

## **Criatividade em Matemática: alguns elementos históricos na constituição do campo de pesquisa e de intervenção pedagógica**

**Cleyton Hércules Gontijo<sup>1</sup>**

**Mateus Gianni Fonseca<sup>2</sup>**

**Alexandre Tolentino de Carvalho<sup>3</sup>**

**Wescley Well Vicente Bezerra<sup>4</sup>**

**Resumo:** O avanço tecnológico corre em velocidade admirável e, com isso, surgem novos problemas que precisam ser respondidos. Nesse sentido, destacamos a importância do investimento em criatividade, em especial no campo da matemática, como forma de avançar na produção de conhecimentos e de tecnologias e na criação de novas formas de organização social que permitam o desenvolvimento sustentável e a qualidade de vida para todos. A criatividade em matemática é um campo de pesquisa relativamente novo e tem conquistado maior número de interessados a cada ano. Neste artigo, apresentamos um breve histórico sobre a gênese e o desenvolvimento da pesquisa acerca dessa temática. Esperamos que este artigo contribua para a comunidade acadêmica no sentido de oferecer uma visão sobre tal campo de estudo.

**Palavras-chave:** Educação Matemática. Campo de Pesquisa. Criatividade em Matemática. Pensamento Criativo em Matemática.

### **Mathematical creativity: some historical elements in the constitution of the field of research and pedagogical intervention**

**Abstract:** Technological advancement is proceeding at an admirable speed and, therefore, new problems arise and need to be answered. In this sense, we highlight the importance of investing in creativity, especially in the field of mathematics, as a way to advance in the production of knowledge and technologies and in the creation of new forms of social organization that allow a sustainable development and quality of life for all. Mathematical creativity is a relatively new field of research and has attracted more people each year. In this article, we present a brief history of the genesis and development of research on this topic. We hope that this article will contribute to the academic community in order to offer an insight into this field.

**Keywords:** Mathematics Education. Fields of Research. Mathematical Creativity. Creative Thinking in Mathematics.

### **Creatividad en Matemáticas: algunos elementos históricos en la constitución del campo de investigación e intervención pedagógica**

**Resumen:** El avance tecnológico se desarrolla a una velocidad admirable y, con ello, surgen nuevos problemas que necesitan ser resueltos. En este sentido, destacamos la

<sup>1</sup> Doutor em Psicologia. Professor do Departamento de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade de Brasília (UnB). Brasília, Brasil. ✉ [cleyton@unb.br](mailto:cleyton@unb.br)  <https://orcid.org/0000-0001-6730-8243>

<sup>2</sup> Doutor em Educação. Professor do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Brasília (IFB). Brasília, Brasil. ✉ [mateus.fonseca@ifb.edu.br](mailto:mateus.fonseca@ifb.edu.br)  <https://orcid.org/0000-0002-3373-2721>

<sup>3</sup> Doutor em Educação. Professor da Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal (SEEDF). Brasília, Brasil.  [alexandre.tolenca@gmail.com](mailto:alexandre.tolenca@gmail.com).

<sup>4</sup> Doutor em Educação. Professor da Faculdade de Planaltina da Universidade de Brasília (UnB). Brasília, Brasil.  [wescley@unb.br](mailto:wescley@unb.br)

importancia de invertir en la creatividad, especialmente en el campo de las matemáticas, como una forma de avanzar en la producción de conocimiento y tecnologías y en la creación de nuevas formas de organización social que permitan el desarrollo sostenible y la calidad de vida para todos. La creatividad en matemáticas es un campo de investigación relativamente nuevo y ha atraído a más personas cada año. En este artículo presentamos una breve historia de la génesis y desarrollo de la investigación sobre este tema. Esperamos que este artículo contribuya a la comunidad académica para ofrecer una visión de dicho campo de estudio.

**Palabras clave:** Educación Matemática. Campo de Investigación. Creatividad en Matemáticas. Pensamiento Creativo en Matemáticas.

## Introdução

Com o atual avanço tecnológico, surgem novas questões para o sistema educacional, que, além de favorecer às novas gerações o acesso ao patrimônio histórico, cultural e científico acumulado pela humanidade, precisa oportunizar o desenvolvimento de habilidades para lidar com as tecnologias, em particular, com a informática, que “passou a ser um instrumento de trabalho e uma fonte metodológica para ensino” (RODRIGUES JUNIOR; FERNANDES, 2014, p. 2). Num cenário permeado por tecnologias, a ideia de transmitir conhecimentos um para um ou, como ocorre nas escolas, de um para muitos, perde espaço para as redes sociais e para as bases de dados disponíveis na internet, onde a informação e o conhecimento passam a ser transmitidos e construídos numa perspectiva de todos para todos, envolvendo uma multiplicidade de saberes nas trocas realizadas.

Todavia, a grande disponibilidade de dados e o acesso a dispositivos eletrônicos pode gerar em alguns uma percepção distorcida sobre o desenvolvimento e progresso da ciência e da tecnologia, bem como uma percepção equivocada acerca de como as pessoas produziam, e ainda produzem, conhecimentos, objetos, costumes, cultura. Um dos princípios básicos da ciência é fazer as perguntas certas para entender fenômenos complexos ou descobrir algo desconhecido. Nesse sentido, destacamos a importância do investimento em criatividade para o avanço da produção de conhecimentos e de tecnologias, assim como para a criação de novas formas de organização social que favoreçam o desenvolvimento sustentável e a qualidade de vida para todos.

A criatividade passou a ser tema de amplo interesse desde o final do século XX não apenas para aqueles que pesquisam os processos de ensino, aprendizagem e desenvolvimento humano, mas para a sociedade como um todo (CRAFT, 1999). Robinson (2001) destacou que a criatividade é um componente essencial para o progresso científico e tecnológico, sendo da mesma forma indispensável para o desenvolvimento social. Devido

a sua tamanha importância, a criatividade deveria fazer parte dos objetivos educacionais atuais (CRAFT, 1999), sobretudo com vistas a municiar as novas gerações para a prosperidade no século XXI (PARKHURST, 1999).

A criatividade é essencial em todas as áreas do conhecimento e é reconhecida como uma produção específica resultante de processos próprios de uma área e avaliada por especialistas dessa mesma área (CHAMBERLIN; MOON, 2005). Isso leva à necessidade de se buscar formas de caracterizá-la em diferentes campos do conhecimento. Como destacam Sak, Ayvaz, Bal-Sezerel e Özdemir (2017), um romance criativo pertence à literatura, uma pintura criativa pertence às artes, a invenção de uma nova fonte de energia pertence à ciência e uma nova teoria dos números pertence à matemática. Algumas invenções ou descobertas particulares exigem um trabalho distintivo de vários domínios, como as da física matemática, da genética ou dos negócios. Neste texto, discutiremos a criatividade em matemática com ênfase em alguns elementos históricos que contribuíram para a sua constituição como campo de pesquisa e intervenção pedagógica.

Acreditamos que o conhecimento matemático não é absoluto ou independente de pessoas, tempo ou lugar; em vez disso, pode ser mudado ou melhorado por meio da construção de novos saberes. Nesse sentido, a construção de saberes matemáticos significa inventar mais conhecimentos que antes não existiam por meio do uso daquilo que já existia. Tal processo de invenção é contínuo e avança a matemática. É importante destacar que as abordagens sobre criatividade em matemática não se restringem ao estudo das produções que causaram grande impacto na área e que se constituíram no *corpus* de conhecimentos da matemática. Na atualidade, os estudos sobre criatividade em matemática buscam discutir como esse tipo de habilidade de pensamento pode ser estimulado desde o início do processo de escolarização, reconhecendo que a expressão criativa se dá sob a forma de apresentação de soluções para os problemas tratados em sala de aula, por meio das quais os estudantes podem sugerir diversas formas para resolvê-los, destacando diferentes estratégias e caminhos para obter a solução e, especialmente, formas originais de responder a determinada questão, quando comparadas às soluções apresentadas por seus pares de sala de aula (GONTIJO, 2018).

