

Büchler (1921, 1923): saberes de referência para ensinar frações

Denise Medina França¹

Késia Ramires²


Edilene Simões Costa dos Santos³


Resumo: O presente artigo é parte de uma pesquisa desenvolvida na perspectiva socio-histórica (HOFSTETTER; VALENTE, 2017) que tem investigado a constituição de possíveis saberes para o ofício da docência, em específico aqueles relacionados ao ensino de frações. A partir de um trabalho historiográfico realizado com manuais de George August Büchler, investigamos de que maneira estavam articulados os saberes a ensinar e saberes para ensinar matemática, referentes ao ensino das frações, no período da vaga intuitiva. Concluímos que o autor utiliza as ilustrações em todos os manuais analisados, trabalhando-as como dispositivos didáticos para auxiliar na compreensão do conceito por alunos e professores. Inicia a abordagem do conceito de frações por meio de um diálogo com o leitor. Nesse sentido, apresenta um problema que envolve situações cotidianas, mobilizando os saberes de maneira que o professor possa, ao mesmo tempo, trabalhar ideias diferentes sem necessidade de impor um encadeamento lógico dos conteúdos. O conceito de fração parte do significado que nos lembra hoje parte-todo para o significado de número, sem recorrer a um rigor matemático na escrita. Ainda, indica que o método mais utilizado foi o analítico, que na abordagem de um problema, de modo geral, pode ser um instrumento importante para a estratégia de resolução.


Palavras-chave: História da Educação Matemática. Saberes Profissionais. George August Büchler. Método Intuitivo. Ensino de Frações.

Büchler (1921, 1923): reference knowledge to teach fraction

Abstract: The article is part of a research developed in the social-historical perspective, which has investigated the constitution of possible knowledge for the teaching profession, specifically, those related to the teaching of fractions. From a historiographical work based on the manuscripts of George August Büchler, we investigated how the knowledge for teaching and to teach mathematics related to the teaching of fractions were articulate, in the period of the intuitive wave. We conclude that the author uses illustrations as a didactic device to help students and teachers understand the concept. He approaches the concept of fractions by dialoguing with the reader. In this sense, he presents a problem involving everyday situations, mobilizing knowledge so that, at the same time, the teacher is able work on different ideas without the need to impose a logical chain of content. The concept of fraction starts from the meaning that reminds us today part-whole to the meaning of number,

¹ Doutora em Educação. Professora do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ). Rio de Janeiro, Brasil. ✉ denisemedinafranca@gmail.com  <https://orcid.org/0000-0002-1649-5816>

² Doutora em Educação para Ciência e Matemática. Professora da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS). Mato Grosso do Sul, Brasil. ✉ kesiaramires@hotmail.com  <https://orcid.org/0000-0003-1528-5136>

³ Doutora em Educação em Ciências e Matemática. Professora do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS). Mato Grosso do Sul, Brasil. ✉ edilenesc@gmail.com  <https://orcid.org/0000-0002-0509-0098>

without resorting to a mathematical precision in writing. Additionally, it indicates that the most used method was the analytical one which can generally be considered an important instrument for the resolution strategy when approaching a problem.

Keywords: History of Mathematical Education. Professional Knowledge. George August Büchler. Intuitive Method. Teaching Fractions.

Büchler (1921, 1923): saberes de referencia para ensinar frações

Resumen: Este artículo corresponde a la investigación desarrollada desde una perspectiva sociohistórica (HOFSTETTER; VALENTE, 2017) que ha investigado la constitución de saberes posibles para la profesión docente, específicamente los relacionados con la docencia de fracciones. A partir de un trabajo historiográfico realizado con manuales de George August Büchler, investigamos cómo se articulaban los saber a enseñar y saber para enseñar matemáticas, relacionados con la enseñanza de fracciones, en el período de la enseñanza intuitiva. Concluimos que el autor utiliza las ilustraciones en todos los manuales analizados, trabajándolas como dispositivos didácticos para ayudar a estudiantes y profesores a comprender el concepto. Inicia el acercamiento al concepto de fracciones a través de un diálogo con el lector. En este sentido, presenta un problema que involucra situaciones cotidianas, movilizand o saberes para que el docente pueda, al mismo tiempo, trabajar diferentes ideas sin necesidad de imponer una secuencia lógica de contenidos. El concepto de fracción parte del significado que nos recuerda hoy de parte-todo al significado de número, sin recurrir al rigor matemático en la escritura. También indica que el método más utilizado fue el analítico, que en el abordaje de un problema, en general, puede ser una herramienta importante para la estrategia de resolución.

Palabras clave: Historia de la Educación Matemática. Saberes Profesionales. George August Büchler. Método Intuitivo. Enseñanza de Fracciones.

1 Introdução

O estudo aqui apresentado é parte de uma pesquisa maior que tem investigado, em diferentes vagas pedagógicas⁴, possíveis saberes para o ofício da docência, em específico, aqueles relacionados ao ensino de frações. Trata-se de saberes para ensinar matemática (VALENTE, 2017), caracterizados a partir de um trabalho historiográfico realizado com manuais didáticos, programas de ensino, relatórios escolares e outros documentos.

Em geral, para as distintas análises que realizamos (dentro dessa pesquisa maior), tomamos como questão central a indagação: *Quais saberes a ensinar e saberes para ensinar podem ser caracterizados a partir de certas fontes?* Para este

⁴ Admitimos o emprego da expressão vaga pedagógica como sinônimo de movimento, de fluxo, de transformação de um dado tempo por meio da propagação e ampla aceitação de doutrinas, ideais, filosofias pedagógicas, as quais são analisadas, sobretudo, pelos historiadores da educação, resultando no estabelecimento de marcos cronológicos que identificam a prevalência da divulgação destes movimentos, carregados do espírito de transformação (GHEMAT-BRASIL, 2016). Algumas denominações: vaga intuitiva, vaga escolanovista, etc. Relacionamos a vaga intuitiva à pedagogia intuitiva difundida por Pestalozzi.

artigo, além desse questionamento, elegemos algumas outras perguntas norteadoras, tais como:

- Há indícios de como o professor era orientado a começar o ensino de frações?
- Como iniciar esse ensino? Por uma definição? Por um problema? Por um exemplo?
- Como é possível desenvolver a explicação didático-pedagógica sobre o ensino de frações?
- Como sugerir que esse ensino seja graduado?
- O ensino acontece do fácil para o difícil, conforme Valente (2015, p. 365) ou do simples para o complexo⁵?
- O que está implícito no texto didático, sobre os saberes prévios necessários para o ensino de fração?

