

## A NOÇÃO DE POSSÍVEL NA PROBABILIDADE E NA COMBINATÓRIA EM ESTUDANTES DO ENSINO FUNDAMENTAL

**Giselda Magalhães Moreno Nóbrega**

Doutora

Colégio Equipe – Pernambuco – Brasil

giselda\_mmm@yahoo.com.br

**Alina Galvão Spinillo**

Doutora

Universidade Federal Pernambuco – Pernambuco – Brasil

alinaspinillo@hotmail.com

### Resumo

O presente estudo investiga a concepção de possível no âmbito do conhecimento matemático a partir das noções iniciais de crianças sobre probabilidade e combinatória. Cento e oitenta crianças alunas do último ano da Educação Infantil ao 5º ano do Ensino Fundamental foram individualmente entrevistadas. A entrevista consistia em responder perguntas acerca de situações que envolviam a probabilidade (especificamente a noção de chance) e a combinatória (especificamente problemas de produto cartesiano). Os participantes eram solicitados a justificar suas respostas. Os dados mostraram que mesmo as crianças mais novas apresentavam noções sobre o possível, sendo isso particularmente observado em relação à noção de chance. Verificou-se uma progressão entre os anos escolares até o 3º ano, havendo uma estabilidade do 3º ao 5º ano do Ensino Fundamental no que se refere ao conceito de chance. Em relação ao raciocínio combinatório, a progressão observada era menos evidente entre anos escolares consecutivos. Concluiu-se que a concepção de possível não é uma noção unitária, pois envolve diferentes facetas do conhecimento matemático.

**Palavras-Chave:** noção de possível. Probabilidade. Raciocínio combinatório. Crianças.

### The notion of possible in probability and combinatorics in elementary school students

### Abstract

This study investigates the concept of possible in the context of mathematical knowledge, based on children's basic notions about probability and combinatorics. One hundred and eighty children, attending the final year of kindergarten to the 5th grade of elementary school, were individually interviewed. The interview consisted of questions about situations which involved probability (particularly those involving the notion of possibility/chance) and combinatorics (in particular those involving Cartesian product problems). Participants were asked to justify their responses. The information gathered showed that even the youngest children had notions about possibility, this being

more evident in relation to the notion of chance. We noticed a progression from one year to another up to the 3rd year with regard to the concept of chance. Such a progression was not present in the years 3 to 5 of elementary school. With regard to combinatorial reasoning, the progression was less evident between consecutive school years. It was concluded that the concept of possible is not a unitary concept, as it involves different facets of the mathematical knowledge.

**Key words:** notion of possible. Probability. Combinatorial reasoning. Children.

## INTRODUÇÃO

O termo *possível* assume diferentes nuances quando tratado em campos distintos do conhecimento. Em uma perspectiva filosófica, o possível está associado ao ser ou não ser das coisas de um modo geral, sendo essa sua essência epistemológica. Na Matemática a ideia de possível embasa um campo de conhecimento caracterizado por situações de incertezas, como por exemplo os estudos acerca de probabilidade e análise combinatória.

O termo *probabilidade* é derivado do latim *probare*, que significa provar, testar. Probabilidade significa a medida de possibilidade de um evento ou classe de eventos (ABBAGNANO, 2007). A Teoria das Probabilidades conta com conceitos-chave, sendo um deles o *espaço amostral* que consiste no conjunto de todos os resultados possíveis para um dado experimento. Outro conceito-chave é o de *evento* que se refere a todo e qualquer resultado do experimento, sendo este necessariamente um subconjunto do espaço amostral (DANTAS, 2008).

Enquanto o termo *probabilidade* se refere a uma medida numérica da ocorrência das diferentes possibilidades (MARQUES, 2010), o termo *chance* se refere às estimativas (qualitativas) de ocorrência das possibilidades em questão. Desse modo, o conceito de *chance* mostra-se bastante relevante em algumas situações de análise de possibilidades, quer seja devido à natureza do fenômeno (que não permite quantificações e/ou repetições), quer seja devido a especificidades dos sujeitos que analisam essas situações (como é o caso de crianças pequenas, que por ainda não terem adquirido instrução escolar para realizar cálculos específicos, apresentariam dificuldades no processo de quantificação das possibilidades, o que não as torna incapazes de julgar acerca da ocorrência de eventos).

A análise combinatória permite determinar o número de elementos de um dado conjunto (ou subconjunto) sem ter que contá-los um a um, tendo como base os princípios de possibilidades para cada situação. No entanto, como salientam Pessoa e Borba (2009, p. 115), a contagem que caracteriza a análise combinatória “exige que seja superada a simples ideia de

enumeração de elementos de um conjunto, para passar à contagem de grupos de objetos, ou seja, de subconjuntos, tendo como base o raciocínio multiplicativo”.

Em uma perspectiva psicológica, especificamente no âmbito da psicologia cognitiva, o possível é entendido como uma noção relacionada ao pensamento abstrato que requer que o indivíduo se afaste da realidade imediata para pensar em termos do que seria possível, ainda que não seja empiricamente observável. O possível é uma noção complexa que se desenvolve gradativamente.

