

A abordagem da subtração nos manuais das escolas normais primárias e do Ensino Primário, no início do século XX

Ana Elisa Esteves Santiago¹

Resumo: Este artigo discute a abordagem da subtração em três obras do início do século XX: duas usadas na formação de professores para o Ensino primário relacionadas com Matemática e Pedagogia e outra usada como manual escolar do Ensino Primário, em Portugal. Tem-se como objetivo perceber a abordagem que apresentavam relativamente a esta operação aritmética, do ponto de vista matemático e didático. Para tal foi utilizada a metodologia de investigação histórica, através da análise documental de fontes primárias. Começou-se por analisar o que referiam os programas do Ensino Primário e do Ensino Normal, relativamente às operações aritméticas, em particular a subtração para depois se proceder à análise de cada uma das obras, na parte relativa à operação aritmética subtração. Observou-se que as obras apresentam diferentes formas de abordar a subtração, apresentando diferentes métodos (compensação ou decomposição). Também os exercícios apresentam diferenças, nomeadamente em relação à quantidade. Verificou-se ainda que as três obras abordam as três situações (caso em que cada número é apenas representado por um algarismo, caso em que todos os algarismos do diminuendo são maiores do que os do diminuidor e caso em que nem todos os algarismos do diminuendo são maiores do que os do diminuidor).

Palavras-chave: Ensino Primário. Formação de Professores do Ensino Primário. Aritmética. Subtração. Livro Didático.

The subtraction approach in the Normal Primary Schools and Primary Education textbooks, at the beginning of the 20th century

Abstract: This article discusses the subtraction approach in three books from the beginning of the 20th century: two used in primary education training teachers' programs related to mathematics and pedagogy and the other used as textbook for primary education in Portugal. The focus is to understand the approach they presented regarding this arithmetic operation, from the mathematical and didactic point of view. For this purpose, a historical research methodology was used, through documentary analysis of primary sources. We started by analyzing what the Primary Education and Normal Education programs referred in relation to arithmetic operations, in particular subtraction, and then proceed to the analysis of each works, in the part related to the arithmetic operation subtraction. It was observed that the works present different ways of approaching subtraction, presenting different methods (compensation or decomposition). The exercises also present differences, namely in relation to the quantity. It was also found that the three works address the three situations (the case that each number is only represented by a digit, the case that all the diminisher digits are greater than the diminishing digits and in which case not all the diminishing digits are larger than those of the diminisher).

Keywords: Primary Education. Training of Primary School Teachers, Arithmetic, Subtraction, Textbook.

¹ Doutora. Professora da Escola Superior de Educação de Coimbra do Instituto Politécnico de Coimbra (ESEC-IPC). Coimbra. Portugal. ✉ elisa_santiago@hotmail.com  <https://orcid.org/0000-0001-5775-2893>

El abordaje de sustracción en los libros de texto de las escuelas primarias normales y Educación Primaria, a principios del siglo XX

Resumen: Este artículo analiza el enfoque de la resta en tres obras de principios del siglo XX: dos utilizados en la formación de profesores de educación primaria relacionados con las matemáticas y la pedagogía y el otro utilizado como libro de texto para la educación primaria en Portugal. El objetivo es comprender el enfoque que presentaron sobre esta operación aritmética, desde el punto de vista matemático y didáctico. Para ello, se utilizó una metodología de investigación histórica, a través del análisis documental de fuentes primarias. Comenzamos analizando a qué se referían los programas de Educación Primaria y Educación Normal, en relación a las operaciones aritméticas, en particular la resta, para luego proceder al análisis de cada uno de los trabajos, en la parte relativa a la operación aritmética de resta. Se observó que las obras presentan diferentes formas de abordar la resta, presentando diferentes métodos (compensación o descomposición). Los ejercicios también presentan diferencias, es decir, en relación con la cantidad. También se encontró que las tres obras abordan las tres situaciones (en cuyo caso cada número solo está representado por un dígito, en cuyo caso todos los dígitos aditivo son mayores que los dígitos del sustractivo y en cuyo caso no todos los dígitos aditivo son mayores que los del sustractivo).

Palabras clave: Educación Primaria, Formación de Profesores de Primaria, Aritmética, Resta, Libro de Texto.

Introdução

Ao abordar a operação aritmética subtração na formação de professores, atualmente, procuramos diferentes fontes que nos ajudam a identificar diferentes estratégias. Naturalmente surge a questão acerca de como era feita essa abordagem antigamente. Assim, neste artigo procura-se cruzar a informação de três livros com diferentes focos, numa época em que sofre mudanças o acesso à profissão para professores do Ensino Primário, com o objetivo de caracterizar de que forma se abordava operação aritmética subtração na época, tanto na formação de professores do Ensino Primário como no Ensino Primário.

Começar-se-á por enquadrar a época, no que diz respeito à formação de professores, passando depois à análise dos programas oficiais e das obras, no que diz respeito à operação aritmética subtração.

Referencial Teórico

Conhecer a História das Disciplinas Escolares (CHERVEL, 1990), os saberes, relativamente à Matemática Escolar ao nível do Ensino Primário no início do século XX, conduz-nos a diferentes fontes. Por um lado, é fundamental percorrer os documentos oficiais, tais como a legislação e os programas oficiais que nos permitem conhecer o

currículo prescrito, permitindo compreender a matemática escolar, os temas, o tipo de conhecimento matemático desejável, os métodos e as tecnologias materiais (ALMEIDA, MATOS, 2014). Importante também é caracterizar a formação de professores do Ensino Primário, em particular a sua formação em Matemática (CANDEIAS, 2018, MATOS, 2018; SANTIAGO et al, 2018).