Essas foram interrogações disparadoras para o estudo em questão, o qual se debruçou sobre os manuais de George August Büchler⁶, professor e autor, considerado um dos difusores da vaga pedagógica intuitiva no Brasil. Investigamos de que maneira estavam articulados os *saberes a ensinar e para ensinar* (HOFSTETTER, VALENTE, 2017) matemática, referentes ao ensino das frações, no período da vaga intuitiva, e entendidos aqui como saberes de referências para a docência do professor que ensina matemática. São frutos de experiências, leituras, apropriações de literatura etc., sistematizados e objetivados em documentos por professores, autores de livros e outros personagens que contribuem para a cultura escolar de uma dada época, que participam da história da educação. Entendemos por saberes objetivados aqueles que “representam a herança sedimentada de saberes comunicáveis passíveis de apropriação” (VALENTE, 2019a, p. 17).

À vista disso, acreditamos que os saberes objetivados, de determinados períodos históricos, possibilitam ao pesquisador descrever uma síntese das discussões oriundas das tensões entre diferentes setores da sociedade (escola,

⁵ Segundo Valente (2015), a lógica de se organizar os conteúdos do simples para o complexo vem da suposição de que organizando dessa forma, aos poucos, com a articulação desses elementos simples, o estudante chegará aos temas complexos, num encadeamento lógico matemático. Os conteúdos possuem pré-requisitos. Já a ideia de fácil/difícil, resulta do aparato estatístico que produz a graduação dos elementos matemáticos que têm mais e menos acertos quando submetidos a uma variada gama de número de alunos. Afasta-se, portanto, da lógica própria do conteúdo matemático e alinha-se à psicológica relativa aos alunos e às suas possibilidades.

⁶ George Augusto Büchler (1884-1962) era de origem germânica. Chegou ao Brasil por volta de 1905 a fim de trabalhar em uma escola alemã. Nessa escola, ele ensinou aritmética, inglês e português. Büchler atuou na escola alemã até 1917, quando a instituição foi fechada. Foi autor de livros escolares de aritmética que tiveram ampla circulação (TRINDADE, 2018).

espaços políticos, academia, sindicato etc.), que participaram, de alguma maneira, da produção de novos saberes de referência para o ensino e para a docência. Em nosso trabalho, por exemplo, observamos indícios de que Büchler se orientou por concepções de Johann Heinrich Pestalozzi (1746-1827) e de sua própria experiência como professor de aritmética para a escola elementar. Ele sistematizou suas experiências, as quais foram materializadas em saberes objetivados, dados a ler em seus manuais.

A coleção dos manuais recebeu o nome de *Arithmetica Elementar*, e foi dividida em três volumes. As obras que selecionamos, volumes II e III (1921 e 1923, respectivamente), foram elaboradas para os primeiros anos escolares, apresentando-se em conformidade com os programas oficiais da época. Embora alguns indícios nos levem a pensar que se tratavam de manuais para professores, identificamos pistas de que esses livros eram utilizados tanto por professor como por aluno. Como exemplos desses indícios, podemos citar a proposta do ensino de medição, feita por Büchler: “O profº mandará os alunos informarem-se num armazém, etc., sobre as respectivas medidas, falando em seguida sobre as vantagens desses acondicionamentos” (BÜCHLER, 1921, v. II, p. 114). Após colocar alguns exercícios com algarismos romanos, ele recomenda “[Falar sobre o emprego dos algarismos romanos]” (*ibid*, v. II, p. 141); na explicação de divisão entre inteiros, ele comenta ao professor: “Antes de decompor, o aluno deverá repetir a serie dos múltiplos de 20, 200, 2000, respectivamente, 30, 300 etc.” (BÜCHLER, 1921 v. II, p. 154); ao desenhar e apresentar uma explicação sobre um inteiro sendo dividido em partes, ele orienta: “Desenho no quadro negro. Contando as partes no desenho” (BÜCHLER, 1921, 1923, v. III, p. 27); para ensinar números mistos, ele sugere: “O professor, tendo feito o desenho no quadro negro ou recortado todas as fracções em cartão ou papelão, mostre aos alunos que $1/1 = 2/2 = 3/3$, etc.” (BÜCHLER, 1921, v. III, p. 30), etc. Esses indícios aparecem explícitos ao final das páginas.

Na introdução do Volume II, o autor imprime suas concepções, deixando sinais da sua experiência, do seu entendimento e objetivo com o ensino escolhido, o intuitivo. Descreve que irá mostrar que “todas as operações arithmeticas (sic) se reduzem a compor (sic) ou decompôr (sic) unidades ou grupos de unidades. O próprio raciocínio consiste em synthetizar (sic) e analysar (sic)” (BÜCHLER, 1921, s/p).

No prefácio desse volume, ele anuncia que o material tende a

Induzir, pois, a criança a convencer-se da verdade aludida (sic), é preparal-a (sic) para reconhecer as relações numéricas (sic) que existem entre as cousas que a cercam, é capacital-a (sic) a escolher a operação que convem (sic) ao caso, não por assim o exigir uma regrinha decorada (sic), e sim pelo conhecimento perfeito dos factos (sic) (BÜCHLER, 1921, s/p).

A citação pode indiciar a opção do autor pelo processo analítico, visto que por meio de fatos matemáticos a criança é levada a compreender as relações numéricas e, mais tarde, concretizar regras e definições. Também observamos uma busca de conexão entre os assuntos a serem ensinados com o cotidiano dos alunos. Nesse sentido, há um esforço em apresentar objetos conhecidos por eles, além de uma crítica implícita ao ensino pautado na memorização de regras – o que seria, para o autor, um ensinar sem sentido. Sua pretensão era de que a criança adquirisse o hábito de não concluir irrefletidamente (BÜCHLER, 1921) – princípio da pedagogia intuitiva preconizada por Pestalozzi.

Ao final do prefácio, o autor ainda realiza outras críticas. Comenta que apesar do método seguido por ele ser mais moroso que o tradicional⁷, ainda assim, trata-se de uma proposta que procura instruir e educar a criança *pela e para* a vida (BÜCHLER, 1921, s/p). Chama, então, de pseudopedagogos aqueles professores que permaneciam sob a marcha do método tradicional, criticando-os, colocando-os como preparadores/treinadores de alunos para "deslumbrarem nos exames" (*ibid*, 1921, s/p).

Por essas críticas, podemos notar que a pedagogia tradicional, de certo modo, ainda reverberava entre os contemporâneos de Büchler. Ou seja, as diretrizes do paradigma da pedagogia tradicional disputavam território com as da pedagogia intuitiva, demarcando um momento de possíveis conflitos entre autores de livros didáticos. Apesar disso, o autor em questão soube problematizar, em seus manuais, as seções de assuntos a serem ensinados, e fez sucesso com suas produções, as quais atingiram longo tempo de adoção pela escola (OLIVEIRA, 2017).

