

Conhecimentos Pedagógicos para Ensinar Combinatória: currículo e documentos orientadores para os anos iniciais

Cristiane de Arimatéa Rocha

Doutoranda
Universidade Federal de Pernambuco –Brasil
tiane_rocha@yahoo.com.br

Ana Paula Barbosa de Lima

Doutoranda
Universidade Federal de Pernambuco –Brasil
lima.apb@gmail.com

Rute Elizabete de Souza Rosa Borba

PhD
Universidade Federal de Pernambuco –Brasil
resrborba@gmail.com

Resumo

Esse artigo tem como objetivo investigar como os conhecimentos pedagógicos sobre Combinatória de professores dos anos iniciais se relacionam com orientações curriculares oficiais e outros documentos orientadores para esse nível de ensino. Para isso, analisamos os textos curriculares para os anos iniciais, em âmbito nacional – os Parâmetros Curriculares Nacionais e a Base Nacional Comum Curricular – bem como documentos orientadores – os guias do Programa Nacional do Livro Didático e os cadernos do Pacto Nacional de Alfabetização na Idade Certa – e, também, os Parâmetros da Sala de Aula, de Pernambuco. Foram realizadas entrevistas com três professoras dos anos iniciais para verificar possíveis relações de conhecimentos para ensinar Combinatória dessas professoras com textos curriculares e outros documentos orientadores. Os resultados apontam que nos documentos analisados há maior ou menor orientação aos professores de como a Combinatória pode ser trabalhada nos anos iniciais. As professoras entrevistadas apontam conhecimentos de alguns aspectos recomendados nos documentos quanto ao ensino da Combinatória desde o início da escolarização, mas ainda se faz necessário que essa temática seja mais discutida na formação inicial e continuada de professores.

Palavras-chave: Combinatória. Orientações Curriculares. Conhecimentos Pedagógicos Docentes. Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Pedagogical Knowledge for Teaching Combinatorics: curriculum and policy documents for early schooling

Abstract:

This paper aims to investigate how early schooling teacher's pedagogical knowledge of Combinatorics relates to official curriculum guidelines and other guidance documents for this level of education. For this, we analyzed curriculum texts for the early years, at national level – the National Curriculum Standards and the Common National Base Curriculum – as well as

guiding documents – the guides of the National Textbook Program and notebooks of the National Pact for Literacy at the Right Age – and also Pernambuco’s Classroom Parameters. Interviews were conducted with three teachers of early years to check possible links between teacher’s knowledge to teach Combinatorics and curriculum texts and other guiding documents. The results indicate that in the documents analyzed there is greater or lesser guidance to teachers on how Combinatorics can be worked in the early years. The teachers interviewed indicate knowledge of some aspects recommended in the documents concerning the teaching of Combinatorics from the beginning of schooling, but still it is necessary that this topic is discussed more in initial and continuing teacher training.

Keywords: Combinatorics. Curriculum Orientations. Teachers’ Pedagogical Knowledge. Early Years of Elementary School.

INTRODUÇÃO

No Brasil, na década de 1990, ocorreu a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN, documentos que orientaram e discutiram o currículo de Matemática para os anos iniciais e para os anos finais do Ensino Fundamental. De acordo com os PCN dos anos iniciais (BRASIL, 1997), as recomendações apresentadas pelo National Council of Teachers of Mathematics – NCTM, no documento “Agenda em Ação” de 1980, influenciaram discussões sobre o currículo de Matemática em vários países. Nessas diferentes propostas para currículos há aspectos similares apontados pelos PCN (BRASIL, 1997, p. 21), dentre os quais destaca-se “a importância de se trabalhar com um amplo espectro de conteúdos, incluindo-se, já no ensino fundamental, elementos de estatística, probabilidade e combinatória, para atender à demanda social que indica a necessidade de abordar esses assuntos”.

A partir desse ponto de convergência, observa-se a tendência de trazer já para os anos iniciais do Ensino Fundamental aspectos relativos ao ensino e aprendizagem de Combinatória. Essa tendência é reforçada pela presença de situações combinatórias no cotidiano das crianças e também encontra apoio em pesquisas nacionais e internacionais que apontam conhecimentos combinatórios desde cedo possuídos pelas crianças.

Kapur (1970, p. 114, tradução nossa) apresentou motivos para o desenvolvimento da Combinatória desde os primeiros anos escolares, pois além desses problemas não dependerem, necessariamente, de cálculos, auxiliam na construção de conceitos da enumeração e ainda no “desenvolvimento de um pensamento com atitudes combinatórias que permite examinar todas as possibilidades, enumerá-las e encontrar a melhor possibilidade, levando a clarear o pensamento”.