Outras fontes de grande importância são os livros de texto, tanto os que eram utilizados pelos professores na sua formação, nas Escolas Normais, como os manuais escolares usados no Ensino Primário, em Portugal.

Diversos estudos cruzam a informação que consta na legislação, em particular os programas oficiais, com a abordagem feita pelos livros de texto a diferentes conceitos e processos matemáticos (AIRES, 2006; ALMEIDA, MATOS, 2021; CANDEIAS, 2021; SANTIAGO, 2008), cruzando dois níveis do currículo, o currículo prescrito e o currículo apresentado aos professores (GIMENO, 2000). Pintassilgo considera que os compêndios didáticos utilizados na formação de professores sistematizam princípios e métodos prescritos para o ato de ensinar, construindo, assim, “uma linguagem especializada, só acessível aos nela iniciados” (PINTASSILGO, 2006, p.198).

Começemos por contextualizar a época, relativamente ao Ensino Primário e a formação de professores para o Ensino Primário. O século XIX trouxe um conjunto de alterações importantes relativamente à estruturação do Ensino Primário. Em 1835 é publicado o Regulamento Geral da Instrução Primária, que inclui nos seus conteúdos a Aritmética e o Desenho Linear. Durante todo o século XIX vão surgindo alterações estruturais, curriculares e metodológicas. Já no início do século XX surgem também modificações importantes, tanto a nível estrutural como a nível curricular. Relativamente à sua estrutura, o Ensino primário continua dividido em 2 graus, o primeiro inclui a 1ª, 2ª e 3ª classe e o segundo inclui a 4ª classe. Este programa, publicado em 1902, procede à organização dos conteúdos pelas 4 classes, referindo apenas conteúdos, sem nenhuma indicação metodológica (ALMEIDA, CANDEIAS, 2014).

Relativamente à constituição da profissão docente do Ensino Primário em Portugal, o seu início remonta a 1772, com a reforma pombalina que veio regulamentar a profissionalização dos mestres de *ler, escrever e contar*. Não havia na época instituições dedicadas à formação destes mestres, existiam apenas exames para averiguar as qualificações dos candidatos e apenas na primeira metade do século XIX se começa a

discutir a necessidade de promover a formação de mestres em instituições públicas criadas para o efeito. A partir de 1860 a formação de professores do ensino primário ganha estrutura, com a publicação do regulamento a 4/12/1860 (regulamenta a Escola Normal Primária do Distrito de Lisboa) e com a posterior entrada em funcionamento em 1862. Seguiu-se a necessidade de alargar esta formação, que apenas decorria em Lisboa, a outros locais do país, pelo que na última década do século XIX foram criadas escolas normais - de referência - e escolas de habilitação para o magistério de professores do ensino primário - que ofereciam formação simplificada (MATOS, 2018; CANDEIAS, 2018).

No início do século XX é decretado que apenas as pessoas com aprovação no curso das escolas normais ou escolas de habilitação para o magistério de professores do ensino primário teriam habilitação para lecionar no ensino primário. (PINTASSILGO, 2012).

Nesta época, os livros de texto careciam de aprovação ministerial pelo que, as três obras a analisar, que dizem respeito às duas primeiras décadas do séc. XX, foram aprovadas e estão de acordo com os programas da época.

No que diz respeito às situações subtrativas, Ponte e Serrazina (2000) referem que estas se podem agrupar em três: Mudar tirando, comparar e tornar igual. Palhares (2004) apresenta duas interpretações diferentes para a compreensão da natureza e do valor da subtração: tirar e completar. Relativamente aos processos de cálculo e algoritmo, Ponte e Serrazina (2000) e Palhares (2004) apresentam um conjunto de possíveis processos de cálculo, bem como o algoritmo da subtração, destacando as situações em que o número de unidades de uma ordem no subtrativo é maior do que o correspondente no aditivo. Nestas situações poderão ser usados dois algoritmos, o da decomposição ou troca e o da compensação. Não iremos discutir aqui cada uma das situações, uma vez que a discussão será feita ao longo da análise das obras.

Metodologia

Seguindo uma metodologia de investigação histórica, através da análise documental, do tipo qualitativo, descritivo e interpretativo, este texto focar-se-á na análise de três livros, dois utilizados na formação de professores do Ensino Primário e o terceiro utilizado pelos alunos. Procurar-se-á cruzar as diferentes abordagens propostas para estudo da operação aritmética subtração.

Relativamente à seleção das fontes, procedeu-se à escolha de fontes primárias

(BERRIO, 1997), legislação publicada e livros de texto publicados na época e aprovados pela respectiva comissão.

Através da análise do conteúdo destas três obras (MCCULLOCH, 2004) foi possível identificar a forma como a operação aritmética subtração era abordada nos programas e nos manuais da formação de professores para o Ensino Primário e das Escolas do Ensino Primário características dos manuais escolares da época.

Depois de uma breve descrição dos autores e da respectiva obra, far-se-á uma análise focada na abordagem da subtração feita por cada uma das 3 obras.

Os dois primeiros livros que iremos analisar, estão relacionados com a formação de professores do Ensino Primário, um da área da Matemática e outro da área da Pedagogia. O primeiro, da autoria de Francisco Adolpho Manso Preto, *Aritmética Prática e Geometria Elementar para o Ensino das Escolas Normais*, data de 1903 e o outro, da autoria de Augusto Coelho, *Noções de Pedagogia Elementar*, data de 1907. O terceiro livro, usado como manual escolar no Ensino Primário é da autoria de Augusto Luiz Zilhão, *Noções Elementares de Arithmética e Geometria* e data de 1910.