Dentre outros pesquisadores que investigaram os manuais de Büchler, encontramos em Dynnikov (2016) estudo sobre as representações de aritmética que Büchler inseriu nos livros que redigiu para o ensino primário. Também há dados biográficos de Büchler e um panorama sobre a cultura escolar no seminário de

⁷ Na pedagogia tradicional há ênfase na memorização, tratamento da aritmética de forma mecânica - decorar e cantar tabuadas, sem compreender os seus resultados (GUIMARÃES, SILVA, FRANÇA, 2020).

formação de professores, em Bensheim, – onde Büchler se formou. Alguns autores que utilizaram Büchler em seus estudos: Dynnikov (2017) – investigação sobre a utilização de imagens em livros didáticos de matemática escritos por George August Büchler; Almeida e Pinto (2017) – análise sobre obras de autores de livros didáticos que contrapunham-se às práticas de memorização da tabuada, sendo um desses autores investigados George August Büchler; Eissler, Schena e Correa (2018) – discussão sobre a ideia de pátria, presente no livro *Arithmetica Elementar* (Livro 1, de 1919), de Büchler; Eissler e Silva (2019) – proposta de identificar e analisar os princípios do método intuitivo de Pestalozzi no livro *Arithmetica Elementar*, de Büchler, de 1919; Oliveira (2017) – pesquisa sobre autores que difundiram o método intuitivo no Brasil, sendo a obra *Arithmetica Elementar* (Livro I, 2ª edição, de 1924) de Büchler um exemplo dessa difusão,

1a) porque à época da circulação desse livro seu autor era visto como um “especialista do ativo e brilhante mundo pedagógico de São Paulo” (JORNAL DO COMÉRCIO, 1923, p. 2); 2a) porque no período de luta contra o analfabetismo o autor da *Arithmetica elementar* apresentou uma solução para o problema máximo da época – a extinção do analfabetismo no país; 3a) porque não é novidade que esse livro difundia nas suas páginas uma proposta de ensino intuitivo. Em síntese: trata-se de um livro com uma proposta de ensino intuitivo da Aritmética (OLIVEIRA, 2017, p. 217).

Todas essas contribuições trazem elementos para se compreender a perspectiva do autor e professor Büchler. Porém, ampliamos as discussões já existentes quando, aqui, optamos por uma base teórico-metodológica que se aprofunda ao tema dos *saberes objetivados* e de *referência para a docência*, especificando, ainda, o *ensino das frações* contido nos volumes II e III do manual *Arithmetica Elementar*.

2 Saberes a ensinar e saberes para ensinar

Na discussão sobre os saberes de referência para a docência, entendemos ser necessário anunciar algumas perspectivas teóricas e de análise, e também compreender o contexto da formação de professores no período da vaga intuitiva. De acordo com Borer (2017), a institucionalização da formação de professores para o ensino público se deu no curso do século XIX, acompanhada por discussões sobre a natureza das instituições mais adequadas para formar os profissionais do ensino,

sobre o grau de qualificação necessário para ensinar nos diferentes níveis do sistema escolar e sobre os saberes específicos para a profissão do ensino a serem incluídos nos cursos de formação.

Tendo em vista a importância e a especificidade de saberes para a profissão do professor que ensina matemática, as pesquisas desenvolvidas pelo Grupo Associado de Estudo e Pesquisas de História da Educação Matemática (GHEMAT-Brasil) intentam alargar as discussões sobre estes saberes profissionais: quais os saberes profissionais se tornam referência para o exercício da docência e como foram institucionalizados em cada período histórico? Aceita-se a hipótese de que os estudos sobre os saberes profissionais do professor que ensina matemática estão se constituindo como uma especificidade da história da educação matemática. Assim, interessa ao Grupo investigar a sistematização e a produção dos saberes contidos nos programas de formação de professores, nos manuais, nas publicações pedagógicas e em outros documentos, em diferentes vagas pedagógicas.

Queremos compreender de que maneira se

articulam de um lado os saberes constitutivos do campo profissional, no qual a referência é a *expertise* profissional (*saberes profissionais* ou saberes *para* ensinar); e, de outro, os saberes emanados dos campos disciplinares de referência produzidos pelas disciplinas universitárias (*saberes disciplinares* e saberes concernentes aos saberes a ensinar). (BORER, 2017, p. 175, grifos da autora).

No caso dos saberes profissionais, consideramos que eles são elaborados das experiências dos sujeitos, isto é, pelos professores que ensinam matemática e que realizam suas atividades didático-pedagógicas no cotidiano de suas aulas. Ao longo do tempo, este conhecimento do sujeito somado ao conhecimento subjetivo, incorporado, e também às experiências docentes, vão, cada vez mais, se despersonalizando, sistematizando-se, transformando-se em saber. O saber assim sistematizado torna-se inteligível, podendo circular e ser apropriado em diferentes contextos. Dessa forma, averiguamos como foram anunciados os saberes sobre frações sistematizados pelo professor George August Büchler em meados de 1920.

Em nossas pesquisas, temos discutido o que deveria o professor aprender para depois ensinar. Em outras palavras, investigamos que saberes deveriam formar os professores para o ensino de matemática: que experiências foram sistematizadas, quais saberes foram objetivados? Perguntamos: que saberes são necessários para

que o professor possa exercer em cada tempo histórico a docência? Especificamente, neste trabalho, quais conceitos (ou significados) de fração e metodologias deveriam ser de conhecimento do professor para ensinar matemática nos primeiros anos escolares?

Quanto aos saberes profissionais, ao final de investigações em várias fontes e tempos históricos, podemos caracterizar uma *matemática para ensinar*, saber este que

se objetiva, em cada tempo, por meio de dinâmicas e processos ligados ao saber sobre a matemática a ensinar, sobre o aluno e seu desenvolvimento, sobre as maneiras de aprender matemática, sobre as práticas do ensino de matemática, sobre a instituição que define o campo da atividade profissional do professor que ensina matemática por meio de planos de ensino de matemática, referências oficiais para o curso de matemática e finalidade impostas pelo Estado para tal rubrica escolar, dentre outros elementos (VALENTE, 2020a, p. 204).

Nesse sentido, buscamos, como integrantes do Ghemat, caracterizar os saberes próprios ao ofício do professor que ensina matemática, os quais se denominam *matemática a ensinar* e *matemática para ensinar*, construtos históricos da profissão docente. Consideramos que a *matemática a ensinar* e a *matemática para ensinar* não são dados a priori, conforme Valente (2019b). Então, somente após resultados de estudos, o pesquisador pode interpretar e, assim, sistematizar uma *matemática a ensinar* e uma *matemática para ensinar* em determinado tempo histórico.

A hipótese teórica é que o saber profissional do professor que ensina matemática seja formado por dois conjuntos de saberes, uma *matemática a ensinar* e uma *matemática para ensinar*. A primeira, refere-se à matemática como objeto de ensino do professor, o que ele tem que ensinar (*ibid*, p.18), que se origina do campo disciplinar matemático. Já a segunda, “leva em conta a formação de professores” (*ibid*, p. 18), “indica o instrumento para esse ensino, uma ferramenta, portanto” (*ibid*, p. 21), produzida e dinamizada no exercício da profissão docente.

