problemas com uma linguagem algébrica mais direta. Compreende-se que é um processo de ensino, muitas vezes longo, tais exemplos fazem parte de toda uma construção. Diante disso, é imprescindível esclarecer que a linguagem deve ter seu lugar em destaque em determinados momentos.

5 “Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI” de Lins e Gimenez de 1997

Essa obra foi publicada em 1997 e busca apresentar, segundo Lins e Gimenez (1997), uma nova perspectiva para o ensino de aritmética e álgebra, diferente, mas considerando os aspectos positivos, de abordagens anteriores, entre essas são citadas: a tradicional, a matemática moderna, o método de Montessori e o construtivismo piagetiano. A fundamentação teórica tomada pelos autores está baseada em Vygotsky, principalmente nos métodos pesquisados por Davydov. O livro contém 4 capítulos, sendo o primeiro e o quarto, introdução e conclusão, respectivamente, o segundo sobre aritmética e o terceiro sobre álgebra.

Apesar da separação feita entre aritmética e álgebra nos capítulos, o que os autores desejam mostrar é que há uma relação entre as duas, ou seja, é permitido trabalhar com aritmética já tratando de aspectos algébricos e é possível trabalhar com álgebra de acordo com o que os autores chamam de “sentido numérico”. Podemos a princípio, ao ver as críticas realizadas pelos autores a outras concepções teóricas, como por exemplo a piagetiana, ser levados à ideia de que os autores não são essencialistas e/ou referencialistas, no entanto, eles partem do que chamarei aqui de *aprofundamento* nas concepções essencialista e referencial, pois acreditam que as noções de aritmética e álgebra são tão próximas que são trabalhadas em atividades em que não há uma divisão exata entre as áreas. Desse modo, se posicionam contra a ideia do ensino de conteúdos e

técnicas, e defendem uma construção de significados, que deve ser feita em atividades, semelhante ao que se vê nas noções de pedagogia de competências e habilidades.

Lins e Gimenez (1997) se posicionam contra algumas concepções teóricas, como a piagetiana, e consideram que ela delimitou pela noção de estágios definidos em idades o momento de se ensinar alguns conteúdos e, assim, aprofundam, a meu ver, uma noção de essencialismo e se aproximam do *Early Algebra*, que entende que há álgebra na aritmética, que há pensamento algébrico em atividades que seriam consideradas aritméticas, ou seriam desenvolvidas atividades diversas que envolvam o pensamento algébrico, de alguma forma.

Devo deixar claro mais uma vez que é óbvio que existe essa relação, contudo, essa certeza é evidente apenas para usuários experientes nessa linguagem. Um aluno iniciante, que ainda não tenha álgebra, verá um conteúdo que se delimita ao que lhe está sendo apresentado, não podendo assim supor que ele está aprendendo outros conteúdos que estariam ocultos. O que o aluno fará a partir das regras dos jogos de linguagem que ele aprende é de certo modo imprevisível.

Na introdução, os autores fazem uma interessante discussão sobre a matemática da escola e a da rua, onde defendem que há uma grande diferença entre as duas, pois há conteúdos que são tratados na rua e na escola, e outros que são tratados exclusivamente na escola. Isso é o que vejo como jogos de linguagem distintos, de fato. No entanto, parecem recair em um caráter utilitário para o ensino de matemática na escola, dizendo, por exemplo, que alguns conteúdos não têm significados, já que não têm um uso concreto e que alguns conteúdos não serão utilizados no cotidiano dos alunos. Nesse sentido, os autores não defendem que se traga os conteúdos da rua para a sala de aula, apenas como ponto de partida, chegam a defender uma coexistência entre os dois, ou seja, *aprofundam* ainda mais o caráter de contextualização. Compreendo que a escola é de fato diferente da rua, portanto não se deve buscar construir uma *essencialização* entre as duas, visto que tal essência só seria percebida por alguém com experiência no tratamento de conteúdos das duas, a partir das semelhanças notadas.

Ainda na introdução, Lins e Gimenez (1997) buscam apresentar a superioridade de significados sobre conteúdos, exemplificando na aritmética, onde dizem que o ensino dessa está cristalizada pelo ensino tradicional, e que geralmente não se busca a coexistência entre a rua e a escola, e assim, criticam o conteúdo, pois geralmente quando se pensa na

educação matemática se destaca esse, e os autores acreditam que é essa concepção que deve ser modificada, já que, de acordo com os autores, “Qualquer que seja a matemática que se institucionalize como escolar, o mesmo processo de fossilização acontecerá” (LINS e GIMENEZ, 1997, p. 20). A fossilização no caso é o fato de que sempre os conteúdos se tornariam ultrapassados e obsoletos, e nesse caso deveria se focar em significados. Haveria, para os autores, um conhecimento essencial por trás do conteúdo, que eles entendem como significado.

