

RELAÇÕES ENTRE MODELOS MENTAIS E MODELOS MATEMÁTICOS

RELATIONSHIP BETWEEN MENTAL AND MATHEMATIC MODELS

Lênio Fernandes Levy
leniolevy@ig.com.br
Universidade Federal do Pará – UFPA

Resumo

Neste ensaio, discorre-se a propósito de modelo mental e de modelo matemático, enfatizando-se alguns pontos comuns a ambos. Abordam-se, no contexto do modelo mental, relações entre analogia e tradução. Modelos mentais são análogos àquilo a que se referem ou são apenas traduções? Abordam-se também, em se tratando de modelos mentais, liames entre “realidade” e imaginação. Há fronteiras, na modelagem mental, entre o “real” e o imaginário? No presente texto, esses assuntos e questionamentos são igualmente considerados no âmbito do modelo matemático. Busca-se realçar convergências no que diz respeito ao diálogo “analogia x tradução” e ao diálogo “realidade x imaginação”, entre modelo mental e modelo matemático, frisando-se que, basicamente, os modelos – tanto mentais quanto matemáticos – são tidos como representações. Este ensaio constitui-se num estudo teórico-bibliográfico fundamentado, em termos de concepção de modelos mentais, no autor francês Edgar Morin e, em termos de definição de modelos matemáticos, nos autores brasileiros Rodney Carlos Bassanezi, Maria Salett Biembengut e Nelson Hein.

Palavras-Chave: modelo mental, modelo matemático, complexidade.

Abstract

This essay discusses about mental model and mathematical model, emphasizing some common points to both. We deal, in the context of mental model, with relations between analogy and translation. What are the mental models? Analogies of the things referred to? Or just translations? Links between “reality” and imagination, when it comes to mental models, are also covered. Are there borders – in the mental modeling – between the “real” and the imaginary? (In this text,) These issues and questions are also included in the context of the mathematical model. We seek to enhance convergence – with regard to dialogue “analogy x translation” and dialogue “reality x imagination” – between mental model and mathematical model. We stress that, basically, mental models and mathematical models are regarded as representations. This essay constitutes a theoretical and bibliographical study based, in terms of conception of mental models, in the French author Edgar Morin and, in terms of definition of mathematical models, in the Brazilian authors Rodney Carlos Bassanezi, Maria Salett Biembengut and Nelson Hein.

Keywords: mental model, mathematical model, complexity.

INTRODUÇÃO

Quando procuramos conhecer ou lidar com uma parte daquilo que consideramos o mundo (“real” ou imaginário), tendo em vista explicá-la ou entendê-la, e mesmo agir sobre essa parte, normalmente selecionamos argumentos ou referenciais que consideramos importantes no sistema em foco, dando origem a modelos mentais.

Modelos matemáticos, a nosso ver, identificam-se, em sentido estrito, com certos tipos de modelos mentais. Ambas as categorias de modelos, a dos matemáticos e a dos mentais, denotam, em sentido lato, representações.

Por um lado, a modelagem matemática (que é a ação de modelar ou de representar algo matematicamente) enfatiza conexões sistemáticas e formais, apesar de tais conexões ou articulações voltarem-se para temas ou problemas singulares (“reais” ou imaginários). Por outro lado, com frequência, concentramo-nos em objetos (“reais” ou imaginários) que nos demandam a elaboração de modelos mentais sem que desprezemos, para tanto, articulações sistemáticas e formais, articulações essas que não pertencem obrigatoriamente ao domínio matemático.

À semelhança dos modelos mentais (MORIN, 1999), admitimos (e discorreremos sobre isso nas laudas que se seguem) os modelos matemáticos como algo envolvendo: (i) um “diálogo complexo” entre analogias e traduções; (ii) um diálogo complexo entre o “real” e o imaginário. De acordo com um dos princípios da complexidade, é necessário que pensemos dialogicamente, ligando de forma complementar noções que sejam antagônicas (MORIN, 2001). Por sinal:

A estrutura do pensamento moriniano é pautada numa epistemologia da complexidade que compreende quantidades de unidades, interações diversas e adversas, incertezas, indeterminações e fenômenos aleatórios. Seu trabalho consiste na sistematização da crítica aos princípios, objetivos, hipóteses e conclusões de um saber fragmentado. A complexidade, cerne do pensamento de Morin, traz em seu bojo a tarefa de ligar tudo que está disjunto (PETRAGLIA, 2002, p. 40).