English (2005, p. 121, tradução nossa), pesquisadora australiana, defendeu que a “Combinatória é um componente significativo do currículo de Matemática,

compreendendo uma rica estrutura de princípios poderosos que inspiram muitas outras áreas como contagem, computação e probabilidade”. Além do papel articulador da Combinatória e as possibilidades que existem para a construção de ideias e raciocínios individuais relativos à contagem em estudantes dos anos iniciais, English (2005, p. 131, tradução nossa) advoga que o “currículo de Matemática nos anos iniciais e finais precisa incluir novas situações problemas que desafiem crianças a explorar ideias e processos combinatórios, sem a instrução direta do professor”.

Borba, Rocha e Azevedo (2015, p. 1357), fundamentadas em pesquisas desenvolvidas pelo Grupo de Estudos em Raciocínio Combinatório (GERAÇÃO)¹, afirmam que para auxiliar “um desenvolvimento mais amplo do raciocínio combinatório, é necessária a utilização de diferentes situações, com seus invariantes correspondentes, e o uso de diversificadas representações simbólicas”.

Com base no exposto, esse artigo tem por objetivo investigar como os conhecimentos pedagógicos sobre Combinatória de professores dos anos iniciais se relacionam com orientações curriculares e documentos oficiais voltados para esse nível de ensino. Para fundamentar essa discussão, são apresentadas, inicialmente, pesquisas que orientam os conhecimentos necessários aos professores para ensinar Combinatória nos anos iniciais; e, em seguida, apresenta-se a discussão de currículo e como este se relaciona com a formação de professores. Posteriormente, são explicitados os métodos e resultados de dois estudos realizados e apresentados no Encontro de Combinatória, Estatística e Probabilidade dos Anos Iniciais – Encepai, realizado em março de 2016 na Universidade Federal de Pernambuco.

CONHECIMENTOS PARA ENSINAR COMBINATÓRIA NOS ANOS INICIAIS

Knowledge Base representa uma das principais contribuições dos estudos desenvolvidos por Shulman (1987) que reflete e advoga sobre a necessidade de uma construção de conhecimentos para ensinar – conhecimentos esses específicos do professor. A partir dessa reflexão, algumas pesquisas no âmbito da Educação Matemática procuram discutir a profissão professor, especificamente de Matemática, contribuindo para seu desenvolvimento profissional, atribuindo a essa profissão, um conhecimento único, próprio.

Baseados nos estudos de Shulman (1987), as pesquisas realizadas por Deborah Ball e colaboradores integram aquelas que discutem os conhecimentos necessários para

¹ Maiores informações sobre o Geração podem ser encontradas em <http://geracaoufpe.blogspot.com.br/>

ensinar Matemática, apresentando domínios desses conhecimentos essenciais para o professor de Matemática. Partindo do *conhecimento do conteúdo* e do *conhecimento pedagógico do conteúdo* propostos por Shulman (1987), Ball, Thames e Phelps (2008) apresentaram e definiram um conjunto de seis domínios necessários para ensinar Matemática, a saber, *Conhecimento comum do Conteúdo* (CcC), *Conhecimento Especializado do conteúdo* (CEC), *Conhecimento do Horizonte do Conteúdo* (CHC), *Conhecimento do Conteúdo e Ensino* (CCE), *Conhecimento do Conteúdo e Alunos* (CCA) e *Conhecimento do Conteúdo e Currículo* (CCC).

Esses domínios se apresentam nas ações e na prática do professor que ensina Matemática, se materializando no exercício da atividade docente, como, por exemplo, nas resoluções de problemas (CcC), na escolha e no reconhecimento de propriedades de um conteúdo (CEC), na identificação de erros em estratégias de resolução de problemas por alunos (CCA), na discussão sobre os instrumentos de avaliação e/ou planejamento de atividades a serem realizadas para dirimir esses erros (CCE), no uso de textos didáticos e de orientações curriculares (CCC), como também na articulação entre conteúdos matemáticos e no pensar o ensino de forma gradual ao longo da Educação Básica (CHC). Salienta-se que esses domínios não se apresentam de maneira dissociada, pois em uma mesma situação pode-se perceber indícios de diferentes domínios do conhecimento.