Desse modo, acreditamos que este trabalho contribui com os estudos realizados pelo Ghemat-Brasil, ampliando o debate sobre o estatuto epistemológico dos saberes para ensinar matemática. Para essa tarefa, mobilizamos algumas categorias de análise, as quais elencamos abaixo:

- as primeiras ideias lançadas para introduzir o tema fração, focalizando os *significados* inerentes a elas – se um ensino por composição das partes ou pela decomposição, se um ensino pela comparação entre as partes e o todo, ou se um ensino por meio de medidas numéricas, ou pela relação da fração com a divisão (ou quociente), ou outra ideia qualquer. Concordamos que "o significado de um dado tema, assunto, é resultado das relações travadas, num dado tempo, entre os campos disciplinares e o campo profissional da docência, sob a ótica de uma certa finalidade posta à escola" (VALENTE, 2020b, p. 170);
- a *graduação*, o passo a passo a ser seguido pelo professor para tratar as frações. Como exemplo, começar com frações mais próximas da vida cotidiana, como representações da metade, de um terço, etc., progredindo para uma fração qualquer, ou trabalhar com frações conhecidas em termos de efetuar operações e depois expandir o assunto com frações de qualquer natureza (VALENTE, 2020b; MORAIS *et al.*, 2021);
- os *dispositivos didáticos* (MACIEL, 2019), tais como a diagramação para ensinar a compor ou a ler determinada informação sobre as regularidades entre frações, ou mesmo a diagramação de comparações entre frações com denominadores diferentes, ou também as ilustrações, figuras e outros;
- as *vagas pedagógicas* (GHEMAT-BRASIL, 2016) alinhadas a cada teoria a ser ensinada; se está centrada na criança (no aluno), ou no saber, ou no professor; se recomenda manuais didáticos, materiais concretos, objetos abstratos, etc. Ou seja, apontar doutrinas, ideias, filosofias pedagógicas;
- os *processos de ensino* (VALENTE, 2015), como o analítico e sintético. Citamos esses processos por fazerem parte do período de transição entre a pedagogia tradicional e a intuitiva.

Segundo Valente (2015), a simples classificação de processos como sintético (das partes para o todo) e analítico (do todo para as partes), diz pouco sobre as práticas escolares. É preciso se apropriar desses processos por parte dos autores dos manuais e verificar as representações produzidas. Segundo nossa compreensão, o ensino que caminha em um processo sintético, em uma lógica interna de abordagem de conteúdos da disciplina, obedece a uma hierarquia. Assim, de maneira análoga a um quebra-cabeça, precisamos de várias peças para montá-lo, há uma lógica interna entre as peças a fim de se encaixarem. Neste sentido, "as coisas" são distantes da

realidade; os saberes elementares provêm da base das ciências e não do cotidiano.

Já na concepção do processo analítico, o qual entendemos ser aquele que Büchler procurou adotar, o caminhar vai do todo para as partes. O ensino parte do conhecido para o desconhecido, explorando a realidade da criança, ajustando a abordagem de acordo com o desenvolvimento psicológico e não pela lógica interna da disciplina. A seguir, vamos discutir esses pontos durante a análise dos manuais.

3 Arithmetica elementar de büchler (1921, 1923): saberes de referência para o ensino de fração

Averiguando os três manuais de George Büchler, observamos que o autor introduz o conceito de fração no volume II da coleção, na seção XVII, intitulada *Partes do inteiro*. De acordo com Dynnikov (2016), ele inicia o diálogo com o leitor a partir do prefácio, e reforça a necessidade de orientações metodológicas, trazendo uma súpula de ideias do método intuitivo: transição da vida familiar para a vida escolar; aproveitamento dos conhecimentos pré-escolares, exibição real dos objetos em vez de apresentação de teoria dos números, reprodução de regras abstratas ou memorização; colocação de bases seguras para o conhecimento prático; ou seja, o espírito infantil só é capaz de noções concretas pela intuição direta.

Em grande medida, em seus manuais, Büchler introduz conceitos a partir da vivência cotidiana. Inicia apresentando ao leitor uma família imaginária que vivencia situações e problemas do cotidiano. Por exemplo: situações de compra, de trabalho, de brincadeiras, etc., considerando, assim, uma matemática utilitária, próxima à realidade da criança. Partir das “coisas”, dos objetos do mundo real, daquilo que é conhecido pela criança, oferecendo a ela, por meio da sua intuição sensível, a possibilidade de alicerçar seus conhecimentos, corroborando, assim, com as bases do pensamento de Pestalozzi.

Büchler inicia sempre abordando um tema do cotidiano, em particular, o contexto familiar. Utiliza figuras, principalmente de alimentos simples. As imagens são introduzidas em todas as lições e os alunos estimulados, por meio de problemas, a produzir seus próprios desenhos. As imagens servem para completar a compreensão do conceito abordado.

Na análise sobre os saberes *a e para* ensinar, realizada no volume II do manual de Arithmetica Elementar (1921), notamos um índice programático que propunha a

seqüência de conteúdos na seguinte ordem: numeração falada e escrita; por e tirar; passagem das dezenas – adição – complemento – excesso; passagem das dezenas – adição (cont.); adição e multiplicação; passagem das dezenas – subtração (medição); passagem das dezenas – subtração (cont.) – trabalho corporal, manual – trabalho mental; o múltiplo – a multiplicação, divisão; revisão; multiplicação (vantagens); cálculos abreviados e multiplicação (cont.); medição; mil – cem mil – multiplicação por 10, 100, 1000; a troca de valores (subtrair por adição); números ordinais – o tempo, a data – algarismos romanos; partes do inteiro; divisão com resto; divisão – fração; milhão.

Nessa ordenação de saberes, chamou-nos atenção a divisão aparecer primeiro como operação com os números inteiros, depois uma divisão com resto e, por fim, uma divisão relacionada à fração. Dessa primeira análise, interpretamos que o autor fez um movimento partindo de uma ideia de partição de inteiros, passando pelo fracionamento dos restos da divisão e, ao final, avançando para uma ideia de divisão e fração para introduzir os números racionais na forma de números mistos. Adiante, com os exemplos e argumentos apresentados, esse movimento será mais bem compreendido.

A abordagem do conceito de fração é iniciada por meio de uma contextualização (seção XVII do volume II). Problematiza a repartição do pão entre três jornaleiros, colocando a repartição de um inteiro em partes iguais, tomando o todo e o decompondo em partes.

Figura 1: divisão do pão entre três jornaleiros



Fonte: Arithmetica Elementar

O autor recorre às ilustrações como dispositivo didático, objetivando chamar atenção dos alunos para o contexto ou situação cotidiana a ser tratada. As imagens

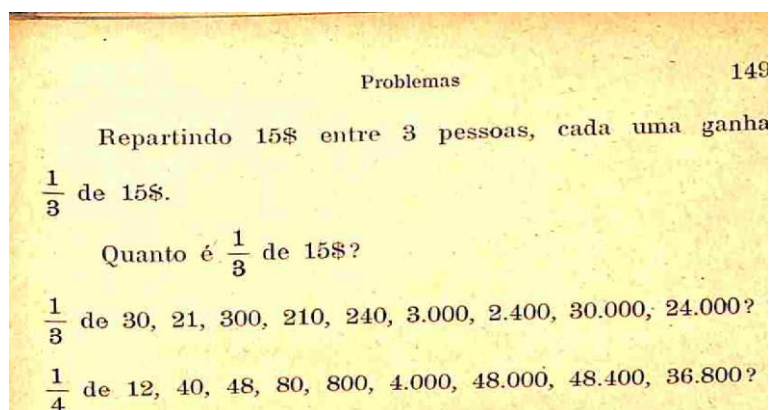
podem ser consideradas como um fácil recurso visual também aos professores, haja vista já constar do manual.