A análise que iremos efetuar nestas obras centrar-se-á na parte dedicada à aritmética, mais especificamente à operação aritmética subtração.

A subtração nos programas oficiais de 1902

O programa oficial para o ensino primário, datado de 1902, apresenta os conteúdos a lecionar por cada uma das disciplinas, em cada uma das 4 classes. Relativamente à Matemática, nessa época, surgia nos programas designada por Arithmética, Systema métrico e Geometria Prática Elementar. Importa referir que a disciplina de Desenho contemplava maioritariamente conteúdos da área da Matemática.

No que diz respeito à subtração, esta operação aritmética surge no programa da 1^a, 3^a e 4^a classes. Os conteúdos a abordar em cada um dos anos estão sintetizados na tabela a seguir.

Tabela 1: Conteúdos do programa oficial do Ensino Primário, relativos à subtração

<i>Classe</i>	<i>Conteúdo</i>
1 ^a	Subtração. Diminuendo, diminuidor, resto ou diferença e sinal da subtração. Subtração de dois números em que o diminuendo não exceda a 20. Exercícios de cálculo mental, concreto e abstrato.
3 ^a	Subtração. Natureza do resto. Fim da subtração. Exercícios orais e escritos.
4 ^a	Subtração. Diminuendo, diminuidor, resto, excesso ou diferença. Sinal da subtração. Natureza do resto. Casos que há a considerar na subtração. Provar pela taboada da adição que o resto não muda de valor, quando ao aditivo e subtrativo se junta ou tira o mesmo número. Prova de subtração. Fim da subtração. Problemas sobre a adição e sobre a subtração.

Fonte: Diário de Governo, 237, 20/10/1902

A subtração apenas não consta no programa para a 2^a classe, ganhando complexidade ao longo dos 3 anos em é abordado.

A 18 de outubro de 1902 é publicada informação acerca do número de horas de lição semanal destinadas, em cada classe, a cada disciplina, sendo que a disciplina de *Aritmética prática e geometria elementar: noções de escrituração comercial e agrícola* e das que tem mais horas em cada uma das 3 classes: 5 horas na 1^a classe, 4 horas na 2^a classe e 4 horas na 3^a classe, perfazendo um total de 13 horas. Relativamente à disciplina de *Pedagogia e, em especial, metodologia do ensino primário; legislação da escola primária portuguesa*, tinha 2 horas na 1^a classe e na 2^a classe e 3 horas na 3^a classe.

Posteriormente, a 4 de dezembro de 1902, são publicados os programas para o Ensino Normal, organizados por disciplinas e, cada uma destas por classes. A disciplina de *Aritmética prática e geometria elementar: noções de escrituração comercial e agrícola* aborda a operação aritmética divisão na 1^a classe: “Adição, subtração, multiplicação e divisão de inteiros. Definição, regras e teoria destas operações. Provas. Exercícios de cálculo mental sobre as quatro operações. Complemento aritmético; sua aplicação á subtração.” (Diário de Governo n.º 281, 12/12/1902, p. 1277), depois, ainda na mesma classe, surge a subtração de frações e de números decimais.

A subtração nos manuais e livros da formação de professores

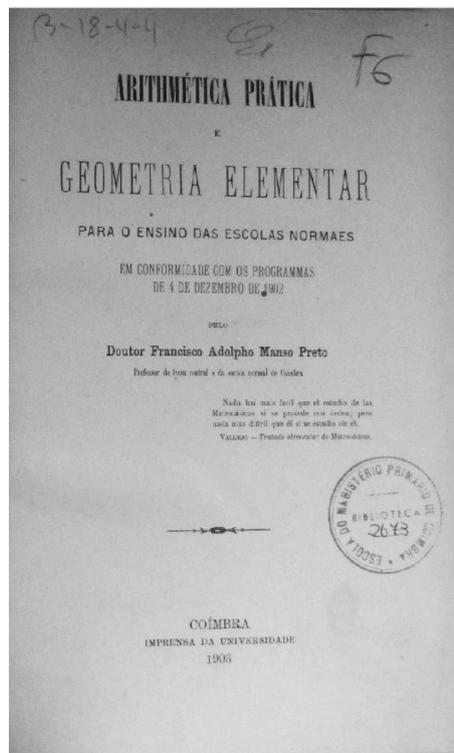
Nesta secção iremos começar por uma breve abordagem às obras a analisar e aos respetivos autores. De seguida serão analisadas as partes de cada uma das obras em que

a operação aritmética subtração é apresentada.

O autor da primeira obra, Francisco Adolfo Manso Preto, formado em Matemática, era, na época em que publicou o livro, professor do Liceu Central e da Escola Normal do sexo feminino de Coimbra, pelo que estava envolvido na formação inicial de professores do ensino primário. Foi autor de vários livros de texto tanto para o ensino liceal como para as escolas normais primárias, no entanto iremos centrar a nossa análise no livro publicado em 1903, “Aritmética prática e geometria elementar, para o ensino das escolas normais em conformidade com os programas de 4 de Dezembro de 1902”, com 531 páginas, aprovado pela comissão técnica dos livros de ensino primário e normal.

A capa do livro contém uma citação do *Tratado elementar de Matemáticas*, da autoria de Vallejo “Nada hay más fácil que el estudio de las Matemáticas si se procede con orden; pero nada más difícil que él si se estudia sin él”.