O raciocínio sobre o possível foi abordado de maneira específica por Piaget e seus colaboradores (1951, 1985a, 1985b) por meio de uma série de estudos realizados com crianças entre cinco e doze anos. De acordo com o autor, o possível não é algo observável, sendo entendido como uma construção do sujeito que se constitui progressivamente. Na visão piagetiana a criança só se torna capaz de pensar sobre o possível quando consegue dissociar-se do real (enquanto aquilo que a ela se apresenta).

No âmbito do conhecimento matemático, duas formas de raciocínio estão associadas à noção de possível: o raciocínio probabilístico e o raciocínio combinatório. Apesar de sua reconhecida complexidade, tanto a noção de probabilidade como a de combinatória foram investigadas em crianças por diversos pesquisadores. Em relação à probabilidade, a noção de chance, por estimativa, foi investigada, e em relação à combinatória os problemas de produto cartesiano foram investigados por serem considerados os menos complexos quando comparados a outros tipos de problemas como permutação, arranjo e combinação. Nesses estudos verificou-se que as crianças apresentam noções intuitivas, conforme discutido a seguir.

### **Noções iniciais sobre chance**

Com o objetivo de examinar as noções básicas de probabilidade, Way (1996) realizou um estudo com crianças com idade entre cinco e doze anos. Seu foco de interesse residia na percepção das crianças acerca das relações entre espaço amostral e probabilidade de ocorrência de casos favoráveis, bem como nas possíveis diferenças no desempenho em tarefas com um único espaço amostral e tarefas com dois espaços amostrais. Foram apresentadas quatro tarefas em um contexto lúdico. Na primeira delas as crianças escolhiam duas cores de fichas plásticas que eram colocadas em uma caixa na razão de 3:1. Solicitava-se que indicassem que ficha era mais provável de ser retirada – após uma mistura aleatória – e que

justificassem sua escolha. Essa atividade era realizada seis vezes consecutivas, e cada vez que a ficha era retirada ela era colocada de volta na caixa para a nova mistura. A tarefa 2 era semelhante à tarefa 1, porém as fichas que eram retiradas no sorteio não eram colocadas de volta na caixa.

A tarefa 3 consistia em uma corrida que envolvia quatro carros de cores diferentes, tendo a criança que escolher, a partir do que era indicado em uma roleta, a cor do carro que teria mais chance de ganhar a corrida. Em outro momento, a situação se invertia: o examinador selecionava um dos carros e a criança deveria escolher a roleta que dava mais chance daquele carro ganhar. Ao final, a criança era solicitada a indicar a roleta que favorecia cada um dos carros, fornecendo explicações para a resposta dada. Na tarefa 4 a criança deveria fazer uma correspondência entre as fichas na caixa e as roletas da corrida de carros, mantendo as proporções.

Os resultados do estudo de Way (1996) mostraram que as crianças, mesmo as de cinco anos, eram capazes de realizar uma previsão correta, apesar de não conseguirem dar uma justificativa apropriada e clara para suas escolhas.

A ideia de investigar o raciocínio probabilista usando um jogo de corrida de carros com roletas também foi utilizada por Mousoulides e English (2009) em um estudo realizado com crianças de três a seis anos de idade, com apoio de um *software* que reproduzia uma situação de corrida de carro, representada em um desenho que continha a posição de cada carro em uma tabela e uma roleta dividida em seis setores, sendo dois de cada cor (e cada uma das cores referente a um carro de corrida). As tarefas envolviam espaço amostral, probabilidade de um evento, comparações de probabilidade e probabilidade condicional. As entrevistas continham perguntas do tipo: “*Que cor você irá tirar se você girar a roleta de novo e de novo?*” e “*Qual cor tem a maior chance de aparecer?*”. Os resultados mostraram que as crianças adotavam estratégias intuitivas que expressavam modelos cognitivos de funcionamento que estavam relacionados à probabilidade e sentido de número.

Spinillo (1995, 1996) realizou um estudo com o objetivo de examinar o efeito da natureza da tarefa sobre o desempenho de crianças ao realizarem atividades envolvendo o conceito de chance. Participaram do estudo crianças de cinco a oito anos de idade, alunas do Ensino Fundamental que ainda não haviam sido formalmente instruídas sobre probabilidade ou conceitos afins no contexto escolar. Cada participante foi solicitado a estimar a probabilidade de ocorrência de um dado evento em duas situações. A situação 1 consistia em uma tarefa de julgamento, onde a criança deveria estimar o nível de chance de ocorrência de

casos favoráveis em um arranjo composto de fichas rosas e azuis. Foi contada às crianças a história de um boneco que participaria de um sorteio e que o mesmo ganharia o prêmio se retirasse fichas de uma determinada cor (definida a partir de sua preferência). O boneco foi desenhado sem rosto e a criança deveria colocar nele a expressão que melhor representasse sua reação diante dos diferentes conjuntos de fichas que lhe era apresentado. Foram disponibilizados para as crianças rostos com expressões que correspondiam a diferentes níveis de chance: muito triste (impossibilidade – 0% de chance), triste (25% de chance), nem triste nem feliz (50% de chance), feliz (75% de chance) e muito feliz (certeza – 100% de chance). Na situação 2 a criança deveria construir um arranjo a partir de um dado nível de chance de ocorrência de casos favoráveis que correspondiam aos mesmos níveis de chance da situação 1.