O cérebro humano estabelece distinções e aproximações através da averiguação de variações e de semelhanças. Essas distinções e aproximações encontram-se, pois, na base das representações ou modelos mentais que utilizamos para entender o objeto almejado. Nesse sentido:

O nosso cérebro só reconhece o mundo exterior através das variações/diferenças, e os receptores sensoriais são, cada um à sua maneira, sensíveis a variações de estímulos: químicos (olfato, paladar); mecânicos (tato, audição); luminosos (visão).

Pode-se, logo, dizer que o mundo exterior, no mínimo, apresenta diferenças, variações, similitudes, constâncias. As variações/diferenças recebidas/ analisadas pelos receptores sensoriais são codificadas/transmitidas sob a forma de outras diferenças em que os neurônios codificam a magnitude, não a natureza das perturbações sentidas (MORIN, 1999, p. 117-118).

Em tempo: as diferenças, as variações, as similitudes e as constâncias de que trata Morin nessa citação são, conforme nosso julgamento, extensíveis ao mundo em sua acepção mais ampla, não se restringindo ao “exterior do homem”. O reconhecimento de objetos imaginários, por exemplo, também se dá pelo estabelecimento de diferenças, de variações, de similitudes e de constâncias, havendo o desenvolvimento correlato de representações ou modelos mentais. Tratamos, mais adiante, do diálogo entre o “real” e o imaginário.

Os modelos mentais são estáveis a ponto de permitirem a sua avaliação e a sua reavaliação pelo sujeito que os engendra, podendo ser aprimorados também mediante relações intersubjetivas, o que favorece a elevação de seu grau de objetividade.

Os modelos ou representações mentais resultam de processos geradores de formas e de totalidades. Eles tendem a não ser considerados pelo sujeito como imagens mentais, mas como o próprio objeto focalizado. “(...) Podemos, antes de tudo, supor uma analogia “realista”: a representação restabelece as proporções “reais” entre as formas das coisas percebidas e assim estabelece uma imagem análoga à realidade das coisas (...)” (MORIN, 1999, p. 121). A representação obedeceria a:

(...) Dois isomorfismos; o primeiro, “geométrico”, reconstituiria as formas do espaço tridimensional (*proportional fittingness*); o segundo, “algébrico”, estabeleceria uma adequação entre as analogias/relações próprias às coisas e às de sua concepção mental (MORIN, 1999, p. 121).

Os modelos ou representações mentais, em conformidade com a citação precedente, podem ser (e geralmente são) entendidos como analogias do mundo. Porém, de que analogias nós estamos falando? Se considerarmos analogias cabais, teremos que admitir ou assumir a autenticidade do espaço euclidiano, bem como a pertinência de isomorfismos entre relações envolvendo as coisas que serão modeladas e relações

envolvendo os respectivos produtos mentais (MORIN, 1999). Persistiria, contudo, a dúvida acerca do espaço chamado de euclidiano: tratar-se-ia de algo efetivo (extra-humano) ou de um suporte (humano) para traduções (humanas)?

Podemos, igualmente, aceitar a noção de modelo mental como tradução, como algo distante do objeto visado. Mas a ideia de tradução requer, a nosso ver, a relação entre linguagens, isto é, ela demanda “traduções de traduções”, chegando-se, por intermédio de uma tradução final, à representação do objeto em foco (MORIN, 1999). O que seria, todavia, essa tradução final?

Reafirmamos que nos soa cabível argumentar em favor de uma relação dialógica complexa, quer dizer, em favor de uma relação contraditória e, ao mesmo tempo, complementar entre as seguintes ideias: (i) modelo mental como analogia do objeto percebido; (ii) modelo mental como tradução. Além do mais, de nosso ponto de vista, no universo dos modelos mentais há a relação, também contraditória e complementar, entre “real” e imaginário. Por sinal, “(...) Ainda que a percepção do real se oponha às visões imaginárias, *a representação é o ato constitutivo idêntico e radical do real e do imaginário*” (MORIN, 1999, p. 123).