Com o objetivo de mostrar um pouco do desenvolvimento do campo de pesquisa sobre criatividade em matemática, apresenta-se, neste trabalho, um breve histórico acerca da gênese e do desenvolvimento das pesquisas sobre criatividade em matemática. Espera-se que o presente artigo contribua para a comunidade acadêmica no sentido de oferecer

uma visão acerca desse campo, que ainda é relativamente jovem.

### **Uma breve história do construto “criatividade em matemática”**

A Psicologia é, provavelmente, a área do conhecimento na qual o tema criatividade mais se desenvolveu e onde as investigações sistemáticas sobre ele se iniciaram. Atualmente, o tema é investigado e descrito sob muitos pontos de vista, incluindo a educação, os negócios, o marketing, os recursos humanos, as artes, o empreendedorismo, a matemática, a história, a engenharia, a neurociência, a filosofia, entre outras.

Pesquisadores reconhecem um marco temporal a partir do qual a pesquisa em criatividade foi impulsionada. Em 1950, Joy Paul Guilford, no seu discurso como presidente da *American Psychological Association*, propôs estudar e medir a criatividade como uma função humana intelectual, o que marcou os estudos científicos da área (URBAN, 1991) e contribuiu para o crescimento considerável de investigações sobre criatividade após a década de 1950 (PIIRTO, 2004).

A criatividade em matemática ainda é um tema pouco estudado quando comparado com outras temáticas investigadas academicamente, em especial no campo da educação matemática. Entretanto, aos poucos, vem se consolidando e conquistando mais interessados.

Influenciados por estudos em criatividade geral, os trabalhos científicos sobre criatividade matemática também começaram a crescer no final dos anos 1950 (SAK; AYVAZ; BAL-SEZEREL; ÖZDEMIR, 2017). Todavia, os primeiros trabalhos foram escritos no início da década de 1900. Estudos apontam que o francês Jules Henri Poincaré, matemático, físico e filósofo da ciência, que viveu entre os anos de 1854 e 1912, investigava o seu próprio processo criativo (GONTIJO; CARVALHO; FONSECA; FARIAS, 2019; HADAMARD, 1954; MUIR, 1988; SRIRAMAN, 2004) e, a partir dessas observações, fez os primeiros registros sobre o tema.

Destaca-se que não era objetivo primário de Poincaré investigar a criatividade em matemática, mas, a partir de uma observação sistemática de como produziu suas ideias ao estudar a teoria dos grupos e das funções fuchsianas, observou que o seu processo criativo ocorria sob determinadas circunstâncias e quis verificar se o mesmo acontecia com os seus colegas de área. Em certa ocasião, após muito ter estudado sobre os seus temas de pesquisa matemática e em noite de insônia devido a cafeína em excesso, muitas ideias lhe

ocorreram de súbito. Dessa forma, Poincaré avançou em seus estudos sobre os grupos e funções fuchsianas e identificou duas formas de trabalho mental que são responsáveis pela criação: o trabalho consciente, no qual o sujeito estuda e se prepara intensamente no assunto de interesse, e o trabalho inconsciente, no qual, após momentos de descanso, as ideias surgem (*insight*).

Tendo em mente o próprio processo de criação e considerando as circunstâncias em que as ideias lhe vinham à mente, Poincaré elaborou um conjunto de perguntas que foram publicadas em texto no periódico *L'Enseignement Mathématique*, em 1902, em formato de questionário, com o objetivo de identificar como os matemáticos percebiam seus próprios processos criativos, bem como os fatores envolvidos em tais processos. Todavia, foi em seu discurso em 1908, na Sociedade Francesa de Psicologia, que ele causou maior impacto ao abordar a criação em matemática. Esse discurso é uma das palestras mais influentes na criatividade matemática porque é considerado a primeira tentativa de definir e explicar a descoberta e a invenção como parte da criatividade nessa área do conhecimento (LILJEDAHN, 2009).

Em relação ao questionário elaborado por Poincaré, cujo título traduzido para a língua portuguesa é “Enquete sobre os métodos de trabalho dos matemáticos” (HADAMARD, 2009), esse era composto por 22 itens que investigavam o processo de criação em matemática e por 8 itens que investigavam aspectos sobre o modo de vida dos matemáticos. Entre os itens relativos ao processo de criação em matemática, destacamos (HADAMARD, 2009, p. 159-160):

- (1) Segundo suas lembranças, em que época e circunstâncias, você sentiu gosto pela matemática? O gosto pelas ciências matemáticas é hereditário em sua família? Entre os seus antepassados, ou entre outros membros de sua família (irmãos e irmãs, tios, primos etc.) há pessoas com dotes matemáticos especiais? O exemplo deles ou a influência pessoal tiveram algo a ver com a sua inclinação pela matemática?
- (2) Quais áreas da ciência matemática mais o atraíram?
- (3) Você é mais atraído pelo interesse na ciência matemática em si ou pelas aplicações dessa ciência aos fenômenos da natureza?
- (7) Qual é, a seu ver, a parte de acaso ou de inspiração nas descobertas matemáticas? Essa parte é tão grande quanto parece?

Quanto aos itens que tinham por finalidade investigar aspectos particulares sobre o modo de vida dos matemáticos, Poincaré formulou sentenças que abordavam assuntos bem variados, entre os quais destacamos (HADAMARD, 2009, p. 162):

- (22) Parece-lhe útil que o matemático observe certas regras particulares de higiene: regime, hora das refeições, intervalos a observar?  
(23) Que duração quotidiana de sono lhe parece necessária?  
(27) Prefere trabalhar de manhã ou à noite?  
(28) Os períodos de férias, se você tem, são usados para trabalhos matemáticos (e em que proporção) ou dedicados inteiramente à distração ou ao descanso?

Salienta-se que Poincaré não utilizou a expressão “criatividade em matemática”, mas, com sentido semelhante, empregava as palavras “invenção” e “intuição matemática”.

As perguntas apresentadas por Poincaré, intuitivamente, já demarcavam elementos envolvidos na produção criativa que seriam sistematizados como enfoques para as pesquisas nessa área, que, por sua vez, costumam ser concentradas em estudos sobre a pessoa criativa, o produto criativo, o processo criativo e o ambiente que favorece a expressão criativa (FELDHUSEN; GOH, 1995; PITTA-PANTAZI; KATTOU; CHRISTOU, 2018; RHODES, 1961). Esses elementos foram descritos por Pitta-Pantazi, Kattou e Christou (2018):

- a) Produto: a comunicação de uma ideia ou conceito único, novo e útil.
- b) Pessoa, como ser humano: habilidades cognitivas, traços de personalidade e experiências biográficas.
- c) Processo que opera na criação de uma ideia: a metodologia que produz um produto criativo.
- d) Ambiente: a relação entre o ser humano e seu meio ambiente.

Embora esses quatro elementos tenham identidade própria, constituam vasto campo de investigação e existam separadamente, para que se possa compreender o fenômeno da criatividade, faz-se necessário investigá-los considerando-se aspectos pertinentes a cada um deles pois é na unidade que eles operam funcionalmente, portanto, suas interrelações e sobreposições exigem um exame mais abrangente (PITTA-PANTAZI; KATTOU; CHRISTOU, 2018).