Observou-se que mesmo as crianças mais novas conseguiam estimar alguns dos níveis de probabilidade corretamente, apresentando mais sucesso com os extremos, ou seja, em estimar a certeza e a impossibilidade do que com outros níveis de chance. Os dados mostraram também que, independentemente da idade, as crianças tinham um melhor desempenho na tarefa de construção de arranjos (situação 2) do que na tarefa de julgamento (situação 1). Para a autora (SPINILLO, 1996), estimar um nível de chance em uma dada situação pode ser mais fácil do que em outra, explicando que esse resultado decorre principalmente do fato de que ao construir os arranjos a criança tinha a oportunidade de manipular o material, o que não ocorria na tarefa de julgamento.

Em estudos subsequentes, Spinillo (1997a, 1997b) propôs a crianças de sete e oito anos duas tarefas de probabilidade que envolviam o uso de estimativas e continham os dois tipos de relações (parte-parte e parte-todo). A experimentadora enfatizava igualmente o papel desempenhado por cada uma das partes (casos favoráveis e casos desfavoráveis) e pelo todo (casos possíveis). Na primeira tarefa a criança devia ordenar três arranjos dados em função do nível de chance que apresentavam quanto à ocorrência de casos favoráveis. Na segunda tarefa a criança era solicitada a construir um arranjo – composto de fichas azuis e rosas, assim como na primeira tarefa – em função de um nível de chance previamente estabelecido. Os resultados mostraram que através do uso de estimativas as crianças foram capazes de resolver as tarefas de forma eficaz, apresentando noções sobre o conceito de chance.

Em outra pesquisa, Spinillo (2002) investigou as estratégias de resolução utilizadas por crianças com idades entre sete e oito anos, em tarefas de estimativa de probabilidade. As atividades requeriam que a criança representasse e ordenasse conjuntos de bolas de gude azuis

e rosas em função de diferentes níveis de chance quanto à ocorrência de casos favoráveis (retirada de uma bola na cor azul). Os resultados evidenciaram que desde os sete anos as crianças estimam com sucesso o nível de chance de ocorrência dos casos favoráveis com base nas relações parte-parte. As crianças de oito anos, além de estimar a probabilidade, estabeleciam relações mais complexas, comparando simultaneamente os três conjuntos de bolas de gude.

Nikiforidou e Pange (2007) chegaram a resultados semelhantes ao investigarem a capacidade da criança em prever situações mais prováveis ou menos prováveis a partir de diferentes combinações de cores. Participaram do estudo crianças com idades entre cinco e seis anos. Era contada a história de uma abelha que após voar o dia todo estava cansada e desejava pousar em uma flor de uma determinada cor. Na tela de um computador eram apresentados dois arranjos de flores vermelhas e brancas, sendo o participante solicitado a prever em que arranjo a abelha ia desejar pousar, justificando sua escolha. Duas condições foram apresentadas. Na primeira condição a abelha era programada para descansar em uma flor vermelha e na segunda condição a abelha podia parar em alguma flor de outra cor, além da vermelha. Os dados mostraram que as crianças expressavam uma compreensão de noções de mais provável e de menos provável, indicando noções iniciais de probabilidade.

### **Noções iniciais de combinatória**

Importante comentar que a maioria dos estudos que investigam noções iniciais de combinatória em crianças envolve atividades que se caracterizam como situações do tipo produto cartesiano que, como mencionado, são situações menos complexas que também requerem o raciocínio combinatório para sua resolução.

English (1991, 1992) conduziu uma série de pesquisas com crianças de quatro a nove anos. Os participantes eram solicitados a resolver problemas de produto cartesiano que consistiam em atividades em que tinham que vestir ursos de brinquedo com todos os trajes formados por uma camisa e uma calça. Os problemas requeriam no máximo nove combinações de camisas e calças. O procedimento adotado permitia que a criança, ao vestir os ursos, pudesse ver todos os trajes formados. Após a formação dos trajes perguntava-se ao participante se todos os trajes possíveis haviam sido formados ou se poderia ser formado mais algum traje. Diferentes estratégias de resolução foram observadas, sendo algumas elementares (seleção aleatória dos elementos sem qualquer planejamento), outras de transição (padrão de

seleção, porém ainda insuficiente) e estratégias eficientes (soluções combinatórias). A seleção aleatória era amplamente adotada pelas crianças de quatro e cinco anos, enquanto entre as de seis anos havia casos do uso da estratégia de transição. Apenas aos sete anos observou-se o uso de soluções combinatórias que eram frequentemente adotadas pelas crianças de nove anos. Os resultados evidenciam que desde os sete anos, e sobretudo aos nove anos, as crianças já demonstram serem capazes de adotar procedimentos sistemáticos para fazer as combinações de modo apropriado.