Especificamente sobre o ensino e a aprendizagem de Combinatória nos anos iniciais do Ensino Fundamental, podemos inferir que esses domínios se apresentam por meio da experiências vivenciadas pelos professores, que podem ser observadas na participação em processos de formação inicial e continuada (BORBA; PESSOA; ROCHA; ASSIS, 2014), ou na análise realizada por professores em resoluções de problemas combinatórios por alunos (ROCHA, 2011; LIMA, 2015; ROCHA; BORBA, 2016), ou mesmo, na presença de problemas combinatórios em livros didáticos desse nível de ensino (BARRETO; BORBA, 2010), como também, em algumas articulações realizadas a partir da indicação dos documentos curriculares oficiais sobre o ensino da Combinatória (LIMA; BORBA, 2016). Vale salientar que essas experiências ainda ocorrem de maneira pontual e não podemos afirmar que os professores que ensinam Matemática nos anos iniciais tiveram oportunidade de vivenciar atividades que possibilitassem suas reflexões sobre Combinatória e seu ensino.

Borba, Pessoa e Rocha (2013), em sua pesquisa, discutiram sobre como alunos de anos iniciais resolvem problemas combinatórios e ainda analisaram o que professores pensam sobre a Combinatória e recomendaram que

[...] professores tenham maior oportunidade de desenvolverem conhecimentos de conteúdo referentes à Combinatória, bem como entendimento de como estudantes aprendem e podem ser ensinados em situações combinatórias ao longo da escolarização (conhecimentos pedagógicos e de currículo), de modo a estimularem o desenvolvimento do raciocínio combinatório dos estudantes (BORBA; PESSOA; ROCHA, 2013, p. 906).

Nessa perspectiva, mais pesquisas que discutam como se constituem e fortalecem esses conhecimentos na formação inicial e continuada de professores que ensinam Matemática devem ser realizadas. Borba et al. (2014) defendem que para que o ensino e a aprendizagem de Combinatória nos anos iniciais sejam eficazes, essa formação deve chamar a atenção dos professores “das situações que dão significado à Combinatória (diferentes tipos de problemas), dos invariantes (relações e propriedades das situações combinatórias) e das variadas formas de representação simbólica que podem ser utilizadas na resolução de problemas combinatórios” (BORBA et al., 2014, p. 134).

Rocha, Lima e Borba (2015), fundamentadas em Ball, Thames e Phelps (2008), ampliam essa discussão integrando a essas orientações para a formação inicial e continuada de professores características para os domínios de conhecimento para ensinar Combinatória.

Na discussão sobre aspectos do Conhecimento do Conteúdo, as autoras apresentaram o domínio do *Conhecimento Comum da Combinatória (CcC)* caracterizado como o conhecimento necessário para resolver problemas combinatórios, com a utilização, ou não, do Princípio Fundamental da Contagem (PFC); o *Conhecimento Especializado da Combinatória (CEC)*, assinalado como o conhecimento utilizado para diferenciar os tipos de problemas combinatórios por meio dos invariantes do conceito, analisando as especificidades do uso do PFC em cada uma das distintas situações; o *Conhecimento do Horizonte da Combinatória (CHC)*, domínio apontado como aquele que os professores se fundamentam para compreender o ensino de Combinatória nos diferentes anos de escolaridade, entendendo como a Combinatória se desenvolve e se relaciona com os demais conteúdos durante os anos. O PFC, nestes

casos, pode ser utilizado em situações com complexidade variada, e isso representa mudanças em como utilizar essa estratégia.

Já com relação aos aspectos do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo, Rocha, Lima e Borba (2015) descreveram o domínio do *Conhecimento da Combinatória e Alunos (CCA)*, como aquele utilizado para a apreensão das diferentes estratégias de resolução de problemas combinatórios por estudantes. Para o *Conhecimento da Combinatória e Ensino (CCE)* as autoras afirmaram ser aquele direcionado ao planejamento de aulas de Combinatória nos diversos níveis de escolaridade e modalidades de ensino, e por fim, o domínio vinculado ao *Conhecimento da Combinatória e Currículo (CCC)*, sendo o que aborda e articula as informações e orientações propostas para a Combinatória pelos documentos curriculares oficiais e demais textos didáticos.

A NOÇÃO DE CURRÍCULO E SUA RELAÇÃO COM OS DOMÍNIOS DE CONHECIMENTO DO HORIZONTE DO CONTEÚDO (CHC) E CONHECIMENTO DO CONTEÚDO E CURRÍCULO (CCC)

O *currículo*, de acordo com as ideias de Sacristán (2000, p. 15), é "um conceito essencial para compreender a prática educativa institucionalizada e as funções sociais da escola". Sacristán (2013) amplia sua discussão sobre *currículo* e aponta a ideologia de uma educação em prol da igualdade entre sujeitos. O *currículo* passa, assim, a ser definido como uma regulação e organização do conteúdo a ser ensinado.