Não foram encontradas produções que abordassem os impactos do questionário elaborado por Poincaré junto a seus contemporâneos matemáticos e nem em períodos posteriores próximos. Somente em 1945 aparece uma produção inspirada no trabalho de Poincaré, produzida pelo matemático francês Jacques Salomon Hadamard (1954), que viveu entre os anos de 1865 e 1963. Dentre as várias contribuições no campo da matemática, talvez a mais importante apresentada por Hadamard foi a demonstração do Teorema dos Números Primos, em 1896.

No livro intitulado “Psicologia da invenção matemática”, o editor da obra, César Benjamim, tece algumas palavras sobre Hadamard:

Desde cedo, sob o impacto de uma conferência de Henry Poincaré (1845-1912), por quem nutria grande admiração, debruçou-se sobre o problema da criatividade em matemática. Durante a Segunda Guerra Mundial, trabalhando em Princeton (EUA), deu um curso sobre o tema e depois organizou suas ideias em livro (HADAMARD, 2009, p. 9).

O livro foi publicado pela primeira vez nos Estados Unidos da América (EUA), em 1944 e só depois foi traduzido para o francês, em uma versão revisada e aumentada, que serviu de base para a edição brasileira, publicada em 2009. Segundo Pelczer e Rodriguez (2011) e Sriraman (2004), essa obra tornou-se uma das mais influentes na história da criatividade matemática.

Ancorado nas experiências de Poincaré e de outros pesquisadores da época, Hadamard (2009) percebeu certa correspondência entre os relatos de matemáticos sobre seus processos de criação e o modelo de Graham Wallas (1926), que descreve a existência de quatro fases do processo criativo: preparação, incubação, iluminação (ou *insight*) e, verificação. Hadamard (2009) descreveu essas etapas na sua obra “Psicologia da invenção matemática”.

A fase de preparação prevê o estudo e o treino sobre aquilo que se pretende criar. Tal fase alinha-se à concepção de que a criatividade demanda conhecimento, o que se distancia da crença popular que perdurou por muitos anos de que criatividade seria apenas um lampejo de inspiração ao acaso, que ocorreria apenas com alguns poucos “escolhidos”. Já na fase de incubação, o cérebro trabalha buscando novas sinapses entre o corpo de conhecimento nele construído. De certa forma, são as duas fases ligadas ao que Poincaré indicou como fase consciente e inconsciente.

A iluminação, ou *insight*, é o momento da geração da ideia, ou da nova conexão de ideias, sobre o que pretende criar. A partir do *insight* chega-se à última fase, que é a verificação, em que, de forma crítica e com o rigor da área, investiga-se se o fruto da iluminação é válido e pertinente.

Contemporâneo a Hadamard, outro matemático que contribuiu com o desenvolvimento do campo da criatividade em matemática foi George Pólya, húngaro que viveu entre os anos de 1887 e 1985. Polya (1954, 1957, 1962), que dedicou a maior parte de sua carreira ao ensino de matemática, se concentrou também no desenvolvimento da

habilidade criativa em matemática. Embora não tenha empreendido pesquisa empírica sobre criatividade em matemática, seu legado contribuiu para que pesquisadores viessem a desenvolver modelos de resolução de problemas aplicáveis não apenas a matemática, mas também a outros campos do saber (BAL-SEZEREL; SAK, 2013; LEIKEN, 2009; SAK, 2005, 2011). Seus trabalhos também se tornaram base para definições e pesquisas em criatividade matemática, como as desenvolvidas por Balka (1974a) e Sriraman (2004).

Polya (1957) apresentou um modelo de solução de problemas que consiste em quatro estágios, sendo eles (a) compreensão dos problemas; (b) elaboração de planos; (c) execução de planos; e (d) retrospectiva. Talvez esse tenha sido um dos trabalhos mais importantes do autor, haja vista que tal modelo foi um dos que mais alimentou o debate acerca de resolução de problemas matemáticos (LOPEZ-REAL, 2006), fornecendo uma estrutura sólida para pesquisadores e educadores desenvolverem modelos adicionais de resolução de problemas que poderiam ser usados no ensino de matemática.

Outro pesquisador que contribuiu significativamente com o campo de estudos sobre criatividade em matemática foi o psicólogo russo Vadim Andreevich Krutetskii, que viveu entre os anos de 1917 e 1991. O pesquisador ganhou notoriedade nesse campo a partir do seu livro *“The psychology of mathematical abilities in school children”*, publicado originalmente em russo, em 1968, e conhecido de forma mais ampla a partir de 1976, com a publicação da versão em inglês.

De acordo com os editores que acompanharam a tradução da obra, Kilpatrick e Wirszup (KRUTETSKII, 1976), as pesquisas de Krutetskii apresentavam pelo menos duas razões para a sua credibilidade: a) a longa tradição soviética em pesquisas sobre criatividade, que deram suporte aos estudos longitudinais, conduzidas pelo autor durante 12 anos, analisando as diferenças individuais na habilidade matemática; b) o uso de problemas engenhosos e variados em seus estudos, incluindo pesquisas sobre a formulação de problemas.

Krutetskii, por meio de seus estudos, mostrou que níveis diversificados de habilidades matemáticas podem ser alcançados por um aluno durante suas atividades nas aulas dessa disciplina. Para o autor, os estudantes podem ser mais ou menos capazes de desenvolver determinados tipos de habilidades matemáticas conforme “suas condições de vida e atividades” (KRUTETSKII, 1976, p. 60). O autor “analisou a estrutura das habilidades matemáticas chegando à compreensão que cada aluno tem uma potencial habilidade em

algum campo do trabalho, no entanto, esse potencial não é igual em todos os campos e a instrução escolar pode alterar um perfil de habilidades” (CARVALHO, 2015, p. 116).

Inspirando-se nos trabalhos de pesquisadores vinculados à abordagem da psicologia histórico-cultural russa, como Leontiev e Vigotski, Krutetskii (1976) observou nas experiências obtidas nas interações sociais o caminho para que as crianças pudessem partir de um nível inferior (caracterizado por grandes dificuldades na compreensão e explicação do professor, incapacidade de solucionar problemas não padronizados e frequente insegurança em seu processo de aprendizagem) e alcançar níveis mais altos de habilidades envolvendo o domínio dos objetos matemáticos, a rápida solução de problemas, a independência do pensamento, a atividade criativa e a apresentação de soluções originais para problemas não padronizados (SOUZA, 2011).

Com sua obra, Krutetskii não somente demonstra a importância de se investigar os processos cognitivos que permitem que um aluno desenvolva as habilidades matemáticas como também eleger o ambiente escolar como local de desenvolvimento humano cujo objetivo ambicioso é permitir que os sujeitos se tornem seres criativos na matemática. Ao considerar que habilidades “são sempre resultados do desenvolvimento” (KRUTETSKII, 1976, p. 60) e que elas são “formadas e desenvolvidas na vida, durante a atividade, instrução e treino” (KRUTETSKII, 1976, p. 60), o autor concebe a escola como um espaço no qual torna-se necessário desenvolver um conhecimento matemático carregado de “conteúdo novo e socialmente significativo” (KRUTETSKII, 1976, p. 69).