Figura 1: Capa do livro de Manso Preto



Fonte: PRETO, 1903, capa

No que diz respeito à estrutura, este livro é composto por três partes, a primeira destinada à Aritmética Prática, a segunda destinada à Geometria Plana e a terceira destinada ao Sistema Métrico. A primeira e a segunda parte estão divididas em três livros, destinado cada um a uma classe. Cada livro apresenta no início o programa oficial, seguindo-se um conjunto de capítulos. Cada um dos capítulos apresenta os conteúdos,

numerados e termina com um conjunto de exercícios. A obra apenas contém figuras a acompanhar as definições, teoremas e problemas que constam na parte relativa à Geometria Plana, também o recurso a imagens, quadros ou outros tipos de representações são escassos. Um dos poucos quadros que contém diz respeito às unidades de diferentes ordens, no entanto esta representação é distinta da que surge nas outras obras e nos dias de hoje em que as ordens e classes surgem na horizontal e não na vertical.

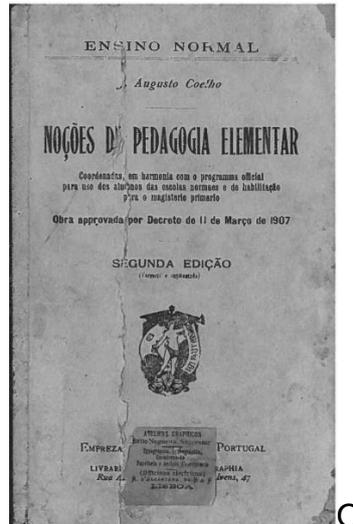
Figura 2: Quadro das unidades de diferentes ordens

1. ^a ordem	— <i>Unidades simples</i>	} 1. ^a classe
2. ^a »	— Dezena de unidades	
3. ^a »	— Centena de unidades	
4. ^a »	— <i>Milhar</i>	} 2. ^a classe
5. ^a »	— Dezena de milhar	
6. ^a »	— Centena de milhar	
7. ^a »	— <i>Milhão</i>	} 3. ^a classe
8. ^a »	— Dezena de milhão	
9. ^a »	— Centena de milhão	
10. ^a »	— <i>Bilhão</i>	} 4. ^a classe
11. ^a »	— Dezena de bilhão	
12. ^a »	— Centena de bilhão	
13. ^a »	— <i>Trilhão</i>	} 5. ^a classe
14. ^a »	— Dezena de trilhão	
15. ^a »	— Centena de trilhão	

Fonte: PRETO, 1903, p. 15

O autor da segunda obra, J. Augusto Coelho, foi professor na Escola Normal do Porto, nos anos 80 do século XIX, regente da cadeira de Ciências Físico-Químicas e da cadeira de Pedagogia. Em 1894, foi para Lisboa, como diretor da Escola Normal para o sexo masculino, passando em 1902 a dirigir a Escola Normal do sexo feminino. Colaborou com inúmeras publicações de âmbito pedagógico, como por exemplo a Revista Pedagógica e a Educação Nacional, no entanto não tinha formação universitária. A obra que iremos analisar, datada de 1906, “Noções de Pedagogia Elementar”, aprovada por decreto a 11 de março de 1907, referia ser “em harmonia com o programma official para uso dos alunos das escolas normais e de habilitação para o magistério primário”.

Figura 3: Capa do livro de Augusto Coelho



Fonte: COELHO, 1906

Relativamente à estrutura, a obra contém 335 páginas e está dividida em 3 partes. A primeira diz respeito à escola primária, sua instalação, meios de instrução, agentes de ensino e alunos. Esta parte contém 2 secções, cada uma delas dividida em capítulos. A segunda parte, a mais extensa, está relacionada com a metodologia e processologia especiais e psicologia. Esta parte contém duas secções, divididas em subsecções e capítulos. A terceira parte, relativa à educação em geral e especial e à evolução das ideias educativas, está dividida em 2 secções, cada uma delas divididas em vários capítulos.

A parte 2, tem a primeira secção destinada à metodologia e processologia especiais, dividida em 2 subsecções, uma destinada às ciências teóricas, sendo o primeiro capítulo destinado à Geometria e o segundo à Aritmética, e a outra subsecção destinada às ciências de aplicação e operações técnicas.

Augusto Luiz Zilhão, autor da terceira obra analisada, foi professor nas Escolas Centrais e do Ensino Primário e autor de um conjunto de manuais de Aritmética e Geometria.

Figura 4: Capa do livro de Augusto Luiz Zilhão



Fonte: ZILHÃO, 1910

A obra que iremos analisar data de 1910 “Noções elementares de Arithmética e Geometria” é dirigida ao Ensino Primário Oficial e refere ser “em harmonia com os actuaes programmas de instrucção primária”. A capa indica ainda a aprovação oficial por decreto de 5 de abril de 1906. Esta é a sétima edição da obra, contém 166 páginas, em 3 partes. A primeira parte diz respeito à aritmética, seccionada em cinco capítulos, a segunda refere-se ao sistema métrico, com sete capítulos e a terceira parte diz respeito às noções elementares de geometria – sem capítulos, mas com 5 tópicos. Do mesmo autor existiam ainda um conjunto de 3 cadernos de aritmética, para a 1ª classe, para a 2ª classe e para a 3ª e 4ª classe.

Passemos à análise de cada uma das obras, relativamente à parte que aborda a subtração, começando pela obra de Manso Preto, seguindo-se a de Augusto Coelho e terminando com a de Augusto Zilhão.