Em estudo subsequente, English (1993) apresentou dois tipos de problema de produto cartesiano para crianças de 7 a 12 anos de idade: problemas mais simples (duas variáveis: camisas e calças de diferentes cores) e problemas mais complexos (mais de duas variáveis: calças de diferentes cores e camisas de uma mesma cor com números variados de botões). Usando o mesmo procedimento que aquele adotado nos estudos anteriores, a autora solicitava que crianças com idades entre 7 e 12 anos vestissem os ursos de brinquedo. O principal resultado observado foi que as crianças mais novas variavam suas estratégias em função da complexidade do problema, enquanto as crianças mais velhas tendiam a adotar uma mesma estratégia em problemas mais simples e em problemas mais complexos. A conclusão foi que o nível de complexidade dos problemas não influencia a estratégia de resolução por parte de crianças que dominam formas de raciocinar mais sofisticadas, sendo este efeito da complexidade dos problemas observado apenas entre crianças que ainda não dominam esta forma de raciocinar.

A investigação conduzida por Mekhmandarov (2000) fortalece essas conclusões. A pesquisa por ele realizada envolveu crianças alunas da Educação Infantil que realizavam tarefas em que tinham que formar todos os pares de blocos de material manipulável que julgassem possíveis e analisá-los, mas antes disso elas deveriam informar o número de novos pares que poderiam ser criados; para isso contavam com o apoio de uma tabela de dupla entrada que era um quadro vazio a ser preenchido. As crianças eram solicitadas também a analisar um conjunto-produto construído pelo entrevistador. De modo geral, verificou-se que as crianças eram capazes de lidar de maneira satisfatória com situações desse tipo, expressando noções iniciais sobre combinações de elementos em problemas de produto cartesiano. O autor verificou ainda que algumas delas eram capazes de aprenderem ao longo da entrevista.

Considerando os resultados obtidos nesses estudos, verifica-se que crianças pequenas parecem ter noções intuitivas sobre o possível, expressas em suas formas de raciocinar em

situações que requerem o raciocínio combinatório e a probabilidade. No entanto, essas investigações examinam um ou outro conceito, parecendo ser relevante examinar a noção de possível por meio desses dois conceitos matemáticos em um mesmo grupo de participantes e em relação a uma faixa etária mais ampla com níveis distintos de escolaridade. Esta é a proposta da presente investigação que teve como objetivo comparar em um mesmo grupo de participantes as duas facetas da noção de possível: o raciocínio combinatório e a probabilidade. Qual a noção mais fácil? Ou ambas teriam o mesmo nível de complexidade para crianças do Ensino Fundamental?

Neste estudo, o possível foi examinado em termos de possibilidade, certeza e impossibilidade, tanto na chance como na combinatória por meio de entrevista em que a criança tinha que julgar se uma dada situação apresentada oralmente era possível ou não de ocorrer.

## MÉTODO

### Participantes

Participaram da investigação 180 crianças de ambos os sexos, alunas de duas escolas particulares da cidade de Recife localizadas em bairros de classe média, com escolaridade entre o Infantil III e o 5º ano. Os participantes foram igualmente divididos em seis grupos estratificados por ano escolar, da seguinte maneira:

Tabela 1: Número de participantes por ano escolar e média de idade (em anos) de cada grupo

| Ano escolar  | Nº de participantes | Média de idade |
|--------------|---------------------|----------------|
| Infantil III | 30                  | 5,1            |
| 1º ano       | 30                  | 6,0            |
| 2º ano       | 30                  | 7,0            |
| 3º ano       | 30                  | 8,3            |
| 4º ano       | 30                  | 9,2            |
| 5º ano       | 30                  | 9,9            |



## Material e Procedimento

Cada participante, individualmente, respondeu a uma série de perguntas com o objetivo de investigar as noções sobre o possível. A entrevista era composta de 18 itens que requeriam julgamentos acerca de situações que envolviam noções de probabilidade e combinatória. Exemplos de algumas perguntas são mostrados no Quadro 1.

Quadro 1: Exemplos de perguntas que compunham a entrevista

|   |
|---|
| <b>Probabilidade (Possibilidade)</b>  |
| Maurício tinha um saquinho com oito fichas vermelhas e duas fichas azuis. Você acha que Maurício pode, sem olhar, tirar uma ficha azul do saquinho dele? Por quê?                                 |
| <b>Probabilidade (Certeza)</b>  |
| Jorge tinha um saquinho com 10 fichas, sendo todas amarelas. Você acha que Jorge pode, sem olhar, tirar uma ficha amarela do saquinho dele? Por quê?  |
| <b>Probabilidade (Impossibilidade)</b>  |
| Júlia tinha um saquinho com 12 fichas, sendo todas verdes. Você acha que Júlia pode, sem olhar, tirar uma ficha branca do saquinho dela? Por quê?   |
| <b>Combinatória (Possibilidade)</b>   |
| Marina tem três blusas (uma vermelha, uma branca e uma amarela) e quatro saias (uma vermelha, uma branca, uma amarela e uma preta). Você acha que ela pode sair toda vestida de amarelo? Por quê? |
| <b>Combinatória (Impossibilidade)</b>   |
| Alexandre tinha três gravatas (uma verde, uma vermelha e uma preta) e dois chapéus (um branco e um preto). Você acha que ele pode sair com uma gravata verde e um chapéu verde? Por quê?          |

Cada pergunta era lida pela examinadora e após a resposta da criança (sim ou não) era solicitada uma justificativa. A entrevista foi gravada em áudio e transcrita para posterior análise. Os itens eram de julgamento, não sendo necessário realizar qualquer computação numérica. A ordem de apresentação das perguntas foi aleatória, decidida por sorteio para cada participante, evitando-se apenas que dois itens de um mesmo tipo (possível, certeza e impossibilidade) fossem apresentados consecutivamente.