Na perspectiva de Wittgenstein é possível saber o significado de uma palavra se souber usá-la corretamente. Por exemplo, para se aprender um conteúdo, como expressões algébricas, seria preciso saber usar as regras presentes nesse jogo. Se sei que $2x + 3x$ é igual a $5x$, sei o significado dessa proposição e, então, tem-se que o conteúdo e o significado estão próximos, pois são conceitos presentes na linguagem e o significado não seria algo abstrato que estaria presente de algum modo na mente que extrapola a linguagem. Essa concepção vem da confusão que o essencialismo provoca, pois, ao entender que o conhecimento presente em determinados conteúdos tem raízes extralinguísticas, busca-se ir atrás dessas raízes e isso leva a uma busca por um fundamento semântico.

Na introdução os autores iniciam a defesa de uma essência da aritmética e álgebra, onde entendem que uma está na outra e vice-versa, chegam a dizer que do mesmo modo que se trabalha, por exemplo, com uma aritmética para tratar de dinheiro, deveria se trabalhar com uma álgebra do dinheiro, de acordo com eles, seriam afirmações genéricas sobre quantidades, e aqui citam um termo que se repetirá por todo o livro, *a lógica das operações*. Lins e Gimenez (1997) acreditam que há uma lógica das operações em comum, tanto em situações ditas aritméticas, quanto algébricas, e assim defendem que “o que dizemos na aritmética deve poder ser dito de forma genérica [...], ao passo que o que dizemos na álgebra deve poder ser dito em casos particulares” (LINS e GIMENEZ, 1997, p. 30).

No segundo capítulo, sobre a aritmética, os autores destacam o que eles chamam de justificativas de relações significativas da aritmética, com destaque para o uso de situações reais e a relativização da importância dos algoritmos, onde defendem que regras e técnicas devem ser descobertas mediante diversas situações, concretas, gráficas etc. A partir de então, Lins e Gimenez (1997), passam a entrar em uma concepção defendida por eles, que é a do *sentido numérico*, onde inicialmente tratam do raciocínio numérico, e da

dificuldade com alguns tipos de números, tais como: os naturais, frações, decimais e o zero. Então, apresentam diversas formas de raciocínio relacionadas às atividades algébricas, como o raciocínio figurativo e intuitivo, relativo e absoluto, estruturado aditivo e o pensamento proporcional. Os autores acreditam que tais formas de raciocínio se apresentam em atividades aritméticas, e que permitem uma abstração progressiva. Tais atividades passam a ser mostradas a partir do tópico “Raciocínio e investigação aritmética”. São atividades que buscam que os alunos percebam padrões ou o que há em comum, e assim os alunos investigariam nessas situações, fazendo conjecturas, refutações, generalizações, pois, de acordo com os autores, os cálculos operatórios desempenham um papel apenas instrumental. Aqui se vê uma relação com a concepção referencial, pois o cálculo algorítmico estaria apenas a serviço de conceitos mais abstratos.

Lins e Gimenez (1997) acreditam que se deve buscar alcançar conceitos sem a necessidade de explicitar as regras e que o mais importante é promover experiências e reflexões. Portanto, o conhecimento se dá pela experiência, aprofundando uma noção empirista, pois para o empirismo clássico o conhecimento se dá pela experiência. Consoante em Lins e Gimenez (1997) há a noção de que a própria experiência em si já é um conhecimento. “O ensino-aprendizagem de ‘aritmética’ deixa de ser o importante. O central é promover experiências potencialmente ricas, que talvez não sejam somente aritméticas” (LINS e GIMENEZ, 1997, p. 57).

Para os autores o termo “sentido numérico” é a intuição sobre o aspecto quantitativo de situações. Eles se aprofundam na ideia de cálculo mental e da percepção de padrões em situações diversas. Como por exemplo em uma tabela apresentada na página 61, em que os autores chegam a falar em uma “forma quase simbólica”. Compreendo pela terapia de Wittgenstein, que mesmo os fundamentos mais elementares da linguagem já são completamente simbólicos, pois já são passíveis de ser simbolizados formalmente, isto é, não há uma fase intermediária na mente humana que estaria em construção, logo compreendo que há um conteúdo que ainda não foi totalmente apreendido e que é representado ainda de forma equivocada.