Com o segundo caso, ou problema, é sugerido a repartição de um pão entre 4 jornaleiros e, logo em seguida, Büchler chama a atenção para a comparação das partes (dos pedaços) do primeiro caso (divisão em 3 partes) com o do segundo caso (divisão em 4 partes). Ao continuar com a *experimentação de divisão de um pão*, ele recomenda repartir o pão em 5 partes e depois em 6. Faz comparações entre as partes desses pães ao serem repartidos de maneiras distintas. Assim, busca mostrar essas diferentes divisões e abordar as nomenclaturas: *terça parte* (ou *um terço*), *quarta parte* (ou *um quarto*), *quinta parte* (ou *um quinto*) e *sexta parte* (ou *um sexto*).

Destaca, ainda, que as partes dos pães sempre recebem o mesmo nome, isto é, se foi repartido em 3, então todas as partes serão chamadas terças partes, ou um terço. E assim por diante. A partir disso, avança relacionando a nomenclatura à contagem das partes, exemplo: se tem 1 das 3 partes do pão, escreve-se $1/3$; se tem 2 das 3 partes, escreve-se $2/3$; se tem 3 das 3 partes, tem-se $3/3$ ou 1 inteiro. Entendemos que a exemplificação dada aqui é de que o inteiro pode ser escrito com a representação fracionária.

Feita a apresentação do que são os terços, quartos, quintos e sextos, apresenta a divisão por dois, obtendo os meios. Após explorar situações que abordam as partes de um inteiro, propõe atividades com as partes de uma quantidade, como na Figura 2.

Figura 2: parte de uma quantidade



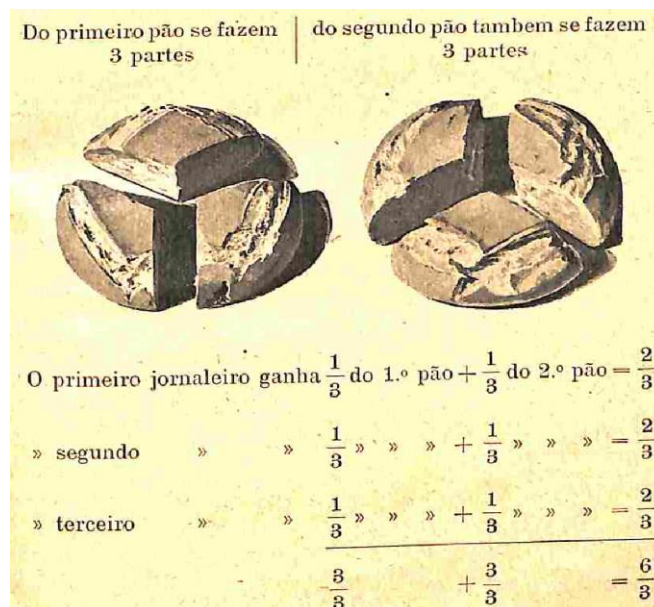
Fonte: Arithmetica Elementar

É válido destacar a ideia proposta por Büchler para o ensino de divisão em partes iguais: ele usa a nomenclatura do traço da fração, ou seja, a representação de

uma fração apenas para introduzir a ideia de relação entre as partes e o todo, para comparar quantas partes “eu tenho” de todas que formam o todo. Assim, é possível considerar que Büchler inicia a ideia de fração com um significado de relação entre parte e todo, um significado relativo. Todavia, quando questiona quantos são $\frac{1}{3}$ de 30, $\frac{1}{4}$ de 12, etc. (Figura 2), ele se vale da ideia de dividir a quantidade dada (30, 12, etc.) pelo número que está na parte inferior da representação fracionária: 12 deve ser dividido por 4, 25 por 5, 60 por 6. Dessa forma, ao propor vários exercícios que aparecem com numerador 1, entendemos que o objetivo é o de encontrar uma parte de uma quantidade, isto é, de acordo com a notação, significa dividir a quantidade dada pelo número que está na parte inferior da representação fracionária. Aqui, parece que o autor procura avançar em uma ideia de quociente, de dividir quantidades por certo número. Além disso, é possível considerar ser um avanço do concreto para o abstrato, já que se parte da *repartição do concreto* para a *repartição de quantidade*, caminhando para a notação fracionária.

A próxima etapa de ensino proposta por ele coloca uma situação diferente. Agora, ele sugere dividir 2 pães entre 3 jornaleiros. Nesse momento, o autor passa a usar o verbo dividir, mas sem sugerir a divisão algorítmica entre números, e sim a continuação da ideia de repartições de objetos em partes iguais.

Figura 3: dois pães divididos entre três jornaleiros



Fonte: Arithmetica Elementar

Como se pode notar, ele mantém a ilustração do pão como objeto concreto, buscando sensibilizar em sua proposta de ensino. Ilustra como juntar as partes sem

se referir ao termo “adição de frações”. Mas por que Büchler recorre a um tipo de diagramação para explicar a junção dos símbolos (fracionários) representados, em vez de informar que vai adicionar ou mesmo usar a operação de adição? Interpretamos que o modo de ensinar usando a diagramação pode diferenciar as ideias “juntar partes” e “adicionar números”. Dito de outro modo, a junção de objetos, de pedaços, partes iguais de coisas, não seria confundida com a operação de adição, algorítmica, numérica, a qual vai aparecer apenas no volume III da coleção de livros. Porém, ainda que ele não mencione a adição de frações, concomitantemente, já começa a introduzir as primeiras ideias de soma de frações junto ao ensino de repartição do inteiro em partes iguais.

Na ilustração (Figura 3), os $\frac{2}{3}$ se referem à junção de 2 terças partes. Nesse caso, $\frac{1}{3}$ de cada um dos dois pães, esses que foram repartidos em 3 pedaços iguais. Sendo assim, não se trata de uma comparação entre 2 partes tomadas de 3 que compõem um inteiro, mas sim de 2 partes de $\frac{1}{3}$ que foram juntadas a partir de inteiros compostos por 3 pedaços iguais. Isso pode indicar que, para o autor, o elemento inferior no símbolo $\frac{2}{3}$ era sempre aquele que designava, que determinava, que denotava a quantidade de partes que o inteiro seria repartido, nesse caso, o 3. Esse exemplo, por sinal, foi utilizado em problema subsequente para explicar sua ideia de fração.