A partir dessa discussão, Sacristán (2013) elaborou um esquema que explicita a concepção de currículo como processo e práxis, para o qual apresentou diferentes planos de execução. São eles: a) Projeto de educação, texto curricular - são os documentos relacionados ao *currículo oficial*; b) *Currículo interpretado* pelos professores, pelos materiais - o currículo oficial sofre interpretações daqueles que o adotam; c) *Currículo realizado* em práticas, com sujeitos concretos e inserido em um contexto; d) Efeitos educacionais reais – esses efeitos estão vinculados ao plano subjetivo dos estudantes e; e) Efeitos comprováveis e comprovados – esses efeitos se configuram por meio do rendimento escolar, seria o *currículo avaliado*.

Sacristán (2013, p. 23) argumenta que para entender o currículo se faz necessário compreender que ele “não é algo neutro, universal, imóvel, mas um território controverso e mesmo conflituoso, a respeito do qual se tomam decisões, são feitas opções e se age de acordo com orientações que não são as únicas possíveis”.

Canavarro e Ponte (2005, p. 26) acrescentam, ainda, que o conhecimento didático dos professores que ensinam Matemática e suas concepções docentes influenciam no desenrolar do currículo de Matemática, que passa por alterações, modificações, ou mesmo, filtros “que dita o que deve, quer e pode fazer”.

As diferentes expressões do currículo são aspectos importantes para o conhecimento docente e para a formação de professores da Educação Básica. Há de se ressaltar o quão importante é para o professor dos anos iniciais ter conhecimento sobre o currículo para esta etapa da Educação Básica, como também para outras etapas da escolarização, de modo que possa tomar ciência da importância de planejar aulas que propiciem ao seu aluno o desenvolvimento do raciocínio matemático, de modo geral, e combinatório, em particular, ao longo de sua formação.

Os conhecimentos docentes, bem como o desenvolvimento profissional do professor, especialmente do professor de Matemática, dão-se ao longo de sua formação e também de sua experiência docente em sala de aula. Borba, Rocha e Lima (2016, p. 234) reforçam que este desenvolvimento se dá “enquanto estudante e, posteriormente, no exercício da docência, o professor apreende conhecimentos referentes aos diversos conteúdos que trabalhará em sala de aula e concernentes aos processos de ensino e de aprendizagem desses conteúdos”.

Lima e Borba (2016) advogam, então, sobre a necessidade de que o professor que ensina Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental possua,

conhecimento e reflita sobre o currículo de Matemática para esta etapa da escolaridade e para as etapas posteriores e conheça quais são os objetivos para o ensino da Combinatória e de que forma ele pode conduzir um trabalho com seus alunos, de modo a estimular o desenvolvimento do raciocínio combinatório nos mesmos (LIMA; BORBA, 2016, p. 3).

Assim, neste estudo o foco foram os domínios do *Conhecimento Horizontal do Conteúdo (CHC)* e do *Conhecimento do Conteúdo e Currículo (CCC)* presentes nos *textos curriculares e documentos orientadores* e, também, na fala dos professores entrevistados.

MÉTODO

Esse artigo apresenta as discussões promovidas nos estudos realizados por Lima e Borba (2016) e Rocha e Borba (2016), a fim de fomentar as pesquisas a respeito do ensino e da aprendizagem de Combinatória nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

O estudo de Lima e Borba (2016) abordou os *Conhecimentos do Horizonte do Conteúdo (CHC)* e *Conhecimento Curricular do Conteúdo (CCC)* que estão propostos para o ensino da Combinatória nos anos iniciais do Ensino Fundamental, com o objetivo de verificar como são apresentadas as orientações curriculares para o ensino de Combinatória neste nível de ensino. Os textos curriculares do conteúdo de Matemática e os currículos interpretados analisados pelas autoras foram: i) Os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1997) para os anos iniciais; ii) Os guias do Programa Nacional do Livro Didático - PNLD (BRASIL, 2013, 2015) e; iii) Os cadernos do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa – PNAIC (BRASIL, 2014).

Para este trabalho, ampliamos a discussão acerca dos currículos voltados para os anos iniciais do Ensino Fundamental, incluindo as discussões tratadas no documento provisório da Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2016) e nos Parâmetros na Sala de Aula - PSA de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2013).

Rocha e Borba (2016) analisaram entrevistas semiestruturadas com três professoras dos anos iniciais sobre aspectos relativos ao *Conhecimento de Combinatória e Currículo (CCC)*, *Conhecimento de Combinatória e Ensino (CCE)* e *Conhecimento de Combinatória e Alunos (CCA)*. As entrevistas realizadas foram construídas utilizando diferentes problemas combinatórios e análises de protocolos de resolução de tais problemas por alunos, retirados da pesquisa de Pessoa e Borba (2009).