## Exemplos das respostas e justificativas dos participantes

A seguir são apresentadas passagens da entrevista relativas a perguntas acerca da probabilidade e da combinatória, ilustrando as respostas dos participantes. A fala da apresentadora será apresentada entre parênteses.

Ano escolar: Educação Infantil

Item: Probabilidade (certeza)

Isabel tinha uma caixinha com quatro lápis de cor, todos cor de rosa. Você acha que ela pode colocar a mão dentro dessa caixinha, sem olhar, pegar um lápis de cor e ele ser rosa?

Não. (Por quê?) Porque eu gosto agora mais de amarelo.

Ano escolar: 1º ano

Item: Probabilidade (impossibilidade)

Luís jogou o dado<sup>1</sup>. Você acha que ele pode ter tirado o número oito?

Acho. (Por quê?) Porque eu acho que ele jogou forte.

Ano escolar: 1º ano

Item: Probabilidade (possibilidade)

Rafaela jogou o dado. Você acha que ela pode ter tirado o número seis?

Acho. (Por quê?) Porque o dado, quando a gente joga, aparece o seis, às vezes.

Ano escolar: 3º ano

Item: Probabilidade (possibilidade)

Maurício tinha um saquinho com oito fichas vermelhas e duas fichas azuis.

Oito vermelhas e duas azuis. Você acha que Maurício pode tirar uma ficha azul do saquinho dele?

De olho fechado? (É, sem ele escolher. Ele botar a mão dentro e sair uma ficha azul. Você acha que pode?) Não. (Por quê?) Porque ele estaria de olho fechado e não teria como ele escolher.

Ano escolar: 4º ano

Item: Probabilidade (certeza)

Fabiana tem um estojo com 20 lápis e todos eram vermelhos. Você acha que ela pode pegar um lápis vermelho de dentro desse estojo?

Pode. (Por quê?) Porque se todos os lápis são vermelhos ela não pode pegar lápis de outra cor.

---

<sup>1</sup> As crianças entrevistadas tinham conhecimento sobre o que era um dado.

Ano escolar: 5º ano

Item: Probabilidade (certeza)

Júlia tinha um saquinho com 12 fichas, sendo todas verdes. Você acha que Júlia pode tirar uma ficha branca do saquinho dela?

Não, porque nenhuma é branca, então não tem probabilidade.

Ano escolar: 5º ano

Item: Probabilidade (impossibilidade)

Luís jogou o dado. Você acha que ele pode ter tirado oito?

Não. (Por quê?) Porque um dado, ele só tem seis lados.

Ano escolar: 4º ano

Item: Combinatória (impossibilidade)

Alexandre tinha três gravatas, uma verde, uma vermelha e uma preta; e dois chapéus: um branco e um preto. Você acha que ele pode sair com uma gravata verde e um chapéu verde?

Repete por favor. (Repito. Ele tinha três gravatas, uma verde, uma vermelha e uma preta; e dois chapéus: um branco e um preto. Tu acha que ele pode sair com uma gravata verde e um chapéu verde?) Depende. (Por quê?) Se ele fosse um empresário não daria, mas se ele fosse, por exemplo, comerciante, até que podia.

Ano escolar: 3º ano

Item: Combinatória (impossibilidade)

Pedro tem quatro calças: uma verde, uma azul, uma vermelha e uma preta. E ele tem três blusas: uma verde, uma vermelha e uma preta. Você acha que ele pode sair todo vestido de azul?

Todo? (Todo, de camisa e de calça azul?) Acho que sim. (Por quê?) Porque ele quis.

Ano escolar: 4º ano

Item: Combinatória (possibilidade)

Paulo tinha duas gravatas, uma azul e uma preta; e tinha três chapéus, um branco, um marrom e um preto. Tu acha que ele pode sair com uma gravata azul e um chapéu marrom?

Pode. (Por quê?) Porque é uma possibilidade. Não tem o chapéu marrom e a gravata azul?

(É.) Então, pode formar essa possibilidade e ele sair com esse conjunto.

Ano escolar: Educação Infantil

Item: Combinatória (possibilidade)

Em uma festa onde só podiam dançar casais, um homem com uma mulher, tinham três mulheres: Helena, Regina e Rosário, e tinham dois homens: Geo e Jorge. Tu acha que Helena pode ter dançado com Jorge nessa festa?

Pode. (Por quê) Porque esses nomes, eles são parecidos.