Diante disso, podemos dizer que Büchler toma o cuidado de usar símbolos, como o traço da fração e o mais da adição, sem mencionar os termos “fração” ou “adição” ainda, pois tais termos serão referenciados na abordagem de fração como um número, mais adiante. Contudo, ele vai problematizando situações em que a representação fracionária, bem como a de junção, vão aparecendo.

Na seção seguinte de seu manual, XVIII, denominada *Divisão com resto*, ele relembra um conceito já estudado. Exemplos: $547 : 20$, resto 7 (BÜCHLER, 1921, p. 154); $13455 : 11$, resto 2 (*ibid*, p. 155). Nesse momento, entendemos que Büchler retoma a divisão com resto para, na próxima seção, XIX, intitulada *Divisão – Fração*, relacionar a fração como resto com a parte inteira e com os números mistos. Senão, vejamos: apresenta um problema de divisão de 5 laranjas entre 3 alunos e prescreve: “pode-se dar a cada aluno (sic) 1 inteira e parte ou *fracção* (sic) das outras. A *fracção* (sic) que cada um recebe, obtém-se, dividindo cada uma das 2 laranjas que restam em 3 partes iguaes” (sic); “A *fracção* (sic) que cada um recebe é igual a $\frac{2}{3}$ ”; e finaliza

que a quantidade de laranjas será dada por: “ $5 : 3 = (3 : 3) + (2 : 3) = 1 + 2/3 = 1 \frac{2}{3}$ ” (*ibid*, p. 157, grifo do autor).

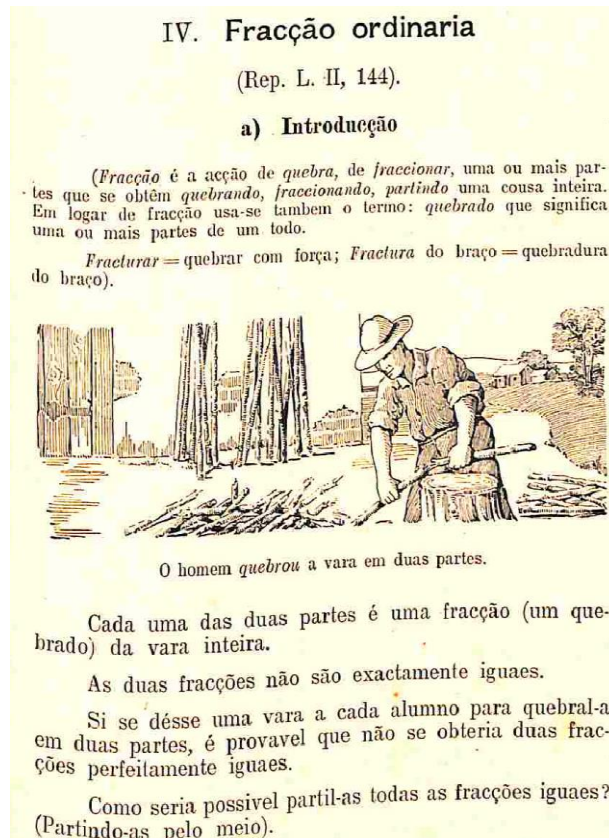
Observamos que o autor só propõe a divisão com as 2 laranjas restantes, dividindo-as em 3 partes cada uma. Assim, cada aluno terá $1/3$ de cada laranja, ou seja, $2/3$ (ideia já ilustrada pela Figura 3 da seção XVII), e mais 1 laranja inteira. Consideramos que Büchler busca introduzir uma ideia de *número misto* sem citar essa denominação, trabalhando a ideia intuitivamente, derivando de uma divisão simples com objetos conhecidos dos alunos, algo palpável para eles, costumeiro de se ver (laranjas repartidas). O método intuitivo (empregado implicitamente) combinado aos saberes matemáticos (divisão de números, de coisas, divisão sem resto, com resto, representação da fração ora como comparação entre partes do inteiro, ora como um comando de divisão) configura uma ferramenta para ensinar frações que pode convergir com o de outros autores da época (investigação que temos avançado no âmbito de nosso projeto maior).

Ainda na seção XIX, página 157, final do volume II, vamos constatar que a fração fará referência àquilo que são as partes de algo, ou seja, continua com a comparação “tantas partes de inteiros que foram fracionados”, mas nessa ocasião apresenta as denominações *numerador* e *denominador*. Portanto, observamos que o autor não chega a essas denominações por acaso. Primeiro, orienta para um ensino intuitivo de fração usando partes de um inteiro. Prossegue abordando a ideia das *partes* como restos da divisão, ou fração como restos e, só a frente, chega na relação entre o resultado de uma divisão e um número, o qual lembra a estruturação de um número misto: “ $17 : 2 = (16 : 2) + (1 : 2) = 8 + 1/2 = 8 \frac{1}{2}$ ” (BÜCHLER, 1921, p. 158).

Da última abordagem feita no volume II, Büchler volta a tratar de frações a partir da página 23 do volume III. Neste, vai introduzir o assunto de frações com o título de *Fracção* (sic) *Ordinária*. Nesse manual, Büchler continua a trabalhar de acordo com suas propostas: utiliza situações próximas ao cotidiano dos alunos, definindo fração a partir de ideias intuitivas para que os mesmos percebam o que está em jogo, ou seja, os objetos sendo fracionados, quebrados, partidos, conforme Figura 4 a seguir. Porém, nesse livro, ele sistematiza os assuntos que foram tratados de forma intuitiva no livro anterior. Por exemplo, ao retomar o significado de denominador, o faz sem utilizar diagramação ou algo parecido, descrevendo: “O *denominador* é o nome da

fracção (sic). O denominador é escolhido conforme o número de partes iguaes (sic) do inteiro" (Id, 1923, p. 24, grifos do autor).

Figura 4: ensino da fracção ordinária



Fonte: Arithmetica Elementar

Quanto à ordenação de saberes sobre frações, consta da sequência ilustrada na Figura 5.