Percebe-se que Krutetskii não se dedicou a estudar especificamente o fenômeno da criatividade em matemática como uma habilidade independente e desconexa de outras formas de habilidades, mas se propôs a investigar empiricamente como alunos desenvolvem conhecimentos matemáticos na e para a atividade realizada no campo específico da matemática. Assim, o autor considera que o “progresso em uma atividade depende de um complexo de habilidades” (KRUTETSKII, 1976, p. 67) e que o alcance de um alto resultado em uma atividade matemática “pode ser condicionado pelas diferentes combinações de habilidades” (KRUTETSKII, 1976, p. 67).

Com base nos resultados de sua pesquisa, Krutetskii (1976) apresentou dois tipos de habilidades matemáticas: habilidade criativa e habilidade escolar. A habilidade criativa refere-se à atividade no campo científico da matemática, levando a novos resultados ou produção de conhecimentos significativos para a humanidade, constituindo-se um produto

valioso em termos sociais. A habilidade escolar está relacionada à aprendizagem e à proficiência em Matemática, adquiridas em processos de formação escolar nessa área, apropriando-se dos conhecimentos e dos procedimentos de forma rápida e bem-sucedida. Todavia, o autor reconhece que no ambiente escolar os alunos são capazes de apresentar “habilidades escolares criativas” (KRUTETSKII, 1976, p. 68). Tal criatividade se manifesta quando os alunos formulam problemas matemáticos, encontram maneiras de resolver tais problemas, inventam e provam teoremas, deduzem com independência o funcionamento de fórmulas e descobrem métodos originais de resolução de problemas não padronizados. “Tudo isso também é sem dúvida uma manifestação de criatividade matemática” (KRUTETSKII, 1976, p. 68-69). Segundo ele, as pesquisas mostraram que existe uma forte relação entre criatividade matemática e habilidade matemática num sentido amplo.

Krutetskii destaca, ainda, que o processo criativo ou o talento em matemática envolve aspectos cognitivos, emocionais e motivacionais (em outras palavras, atitude positiva, inclinação, interesse e uma necessidade para realizar a atividade matemática). A interação entre esses aspectos pode favorecer o desenvolvimento de habilidades matemáticas, tais como: velocidade do processo mental, memória para símbolos, números e fórmulas, habilidade para conceitos espaciais e habilidade para visualizar relações matemáticas abstratas e dependências.

Para a história da criatividade em matemática, a obra de Krutetskii representa uma enorme contribuição na medida em que mostra um ponto de vista precursor no sentido de romper com uma visão que buscava qualificar como criativas somente habilidades que modificavam ou adicionavam novos conhecimentos ao campo da matemática, colocando em destaque um nível subjetivo da produção, com significado para o contexto no qual os indivíduos estão inseridos: “[s]e a presença de um princípio criativo é um critério para um pensamento criativo adequado, nós não devemos esquecer que criatividade matemática pode ser não somente objetiva, mas subjetiva” (KRUTETSKII, 1976, p. 69). Concluindo, o trabalho de Krutetskii sobre criatividade matemática é importante porque sua pesquisa revelou facetas essenciais da habilidade matemática sob uma perspectiva inovadora para o seu tempo.

Podemos destacar mais um personagem importante na constituição do campo de pesquisa em criatividade em matemática. Trata-se do estadunidense Don Stephen Balka, professor do Departamento de Matemática do *Saint Mary's College*, no estado de Indiana/EUA, ainda em atividade. Balka pode ser considerado um dos precursores no

desenvolvimento de instrumentos de natureza psicométrica para avaliar a criatividade em matemática (pensamento divergente-convergente em matemática). Essa forma de investigar a criatividade, via instrumento de medida, foi vista como particularmente nova e bem aceita pelos pesquisadores em criatividade matemática (SAK; AYVAZ; BAL-SEZEREL; ÖZDEMIR, 2017). Os estudos foram apresentados em sua tese de doutorado – “*The development of an instrument to measure creative ability in mathematics*” – defendida em 1974 na Universidade do Missouri/USA (BALKA, 1974a), que foi considerada um marco, pois, até o início da década de 1970, havia poucos estudos sobre a avaliação da criatividade matemática por meio de testes escritos (SAK; AYVAZ; BAL-SEZEREL; ÖZDEMIR, 2017).

Dentre as suas contribuições, destacamos a definição de critérios para avaliar a criatividade em matemática que foram elencados a partir de uma pesquisa envolvendo 82 professores de matemática do Ensino Médio (*Secondary School*), 88 educadores matemáticos e 75 matemáticos. Balka (1974a) enviou para cada um deles uma lista com 25 critérios para medir a criatividade geral, adaptados para o campo da matemática. Um critério foi aceito como sendo importante para medir a habilidade criativa em matemática se 80% ou mais dos participantes de qualquer um dos três grupos mencionados assim o indicassem. Desse trabalho, resultou a indicação de 6 critérios para avaliar a criatividade em matemática (BALKA, 1974b, p. 634).

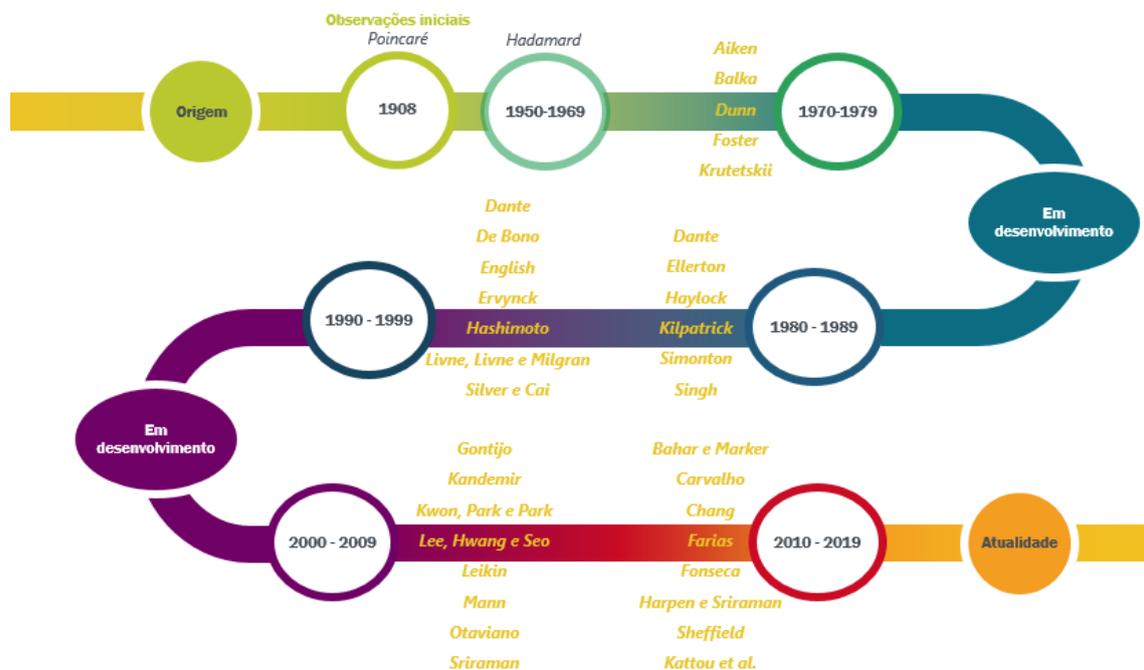
1. A capacidade de formular hipóteses matemáticas sobre causa e efeito em uma situação matemática (divergente).
2. A capacidade de determinar padrões em situações matemáticas (convergentes).
3. A capacidade de romper com as mentalidades estabelecidas para obter soluções em uma situação matemática (convergente).
4. A capacidade de considerar e avaliar ideias matemáticas incomuns, de pensar em suas consequências para uma situação matemática (divergente).
5. A capacidade de sentir o que está faltando em uma dada situação matemática e de fazer perguntas que permitirão preencher as informações matemáticas que faltam (divergentes).
6. A capacidade de dividir problemas matemáticos gerais em subproblemas específicos (divergentes).