No capítulo 3, sobre a álgebra, Lins e Gimenez (1997) buscam mostrar que a álgebra também contém o pensamento inerente a ela, o que a coloca sobre a ideia de conteúdo. Os autores buscam durante o capítulo definir uma concepção de pensamento algébrico, indicando que a álgebra não será reduzida a conteúdos, e nem deveria haver uma delimitação do que seria álgebra ou pensamento algébrico, pois tanto esse quanto o sentido

numérico estão presentes em atividades.

Ainda no terceiro capítulo, Lins e Gimenez (1997), apresentam um estudo sobre concepções de atividade algébrica. A primeira identificada é a concepção de atividade algébrica como calcular com letras, denominada pelos autores de *letrista*. Lins e Gimenez (1997, p. 99) entendem que “caracterizações por conteúdo ou notação deixam de fora coisas que gostaríamos de caracterizar como atividade algébrica”.

A segunda concepção é chamada *internalista* e entende que o pensamento formal se dá em um determinado período, o que é criticado pelos autores, por compreenderem que esse deixa um horizonte bem amplo, onde o próprio pensamento formal seria considerado algébrico, mas ao mesmo tempo por limitar a álgebra a uma evolução da aritmética, o que reduziria ainda a atividade algébrica a conteúdos.

Lins e Gimenez (1997) apresentam uma terceira concepção, que eles denominam de *pragmática*, de acordo ela devemos trabalhar com padrões onde se busca trabalhar com processos de antecipação e transformação. Os autores revelam que essa concepção visa um trabalho investigativo, desse modo, a proposta deles se aproxima dessa concepção, pois Lins e Gimenez argumentam a favor do trabalho com padrões (antecipação), e destacam o papel das técnicas de manipulação (transformação).

Depois de tratar de concepções de atividades algébricas, Lins e Gimenez (1997) tratam de concepções de educação algébrica. Eles apresentam três concepções. A primeira denominada *letrista* ocorre quando os professores resumem a atividade algébrica a um “cálculo com letras”. A segunda concepção é a *facilitadora*, onde os professores ainda seguem uma tendência letrista, mas, busariam *facilitar*, apresentando alguns elementos, como situações concretas ou material concreto, associando a álgebra a situações reais e à geometria. Os autores discordam dessas duas concepções.

Conforme Lins e Gimenez (1997) uma concepção mais adequada para a atividade de ensino de álgebra precisa levar em consideração a produção de diferentes significados para a mesma e tais significados produzidos devem ser investigados e justificados. Essa seria a terceira concepção apresentada pelos autores, intitulada *modelagem*, que é quando os professores propõem atividades concretas, sendo essas o ponto de partida. Assim, as atividades escolares seriam atividades de investigação de situações reais, e dessa maneira, a álgebra tornar-se-ia um instrumento de leitura das situações reais, não sendo o objeto primário de estudo. Nessa concepção os resultados do ensino e aprendizagem não seriam

perceptíveis de imediato, pois tentariam fazer com que os alunos utilizassem a álgebra como uma forma de organizar o mundo, e aqui se foca a ideia de aprender na ação. Os autores defendem que os professores deveriam colocar situações abertas em que eles próprios se engajariam para resolver. Lins e Gimenez (1997) acrescentam a essa concepção a teoria de Davydov, para quem a atividade algébrica tem seu ponto de partida na atividade de lidar com relações quantitativas. Tais relações seriam o início da álgebra já em ação na aritmética.

Nesse ponto os autores apresentam a diferença entre generalização e genérico, onde a primeira seria apenas um padrão que é percebido em situações, isto é, parte-se do particular para situações em geral, enquanto a genérica seria a situação em que se percebe conceitos gerais, isto é, o geral é aplicado às situações particulares. E esse seria objetivo, trabalhar com concepções genéricas, e não apenas com generalizações. O genérico seria o abstrato, o significado, a essência compreendida, seja qual for a situação.

Como já dito, os autores se fundamentam em princípios Vygotskyanos, e talvez aqui resida a explicação para as críticas a Piaget, pois há conhecidamente uma divergência sobre alguns pontos entre as teorias de Piaget e Vygotsky. Vygotsky enfatiza o papel do aspecto social, da comunicação e da linguagem, de modo geral, essa ênfase ainda se encontra alicerçada nas concepções essencialista e referencial. Isso leva os autores a enfatizar o papel da linguagem e do aspecto social, revelando que o pensamento humano se dá primeiramente no plano social, assim como ressaltam o papel do professor, como aquele que deve intervir no ensino, evitando que o aluno fique a “adivinhar” nas atividades, mesmo que em alguns momentos, como já citado, os autores sugiram que o professor se coloque no mesmo patamar do aluno, ao pesquisar sobre uma situação. Apesar de concordar com alguns elementos da teoria de Vygotsky, esse autor ainda está imerso em uma concepção psicológica-estruturalista, o que o leva a compreender a mente como um processo não linguístico, onde a linguagem toma, de fato, um papel maior do que em outras teorias, e ainda fica restrita em uma função referencial.