Figura 5: índice

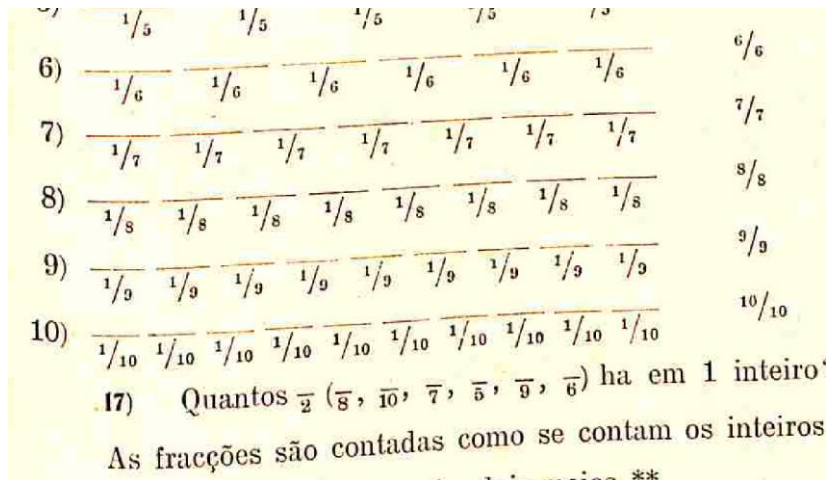
INDICE		Pgs.
<i>Prefacio</i>		
I	Para repetição diaria (Exercícios)	1
II	Numeração romana	6
III	Algumas propriedades dos numeros	9
IV	Fracção ordinaria	23
V	Fracção ordinaria (continuação)	39
VI	Fracção ordinaria (continuação)	45
VII	As quatro operações com fracções ordinarias	51
VIII	O metro	64
IX	Fracção decimal	68
X	Fracção decimal (revisão e generalização)	76
XI	As quatro operações com fracções decimais	83
XII	As quatro operações com fracções decimais	95

Fonte: Arithmetica Elementar

A Figura 5 anuncia a sequência de conteúdos posta por Büchler: o ensino das frações ordinárias, das propriedades inerentes a elas, das operações com essas frações, e o metro (seção VIII). Todas essas aparecem antes do trato com as frações decimais (seção IX). A partir da análise do livro podemos inferir que esta ordenação

pode indicar que as propostas coadunam com as do método intuitivo. Tudo leva a crer que o autor optou em primeiro apresentar frações ordinárias, em razão de oferecerem maiores possibilidades de contextualização com o universo infantil. Por exemplo: apresenta a ideia de partes de um inteiro utilizando objetos conhecidos pelos alunos – vara quebrada, pão repartido, laranjas –, usa também dispositivos didáticos, como o da Figura 6, a seguir, em que mostra uma linha dividida em quartos, quintos, sextos, e começa o trabalho com a contagem das partes, o que também é intuitivo à criança.

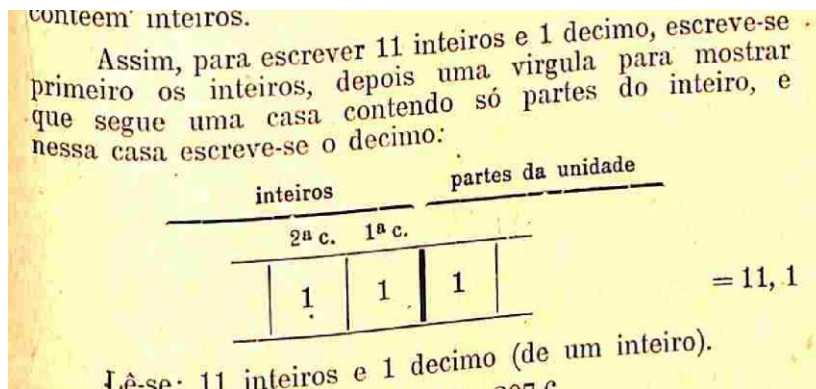
Figura 6: contagem das partes que formam um inteiro



Fonte: Arithmetica Elementar

Depois de desenvolver o estudo com as frações ordinárias, retoma o conceito de medidas, com enfoque sobre o metro, para se chegar às frações decimais como partes de certas medidas: “[...] 100.000, i.e., 1/10 de 1.000.000 [...]”; “[...] 1 m e 1 dcm é 1 m inteiro e 1/10 de metro, por conseguinte 1^m,1 [...]”, etc. (BÜCHLER, 1923, p. 68, 69). Nesse momento, a sistematização apresenta menos ilustrações e é mais descritiva.

Figura 7: Relação entre a fração decimal e um número com vírgula



Fonte: Arithmetica Elementar

Ele avança, inclusive, com os primeiros passos da conversão da fração decimal em números decimais (como os conhecemos hoje), conforme Figura 7. O caminho adotado por Büchler pode ser verificado se observarmos a dinâmica de distribuição e organização dos temas referentes ao ensino de frações, nos livros II e III, que corrobora com as ideias apregoadas pelo método intuitivo, ou seja, progredir da percepção para a ideia, do concreto para o abstrato, dos sentidos para a inteligência, dos dados para o julgamento, estimulando a compreensão no lugar da memorização.

4 Considerações Finais

De início, ressaltamos que nossa intenção não é descrever elementos de uma obra inteira, mas, sim, aprofundar a discussão acerca das premissas de Büchler para se ensinar fração. Para isso, intencionamos algumas questões: como era proposto o ensino da fração? Como foi orientado a começar o ensino de frações? Por uma definição? Por um problema? Como foi desenvolvida a explicação didático-pedagógica sobre o ensino de frações? O que está implícito no texto didático, sobre os saberes prévios necessários para o ensino de fração? etc.

Cabe, ainda, retomar alguns pontos definidos para este estudo. Primeiramente, buscamos ampliar o debate acerca dos saberes de referência para a docência, nomeadamente aqueles relacionados ao ensino de matemática. Assim, ao nos debruçarmos à tarefa historiográfica de interpretar o que Büchler apresentava à época em seus manuais de *Arithmetica Elementar* sobre o ensino de frações, verificamos que a construção epistemológica do saber, dada no ensino, podia referir-se à própria construção do saber profissional para ensinar fração. Em outras palavras, o que estava proposto para ensinar nos manuais de Büchler não atendia apenas a esse propósito, mas era também inerente à própria formação do profissional que iria ensinar.

Pela análise realizada e pela sequência de ilustrações retiradas dos manuais de Büchler (1921,1923), apresentada decorrer do texto, podemos considerar alguns pontos sobre a proposição de saberes de referência para o ensino das frações. Tem-se: (a) o método intuitivo, por meio do qual percorria-se diagramações que mostrassem um encadeamento de exemplos; nesse sentido, partia-se do mundo real, próximo ao das crianças, para caminhar a algo desconhecido por elas: as partes de um inteiro, partes de quantidades, partes de inteiros, conforme figuras 1, 2 e 3,

respectivamente; (b) na Figura 4, vai lembrar de noções simples para se chegar à ideia de fração como parte de algo, buscando avançar ao estudo de contagem das partes, de acordo com o que foi ilustrado na Figura 6; (c) na Figura 7, as frações decimais aparecem relacionadas aos números decimais, números com vírgula. Deste modo, quando o autor trata da conversão de frações ordinárias em frações decimais e vice-versa, ao final do volume III, o assunto das frações ordinárias e das decimais e dos números decimais já podem ser explorados conjuntamente, como: “ $0,8 = 8/10 = 4/5$ ” (BÜCHLER, 1923, p. 107).