Um modelo matemático é dotado, em tese, de linguagem sucinta, expressando ideias de maneira clara e precisa, caracterizando-se – apesar de voltar-se para a solução ou elucidação de temas específicos ou casos singulares – por conexões sistemáticas e formais (BASSANEZI, 2002; BIEMBENGUT; HEIN, 2000). Faz-se necessário frisar que atributos sistemáticos e formais não são exclusivos de atividades matemáticas, associando-se também a certos tipos de modelo mental.

Ademais, o modelo matemático torna viável a utilização de recursos computacionais para que seja encontrada a sua solução numérica, e essa viabilidade é aumentada quando (o referido modelo) diz respeito, por exemplo, a um teorema (BASSANEZI, 2002; BIEMBENGUT; HEIN, 2000).

Em conformidade com aquilo que, a nosso ver, acontece nos modelos mentais, reiteramos nos modelos matemáticos o diálogo entre analogia e tradução, bem como o diálogo entre “real” e imaginário. Abordamos esses diálogos nas laudas que se seguem.

Igualmente, buscamos estender, no presente ensaio, as semelhanças entre modelos matemáticos e modelos mentais à ideia básica de que ambas as categorias correspondem a representações, que, no caso dos modelos matemáticos, são marcadamente sistemáticas,

formais e analíticas, em que pese – reforçamos – o teor de aplicabilidade dos modelos matemáticos a problemas específicos ou singulares. Não custa ratificar que os modelos mentais podem ter a ver não apenas com encadeamentos cognitivos dizentes à concreção, mas também com elaborações sistemáticas, formais, analíticas e abstratas, as quais são dinâmicas que não se limitam à matemática.

REPRESENTAÇÃO OU MODELO MENTAL: DIALOGISMO ENTRE ANALOGIA E TRADUÇÃO

A identificação de elementos do mundo faz-se, pelo nosso cérebro, mediante o cômputo de variações na magnitude das perturbações sentidas; os estímulos que sensibilizam os nossos órgãos receptores são reconhecidos como tais ao contabilizarmos suas variações (diferenças) em relação a padrões (semelhanças) que consideramos previamente (MORIN, 1999). O mundo apresenta-se a nós através de diferenças e de semelhanças captadas e codificadas pela nossa estrutura receptora, que as transmite – na condição de novas diferenças e semelhanças, bem como de novos códigos – a outros receptores e transmissores que fazem parte de nosso organismo (MORIN, 1999).

Construímos representações ou modelos mentais do mundo, e é através desse artifício que o compreendemos. Nossas representações ou modelos mentais possuem alguns atributos, a exemplo de organização, de articulação e de manutenção, em uma escala minimamente necessária ao nosso processo cognitivo. De acordo com Morin:

A representação é uma síntese cognitiva dotada de qualidades como globalidade, coerência, constância e estabilidade. Se não estivesse submetida às impressões retinianas, tremeria com os movimentos da cabeça e dos olhos; cresceria ou encolheria segundo a distância; deformar-se-ia segundo as mudanças de ângulo. Então seria o mundo que se movimentaria e modificaria sem parar, perdendo a consistência. As qualidades organizadoras (estabilidade, coerência, constância) dão, portanto, ao mundo a sua consistência e permitem ao olhar, ou seja, ao espírito, tomar em consideração este mundo estável, coerente, constante e realizar a cada instante análises (distinções, seleções, focalizações, estudos de detalhes) e sínteses (totalização, globalização, contextualização) (MORIN, 1999, p. 118-119).

A relativa estabilidade estrutural dos nossos modelos mentais possibilita a efetivação, neles, de avaliações e de reavaliações. Há uma contínua abertura de tais modelos à retificação, ao redirecionamento, à modificação, sendo essa abertura reforçada

por cogitações, já que as representações humanas vinculam-se, perceptivelmente ou não, a palavras e a ideias (MORIN, 1999).

Além do mais, os nossos modelos mentais, no itinerário de reconhecimento e de descrição que os envolve, podem ser aprimorados por conta de relações intersubjetivas, o que contribui para a elevação de seu grau de objetividade, havendo, com isso, repercussões na percepção e no conhecimento humano acerca do mundo.