No livro de Manso Preto, a subtração surge apenas na primeira parte, dedicada à Aritmética, no capítulo III do livro primeiro, designado “Subtracção”. O autor dedica 13 páginas do livro a esta operação. O primeiro ponto intitula-se *Definições*, apresenta um exemplo da vida real em que se aplica a subtração e depois a definição de subtração “É a operação que tem por fim tirar de um número dado tantas unidades, quantas sam as contidas noutro número também dado, porém, em geral, menor que o primeiro” (p. 30). Assim, a subtração surge no sentido de retirar (PALHARES, 2004) ou mudar tirando (PONTE, SERRAZINA, 2000).

Explica a seguir o que significa resto, diferença ou excesso; diminuendo ou additivo; diminuidor ou subtrativo; e termos da subtração, aplicando ao exemplo dado inicialmente.

Passa ao sinal que indica a subtração “-“ e à leitura da operação. Seguem-se breves exemplos com expressões envolvendo adição e subtração e ainda parêntesis. Conclui que “Subtração é a operação, na qual, sendo dada a soma de duas parcelas e uma dellas, se pede a outra” (p. 31), aplica depois ao exemplo anterior e sintetiza dizendo que a subtração é a operação inversa da adição.

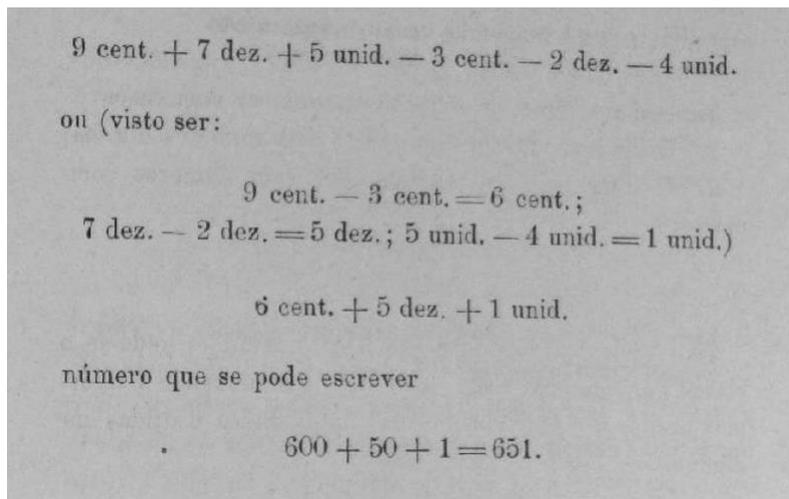
O segundo ponto, diz respeito aos diferentes casos de subtração, o primeiro é relativo à subtração de números inferiores à dezena, portanto formados apenas por 1 algarismo e o segundo caso diz respeito aos outros, designados na época por números compostos. Para o primeiro caso começa por explicar um exemplo e apresentar o processo seguinte:

$$7 - 3 = 6 - 2 = 5 - 1 = 4 \text{ (resto)}$$

Concluindo que o resto não se altera se juntar ou tirar o mesmo número de unidades ao aditivo e ao subtrativo. Acrescenta que este processo é trabalhoso pelo que sugere decorar os restos das subtrações em que o subtrativo e o resto sejam números dígitos.

O segundo caso explicita as situações em que o aditivo e o subtrativo são números maiores ou iguais a 10. Recorre a exemplos (975 - 324) em que procede à decomposição de cada um dos números em ordens e depois determina a diferença para cada um dos números, por ordens, explicando todo o processo até ao resultado.

Figura 5: Cálculo de 975 - 324



9 cent. + 7 dez. + 5 unid. - 3 cent. - 2 dez. - 4 unid.
ou (visto ser:
9 cent. - 3 cent. = 6 cent. ;
7 dez. - 2 dez. = 5 dez. ; 5 unid. - 4 unid. = 1 unid.)
6 cent. + 5 dez. + 1 unid.
número que se pode escrever
600 + 50 + 1 = 651.

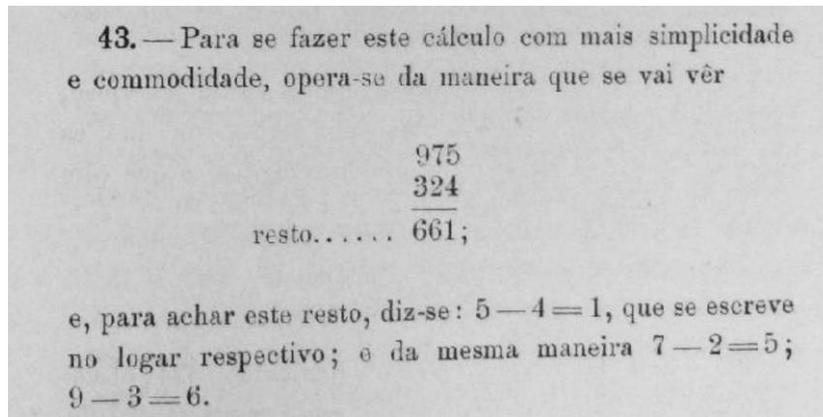
Fonte: PRETO, 1903, p. 33

Conclui que “para subtrair números compostos será necessário tirar as unidades, dezenas,

centenas, etc. do número menor respectivamente das unidades, dezenas, centenas, etc. do maior”.

De seguida apresenta a operação da subtração.