Nesse recorte apresentado, tem-se por objetivo investigar como os conhecimentos pedagógicos sobre Combinatória de professores dos anos iniciais se relacionam com as orientações curriculares oficiais para esse nível. Nessa perspectiva, apresenta-se a análise dos currículos prescritos e outros documentos orientadores para os anos iniciais do Ensino Fundamental, anteriormente mencionados, com relação à Combinatória e, posteriormente, relaciona-se com os extratos das entrevistas realizadas, para verificar possíveis relações entre os conhecimentos pedagógicos dos professores com o texto curricular e os currículos interpretados para Combinatória.

ESTUDO 1 - TEXTOS CURRICULARES E DOCUMENTOS ORIENTADORES PARA O ENSINO DE COMBINATÓRIA NOS ANOS INICIAIS

De acordo com Lima e Rocha (2016, p. 6), “A Combinatória é compreendida pelos diferentes documentos analisados em diferentes eixos de conhecimento, sendo

inserida tanto no eixo Tratamento de Informação (denominado na BNCC como Estatística e Probabilidade), como também no eixo de Números e Operações”.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1997) para os anos iniciais do Ensino Fundamental, a Combinatória integra o eixo de Tratamento da Informação e aparece em conexão com os conteúdos de Estatística e Probabilidade. Este texto curricular indica que o ensino da Combinatória seja apresentado desde essa etapa de escolaridade, com o objetivo de “levar o aluno a lidar com situações-problema que envolvam combinações, arranjos, permutações e, especialmente, o princípio multiplicativo da contagem” (BRASIL, 1997, p. 40).

De modo geral, nesse texto curricular, as orientações dizem respeito a possíveis estratégias – desenhos ou diagramas de árvore – que os alunos poderão utilizar ao se depararem com problemas que envolvam situações combinatórias. As situações de Combinatória, apresentadas nos PCN, estão associadas às ideias de multiplicação e divisão, sendo assim,

cumprem um importante papel no sentido de propiciar as oportunidades para as crianças, do primeiro e segundo ciclos, interagirem com os diferentes significados das operações, levando-as a reconhecer que um mesmo problema pode ser resolvido por diferentes operações, assim como uma mesma operação pode estar associada a diferentes problemas. (BRASIL, 1997, p. 74).

Dessa forma, a situação combinatória explicitamente tratada no documento é a de *produto cartesiano*. Portanto, mesmo recomendando o trabalho com situações diversificadas, observa-se que não há orientações específicas para o trabalho nos anos iniciais com situações combinatórias que envolvem as ideias de *arranjos*, *permutações* ou *combinações*.

O documento preliminar da Base Nacional Comum Curricular - BNCC apresenta a Combinatória no campo de números e operações e, para os anos iniciais do Ensino Fundamental, traz poucos elementos que tratam do ensino da Combinatória. O que se tem para esta etapa da Educação Básica é o objetivo para o 4º ano do Ensino Fundamental que indica a resolução e elaboração de “problemas de multiplicação apresentando elementos [...] de ideia combinatória” (BRASIL, 2016, p. 128). Dessa forma, os *produtos cartesianos* também parecem ser as únicas situações combinatórias sugeridas nesse documento.

Sacristán (2013, p. 26) aponta que pesquisas sobre currículo afirmam que materiais curriculares podem ser compreendidos como “autênticos tradutores do currículo como projeto e texto expresso por práticas concretas”.

Partindo dessa premissa, faz-se importante observar como as recomendações sobre o ensino de Combinatória são apresentadas nos documentos que não são, necessariamente, específicos do currículo mas que promovem a orientação sobre o ensino de Matemática na Educação Básica brasileira e no estado de Pernambuco. São eles, a saber: os guias do Programa Nacional do Livro Didático (BRASIL, 2013, 2015); os cadernos do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (BRASIL, 2014); e os Parâmetros na Sala de Aula (PERNAMBUCO, 2013).