Os modelos mentais resultam de processos geradores de formas e de totalidades, as quais, apresentando-se como imagens globais, são percebidas como visões objetivas do mundo e, como tais, são apropriadas pelo intelecto. Ou seja: o indivíduo, em sua subjetividade, tende a admitir as referidas imagens globais como apreensões objetivas (e não, espontaneamente, como imagens) na medida em que elas substituem o mundo ao identificarem-se, por completo, com ele (MORIN, 1999).

A partir de apreensões levadas a efeito no âmbito sensorial, criamos analogias cerebrais daquilo que é percebido. Nesse caso, caberia perguntar: de que analogias nós estamos falando? Supondo-as como analogias plenas, seria plausível tratarmos-las na condição de imagens análogas a elementos do mundo, havendo, então, reconstituição humana das formas do espaço tridimensional, bem como adequação ou isomorfismo entre relações próprias às coisas e relações próprias às nossas concepções dessas coisas.

Tal hipótese demanda que o espaço euclidiano seja tomado como algo objetivo, ao menos no intervalo de percepção (designado, aqui, de intervalo mesocósmico) a que estamos adaptados, o qual é distinto dos intervalos microcósmico ou quântico e macrocósmico ou einsteiniano. Permaneceria, entretanto, a dúvida acerca desse espaço: ele seria efetivo ou seria integrante de uma tradução humana? (MORIN, 1999).

A noção de tradução, por sua vez, tem a ver com processos entre linguagens, e isso significa uma insuficiência concernente ao “alcance do mundo”: a operação sensorial inicial, qual seja a percepção, converte algo que não diz respeito a signos de uma linguagem (embora esse algo corresponda a um acontecimento ou objeto passível de conversão em signos, porquanto é perceptível mediante diferenças, variações, constâncias etc.) em informações codificadas, o que equivale a uma primeira linguagem, que será submetida a traduções posteriores e, enfim, será transformada em representação. Persistiria a dúvida no que toca à natureza da transformação ou tradução final que leva à representação (MORIN, 1999).

Morin assevera que:

(...) Devemos tentar manter ligadas duas idéias que se repelem: a de que a representação não passa de uma construção/transformação/tradução extremamente afastada do original e a de que essa representação perceptiva constitui ainda assim uma analogia contendo a presença do mundo exterior. Tudo acontece como se a formidável máquina cerebral analisasse amostras do mundo exterior para sintetizá-lo, transformasse-o para reconstituí-lo, construindo uma analogia mental para presentificá-lo. Tudo ocorre como se a realidade que conhecemos fosse ao mesmo tempo nossa e estranha, totalmente familiar e totalmente desconhecida (MORIN, 1999, p. 122).

Parece-nos, em função do que foi exposto até aqui, aceitável a relação complexa (de cunho dialógico, isto é, envolvendo duas ideias contraditórias e, ao mesmo tempo, complementares) que abrange as seguintes assertivas: (i) de um lado, a representação é uma analogia do mundo, sendo condizente com a apreensão de partes desse mundo pelo nosso cérebro, visando à construção de uma respectiva imagem global que torne tal mundo presente; (ii) de outro lado, a representação é tradução, é algo distante do objeto representado.

REPRESENTAÇÃO OU MODELO MENTAL: DIALOGISMO ENTRE “REAL” E IMAGINÁRIO

A representação vincula-se ao objeto original e à percepção, chegando a identificar-se com elementos do “mundo” quando do ato perceptivo; contudo, por ocasião da rememoração, a representação duplica-se, movendo-se num universo de fantasia (MORIN, 1999). Essa representação resultante da memória, ao mesmo tempo em que faz parte de um contexto duplicado, leva o sujeito a engendrar adesões ao âmbito dos processos de percepção, sem os apagar; normalmente o sujeito consegue (exceto em situações que envolvam alucinações) fazer distinção entre uma lembrança (cuja marca maior é a ligação com o tempo anterior) e uma percepção presente (MORIN, 1999).

O que definimos por fantasias e sonhos são, igualmente, representações. Porém, quando os produzimos, dissociamo-los e liberamo-los de nossas percepções. Mesmo assim, o campo (onírico) em que tais representações desenvolvem-se adquire consistência de “algo efetivo”. Comungamos com a seguinte assertiva:

A unidade fundamental da percepção, da lembrança, da fantasia, do sonho, está na representação. Não há diferença, intrínseca à própria imagem, entre uns e

outros; por isso, a alucinação impõe-se ao alucinado como percepção verdadeira, não como ilusão imaginária; a excitação por eletrodo de certas regiões do córtex faz surgir lembranças que se impõem como percepções; o universo fantasma do sonho é percebido como real durante o sonho. Há mesmo unidade entre real e imaginário ao nível da imagem mental (MORIN, 1999, p. 122-123).