Figura 6: Operação da Subtração



Fonte: PRETO, 1903, p. 33

Passa depois às situações em que um dos algarismos do aditivo é inferior ao correspondente posicional no subtrativo, explicando detalhadamente o processo, com recurso a um exemplo ($143968 - 74682$), por exemplo, relativamente a subtração dos algarismos das dezenas explica “ $6 - 8$ não pode ser, porque 6 é menor do que 8 ; aumentando, porém, o algarismo das 6 dezenas de 1 centena ou 10 dezenas e subtraindo agora das 16 dezenas as 8 do diminuidor, teremos o resto 8 (...) Passando depois à columna das centenas, em lugar de dizermos $9 - 6$, juntaremos uma centena ao algarismo 6 do diminuidor e teremos $9 - 7 = 2$, que será o algarismo das centenas do resto”. Assim, o autor aplica neste caso o método da compensação (PALHARES, 2004; PONTE, SERRAZINA, 2000). Acrescenta a seguinte explicação “é claro, que o resto por esta forma não fica alterado, porquanto adicionamos uma centena tanto no diminuendo como no diminuidor”, ou seja, justifica através do teorema da invariância do resto (PALHARES, 2004), seguindo-se a regra.

Depois indica outra regra que refere ser preferível à anterior. Consiste em juntar a cada um dos algarismos do diminuidor o número suficiente de unidades para obter o algarismo do diminuendo, escrevendo o número de unidades que se juntaram o resto. Se o algarismo do diminuendo for inferior ao correspondente do diminuidor, considera o diminuendo aumentado em 10 unidades da sua ordem e junta uma unidade ao algarismo seguinte do diminuidor. Termina esta parte apresentando 6 propriedades relativas à subtração.

O terceiro ponto diz respeito ao complemento aritmético, começado por apresentar um exemplo, seguido da regra e definição. “Complemento aritmético dum número é um outro número que, somado com o primeiro, dá em resultado a unidade de ordem imediatamente superior à mais elevada das que entram em o número composto (...) Assim, o complemento aritmético de 5423 é 4577 (...)” (p. 39). Recorre assim ao designado método do complemento aritmético (PALHARES, 2004). Segue-se a explicação da sua utilização, seguindo-se um exemplo, como mostra a figura 6, e a regra, generalizando para as expressões numéricas.

Figura 6: Subtração usando o método do complemento aritmético

$$\begin{aligned}
 8523 - 4329 &= 8523 + 5671 - (4329 + 5671) \\
 &= 8523 + 5671 - 10000 \\
 &= 14194 - 10000 = 4194.
 \end{aligned}$$

Fonte: PRETO, 1903, p. 40

Este capítulo termina com um conjunto de 7 exercícios, correspondendo os 6 primeiros a situações problemáticas envolvendo dinheiro, idades, datas e alturas; e o sétimo com 2 expressões para efetuar através do complemento aritmético.

Na obra de Pedagogia Elementar de Augusto Coelho são dedicadas apenas 3 páginas à subtração, dentro do ponto III dedicado aos números significados por algarismos, do capítulo “Methodologia e Processologia da Arithmetica”. O autor começa este ponto referindo “Havendo o aluno atingido esta altura, irá abandonando os objetos e ficar-se-á só com os algarismos, referidos sempre a uma unidade determinada”. (p. 103). Explora de seguida a adição, passando depois para a subtração “Subtração de números representados por algarismos e referidos a objetos determinados”. A subtração é apresentada recorrendo a 2 casos:

- A) Caso em que todos os algarismos do diminuendo são maiores do que os do diminuidor;
- B) Caso em que nem todos os algarismos do diminuendo são maiores do que os do diminuidor;

A situação A) ainda se divide em 2 situações: quando cada número é apenas representado por um algarismo e quando os números são representados por mais do que um algarismo.

Para cada uma das três situações explica como se deverá proceder, conforme figura a seguir.

Figura 7: Três situações da subtração

Caso A.i	Caso A. ii	Caso B
$\begin{array}{r} \text{De 7 conchas} \\ \text{tir. 5 conchas} \\ \hline 2 \text{ conchas} \end{array};$	$\begin{array}{l} \text{De 7 dez. de conchas} + 6 \text{ con.} \\ \text{tir. 4 dez. de conchas} + 2 \text{ con.} \\ \hline 3 \text{ dez. de conchas} + 4 \text{ con.} \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{l} \text{de 70 con.} + 6 \text{ con.} \\ \text{tir. 40 con.} + 2 \text{ con.} \\ \hline 30 \text{ con.} + 4 \text{ con.} \end{array}$ $\begin{array}{r} 76 \text{ conchas} \\ - 42 \text{ conchas} \\ \hline \text{ou} \\ 34 \text{ conchas} \end{array}$	$\begin{array}{l} \text{De 6 cent. de con.} + 3 \text{ dez. de con.} + 7 \text{ con.} \\ \text{tir. 4 cent. de con.} + 5 \text{ dez. de con.} + 3 \text{ con.} \\ \hline \text{será o mesmo que de } 600 \text{ con.} + 30 \text{ con.} + 7 \\ \text{con. tirar } 400 \text{ con.} + 50 \text{ con.} + 3 \text{ con.}; \text{ ora, isto} \\ \text{é o mesmo que —} \end{array}$ $\begin{array}{l} \text{de } 500 \text{ con.} + 130 \text{ con.} + 7 \text{ con.} \\ \text{tir. } 400 \text{ con.} + 50 \text{ con.} + 5 \text{ con.} \\ \hline 100 \text{ con.} + 80 \text{ con.} + 4 \text{ con.} \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{l} \text{de } 637 \text{ con.} \\ \text{tir. } 453 \text{ con.} \\ \hline 184 \text{ con.} \end{array}$

Fonte: COELHO, 1906, pp. 106-107

Os exemplos que apresenta recorrem a objetos, (Ex.: sete conchas menos cinco conchas), utilizados ao longo deste capítulo dedicado à Aritmética. Assim, não se efetua a subtração de números abstratos, mas sim de quantidades de um objeto, a concha. Na situação B o autor recorre ao método da decomposição (PONTE, SERRAZINA, 2000) ou da troca (PALHARES, 2004), na sua resolução da subtração. Merece ainda destaque as três representações utilizadas para cada um dos casos A.ii) e B).