Ano escolar: 4º ano

Item: Combinatória (impossibilidade)

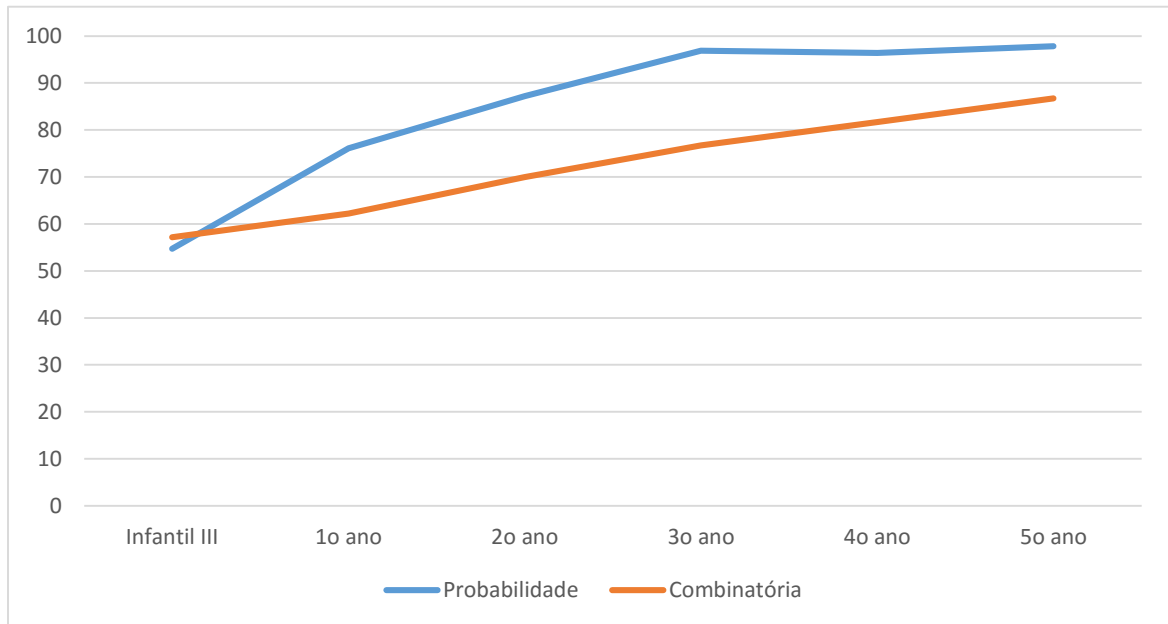
Pedro tem quatro calças: uma verde, uma azul, uma vermelha e uma preta. E tem três blusas: uma verde, uma vermelha e uma preta. Tu acha que ele pode sair todo vestido de azul?

Pode. (Por que acha que pode?) Porque ele tem uma calça azul e uma blusa azul. (Deixa eu ver aqui: ele tem quatro calças: uma verde, uma azul, uma vermelha e uma preta. E tem três blusas: uma verde, uma vermelha e uma preta.) Então ele não pode. (Por que tu acha que ele não pode?) Porque tá faltando a blusa azul, ele vai comprar ainda a blusa azul.

## **RESULTADOS**

As respostas das crianças foram analisadas em função do número de acertos. O desempenho nos itens de probabilidade e de combinatória em cada grupo de participantes é ilustrado no Gráfico 1.

Gráfico1: Percentual de acertos nas questões de probabilidade e combinatória.



Em relação à probabilidade, constata-se que o percentual de acertos aumenta à medida que os anos escolares avançam, como confirmado pelo teste de Mann-Whitney, obtendo-se um nível de significância de  $p = 0,001$  em todas as comparações estabelecidas entre os anos escolares iniciais até o 3º ano. Contudo, comparações do 3º ao 5º ano não detectaram diferenças significativas no desempenho dos alunos desses anos escolares. Esse resultado indica que em relação à noção de probabilidade, há uma progressão das crianças da Educação Infantil até o 3º ano, progressão que se estabiliza a partir do 3º ano, quando as crianças passaram a responder corretamente a quase todos os itens de probabilidade (Gráfico 1).

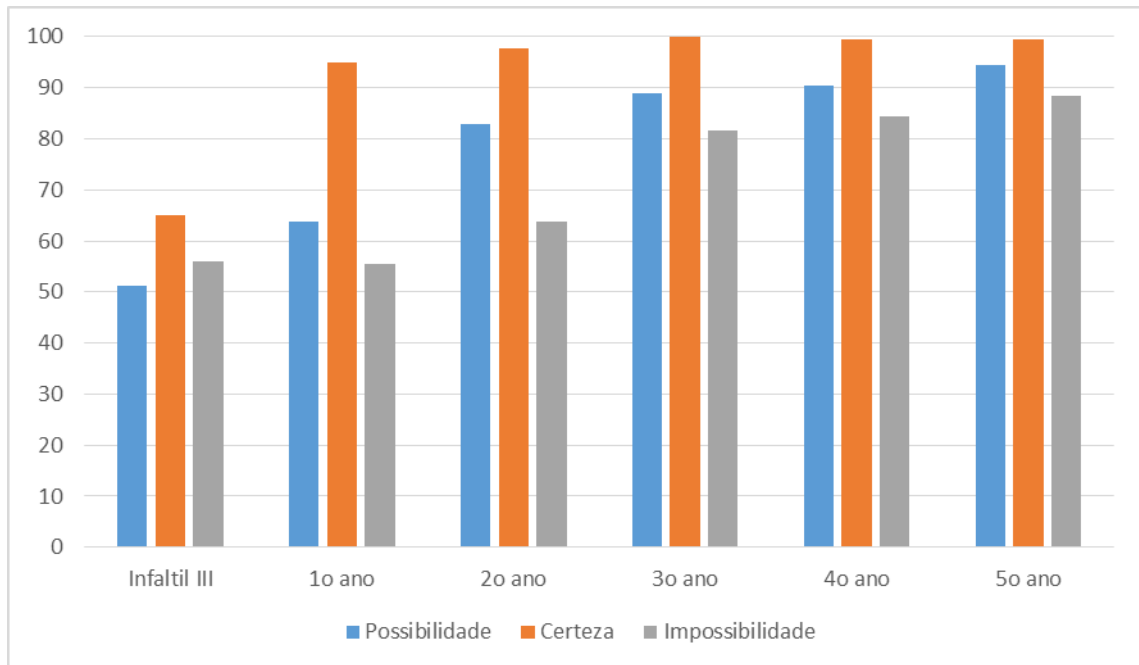
Quanto à combinatória, os dados mostraram um padrão de resultados diferente daquele observado em relação à probabilidade, uma vez que o desempenho das crianças não melhorava ano a ano. De acordo com o teste de Mann-Whitney, diferenças significativas foram identificadas apenas entre anos escolares distantes, como Educação Infantil e o 3º ano ( $p = 0,001$ ), e o 2º e 5º ano ( $p = 0,001$ ).