No guia do PNLD (BRASIL, 2013) para o triênio 2014, 2015 e 2016, voltado aos anos iniciais do Ensino Fundamental, as orientações direcionadas ao professor sobre o trabalho com a Combinatória dizem respeito à importância de problemas de contagem para o estudo de Estatística e, principalmente, da Probabilidade. Já o guia do PNLD (BRASIL, 2015) para o triênio 2017, 2018 e 2019, traz uma análise mais aprofundada sobre como a Combinatória é abordada nos livros didáticos aprovados. Sobre o conteúdo da Combinatória, tratada no eixo de Tratamento da Informação, o guia aponta que a inserção de conteúdos envolvendo situações combinatórias ainda está abaixo do que seria desejável para o desenvolvimento do raciocínio combinatório de alunos durante os anos iniciais do Ensino Fundamental. O guia aponta, ainda, que uma das dificuldades que professores enfrentarão, ao utilizar algum dos livros aprovados neste triênio, será o de tentar articular os conteúdos do eixo de Tratamento da Informação com os demais eixos. Porém, indicam que a articulação presente nos livros entre a Combinatória, a Estatística e a Probabilidade pode levar o professor a presumir uma integração entre estes campos.

É importante ao professor ter um olhar crítico, não só para o livro do aluno e o manual do professor, mas também para as orientações dadas no guia do PNLD do triênio vigente das coleções aprovadas, principalmente no que diz respeito ao trabalho com a Combinatória nesta etapa da Educação Básica. Assim, Borba et al. (2014, p. 117) defendem a necessidade do professor que ensina Matemática nos anos iniciais “estar preparado para lidar com as situações combinatórias variadas que são apresentadas nos livros didáticos dos anos iniciais e propor outras que possam auxiliar os estudantes no desenvolvimento de seus raciocínios combinatórios”.

O programa Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa - PNAIC (BRASIL, 2014) é direcionado para a formação continuada de professores que lecionam nos primeiros anos do Ensino Fundamental. A formação mais voltada para a Matemática ocorreu em 2014 em vários municípios brasileiros e, para a mesma, foi lançada uma coleção com oito cadernos e um encarte de jogos, abordando o conjunto desse material, os diferentes conteúdos, com enfoques diversificados para o trabalho com a Matemática nos anos iniciais.

Dentre os oito cadernos, o Caderno 7 é dedicado à Educação Estatística com um artigo voltado para o ensino da Combinatória. Nele, são abordadas as particularidades das diferentes situações combinatórias - *produto cartesiano*, *arranjo*, *permutação* e *combinação*. As orientações apontam que “a percepção dessas características, mesmo que não seja de forma explícita e consciente, pelo aluno, ajuda a resolver mais facilmente os problemas e entender seus enunciados” (BRASIL, 2014, p. 41). São apresentados, também, resultados de pesquisas que mostram a inserção da Combinatória em livros didáticos e que crianças, até mesmo da Educação Infantil, percebem algumas das características das situações combinatórias apresentadas. O professor é orientado, ainda, sobre as diferentes estratégias que as crianças podem utilizar para resolver situações combinatórias.

O desenvolvimento do raciocínio combinatório é um processo longo. É necessário, portanto, que durante a escolarização os diferentes tipos de problemas sejam trabalhados e que haja um aprofundamento contínuo para que estratégias próprias das crianças, mais informais, sejam gradativamente transformadas em procedimentos e sistematizadas. (BRASIL, 2014, p. 50).

Já o documento orientador de propostas didáticas para a sala de aula, Parâmetros na Sala de Aula de Matemática - PSA (PERNAMBUCO, 2013), apresenta algumas orientações para o trabalho com Combinatória nos anos iniciais. Segundo o PSA (PERNAMBUCO, 2013, p. 186), o trabalho com situações envolvendo ideias de Combinatória deve partir de situações lúdicas e que se aproximem da realidade do aluno, sendo “um exemplo típico desse tipo de problema é aquele que sugere combinação de elementos de grupos diferentes”. O texto orienta aos professores, ainda, que trabalhos assim estimulam os estudantes a usarem estratégias próprias de resolução. Nessa mesma direção, Borba (2010), ao tratar sobre o desenvolvimento do raciocínio combinatório, orienta que os professores aproveitem estratégias espontâneas

desenvolvidas pelos alunos para que procedimentos mais formais da Combinatória sejam introduzidos gradativamente, auxiliando, assim, no desenvolvimento do raciocínio combinatório de seus alunos em outras etapas de sua formação. O PSA reforça, ainda, que, “É importante que, desde os anos iniciais, o estudante seja exposto a problemas desta natureza [...] O professor deve perceber que nem todos os problemas dessa natureza são resolvidos por meio de uma multiplicação simples” (PERNAMBUCO, 2013, p. 186-187).

Orientações como estas, que indicam práticas utilizando recursos lúdicos e valorizando as estratégias usadas por alunos, ajudam o professor a refletir sobre sua prática e planejamento de aulas, desenvolvendo, assim, *Conhecimento da Combinatória e Ensino (CCE)*, como também o *Conhecimento da Combinatória e Alunos (CCA)*. Canavarro e Ponte (2005, p. 10) defendem que “o valor que o professor reconhece às orientações curriculares é assim decisivo para o que se propõe fazer”.