Dados os argumentos expostos nos parágrafos anteriores, concebemos, concomitantemente, a unidade e a dualidade do “real” e do imaginário.

De um lado, a unidade da percepção, da lembrança, da fantasia e do sonho encontra-se na representação; não há distinção, no que se refere à própria imagem, entre uns e outros; a alucinação, nesse sentido, mostra-se ao sujeito como percepção “efetiva”, e não como ilusão ou imaginação (MORIN, 1999).

O estímulo (provocado por eletrodo) de determinadas partes do cérebro desencadeia lembranças que se passam por percepções; o sonho, durante o seu desenrolar, é percebido como “verdadeiro”; há unidade entre o “mundo real” e o “mundo imaginário” no que diz respeito à imagem mental; a representação une o passado e o presente, une o sonho e a vigília; embora haja oposição entre visões imaginárias e percepções da “realidade”, a representação é indistintamente constitutiva do imaginário e do “real” (MORIN, 1999).

De outro lado, o ser humano consegue diferenciar as representações ligadas ao seu passado daquelas vinculadas à sua vivência imediata. Ele sabe que, no decorrer da fantasia, está fantasiando. Ao acordar, por exemplo, compreende que estava sonhando. É competente em reconhecer a ilusão, o que acontece mesmo em sociedades culturalmente diferentes da ocidental, nas quais (em vez de discriminar ou de separar, cartesianamente, o “não ilusório” do ilusório) consegue identificar – existindo aí distinção e complementaridade entre – duas modalidades de “realidade”. A propósito:

(...) O espírito humano sabe distinguir, nas suas representações, o imaginário, o passado (lembrança), o real imediato. Ele sabe que fantasia na fantasia. Se ignora que sonha nos seus sonhos, faz, de imediato, a distinção ao acordar, isso em todas as sociedades, inclusive as arcaicas, onde se distingue não a realidade e a ilusão, mas dois tipos de realidade (MORIN, 1999, p. 123).

A “realidade” e o imaginário opõem-se e completam-se; a percepção e a exploração empírico-racional do mundo “real” contradizem e complementam a fantasia, o sonho e o mito; trata-se de ações que, ademais, geram-se e penetram-se reciprocamente;

enfim, as mesmas competências cerebrais conduzem o homem a conhecimentos objetivos e a construções de universos imaginários, e esses dois processos (objetividade e subjetividade) influenciam-se mútua e continuamente (MORIN, 1999).

REPRESENTAÇÃO OU MODELO MATEMÁTICO

A solução de um problema passível de ligação ao aspecto quantitativo habitualmente pode ser alcançada por intermédio de procedimentos matemáticos. Nesse sentido, um conjunto de símbolos e de relações (de cunho matemático) com o qual se busque interpretar uma situação ou um fenômeno (do mundo “real” ou do mundo imaginário) é chamado de modelo matemático (BIEMBENGUT; HEIN, 2000).

Um modelo matemático pode dizer respeito a: expressões numéricas, fórmulas, diagramas, gráficos, representações geométricas, equações algébricas, tabelas, programas computacionais etc. Ele representa, ainda que de forma simplificada, aspectos da situação ou do fenômeno em estudo (BIEMBENGUT; HEIN, 2000).

Defendemos, além disso, a ideia de que modelos matemáticos, no que toca à sua finalidade básica, guardam semelhanças com modelos mentais. Em ambos os casos, têm-se representações. Os modelos matemáticos, contudo, resultam de articulações sistematizadas, as quais têm a ver, predominantemente, com procedimentos analíticos e formais (em que pese a modelagem matemática ter por fim a representação de casos singulares, inalcançáveis cabalmente por fórmulas ou regras). A seu turno, os modelos mentais podem tanto associar-se a ações de teor sistematizado, analítico e formal (ações desse gênero não se limitam à matemática), quanto a encadeamentos cognitivos que não se eximem do foco em situações particulares, concretas e irreversíveis, ligadas diretamente à percepção, aos sentidos. Outrossim, com frequência, os modelos mentais têm a ver com ambas as modalidades de construção, quais sejam, de um lado, a sistematizada, analítica e formal, e, de outro lado, a concreta.