Assim, o proposto por Büchler indica que o conceito de fração pode ser ensinado por meio de processos concomitantes, por exemplo: introduzir a ideia de fração e, ao mesmo tempo, uma noção de adição de frações; introduzir o conceito de fração decimal e aproveitar para ensinar os números decimais. Cabe ressaltar que o autor, inclusive, manteve-se na mesma página ao ensinar esses conhecimentos distintos. O autor mobilizava os saberes de maneira que, ao mesmo tempo, o professor pudesse trabalhar ideias diferentes sem ter a necessidade de impor um encadeamento dos conteúdos, fosse por meio de definição, exemplos e exercícios, ou memorização de conceitos. Podemos ilustrar este fato utilizando o encadeamento dado por ele na introdução do conceito de fração: parte do significado de fração que nos lembra hoje parte-todo para o significado de número, sem recorrer a um rigor matemático na escrita. Procura dar ideia de que esse movimento é natural, ou seja, apresenta estratégias para que o processo seja mais intuitivo.

Ademais, é possível dizer que quando Büchler induzia um ensino por meio de problemas, com figuras, traços da vida real das crianças, apresentando uma linguagem simples, estava imprimindo um modo de ensinar que não contemplava apenas o conteúdo matemático, mas toda uma concepção de ensino, demarcando o papel do professor para aquele momento educacional.

De qualquer forma, os dados obtidos até o momento e os resultados da análise permitiram confirmar o esforço do autor em conciliar o então “novo” método analítico e o “tradicional” sintético. Apesar de muitas vezes precisar recorrer para a resolução de problemas a pré-requisitos ainda não abordados, o autor propõe diálogos em forma de atividades, a fim de possibilitar a ação do leitor, ou seja, objetivando que o aluno saia da passividade e busque estratégias para a solução dos problemas propostos. Ainda concluindo, pela análise, verificamos que a escolha da apresentação dos

conteúdos sobre fração não segue obrigatoriamente a maneira de como esses conteúdos foram organizados, ou seja, pela estrutura lógica de organização dos conteúdos na matemática. Assim, consideramos que o método mais utilizado foi o analítico, que na abordagem de um problema, de modo geral, pode ser um instrumento importante para a estratégia de resolução, uma vez que permite a interpretação do enunciado do problema em partes, viabilizando ao aluno entender a situação proposta, por meio da coleta da maior quantidade possível de informação, priorizando, ainda, as etapas a serem seguidas no procedimento da resolução. Isso permite ao aluno autonomia na resolução.

Concluimos, desse modo, que nosso estudo colabora para uma construção epistemológica e histórica dos saberes de referência do profissional do ensino, abordando uma matemática *a* ensinar e uma matemática *para* ensinar, que devem ser caracterizadas a fim de ressignificarmos a nossa própria história.

Referências

ALMEIDA, A. F.; PINTO, N. B. A presença das tabuadas em programas de ensino e em livros didáticos de aritmética da escola primária. **Revista de História da Educação Matemática**. ano 3, n. 2, p. 107-123, 2017.

BORER, V. L. Saberes: uma questão crucial para a institucionalização da formação de professores. In: HOFSTETTER, R.; VALENTE, W. R. (Org.). **Saberes em (trans)formação**: tema central da formação de professores. São Paulo, SP: Editora Livraria da Física, 2017.

BÜCHLER, G. A. **Arithmetica Elementar**. Vol. II. 3a. ed. São Paulo: Melhoramentos, 1921.

BÜCHLER, G. A. **Arithmetica Elementar**. Vol. III. 2a. São Paulo: Melhoramentos, 1923.

DYNNIKOV, C. M. S. S. Representações de aritmética no livro de Georg Büchler. **Revista de História da Educação Matemática**. v. 2, n. 1, p. 96-116, 2016.

DYNNIKOV, C. M. S. S. Imagens nos livros didáticos de matemática: Georg Augusto Büchler e Karl Sölter. **Acta Scientiarum**. v. 39, n. 1, p. 55-65, jan. mar., 2017.

EISSLER, R. J.; SCHENA, D. R.; CORRÊA, R. L. T. A Ideia de Pátria nos Livros Didáticos Aritmética Elementar - Livro 1 e Nossa Pátria. **Revista História e Ensino**. v. 24, n. 2, p. 261-285, 2018.

EISSLER, R. J.; SILVA, P. J. Diálogos entre “Arithmetica Elementar” de George August Büchler e o método intuitivo de Pestalozzi. **VIDYA**, Santa Maria, v. 39, n. 2, p. 509-526, jul./dez., 2019.

GHEMAT-BRASIL. **Glossário**. São Paulo: Ghemat-Brasil, 2016.

GUIMARÃES, M. D.; SILVA, M. R. I. S.; FRANÇA, D. M. Que aritmética para ensinar sistema métrico decimal? Saberes profissionais para o seu ensino. **Educação em questão**, v. 58, p. 1-22, 2020.

HOFSTETTER, R.; VALENTE, W. R. (Org.). **Saberes em (trans)formação**: tema central da formação de professores. São Paulo, SP: Editora Livraria da Física, 2017.

MACIEL, V. B. **Elementos do saber profissional do professor que ensina matemática**: uma aritmética para ensinar nos manuais pedagógicos (1880-1920). Tese (Doutorado em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência). Universidade Federal de São Paulo, São Paulo, 2019.

MORAIS, R. S. *et al.* **A matemática do ensino de frações**: do século XIX à BNCC. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2021.

OLIVEIRA, M. A. **A aritmética escolar e o método intuitivo**: Um novo saber para o curso primário (1870 – 1920). Tese (Doutorado em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência) – Universidade Federal de São Paulo, São Paulo, 2017.

TRINDADE, D. A. **As Artes de Medir**: Saberes matemáticos no ensino primário de São Paulo, 1890-1950. Tese (Doutorado em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência) – Universidade Federal de São Paulo, São Paulo, 2018.

VALENTE, W. R. Como ensinar matemática no curso primário? Uma questão de conteúdos e métodos, 1890-1930. **Perspectiva da Educação Matemática**, v. 8, n. 17, p. 192-207, 2015.

VALENTE, W. R. A matemática a ensinar e a matemática para ensinar: os saberes para a formação do educador matemático. In: HOFSTETTER, R.; VALENTE, W. R. (Org.). **Saberes em (trans)formação**: tema central da formação de professores. São Paulo, SP: Editora Livraria da Física, 2017.

VALENTE, W.R. Saber objetivado e formação de professores: reflexões pedagógico-epistemológicas. In: **Revista História da Educação**, Porto Alegre, v. 23, 2019a.

VALENTE, W. R. Que matemática para formar o futuro professor? História do saber profissional do professor que ensina matemática. **Revista Exitus**, vol. 9, n. 2, p. 15-25, abr./jun., 2019b.

VALENTE, W. R. Matemática, educação e história da educação matemática: Campos disciplinares e o saber profissional do professor que ensina matemática. In: VALENTE, W. R. (Org.) **Ciências da educação, campos disciplinares e profissionalização**: saberes em debate para a formação de professores. São Paulo: Livraria da Física, 2020a.

VALENTE, W. R. História e cultura em educação matemática: a produção da matemática do ensino. **REMATEC**: Revista de Matemática, Ensino e Cultura. Ano 15, n. 36, p. 164-174, 2020b.