Os autores nos dizem que “o trabalho de Davydov estabelece uma raiz comum para a álgebra e a aritmética. É importante explicitar que essa *raiz comum* é o trabalho com relações quantitativas” (LINS e GIMENEZ, 1997, p. 120, *grifo nosso*). Depois os autores partem para construir uma proposta própria, como eles mesmo afirmam, vão além de Davydov, pois esse, de acordo com os autores, acreditava que quando se falava das relações quantitativas, estava se tratando de algo próximo a número. Em outra perspectiva,

Lins e Gimenez acreditam que é possível ir além, e que os alunos estão produzindo significados, que são tão genéricos, que não são definidos exatamente. Eles sugerem que se deve levar os alunos a falar sobre e nas situações propostas em sala de aula.

Lins e Gimenez (1997, p. 151) defendem o pensamento algébrico como uma representação da aritmética. “Pensar algebricamente [...] é produzir significado para situações em termos de números e operações aritméticas”. Os autores alertam para a importância da manipulação formal, já que ela está presente na caracterização do pensamento algébrico, e que evitam uma convenção sobre ele de forma muito genérica, pois entendem que é necessário destacar as propriedades dos números e das operações dentro das atividades desenvolvidas. No entanto, logo na sequência, ao apresentar os dois objetivos de seu projeto de educação algébrica — que a saber são permitir que os alunos sejam capazes de produzir significados para a álgebra e que desenvolvam a capacidade de pensar algebricamente. Os autores revelam o seguinte: “pensamos que o desenvolvimento de habilidades ‘técnicas’ (domínio de técnicas manipulativas, por exemplo) deve ser uma consequência desses dois pontos”, isto é, a manipulação da linguagem algébrica é vista como consequência dos dois objetivos assinalados anteriormente, demonstrando o caráter referencial da proposta.

6 Considerações finais

Os referenciais teóricos analisados buscam por uma essência entre a álgebra e outras áreas do conhecimento. Tentam decifrar o que é uma equação, uma variável ou função, tentando enxergar tais conceitos em outros campos, enquanto isso, conforme a filosofia de Wittgenstein dever-se-ia buscar entender como são usados. Levando a uma concepção de ensino geralmente por descoberta em que se procura uma autonomia do aluno na construção de seu próprio conhecimento.

A terapia wittgensteiniana busca livrar-nos do “enfeitiçamento” causado pela busca de essências que expliquem o que é um dado conceito, reflexo da adoção de uma concepção referencial de linguagem. Ao negar os fundamentos últimos, paramos de buscar descobrir o que tal conceito é e passamos a procurar enxergar como esse conceito é usado na linguagem ordinária. Essa mudança de perspectiva nos permite questionar algumas teorias pedagógicas vigentes, que se debruçam sobre o ensino da matemática, buscam significados para os objetos matemáticos fora de sua linguagem, seja num mundo empírico, mental ou ideal.

A partir da terapia de Wittgenstein compreendo as atividades como diferentes jogos de linguagem que permitem a ampliação de conceitos, mas não se pode a partir da execução de uma atividade supor que o aluno deduziria elementos que estão presentes em outro jogo de linguagem. Também não se espera que a partir da tabuada seja possível que o aluno compreenda função, entretanto, se isso for feito de modo direcionado, ou seja, apresentando a um aluno que já domine algumas técnicas de determinado jogo de linguagem, como a função, talvez ele perceba na tabuada elementos de função também.

A terapia filosófica de Wittgenstein permite uma compreensão ampliada de conceitos matemáticos, pois se opõe ao essencialismo e à concepção referencial da linguagem presente em filosofias tradicionais, e que seriam percebidas em teorias educacionais. Wittgenstein busca revelar a importância da linguagem na construção do conhecimento, e assim, entende-se que a matemática se constrói como uma linguagem, e apresenta características gramaticais, isto é, de normatividade. A terapia, apesar de não ter originalmente preocupações pedagógicas, contribuirá, apresentando as confusões causadas pelas concepções essencialista e referencial no ensino de Matemática.

Os referenciais estão apoiados em teorias baseadas em concepções essencialista e referencial, e geralmente apontam para uma essência entre álgebra e outras áreas do conhecimento, colocando a linguagem em um papel apenas referencial. Também se percebe um alinhamento sobre o pensamento algébrico e a proposta de antecipação da álgebra via aritmética, colocando a álgebra com uma natureza extralinguística. Defendo que há uma relação entre álgebra e aritmética, mas isso não é claro a quem não teve acesso a partes da álgebra.