O livro de Augusto Zilhão, no capítulo III “Operações Aritméticas”, começa por abordar a adição e depois a subtração, à qual dedica 8 páginas. Começa o tema com uma situação concreta “Suponhamos esta questão: Numa fructeira havia 15 peras e comeram-se 6. Quantas peras ficaram?”, apresentando a explicação que consta na figura seguinte:

Figura 8: Resolução da situação

<p>Havendo 15 peras e comendo-se 6, ficaram evidentemente</p> <p style="text-align: center;">$15 \text{ menos } 6, \text{ ou } 9 \text{ peras}$</p>	<p style="text-align: right;">Disposição dos números</p> $\begin{array}{r} 15 \\ - 6 \\ \hline 9 \end{array}$
<p>Achava-se o mesmo resultado, vendo quantas peras era preciso juntar às 6 que se comeram, para ter as 15 que havia, dizendo :</p> <p style="text-align: center;">$6 \text{ para } 15 \text{ faltam } 9$</p>	

Fonte: ZILHÃO, 1910, p. 37

No enunciado é apresentada uma situação de mudar tirando (PONTE e

SERRAZINA, 2000), no entanto a última parte da explicação da resolução remete para uma situação de tornar igual.

De seguida define da seguinte forma a subtração: “É a operação arithmetica por meio da qual se vê, quanto falta a um número conhecido para ter outro também conhecido.” (p. 38). Define ainda o resto, excesso ou diferença; subtrativo ou diminuidor; e aditivo ou diminuendo, seguindo-se o sinal da subtração.

Segue-se a subtração de números pequenos, referindo que esta se faz mentalmente, apelando ao uso da tabuada e à realização de bastantes exercícios. Enuncia aqui um princípio que corresponde ao teorema da invariância do resto.

A subtração de números com vários algarismos começa com uma regra e um exemplo, explicando detalhadamente todo o processo. Passa depois para as situações em que o subtrativo tem algarismos de valor maior que os correspondentes do aditivo, começando por explicar o procedimento, remetendo para o método da compensação (PALHARES, 2004; PONTE, SERRAZINA, 2000), seguido de um exemplo, conforme mostra a figura a seguir:

Figura 9: Resolução do exemplo

$\begin{array}{r} 5264 \\ 3728 \\ \hline 1536 \end{array}$	<p>Diz-se :</p> <p>8 para 4 não póde ser ; acrescentam-se 10 unidades (uma dezena) ás 4 do additivo, dizendo : 8 para 14, 6. Escreve-se 6 debaixo das unidades. Depois acrescenta-se tambem 1 dezena ás 2 do subtractivo e diz-se : e vae 1 e 2, 3, para 6, 3. Escreve-se 3 debaixo das dezenas. Depois 7 para 2 não póde ser ; acrescentam-se 10 centenas (1 milhar) ás 2 do additivo, dizendo : 7 para 12, 5. Escreve-se 5 debaixo das centenas. Depois acrescenta-se 1 milhar aos 3 do subtractivo e diz-se : e vae 1 e 3, 4, para 5, 1. Escreve-se 1 debaixo dos milhares.</p> <p>Por simplicidade diz-se : 8 para 14, 6 ; e vae 1, e 2, 3, para 6, 3 ; 7 para 12, 5 ; e vae 1, e 3, 4, para 5, 1. Assim,</p> <p style="text-align: center;">$5264 - 3728 = 1536$</p>
--	--

Fonte: ZILHÃO, 1910, p. 41

O autor ainda descreve a prova real da subtração e a prova real da adição pela

subtração, terminando com o fim da subtração “Por meio d’uma subtracção podemos conhecer, dadas duas quantidades, qual é o excesso da maior sobre a menor, ou que o resto fica tirando a menor da maior, ou quando falta à menor para igualar a maior.(...)” (p. 43). Surgindo assim as três situações subtrativas descritas por PONTE e SERRAZINA (2000); comparação, mudar tirando e tornar igual.

Termina com 38 exercícios e problemas, organizados e designados pelos autores da seguinte forma: Exercícios orais e escritos (4), problemas (26) e problemas sobre adição e subtração (8). Não serão analisados, uma vez que não é nosso objetivo neste texto.

As três obras apresentam características semelhantes e diferentes que discutiremos nas considerações finais.

Considerações Finais

Este artigo teve como objetivo caracterizar de que forma se abordava operação aritmética subtração no início do século XX, tanto na formação de professores do Ensino Primário como no Ensino Primário.

A análise estas três obras, no que diz respeito à subtração, permitiu perceber como se definia subtração, quais os processos utilizados na subtração de números com diferentes características, as regras/propriedades trabalhadas, os exemplos apresentados, bem como os exercícios e problemas que apresentavam aos alunos. Permitiu ainda identificar semelhanças e diferenças entre elas, sendo que as diferenças dizem respeito ao diferente fim de cada uma das obras.

Relativamente à obra de Augusto Coelho, sendo uma obra de pedagogia, apresenta a parte relativa à subtração muito sintetizada, focando-se apenas nos três casos: subtração de algarismos, subtração em que todos os algarismos do diminuendo são maiores que os do diminuidor e subtração em que nem todos os algarismos do diminuendo são maiores que os do diminuidor. Para cada um dos casos o autor recorre sempre a objetos (conchas), e nos dois últimos casos recorre a três representações diferentes. O autor utiliza o método da decomposição ou troca na situação em que nem todos os algarismos do aditivo são maiores que os do subtrativo.