A partir da definição desses critérios, Balka (1974a) desenvolveu um instrumento composto por seis itens (quatro itens discursivos – abertos – e dois itens de múltipla escolha – fechados) para medir a criatividade matemática. O instrumento incluiu formulação de hipóteses matemáticas, determinação de padrões, quebra de mentalidades estabelecidas, avaliação de ideias matemáticas, detecção de partes ausentes de situações, preenchimento de informações matemáticas ausentes em situações-problema e divisão de

problemas matemáticos em problemas específicos, que foram determinados com base nas opiniões dos especialistas, a fim de examinar a natureza da criatividade matemática. Os itens fechados foram pontuados para o pensamento convergente, enquanto os problemas abertos foram pontuados para o pensamento divergente (fluência, flexibilidade e originalidade). O trabalho de Balka inspirou a elaboração de muitos testes para avaliar a criatividade em matemática (GONTIJO, 2007).

Outros estudiosos também se dedicaram a estudar o tema, alguns buscaram propor conceitos específicos para a criatividade em matemática e outros, a partir dos conceitos propostos, investigaram o construto sob diferentes aspectos, como Aiken (1973), Carvalho (2015; 2019); Fonseca (2015; 2019), Gontijo (2007), Gontijo, Carvalho, Fonseca e Farias (2019), Haylock (1987), Kattou *et al.* (2013), Lee, Hwang, Seo (2003), Lev-zamir e Leikin (2013), Livne, Livne e Milgran (1999), Livne and Milgran (2000, 2006), Mann (2005), Muir (1988), Silver (1997) e Sriraman (2004). Inserindo tais autores em uma breve linha do tempo, é possível verificar que, desde Hadamard, com publicações nos anos 1950, houve ao menos uma publicação em todas as décadas sobre o assunto.

Figura 1: Produção em evolução desde 1950



Fonte: Elaborado pelos Autores

## Conceitos de criatividade em matemática

Juntamente com a evolução histórica da produção de pesquisa em criatividade em

matemática, veio a pluralidade de conceituações. Em 1908, Poincaré definiu a criatividade em matemática, ou invenção matemática como ele a denominava, como uma atividade ligada a geração e seleção de ideias úteis. De certa forma, o autor deu ênfase à escolha dessas ideias.

Com o passar dos anos, novas definições foram propostas. Aiken (1973), por exemplo, apresentou seu entendimento sob duas frentes, uma relativa ao processo e outra relativa ao produto. Segundo a abordagem do autor, a criatividade em matemática deve ser observada tanto no ato de concepção da ideia (processo), quanto nos resultados que são apresentados (produto). Haylock (1987), por sua vez, afirmou que a criatividade em matemática pode ser observada tanto na formulação quanto na reformulação de problemas, bem como de formas diferenciadas de resolução de problemas.

As pesquisadoras Livne e Milgran (2006) destacaram a habilidade criativa como um tipo de habilidade matemática. Essa habilidade, segundo as autoras, envolve a percepção de padrões a partir de atividade heurística que permite a geração de ideias diferenciadas, como estratégia de solução de um problema ou diferentes resultados apropriados para um mesmo problema.

No cenário brasileiro, Gontijo (2007) apresentou uma concepção em criatividade em matemática que, segundo autor, se caracteriza como

a capacidade de apresentar inúmeras possibilidades de solução apropriadas para uma situação-problema, de modo que estas focalizem aspectos distintos do problema e/ou formas diferenciadas de solucioná-lo, especialmente formas incomuns (originalidade), tanto em situações que requeiram a resolução e elaboração de problemas como em situações que solicitem a classificação ou organização de objetos e/ou elementos matemáticos em função de suas propriedades e atributos, seja textualmente, numericamente, graficamente ou na forma de uma sequência de ações (p. 38).

Acerca desse conceito, a capacidade de apresentar muitas respostas para uma mesma situação é o que se denomina na literatura como fluência de pensamento. A capacidade de apresentar respostas que podem ser classificadas em categorias diferentes por focalizarem aspectos distintos do problema ou formas diferenciadas de solucioná-los é denominada flexibilidade de pensamento. A originalidade corresponde à capacidade de apresentar respostas raras ou incomuns. A caracterização de uma resposta como original depende do grupo onde essa resposta foi produzida e de um conjunto de variáveis. No contexto escolar, seriam observadas a idade dos estudantes, a série, o tipo de escola etc.

Além disso, esse conceito se mostra útil tanto para a pesquisa empírica quanto para o desenvolvimento de atividades práticas desenvolvidas no cotidiano escolar, pois, além de colocar em evidência características do pensamento criativo (fluência, flexibilidade e originalidade), destaca estratégias para estimular a criatividade (resolução de problema, elaboração de problemas e redefinição) e formas de expressão do pensamento criativo (produção textual, numérica, gráfica ou sequência de ações).

Outros autores sentiram a necessidade de diferenciar a criatividade em matemática manifestada por pesquisadores em matemática da criatividade manifestada por estudantes (por exemplo, da Educação Básica) (SHRIKI, 2010). Essa forma de tratar a criatividade é relevante pois reconhece a sua manifestação tanto no trabalho de um matemático profissional (descobrir relações, criar conceitos, reorganizar estruturas das teorias matemáticas), quanto nas produções dos estudantes quando encontram formas diferenciadas para resolver problemas já conhecidos. Como observou Hadamard (1954, p.104): “entre o trabalho de um estudante que tenta resolver um problema difícil de geometria ou álgebra, e o trabalho de um inventor, há apenas uma diferença de grau”. Dessa forma, alguns pesquisadores (CHAMBERLIN; MOON, 2005; SRIRAMAN, 2004) passaram a considerar a criatividade em matemática geralmente associada à resolução de problemas e à criação de problemas (*problem solving and problem posing*).

Dentro dos aspectos relacionados à criatividade matemática e à criatividade em termos de produto, Chamberlin e Moon (2005, p.38) definiram a criatividade dos estudantes como uma habilidade não usual para gerar novas e úteis soluções para problemas simulados ou problemas reais que possam ser resolvidos com modelagem matemática. Entretanto, Sriraman (2004), no contexto da criatividade matemática, discute que os resultados de um trabalho criativo não precisam ter sempre implicações em termos de aplicabilidade para o mundo real.

Destacamos que diferentes formas de tratar a criatividade em matemática foram propostas ao longo do tempo e que, apesar de suas particularidades, apresentam pontos de convergência. Entre esses pontos, encontramos: a criatividade não se desenvolve sem um arcabouço teórico do assunto; a criatividade se manifesta pela capacidade de gerar múltiplas respostas para um mesmo problema, ou de apresentar diferentes estratégias para encontrar a mesma resposta; a proposição de soluções inovadoras para os problemas.

## Divulgação científica acerca de criatividade em matemática na atualidade

A partir da multiplicidade de conceitos e do crescente interesse de pesquisadores pelo tema, o construto criatividade em matemática tem conquistado espaço em diversos grupos e eventos acadêmicos, como o *International Commission on Mathematical Instruction (ICMI)*, responsável pela organização do *International Congress on Mathematical Education (ICME)*; o *International Group for the Psychology of Mathematics Education (IGPME)*, responsável pelo *Psychology of Mathematics Education Annual Conference (PME)*; e o *International Group for Mathematical Creativity and Giftedness (IGMCG)*, responsável pela *International Conference on Mathematical Creativity and Giftedness (MCG)*.