Como defende Moreno (2012), a terapia filosófica de Wittgenstein deve cumprir três tarefas: *situar* as confusões conceituais, *diagnosticar* as suas fontes e fornecer um *tratamento* para elas. Busquei aqui apresentar algumas confusões, como a relação com outras áreas associadas à álgebra, a compreensão de que que os alunos estão aprendendo álgebra quando na verdade estão tendo acesso a uma parte dela, pois para uma compreensão da álgebra é necessário a linguagem, uma vez que, conforme Wittgenstein, é o uso na linguagem que permite o significado. A partir da filosofia de Wittgenstein entendo que o conceito se amplia com o tempo com seus diversos usos. De fato, os autores devem entender que a álgebra é um corpo teórico amplo, que demanda tempo. Vale ressaltar que a concepção essencialista leva a uma compreensão de que “o essencial” da álgebra já se aprendeu, quando o aluno “conseguiu” fazer uma atividade em que a álgebra estava

escondida.

O diagnóstico de fontes das confusões se deu na identificação seja da concepção essencialista presente de modo claro ou pela fundamentação teórica mais ampla, seja Piaget ou Vygotsky, entre outros. E como já dito na introdução, o tratamento é a prática de esclarecimento conceitual, que deve levar a admitir que o fundamento tradicional deva ser substituído por um fundamento linguístico, sem outro fundamento do que as técnicas envolvendo palavras.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: 5^a a 8^a Séries: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

COXFORD, Arthur; SHULTE, Alberto. **As idéias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1995.

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela. Miguel Antônio.; MIGUEL, Antônio. Contribuição para um repensar... a educação algébrica elementar. **Pro-Posições** (Unicamp), Campinas, v. 4, n.1, p. 78-91, jan./mar. 1993.

FIORENTINI, Dario; FERNANDES, Fernando Luís Pereira; CRISTOVÃO, Eliane Matesco. Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico. In: CONGRESSO IBERO-AMERICANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5, 2005, Porto. **Anais do V CIBEM**. Porto: APM - Associação de Professores de Matemática de Portugal, 2005, p. 01-22.

GOTTSCHALK, Cristiane Maria Cornelia. O Papel do Mestre: Mênon revisitado sob uma perspectiva wittgensteiniana. **Revista Internacional d'Humanitats**, São Paulo/Barcelona, v. 10, n.11, p. 13-28, 2007.

GOTTSCHALK, Cristiane Maria Cornelia. A construção e transmissão do conhecimento matemático sob uma perspectiva wittgensteiniana. **Cad. cedes**, campinas, v. 28, n. 74, p. 75-96, jan./abr. 2008.

LINS, Rômulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. São Paulo: Papitus, 1997.

MIGUEL, Antônio; FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela. Álgebra ou Geometria: para onde pende o pêndulo? **Pro-Posições** (Unicamp), Campinas, v. 3, n. 7, p. 39-54, jan./mar. 1992.

MORENO, Arley Ramos. **Introdução a uma pragmática filosófica: de uma concepção de filosofia como atividade terapêutica a uma filosofia da linguagem**. Campinas: Editora da UNICAMP, 2005.

MORENO, Arley Ramos. Introdução a uma epistemologia do uso. **Caderno crh**, Salvador, v. 25, n. spe 02, p. 73-95, 2012.

PONTE, João Pedro da; BRANCO, Neusa; MATOS, Ana. **Álgebra no ensino básico**.

Lisboa: DGIDC, 2009.

SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu da. A ênfase da linguagem na educação matemática: das palavras incertas às palavras com sentido. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática (REnCiMa)**, São Paulo, v. 11, n. 1, p. 1-12, jan./mar. 2020.

SCHLIEMANN Analucia Dias; CARRAHER, David William; BRIZUELA, Bárbara. **El carácter algebraico de la aritmética**: de las ideas de los niños a las actividades em el aula. Traducido por Rolf Biekofsky. Buenos Aires: Paidós, 2011.

TEIXEIRA JUNIOR, Valdomiro Pinheiro. **A Terapia de Wittgenstein e o ensino de álgebra**. 2016. 356 f. Tese (Doutorado) - Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará. Belém.

WITTGENSTEIN, Ludwig Joseph Johann. **Investigações filosóficas**. Tradução de José Carlos Bruni. São Paulo: Nova cultural, 1999.

WITTGENSTEIN, Ludwig Joseph Johann. **Observações Filosóficas**. Tradução de Adail sobral e Maria Stela Gonçalves. São Paulo: Loyola, 2005.