Quando se procura conhecer casos ou problemas singulares daquilo que se considera o mundo, tendo-se em vista, através de matematizações, explicá-los ou entendê-los (e até agir sobre esses casos ou problemas), normalmente se busca selecionar, no objeto investigado, argumentos ou referenciais considerados relevantes, aspirando-se a uma representação fundamentada em ações sistematizadas e formais à qual se dá o nome de modelo matemático (BASSANEZI, 2002).

Em tese, um modelo matemático é dotado de linguagem sintética, expressando ideias de maneira clara e precisa. Além disso, possibilita (e essa possibilidade aumenta quando o modelo é, por exemplo, um teorema) a utilização de recursos computacionais para que seja encontrada a sua solução numérica (BASSANEZI, 2002).

Os conhecimentos sistematizados são relevantes na elaboração de um modelo matemático. Se o domínio de tais conhecimentos não transcender, digamos, a matemática elementar, então o modelo construído tenderá a restringir-se a conceitos e a propriedades atinentes a esse tipo de matemática. Quanto mais “aprimorados” forem os conhecimentos matemáticos, maiores serão as chances de “sofisticação” dos modelos com os quais buscaremos responder às questões levantadas. Segundo Biembengut e Hein:

Na ciência, a noção de modelo é fundamental. Em especial a Matemática, com sua arquitetura, permite a elaboração de modelos matemáticos, possibilitando uma melhor compreensão, simulação e previsão do fenômeno estudado (...). A elaboração de um modelo depende do conhecimento matemático que se tem. Se o conhecimento matemático restringe-se a uma matemática elementar, como aritmética e/ou medidas, o modelo pode ficar delimitado a esses conceitos. Tanto maior o conhecimento matemático, maiores serão as possibilidades de resolver questões que exijam uma matemática mais sofisticada (BIEMBENGUT; HEIN, 2000, p. 12).

Modelos matemáticos dotados de alguma complexidade requerem – para sua compreensão e para sua explicação – modelos mentais que permitam a reelaboração, em nível cognitivo, dessa complexidade. Se um modelo matemático, por exemplo, não prescindir – ao ser aplicado a temas ou problemas singulares – de alcances multidisciplinares (o potencial multidisciplinar é frequente em modelos matemáticos), então os modelos mentais desenvolvidos com o intuito de guardar correspondência com ele não poderão deixar de ser condizentes com articulações cognitivas que incluam em si, em alguma escala, a multidisciplinaridade.

A modelagem matemática é um processo através do qual se almejam a obtenção e a validação de modelos matemáticos. Fundamenta-se nos domínios abstrato e genérico, embora vise à solução, à elucidação e à previsão de tendências ou problemas singulares. A modelagem matemática culmina na representação de situações-problema por meio de soluções de caráter matemático (BASSANEZI, 2002). Na concepção de Biembengut e Hein, a modelagem matemática é um processo que pode ser considerado artístico, visto que:

(...) Para se elaborar um modelo, além de conhecimento de matemática, o modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir que conteúdo matemático melhor se adapta e também ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas (BIEMBENGUT; HEIN, 2000, p. 12).

A dúvida quanto aos modelos denotarem analogia (vide o predomínio da objetividade) ou interpretação (vide a primazia da subjetividade ou da criatividade humana), (dúvida) da qual tratamos em tópico anterior deste ensaio, referindo-nos, nesse tópico, a modelos mentais, também nos parece apropriada para os modelos com que se trabalha na matemática. Existem, no contexto dessa disciplina, adeptos de ambos os pressupostos: (i) modelo como analogia do objeto em foco; (ii) modelo como tradução ou interpretação distante de tal objeto. Aquiescemos – reportando-nos, para isso, a Morin (1999) – com um diálogo contraditório e, ao mesmo tempo, complementar entre esses dois pressupostos.

No processo de modelagem matemática, interagimos tanto com situações ou fenômenos do mundo (“real” ou imaginário) quanto com a matemática. Esse processo, que culmina na representação de situações ou fenômenos – que têm caráter singular – através de um constructo matemático – cujo caráter é geral –, pode ser resumido em três etapas: (i) interação; (ii) matematização; (iii) modelo matemático (BIEMBENGUT; HEIN, 2000).