O ICMI foi fundado em 1908 no 4º Congresso Internacional de Matemáticos, em Roma, na Itália, e reconstituído em 1952, após duas interrupções devido à primeira e à segunda guerras mundiais (1914-1918 e 1939-1945, respectivamente), tendo se tornado uma comissão oficial da União Internacional de Matemática, a qual é membro do Conselho Internacional de Ciência (*International Council for Science - ICSU*, em inglês).

Uma das responsabilidades do ICMI, talvez a maior, seja organizar o ICME, que é um evento quadrienal, que se encontra em sua 14ª edição (a edição de 2020 foi suspensa devido à pandemia da Covid-19, mas deve ser realizada em formato híbrido em 2021). Sua primeira edição ocorreu em 1969. Embora o ICME sempre tenha oferecido espaço para discussões ligadas à cognição em matemática, somente na edição de 2016 foi inserido o *Topic Study Group (TSG) Mathematis and Creativity*, o que reforça o nível de atenção que a temática tem despertado. É importante lembrar que é um evento mundial, cujas edições são itinerantes entre os países que possuem organizações matemáticas afiliadas ao ICMI.

O IGPME, por sua vez, é um grupo formado por professores e pesquisadores, estabelecido em 1976 durante a terceira edição do ICME, com o objetivo, entre outros, de promover uma compreensão mais profunda e correta da psicologia e outros aspectos do ensino e aprendizagem da matemática e suas aplicações. Sua conferência, PME, tem edições anuais e já se encontra na de número 44, a ser realizada em julho de 2021.

Em relação ao IMCG, esse também é afiliado ao ICMI. Embora seja o mais recente, criado em 1999, pode-se dizer que é o maior evento interessado na temática, uma vez que traz a expressão “criatividade em matemática” em seu próprio nome, enfatizando o seu campo de atuação. Trata-se de um evento bianual e atualmente encontra-se na

organização de sua 12ª edição, a ser realizado em 2022. Por ser um evento focado em criatividade e altas habilidades em matemática, o volume de trabalhos ligados à criatividade em matemática é expressivo; e, por ser um evento mundial, também com edições itinerantes, promove publicações de diferentes países. O mapa, a seguir, apresenta a origem das produções relacionadas à criatividade em matemática tomando por base os anais de 2014, 2015, 2017 e 2019 do MCG.

Figura 2: Produção MCG 2014, 2015, 2017 e 2019 sobre criatividade em Matemática



Fonte: Elaborado pelos Autores

Aos poucos, o tema tem atraído pesquisadores de diferentes países, ampliando as redes de produção sobre criatividade em matemática por todo o mundo, demonstrando a importância desse campo de investigação. No que se refere diretamente à criatividade em matemática, vale destacar que, enquanto houve apenas três trabalhos publicados no MCG 2014 com esse tema, nas edições de 2015 e 2017 houve 10, e na edição de 2019 houve 12 (GONTIJO; FONSECA; BEZERRA; CARVALHO, no prelo).

Adentrando uma análise de produção do tema em apreço no cenário brasileiro, Gontijo, Zanetti e Fonseca (2019) sistematizaram a produção acadêmica no Brasil a partir de consulta à Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), encontrando produção em nove instituições, localizadas em diferentes regiões do país, a saber: Universidade Estadual de Campinas (Unicamp), Universidade de Brasília (UnB), Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG), Universidade Estadual Paulista (Unesp), Universidade Federal de Goiás (UFG), Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), Universidade Estadual do Oeste do Paraná (Unioeste), e Universidade

Tecnológica do Paraná (UTFPR).

Pesquisando as mesmas palavras-chave junto ao portal Capes, isto é “criatividade” e “matemática” junto ao título, obtivemos 14 resultados, os quais são oriundos também de nove instituições diferentes, a saber: Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), UFRN, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Brasília (IFB), Universidade Católica de Brasília (UCB), Universidade de São Paulo (USP), UnB, UTFPR, Universidade de Caxias do Sul (UCS). Houve ainda um resultado oriundo da Universidade do Algarve (Portugal).

Ao todo, compilamos um total de 14 instituições, haja vista que quatro foram identificadas em ambas as bases de dados. A figura a seguir ilustra como o tema tem se concentrado no eixo centro-sul do Brasil, embora haja publicações na UFRN.

Figura 3: Produção BDTD e Capes sobre criatividade em Matemática



Fonte: Elaborado pelos Autores

Embora cada vez mais o volume de pesquisas em criatividade em matemática seja maior, podemos categorizar alguns focos de investigação, como pode ser visto na seção

seguinte.

### **Categorias de pesquisa em criatividade em Matemática**

É possível categorizar as pesquisas em criatividade em matemática em quatro grupos, não excludentes entre si: (a) a criatividade como recurso metodológico para o docente; (b) a criatividade como meio para construção de materiais manipuláveis; (c) a criatividade como resultado de clima de sala de aula; (d) a criatividade como meio para construção de modelos simbólicos a partir da resolução de problemas (HIGGINSON, 2000).

No primeiro grupo, se enquadram pesquisas referentes ao uso da criatividade por parte do docente que elabora suas aulas. Trata-se do uso da criatividade para a elaboração de aulas que se destacam por algum diferencial – de certa forma, é o professor utilizando de seu pensamento divergente para lidar com a realidade de sua sala de aula. Exemplos de pesquisas com esse foco foram empreendidas por Bolden, Harries e Newton (2010), quando buscaram documentar as concepções que estudantes de licenciatura tinham acerca de criatividade em matemática, e por Leikin *et al.* (2013), que investigaram a compreensão, entre outros fatores, de quem é o professor criativo em matemática.

Em relação ao segundo grupo, nele se enquadram pesquisas ligadas à criação de materiais diferenciados para a aprendizagem de matemática por parte dos estudantes, seja em sala de aula regular ou em espaços que se caracterizam como laboratórios de matemática, visto o ambiente favorável. Um exemplo de atividade foi apresentado por Moraová, Novotná e Favilli (2018), mostrando como uma unidade de ensino baseada em ornamentos e tecelagens de diferentes culturas pode ser uma fonte de matemática a ser ensinada. A unidade desenvolvida combinava matemática e arte para impulsionar a motivação dos alunos e permitir que eles expressassem a sua criatividade e se sentissem representados em função de suas origens culturais ou linguísticas envolvidas nos materiais utilizados nas aulas. A atividade compreendia desenhar ornamentos, ladrilhar, fazer tecelagens (ladrilhar um plano usando uma ou mais formas geométricas), trazer fotografias e imagens de casa e usá-las como pano de fundo para a matemática e a atividade artística.

O terceiro grupo abarca pesquisas cujo objetivo seja de investigar o clima de sala de aula, sendo esse uma variável importante para que o estudante se sinta disposto a compartilhar seus pensamentos, suas ideias, enfim, sua criatividade. Dificilmente o estudante irá produzir e oralizar ideias “fora da caixinha” se ele não se sentir em ambiente suficientemente estimulante e acolhedor para isso. Pesquisas com esse foco foram

empreendidas por Carvalho (2015; 2019), Farias (2015) e Silva (2016), que registraram o clima de sala de aula como elemento necessário e até preditor da criatividade em matemática.

Por fim, a última categoria se refere às pesquisas que observam a criatividade em matemática a partir da resolução de problemas por parte dos estudantes. Nesse caso, a produção está mais focada nas ideias e não necessariamente em objetos manipuláveis, como no segundo grupo. Pesquisas com esse foco foram empreendidas por Carvalho (2015; 2019), Gontijo (2007), Kwon, Park e Park (2006), Fonseca (2015, 2019), os quais, por meio de testes, buscaram aferir a capacidade dos estudantes de solucionar problemas amparados na criatividade em matemática.