As obras de Manso Preto e de Augusto Zilhão sendo manuais de Aritmética e Geometria, dirigidos às escolas normais e às escolas primárias, aprofundam, naturalmente, mais o tema em análise. Ambas definem subtração e as suas componentes, apresentam

regras, propriedades, exemplos e exercícios. Nas duas surgem também os três casos, como referidos anteriormente e é utilizado o método da compensação na situação em que nem todos os algarismos do aditivo são maiores que os do subtrativo, sustentado no teorema da invariância do resto que está presente nas duas obras.

No entanto a estrutura de uma e de outra evidencia o público-alvo a que se destina, é disso exemplo o facto de a obra de Augusto Zilhão apresentar palavras e algarismos destacados (tamanho maior e a negrito). Textos mais curtos e exemplos sempre acompanhados da forma de dizer. Destacamos mais duas características diferentes nas duas obras. Apenas Manso Preto dedica uma das partes ao complemento aritmético, não abordado na obra de Augusto Zilhão e apenas Augusto Zilhão contém ainda a prova real da subtração e a prova real da adição pela subtração. Por fim, outra característica que as distingue diz respeito ao número de exercícios que surgem no final da abordagem ao tema, Manso Preto apenas apresenta 7 exercícios enquanto Augusto Zilhão tem 38, distinguindo exercícios orais e escritos, problemas e problemas sobre adição e subtração.

Agradecimentos

Este trabalho foi apoiado pela FCT - Fundação para a Ciência e a Tecnologia, I.P. portuguesa no âmbito dos projetos UIDB / 04647/2020 do CICS.NOVA – Centro Interdisciplinar de Ciências Sociais e UID/CED/02861/2016 da UIED - Unidade de Investigação Educação e Desenvolvimento.

Legislação

Diário de Governo, 237, 20/10/1902

Diário de Governo, 281, 12/12/1902

Fontes

COELHO, J. **Noções de Pedagogia elementar**. 2.^a ed. Lisboa: Livraria Moderna – Editora, 1906.

PRETO, A. **Aritmética prática e geometria elementar para o ensino das escolas normais**. Coimbra: Imprensa da Universidade, 1905

ZILHÃO, A. L. **Noções elementares de Aritmética e Geometria**. Lisboa: Livraria Ferreira & Oliveira, Limitada Editores, 1910.

Referências

AIRES, A. P. **O conceito de derivada no ensino secundário em Portugal ao longo do século XX: Uma abordagem histórica através dos planos curriculares e manuais escolares**. Tese. Salamanca, 2006.

ALMEIDA, A. J.; MATOS, J. M. (Coord.). **A matemática nos programas do ensino não-superior (1835-1974)**. Caparica: UIED; APM, 2014.

ALMEIDA, M.; CANDEIAS, R. Os programas de matemática do ensino primário, da Telescola e do Ciclo Preparatório do Ensino Secundário. In: ALMEIDA, A. J.; MATOS, J. M. (Coord.), **A matemática nos programas do ensino não-superior (1835-1974)**. Caparica: UIED; APM, p. 39- 68, 2014.

ALMEIDA, P. C.; MATOS, J. M. (2021). O conceito de número e a profissionalidade docente no ensino primário português. **Acervo – Boletim do Centro de Documentação do GHEMAT-SP**, 3, 1-14.

BERRIO, J. El método histórico en la investigación histórico-educativa. Em N. De Gabriel e A. Viñao (eds) **La investigación histórico-educativa**. Barcelona: Ronsel, 1997.

CANDEIAS, R. A matemática na formação dos professores do ensino primário em Portugal da reforma pombalina de 1772 até 1910. In: MATOS, José Manoel (ed.). **A matemática e o seu ensino na formação de professores: uma abordagem histórica**. Lisboa: UIED, v. 1, p.11-56, 2018.

CHERVEL, A. **História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa**. Teoria & Educação, Porto Alegre, n. 2, p. 177-229, 1990.

GIMENO, J. **O currículo: uma reflexão sobre a prática**. 3.ed. Porto alegre: Artmed, 2000.

MATOS, J. M. A matemática no ensino não-superior em Portugal. In: MATOS, José Manuel (Ed.). **A matemática nos programas do ensino não-superior (1835-1974)**. Caparica: UIED; APM, 2014. p. 15-35.

MCCULLOCH, G. **Documentary Research. Education, History and the Social Sciences**, Londres, 2004.

PALHARES, P. (ed.). **Elementos de Matemática para Professores do Ensino Básico**. Lisboa: Lidel, 2004.

PINTASSILGO, J. (Coord.). **Escolas de formação de professores em Portugal**. Lisboa: Colibri, 2012.

PONTE, P.; SERRAZINA, M. **Didática da Matemática do 1º Ciclo**. Lisboa: Universidade Aberta, 2000.

SANTIAGO, A. E. **Evolução histórica dos problemas de optimização e o seu tratamento no ensino secundário português nos séculos XX e XXI**. Salamanca (Tese de doutoramento apresentada na Universidade de Salamanca), 2008.

SANTIAGO, A.; MATOS, J. M.; CANDEIAS, R. A matemática na formação dos professores do ensino primário em Portugal de 1910 até 1926. In J. M. MATOS (Ed.), **A matemática e o seu ensino na formação de professores. Uma abordagem histórica** (pp. 57-84). Lisboa: APM e UIED, 2018.