Na etapa ou fase de interação, após o delineamento da situação a ser investigada, realiza-se um estudo sobre o tema em livros e em revistas especializadas, entre outros, ou faz-se um estudo *in loco*, através de experiências em campo ou por intermédio de dados experimentais obtidos com especialistas da área (BIEMBENGUT; HEIN, 2000).

Na etapa ou fase de matematização, converte-se o problema em linguagem matemática. Intuição, criatividade e acúmulo de experiências são fatores indispensáveis ao bom cumprimento dessa etapa (BIEMBENGUT; HEIN, 2000).

Na etapa ou fase seguinte do processo de modelagem, tende-se a chegar ao modelo matemático, tornando-se necessária a avaliação correlata para saber como ele pode responder ao problema que havia sido suscitado, quer dizer, para saber qual é o seu grau de confiabilidade (BIEMBENGUT; HEIN, 2000).

Deparar-se com (ou perceber) situações ou fenômenos (do mundo “real” ou imaginário); recorrer a elementos cognitivos previamente acumulados, além de apropriar-

se de novos elementos de natureza cognitiva para compreender tais situações ou fenômenos; consolidar, enfim, explicações ou representações para essas situações ou esses fenômenos, e avaliar a eficácia de tais explicações ou representações: com essas palavras, podemos tanto nos referir ao processo de formação de modelos mentais quanto àquele relativo à elaboração de modelos matemáticos.

Enfatizamos novamente que esses últimos (ou seja, que os modelos matemáticos) são marcados pelo protagonismo de encadeamentos abstratos, analíticos, sistemáticos e formais, mesmo sabendo que tal categoria de modelos volta-se para a solução, para a interpretação e para a previsão de casos singulares. Ao mesmo tempo, é preciso ressaltar que os modelos mentais podem associar-se não apenas a concreções, não somente a relações diretas ou sensíveis entre sujeito e objeto, mas também a articulações cognitivas que não se eximem, conforme a situação considerada, de atributos abstratos, analíticos, sistemáticos e formais, atributos esses que não se encontram, pois, limitados ao campo matemático.

Modelos mentais e modelos matemáticos possibilitam, em algum grau, prever, decidir, explicar e entender; possibilitam, em alguma medida, participar do mundo, com aptidão para exercer ingerências nele, com aptidão para influenciar em suas mudanças.

Enfim, “real” e imaginário contrapõem-se e completam-se, em uma relação dialógica complexa (MORIN, 1999). Nesse sentido, tanto os modelos mentais quanto os modelos matemáticos conjugam em si um diálogo complexo, que contempla unidade e dualidade, porquanto:

- (i) de um lado (vide unidade), ao representar o mundo (“real” ou hipotético-imaginário), um modelo – mental ou matemático – passa, de certa maneira, a identificar-se com esse mundo, afora a possibilidade (vide novamente unidade) de representação, seja ela mental ou matemática, acerca de um objeto “real” identificar-se, teoricamente, com a representação, mental ou matemática, a propósito de um objeto hipotético-imaginário;
- (ii) de outro lado (vide dualidade), um modelo, seja ele mental ou matemático, não é o mundo que representa, acrescentando-se a isso a possibilidade de ser estabelecida, em tese, distinção (vide novamente dualidade) entre as duas modalidades de representações, ou melhor, distinção entre a representação, mental ou matemática, de um objeto “real” e a representação, mental ou matemática, de um objeto hipotético-imaginário.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Modelos mentais e modelos matemáticos, em sua essência, denotam representações. Destacam-se, no caso dos modelos matemáticos, encadeamentos abstratos. Já os modelos mentais podem associar-se a concreções, ou seja, a atividades cognitivas voltadas diretamente para objetos sensíveis ou perceptíveis que interessem ao sujeito, bem como podem associar-se a dinâmicas abstratas (essas dinâmicas não são exclusivas do contexto matemático), que são atividades cognitivas sem vínculo imediato com os citados objetos. Inclusive, um determinado modelo mental pode demandar do e gerar no sujeito cognoscente elaborações que conjuguem, ao mesmo tempo, movimentos concretos e abstratos.