O teste de Wilcoxon revelou que as crianças da Educação Infantil ao 2º ano tinham um mesmo nível de desempenho nos itens de probabilidade e de combinatória. No entanto, para as crianças do 3º ao 5º ano o desempenho foi melhor nos itens de probabilidade do que de combinatória ( $p < 0,01$ ).

Como mencionado, considerando toda a entrevista, havia três tipos de itens: possibilidade (probabilidade e combinatória), certeza (probabilidade) e impossibilidade

(probabilidade e combinatória). O Gráfico 2 apresenta o percentual de acertos nesses tipos de itens, em cada ano escolar.

Gráfico2: Percentual de acertos nos três tipos de pergunta



De acordo com o teste de Wilcoxon, os itens referentes à noção de certeza foram mais fáceis do que os que envolviam a noção de possibilidade e de impossibilidade, sendo isso observado em todos os anos escolares ( $p < 0,001$ ), à exceção das crianças da Educação Infantil que tiveram o mesmo desempenho nesses dois tipos de itens. Os itens envolvendo a noção de possibilidade e de impossibilidade tiveram o mesmo nível de dificuldade para as crianças de todos os anos escolares, menos para as do 2º ano, uma vez que para elas a noção de possibilidade foi mais fácil do que a de impossibilidade ( $p = 0,002$ ).

De modo geral, os resultados mostram que a noção de certeza é a mais fácil, uma vez que a partir do 1º ano as crianças atingem percentuais de acertos de 95% a 100%. Apenas as crianças da Educação Infantil apresentam ainda dificuldades com esta noção, atingindo apenas 65% de acertos. A partir do 2º ano as crianças atingem mais de 80% de acertos nos itens que envolvem a noção de possibilidade, e só a partir do 3º ano é que este percentual é atingido pelas crianças do 3º ano em diante. Isso indica que a noção de possibilidade parece ser mais fácil que a de impossibilidade.

## DISCUSSÃO E CONCLUSÕES

Em uma perspectiva de desenvolvimento, o estudo mostra que crianças desde os 5 anos de idade apresentam, ainda que de forma limitada, noções intuitivas sobre o possível. Esse desenvolvimento se inicia pela noção de certeza, em especial no âmbito do raciocínio probabilístico. Esse resultado reitera o que foi observado por outros pesquisadores a respeito do conceito de chance (e.g., NIKIFORIDOU; PANGE, 2007; SPINILLO, 1997a; 1997b, 2002).

Por outro lado, esses resultados diferem daqueles encontrados por Piaget e colaboradores, visto que segundo esses autores a noção de probabilidade permanece inacessível à criança até os sete anos. É possível que essa diferença nos resultados esteja relacionada à natureza das tarefas. As tarefas piagetianas eram mais complexas do que a tarefa oferecida aos participantes no presente estudo, uma vez que se caracterizavam como quantificação de probabilidade, enquanto que nesta presente investigação a criança era solicitada apenas a emitir julgamentos qualitativos acerca de situações diversas.

Ainda a respeito do desenvolvimento em relação à noção de chance, o maior progresso parece ocorrer do 3º ano em diante, quando noções mais complexas, como a impossibilidade, passam a ser compreendidas de maneira mais evidente.

Também foi constatado que as crianças eram capazes de pensar sobre possibilidade e impossibilidade no âmbito da análise combinatória, ainda que o raciocínio combinatório tenha se mostrado mais complexo que o probabilístico. Esse resultado corrobora o que foi observado, por exemplo, por English (1991, 1992, 1993) e por Mekmandarov (2000) em relação a situações envolvendo produto cartesiano, que eram satisfatoriamente resolvidas por crianças da Educação Infantil.

Um ponto importante a ser ressaltado é que a noção de possível não é uma noção única, uma vez que o raciocínio probabilístico e o raciocínio combinatório não se desenvolvem simultaneamente. Os dados mostram que a noção de probabilidade parece ser mais fácil que a de combinatória. Uma explicação para isso é que a probabilidade envolve a ideia de certeza que, tanto neste estudo como em estudos anteriores, é uma noção mais fácil que a criança compreende desde cedo. Por outro lado, a combinatória não envolve esta noção, restringindo-se à ideia de impossibilidade e de possibilidade que neste estudo se mostram noções mais complexas que a certeza. Esta é uma questão teórica relevante que precisa ser mais explorada em pesquisas futuras.