Pelas análises realizadas, observa-se que os documentos curriculares e orientadores apontam maior ou menor detalhamento referente a como a Combinatória pode ser trabalhada desde o início da escolarização. Essas orientações necessitam ser do conhecimento dos professores que atuam nesse nível de ensino, de modo a poderem auxiliar nos desenvolvimentos dos raciocínios combinatórios das crianças.

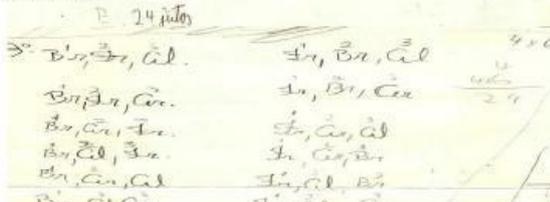
ESTUDO 2 - CONHECIMENTOS PARA ENSINAR COMBINATÓRIA APRESENTADOS POR PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS

O segundo estudo apresenta um recorte das discussões de três professoras dos anos iniciais, duas professoras participantes da dissertação de Rocha (2011) e outra participante do estudo de Rocha e Borba (2010). Essas professoras responderam entrevistas semiestruturadas sobre aspectos relativos ao conhecimento para ensinar Combinatória. Para registro e análise das falas das professoras, codificamos as três professoras, por P1, P2 e P3. As mesmas eram formadas em Pedagogia e possuíam, respectivamente, 25 anos, 12 anos e 13 anos de experiência de ensino.

A entrevista desse recorte foi dividida em três partes para análise: a) discussão, a partir de uma lista com problemas combinatórios, sobre em que ano/nível de ensino se pode iniciar o trabalho com Combinatória; b) sugestões de práticas e de recursos utilizados no trabalho com Combinatória; e c) análise de protocolos de resolução de um

problema de *arranjo* sobre semelhanças e diferenças entre as estratégias utilizadas (ver Figura 1).

Figura 1 - Protocolos de resolução de problemas de arranjo

Problema de Arranjo: As semifinais da Copa do Mundo serão disputadas pelas seguintes seleções: Brasil, França, Alemanha e Argentina. De quantas maneiras diferentes podemos ter os três primeiros colocados?	
Aluno A 	Aluno B 
Aluno C $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24 \text{ maneiras}$	Aluno D 

Fonte: Pessoa e Borba, 2009

Quando pode-se iniciar o trabalho com Combinatória?

De acordo com os textos curriculares e os documentos aqui apresentados, (BRASIL, 1997, 2014, 2015, 2016), o ensino e aprendizagem de Combinatória pode ser iniciado a partir dos anos iniciais do Ensino Fundamental. As professoras ao responderem sobre quando iniciar esse trabalho não necessariamente se baseavam nas orientações curriculares, como se pode observar em suas respostas, apresentadas a seguir.

P1: Eu trabalharia a partir de uma turma de alfabetização.

P2: Desde o maternal. Agora claro que tem que fazer uma combinação.

P3: Eu acho que a gente pode começar a trabalhar desde os pequenos, agora de outra forma. Aonde? No Infantil 3.

Observa-se que, para essas professoras, existe a possibilidade do trabalho com problemas combinatórios desde a Educação Infantil. Nesse caso, o texto curricular da Educação Infantil em vigência é o Referencial Curricular Nacional para Educação Infantil - RCNEI (BRASIL, 1998, p. 219) que apresenta a subdivisão da Matemática em apenas três eixos “Números e sistema de numeração”, “Grandezas e medidas” e

“Espaço e forma”, não fazendo referências ao eixo Tratamento da Informação e, em consequência, não se referindo à Combinatória.

O mesmo acontece com a proposta preliminar da BNCC (BRASIL, 2016), que não apresenta o currículo da Educação Infantil focalizado em conteúdos e eixos de conhecimento, a qual se organiza em direitos de aprendizagem e desenvolvimento e campos de experiências. Segundo esse texto curricular,

O compromisso dos/as professores/as e das instituições de Educação Infantil é observar e interagir com as crianças e seus modos de expressar e elaborar saberes. Com base nesse processo dinâmico de acolhimento dos saberes infantis, está a ação dos/as docentes em selecionar, organizar, refletir, mediar e avaliar o conjunto de práticas cotidianas que se realizam na escola, com a participação das crianças (BRASIL, 2016, p. 59).