Se os conhecimentos sistematizados de que dispõe o sujeito limitarem-se, por exemplo, à matemática elementar, o modelo matemático obtido dificilmente ultrapassará conceitos e propriedades inerentes a esse nível cognitivo. Em outras palavras: observa-se a relação entre o aperfeiçoamento dos conhecimentos matemáticos e a “sofisticação” do modelo matemático com o qual se tenta resolver o problema suscitado.

Modelos mentais compatíveis, em algum grau, com modelos matemáticos complexos necessitam de atributos cognitivos suficientemente complexos. Se, digamos, a aplicabilidade de um modelo matemático estender-se a múltiplos campos disciplinares (fato comum a modelos matemáticos), então os modelos mentais que pleitearem manter algum tipo de correspondência com ele deverão ter um necessário alcance multidisciplinar.

Perceber uma situação ou um fenômeno; mobilizar conhecimentos prévios, além de apropriar-se de novos elementos cognitivos para compreender a situação ou o fenômeno em questão; obter, enfim, uma explicação (ou representação) para tal situação ou fenômeno e julgar a validade dessa explicação (ou representação): temos aí procedimentos que dizem respeito à formação de modelos mentais e também à elaboração de modelos matemáticos. Enfatizamos novamente que esses últimos (ou seja, que os modelos matemáticos), mesmo tendo por fim a solução ou a elucidação de temas ou problemas singulares, são marcados pelo predomínio de encadeamentos sistematizados e formais. Mas encadeamentos dessa espécie extrapolam o âmbito matemático e, com frequência, vinculam-se a certos tipos de modelos mentais.

Semelhantemente ao que pensamos acerca dos modelos mentais, concebemos um diálogo complexo entre analogias e traduções quando nos reportamos aos modelos matemáticos, ou seja, aceitamos uma relação envolvendo duas ideias contraditórias e, ao mesmo tempo, complementares. Essa relação: (i) por um lado, coaduna-se com a noção de “representação como analogia do mundo”, sendo (a representação ou analogia) condizente com a apreensão de partes desse mundo pelo nosso cérebro, visando à construção de uma respectiva imagem global que torne tal mundo presente; (ii) por outro lado, coaduna-se com a noção de “representação como tradução”, de representação como algo distante do mundo.

Da mesma forma, “real” e imaginário opõem-se e completam-se. Percepção e sondagem empírico-racional da “realidade” contradizem e complementam fantasia, sonho e mito. Temos aí, outrossim, dois conjuntos de atos que, mutuamente, geram-se e penetram-se. A objetividade e a subjetividade são dois processos que se influenciam recíproca e continuamente.

Em suma, no que concerne à “realidade” e à imaginação, as duas categorias de modelos (a dos matemáticos e a dos modelos mentais) abrangem diálogos complexos, que contemplam unidade e dualidade, na medida em que:

(i) de um lado, ao representar o mundo (“real” ou hipotético-imaginário), cada uma dessas categorias de modelos passa, de determinada maneira, a identificar-se (vide unidade) com tal mundo, acrescentando-se a isso o fato de que, teoricamente, pode existir identidade (vide novamente unidade), para cada categoria mencionada (ou seja, para a categoria dos modelos mentais e para a categoria dos modelos matemáticos), entre a representação de um objeto “real” e aquela de um objeto hipotético-imaginário;

(ii) de outro lado, os modelos não são o mundo – “real” ou hipotético-imaginário – que representam (vide dualidade), somando-se a isso o fato de que, em tese, podem ser estabelecidas distinções (vide novamente dualidade), para cada uma das categorias (a dos modelos mentais e a dos modelos matemáticos), entre os dois tipos de representações, ou melhor, distinções entre a representação de um objeto “real” e aquela de um objeto hipotético-imaginário.

REFERÊNCIAS

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, M. S., HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2000.

MORIN, E. **O método 3: o conhecimento do conhecimento**. Tradução de Juremir Machado da Silva. 2. ed. Porto Alegre: Sulina, 1999.

_____. **Ciência com consciência**. Tradução de Maria D. Alexandre e Maria Alice Sampaio Dória. 5. ed. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2001.

PETRAGLIA, I. C. **Edgar Morin: a educação e a complexidade do ser e do saber**. 7. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2002.