Embora aqui tenham sido apresentadas em quatro grupos distintos, existem pesquisas com mais de um foco, pois, como mencionado, elas não são excludentes. Pelo contrário, trata-se de focos cujo entrelaçamento é possível, visto o fenômeno complexo que é a criatividade em matemática.

### **Considerações finais**

A pesquisa em criatividade em matemática tem trilhado sua história desde o início do século XX e agora, em pleno desenvolvimento do século XXI, tem se tornado cada vez mais intensa. Com eventos especializados e pesquisadores focados na temática, há que se esperar a construção de um conhecimento ainda mais “concreto”, embora trate-se de um construto abstrato.

O processo histórico pelo qual passaram os estudos sobre criatividade em matemática não somente denota o surgimento de uma linha de pesquisa que veio se consolidando aos poucos na ciência, mas também apresenta-se como alternativa que vem construindo um novo paradigma no que diz respeito ao ensino e à aprendizagem de matemática. O desenvolvimento das descobertas sobre criatividade em matemática possibilitou olhar para a sala de aula como espaço frutífero de constituição de sujeitos preparados para agir na sociedade volátil do presente e de aprendizes como sujeitos ativos em seu processo de construção de conhecimentos matemáticos e desenvolvimento de habilidades necessárias para a atuação nas relações sociais complexas da atualidade. Além disso, pesquisas têm apontado contribuições de estratégias para estimular a criatividade como elementos que favorecem à aprendizagem em matemática, promovendo o sucesso escolar e a construção de atitudes positivas por parte dos alunos em relação a

essa área do conhecimento (FONSECA, 2019).

Embora o número de pesquisas sobre pensamento criativo em matemática tenha sido crescente, destaca-se que existem ainda muitas lacunas a serem preenchidas, como temas a serem pesquisados e desafios a serem superados.

Como temas de pesquisa ainda em aberto na área, podemos listar a associação entre criatividade em matemática e a ansiedade em matemática; entre a criatividade em matemática de um sujeito na educação básica ou superior e seu sucesso profissional; entre criatividade em matemática e a influência do seio familiar, entre outros. Além disso, há possibilidade de se estudar novos testes de criatividade em matemática, que sejam validados com diferentes públicos, além de pesquisas que subsidiem a criação e a testagem de produtos que possam estimular a criatividade em matemática.

Como desafios a serem superados, é válido indicar a realidade escolar, visto que nem sempre a escola possui um ambiente favorável à criatividade, seja devido a turmas lotadas, seja devido a infraestruturas precárias. Além disso, faz-se necessário discutir como a formação de professores, o processo de avaliação da aprendizagem e a preparação para exames externos à escola, entre outros elementos, podem inibir o desenvolvimento da criatividade.

Finalmente, consideramos que, com o arcabouço de conhecimentos produzidos até o momento, há elementos suficientes para que novos estudos sejam empreendidos e, conseqüentemente, possamos avançar nessa área de saber, compreendendo mais e encontrando meios para que o estímulo à criatividade em matemática seja visto com naturalidade desde a mais tenra idade.

## Referências

AIKEN, Lewis R. Ability and creativity in mathematics. **Review of Educational Research**, Washington, v. 43, n. 4, p. 405-432, 1973.

BAL-SEZEREL, Bilge; SAK, Ugur. The Selective Problem Solving Model (SPS) and its social validity in solving mathematical problems. **International Journal of Problem Solving and Creativity**, Seoul, v. 23, n. 1, p. 71–86, 2013.

BALKA, Don S. **The development of an instrument to measure creative ability in mathematics**. (Unpublished doctoral dissertation). University of Missouri, USA, 1974a.

BALKA, Don S. Creative ability in mathematics. **Arithmetic Teacher**, Reston, v. 21, p. 633-363, 1974b.

BOLDEN, David. S.; HARRIES, Tony V.; NEWTON, Douglas P. Pre-service primary teachers conceptions of creativity in mathematics. **Educational studies in mathematics**, Amsterdam, v. 73, n. 2, p. 143-157, 2010.

CARVALHO, Alexandre Tolentino. **Relações entre criatividade, desempenho escolar e clima para criatividade nas aulas de matemática de estudantes do 5º ano do ensino fundamental**. 133 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de Brasília, 2015.

CARVALHO, Alexandre Tolentino. **Criatividade compartilhada em matemática: do ato isolado ao ato solidário**. 359 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de Brasília, Brasília, 2019.

CHAMBERLIN, Scott. A.; MOON, Sidney M. Model-eliciting activities as tool to develop and identify creativity gifted mathematicians. **Journal of Secondary Gifted Education**, Washington, v. 17, n. 1, p. 37–47, 2005.

CRAFT, Anna. Creative development in the early years: some implications of policy for practice. **Curriculum journal**, v. 10, n. 1, p. 135-150, 1999.

FARIAS, Mateus Pinheiro de. **Criatividade em matemática: um modelo preditivo considerando a percepção de alunos do ensino médio acerca das práticas docentes, a motivação para aprender e o conhecimento em relação à matemática**. 75 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Brasília, Brasília, 2015.

FELDHUSEN, Jonh F.; GOH, Ban Eng. Assessing and accessing creativity: An integrative review of theory, research and development. **Creativity Research Journal**, London, v. 8, p. 231-247, 1995.

FONSECA, Mateus Gianni. **Aulas baseadas em técnicas de criatividade: efeitos na criatividade, motivação e desempenho em matemática com estudantes do ensino médio**. 175 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de Brasília, Brasília, 2019.

FONSECA, Mateus Gianni. **Construção e validação de instrumento de medida de criatividade no campo da matemática para estudantes concluintes da educação básica**. 104 f. Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade de Brasília, 2015.

GONTIJO, Cleyton Hércules. **Relações entre criatividade, criatividade em matemática e motivação em matemática de alunos do ensino médio**. 194 f. Tese (Doutorado em Psicologia) – Instituto de Psicologia, Universidade de Brasília, Brasília, 2007.

GONTIJO, Cleyton Hércules. Mathematics Education and Creativity: A Point of View from the Systems Perspective on Creativity *In*: AMADO, Nélia; CARREIRA, Susana; JONES, Keith (ed.). **Broadening the Scope of Research on Mathematical Problem Solving** (p. 375-386). Springer: Cham, 2018.

GONTIJO, Cleyton Hércules; CARVALHO, Alexandre Tolentino; FONSECA, Mateus Gianni; FARIAS, Mateus Pinheiro. **Criatividade em matemática: conceitos, metodologias e avaliação**. Brasília: Editora da UnB, 2019.

GONTIJO, Cleyton Hércules; FONSECA, Mateus Gianni; CARVALHO, Alexandre

Tolentino; BEZERRA, Wesley Well Vicente. **A pesquisa no campo da criatividade em matemática**: rumos e perspectivas no cenário internacional. No prelo.

GONTIJO, Cleyton Hércules; ZANETTI, Matheus Delaine Teixeira; FONSECA, Mateus Gianni. **Creative and critical thinking in mathematics: a workshop for teachers**. Proceedings of The 11th International Conference on Mathematical Creativity and Giftedness. Hamburg, Germany, 2019.

HADAMARD, Jacques. **Psicologia da invenção matemática**. Tradução Estela dos Santos Abreu. Rio de Janeiro: Contraponto, 2009.