Ainda em relação a pesquisas futuras, seria interessante explorar em maiores detalhes as justificativas das crianças, criando uma taxonomia que permitisse identificar níveis distintos de elaboração por parte das crianças frente às noções investigadas.

Para finalizar, o estudo da concepção de possível em crianças de diferentes idades permite compreender aspectos importantes da evolução dessa concepção. Conhecer em maiores detalhes esse processo pode auxiliar nas decisões sobre *o que e como* introduzir as noções de probabilidade e combinatória nos anos iniciais do Ensino Fundamental. É importante saber as noções iniciais que as crianças possuem e as dificuldades que enfrentam, para assim propor sequências didáticas que considerem o percurso do desenvolvimento e que ao mesmo tempo tragam desafios novos, porém possíveis, ao raciocínio da criança, a fim de que este avance. Parafraseando Piaget (1985), além de necessário, é possível desenvolver o raciocínio matemático em relação a noções complexas, levando em consideração a trajetória cognitiva das crianças frente a essas noções.

## REFERÊNCIAS

ABBAGNANO, N. **Dicionário de Filosofia**. 5. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

DANTAS, C. A. B. **Probabilidade**: um curso introdutório. São Paulo: EDUSP, 2008.

ENGLISH, L. Young children's combinatorics strategies. **Educational Studies in Mathematics**, New Zeland, v. 22, p. 451-474, 1991.

ENGLISH, L. Children's use of domain-specific knowledge and domain-general strategies in novel problem solving. **British Journal of Educational Psychology**, Leicester, v. 62, n. 2, p. 203-216, 1992.

ENGLISH, L. Children's strategies for solving two-and-three-dimensional combinatorial problems. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 24, n. 3, p. 255-273, 1993.

MARQUES, P. **Probabilidade**. 2010. Disponível em: <<http://www.algosobre.com.br/matemática/nocoes-de-probabilidade>>. Acesso em: 07 jun. 2012.

MEKHMANDAROV, I. Analysis and Synthesis of the Cartesian product by kindergarten children. In: NAKAHARA, T.; KOYAMA, M. **Proceedings of the 24th Annual Conference of the Group for the Psychology of Mathematics Education**. Hiroshima: PME, v. 3, p. 295-301, 2000.



MOUSOULIDES, N. G.; ENGLISH, L. D. **Kindergarten students' understanding of probability concepts**. 2009. Disponível em: <<http://eprints.qut.edu.au/29682/1/29682.pdf>> Acesso em: 21 out. 2011.

NIKIFORIDOU, Z.; PANGE, J. **Can probability combinations/estimations be assessed in preschoolers with the use of computers (PowerPoint)?** 2007. Disponível em: <[http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/sat07/Nikiforidou\\_Pange.pdf](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/sat07/Nikiforidou_Pange.pdf)> Acesso em: 21 out. 2011.

PESSOA, C. A. S.; BORBA, R. Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1a a 4a série. **Zetetiké**, v. 17, p. 105-150, 2009. Disponível em: <[www.fe.unicamp.br/zetetike/include/getdoc.php?id=826...246](http://www.fe.unicamp.br/zetetike/include/getdoc.php?id=826...246)> Acesso em: 10 abr. 2012.

PIAGET, J. **A origem da idéia do acaso na criança**. Rio de Janeiro: Record Cultural, 1951.

PIAGET, J. **O possível e o necessário: a evolução dos possíveis na criança**. vol. 1. Porto Alegre: Artes Médicas, 1985a.

PIAGET, J. **O possível e o necessário: a evolução dos necessários na criança**. vol. 2. Porto Alegre: Artes Médicas, 1985b.

SPINILLO, A. G. Noções iniciais das crianças sobre probabilidade. **Temas em Psicologia**, Ribeirão Preto, n. 1, p. 47-68, 1995.

SPINILLO, A. G. O conceito de chance em situações de julgamento e de construção. In: NOVAES, M. H.; BRITO, M. R. F. **Psicologia na educação: articulação entre pesquisa, formação e prática pedagógica**. Coletâneas da ANPEPP, v. 1, n. 5, p. 167-186, 1996.

SPINILLO, A. G. O conceito de chance em crianças: noções iniciais e possibilidades de ensino. In: Semana de estudos em Psicologia da educação matemática, 2, 1997, Recife. **Anais da II Semana de estudos em Psicologia da Educação Matemática**. Recife, 1997a.

SPINILLO, A. G. Chance estimates by young children: strategies used in an ordering chance task. In: Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 21., Lahti. **Proceedings of the 21<sup>st</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**. Lahti, 1997b.

SPINILLO, A. G. Children's use of part-part comparisons to estimate probability. **Journal of Mathematical Behavior**, New Brunswick, v. 21, n. 3, p. 357-369, 2002.

WAY, J. **A study of children's probability judgements**. 1996. Disponível em: <[http://www.merga.net.au/documents/RP\\_Way\\_1996.pdf](http://www.merga.net.au/documents/RP_Way_1996.pdf)>. Acesso em: 21 out. 2011.