HADAMARD, Jacques. **The Psychology of Invention in the Mathematical Field**. Mineola: Dover Publications, 1954.

HAYLOCK, Derek W. A framework for assessing mathematical creativity in school children. **Educational Studies in Mathematics**, Amsterdam, v. 18, p. 59-74, 1987.

HIGGINSON, William. Creativity in Mathematics Education: The role of the teacher. The 9th **International Congress on Mathematical Education**, Tokyo, 2000.

KRUTETSKII, Vadim Andreevich. **The psychology of mathematical abilities in schoolchildren**. Chicago: The University of Chicago Press, 1976.

KWON, Oh Nam; PARK, Jung Sook; PARK, Jee Hyun. Cultivating divergent thinking in mathematics through an open-ended approach. **Asia Pacific Education Review**. Seoul, v. 7, n. 1, p. 51-61, 2006.

LEE, Kang Sup; HWANG, Dong-jou; SEO, Jong Jin. A development of the test for mathematical creative problem solving ability. **Journal of the Korea Society of Mathematical Education**, Seul, v. 7, n. 3 p. 163-189, 2003.

LEIKIN, Roza. Exploring mathematical creativity using multiple solution tasks. In LEIKIN, Roza; BERMAN, Abraham; KOICHU, Boris (eds.). **Creativity in mathematics and the education of gifted students** (p. 129–145). Rotterdam: Sense Publishers, 2009.

LEIKIN, Roza; SUBOTNIK, Rena; PITTA-PANTAZI, Demetra; SINGER, Florence Mihaela; PELCZER, Ildiko. Teachers' views on creativity in mathematics education: an international survey. **The international journal on mathematics education**, Berlim, v. 45, n. 2, p. 309-324, 2013.

LEV-ZAMIR, Hana; LEIKIN, Roza Saying versus doing: teachers' conceptions of creativity in elementary mathematics teaching. **The International Journal on Mathematics Education**, Berlim, v. 45, n. 2, p. 295-308, 2013.

LILJEDAHN, Peter. In the words of the creators. In: LEIKIN, Roza; BERMAN, Abraham B.; KOICHU, Boris (eds.). **Creativity in Mathematics and the Education of Gifted Students** (p. 51-69). Rotterdam: Sense Publishers, 2009.

LIVNE, Nava L.; MILGRAN, Roberta M. Academic versus creative abilities in mathematics: Two components of the same construct? **Creativity Research Journal**, London, v. 18, n. 2, p. 199-212, 2006.

- LIVNE, Nava L.; MILGRAN, Roberta M. Assessing four levels of creative mathematical ability in **Israeli adolescents utilizing out-of-school activities**: a circular three-stage technique. *Roeper Review*. Lawrenceville, v. 22, n. 2, p. 111-116, 2000.
- LIVNE, Nava L.; LIVNE, Oren E.; MILGRAN, Roberta. Assessing academic and creative abilities in mathematics at four levels of understanding. **International journal of mathematical education in science & technology**, London, v. 30, n. 2, p. 227-243, 1999.
- LOPEZ-REAL, Francis. A new look at a Polya problem. **Mathematics Teaching**, Derby, v. 196, p. 12–16, 2006.
- MANN, Eric L. **Mathematical creativity and school mathematics**: Indicator of mathematical creativity in middle school students. 2005. Disponível em: <http://www.gifted.uconn.edu/siegle/Dissertations/Eric%20Mann.pdf>. Acesso em: 10 nov. 2014.
- MORAOVÁ, Hana; NOVOTNÁ, Jarmila; FAVILLI, Franco. Ornaments and Tessellations: Encouraging Creativity in the Mathematics Classroom. *In*: SINGER, Florence Michaela (ed). **Mathematical Creativity and Mathematical Giftedness**. Springer International Publishing, p. 253-283, 2018.
- MUIR, Allan. The psychology of mathematical creativity. **The Mathematical Intelligencer**, Switzerland, v. 10, n. 1, p. 33-37, 1988.
- PARKHURST, Howard B. Confusion, lack of consensus, and the definition of creativity as a construct. **Journal of Creative Behaviour**, v. 33, n. 1, p. 1-21, 1999.
- PELCZER, Ildikó; RODRIGUEZ, Fernando Gamboa. Creativity assessment in school settings through problem posing tasks. **The Montana Mathematics Enthusiast**, v. 8, p. 383–398, 2011.
- PIIRTO, Jane. **Understanding creativity**. Scottsdale: Great Potential Press, 2004.
- PITTA-PANTAZI, Demetra; KATTOU, Maria; CHRISTOU, Constantinos. **Mathematical Creativity**: Product, Person, Process and Press. *In*: SINGER, Florence Michaela (ed). **Mathematical Creativity and Mathematical Giftedness**. Springer International Publishing, p. 27-53, 2018.
- POLYA, George. **How to solve it** (2nd ed.). NJ: Princeton University Press, 1957.
- POLYA, George. **Induction and analogy in mathematics**. Princeton: Princeton University Press, 1954a.
- POLYA, George. **Mathematical discovery**. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1962.
- ROBINSON, Ken. *Out of Our Minds: Learning to Be Creative*. John Wiley & Sons, 2001.
- RHODES, Mel. **An analysis of creativity**. **Phi Delta Kappan**, v. 42, n. 7, p. 305–311, 1961.
- RODRIGUES JUNIOR, Emílio. FERNANDES, Fabrício Juliano. Os Desafios da Educação Frente as Novas Tecnologias. *In*: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO SUPERIOR – Formação e Conhecimento, 2014, Sorocaba - SP. **Anais do IV Seminário**

de Extensão, 2014.

SAK, Ugur. **M<sup>3</sup>: The three-mathematical minds model for the identification of mathematically gifted students**. (Unpublished doctoral dissertation). University of Arizona, USA, 2005.

SAK, Ugur. Selective Problem Solving (SPS): A model for teaching creative problem solving. **Gifted Education International**, Washington, v. 27, n. 3, p. 349–357, 2011.

SAK, Ugur; AYVAZ, Ülkü; BAL-SEZEREL, Bilge; ÖZDEMİR, N. Nazli. Creativity in the Domain of Mathematics. *In*: James C. Kaufman; Vlad P. Glăveanu; John Baer (eds.). **The Cambridge Handbook of Creativity across Domains**. Cambridge: Cambridge University Press, p. 276-298, 2017.

SHRIKI, Atara. Working like real mathematicians: Developing prospective teachers' awareness of mathematical creativity through generating new concepts. **Educational Studies in Mathematics**, Reston, v. 73, p. 159–179, 2010.

SILVA, Fabiana Barros de Araújo. **Trabalho pedagógico e criatividade em matemática: um olhar a partir da prática docente nos anos iniciais do ensino fundamental**. 134f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Brasília, Brasília, 2016.

SILVER, Edward A. Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. **International Reviews on Mathematical Education**, Karlsruhe, v. 29, n. 3, p. 75-80, 1997.

SOUZA, Maria Alice Veiga Ferreira. A habilidade matemática e o desempenho escolar na solução de problemas mal-estruturados. **Ciências & Cognição**, Rio de Janeiro, v. 16, n. 2, p. 113-122, 2011.

SRIRAMAN, Bharath. The characteristics of mathematical creativity. **The Mathematics Educator**, Athens, v. 14, p. 19–34, 2004.

URBAN, Klaus K. Recent trends in creativity research and theory in Western Europe. **European Journal of High Ability**, London, v. 1, n. 1, p. 99–113, 1991.

WALLAS, Graham. **The art of thought**. New York: Harcourt Brace, 1926.