Embora não haja orientação curricular nesse sentido, se nos basearmos em estudos realizados na Educação Infantil (PESSOA; BORBA 2012), há evidências de que situações combinatórias simples, com auxílio de material manipulativo, podem ser trabalhadas com crianças bem novas. Desse modo, cabe ao professor desse nível a escolha das atividades que possam auxiliar na construção de saberes de crianças. Nessa perspectiva, observa-se nas falas das professoras complementos que apresentaram indícios de conhecimentos para ensinar Combinatória na Educação Infantil, como verifica-se nos seguintes trechos:

P1: Só não essa questão de palavra porque eles estão começando a ler.

P2: Até mesmo uma música para uma criança pequena na fase inicial também envolve muito essa questão, das rimas que complementam... Você pode também estar fazendo o trabalho de agrupamento, de relação, de combinação... muito com brincadeiras, a própria roupa das bonecas que as crianças estão brincando, em um contexto de uma história.

P3: No Infantil 3 eu posso começar a trabalhar essa questão de quantidade se eu tenho 3 saias e 3 blusas, a gente pode trabalhar dessa forma, não dessa quantidade, mas numa forma mais simples, mais concreta, porque no Ensino Fundamental tenho que trabalhar muito com concreto.

Portanto, observa-se que nas propostas há cuidados com o uso de textos e das quantidades envolvidas nas situações e sugere-se a inserção de músicas, brincadeiras, relações com histórias e uso de material concreto, apresentando um repertório de práticas para a Educação Infantil, o que pode sugerir a presença de conhecimentos

relacionados ao *Conhecimento da Combinatória e Ensino (CCE)*, como também o *Conhecimento de Combinatória e Alunos (CCA)*.

Encontra-se no texto curricular para a Educação Infantil RCNEI (BRASIL, 1998) referências à música e ao movimento, quando são estabelecidos seis diferentes eixos que orientam o trabalho para desenvolver o conhecimento de mundo e a construção de diferentes linguagens na criança, a saber: Movimento, Música, Artes Visuais, Linguagem Oral e Escrita, Natureza e Sociedade e Matemática. Essas referências corroboram o apresentado pela Professora P2, mas não existem quaisquer indicações para a realização da prática sobre Combinatória. Para que haja esse trabalho, é necessária adequação realizada pelos professores, priorizando essa articulação.

Pode-se observar que nos exemplos citados por P2 e P3 são escolhidos problemas do tipo *produto cartesiano*, problemas considerados por Pessoa e Borba (2009) como aqueles de estrutura mais fácil dentre os problemas combinatórios. Salienta-se que as professoras não fazem referência aos demais tipos de problemas, o que vai na direção do texto curricular Parâmetros Curriculares Nacionais para os anos iniciais (BRASIL, 1997), o qual não traz orientações para o trabalho com tipos diferentes de problemas combinatórios.

Com relação à natureza dos problemas combinatórios, o Caderno 7 do PNAIC (BRASIL, 2014) orienta sobre diferentes características dos mesmos, focalizando, principalmente, a possibilidade de escolher e/ou ordenar elementos, produzindo, ou não, novas possibilidades. Nessa perspectiva, se faz necessária a ampliação da discussão das naturezas de problemas combinatórios em cursos de formação inicial e continuada, para expandir a possibilidade de escolha de atividades por parte dos professores dos diferentes níveis de ensino.

Essa reflexão se reforça pela presença de crenças das Professoras P1 e P3 relativas à capacidade dos alunos e/ou a maneira mais adequada para introduzir determinados problemas combinatórios na Educação Infantil. Nesse caso específico, a Professora P1 indica a impossibilidade do trabalho com esses problemas – configurando um filtro no trabalho de Combinatória, nas palavras de Canavarro e Ponte (2005). Por outro lado, a Professora P3 apresenta uma possível crença que o trabalho nesse nível de ensino deve ser proporcionado pela “utilização do concreto”. Canavarro e Ponte (2005) advogam que crenças e concepções de docentes sobre o ensino e aprendizagem de Matemática podem influenciar nas escolhas das atividades que fazem. Na próxima

seção, discute-se um pouco mais sobre as sugestões de práticas na aula de Combinatória dos anos iniciais.

Quais sugestões de práticas para o ensino de Combinatória nos anos iniciais?

A entrevista, em um segundo momento, focalizou os aspectos que as professoras consideraram relevantes durante as aulas de Combinatória nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Observam-se alguns os extratos das falas das professoras.

P1: Eu acho que se você trabalhar com a questão do material concreto de imagem faz com que a abstração deles seja mais rápida. Explorar as possibilidades, o trabalho com a legenda, para que o aluno saiba o que o problema está pedindo. A gente tem que ficar muito atento ao comando ... A gente sabe que todos os alunos não são iguais. Você vê as estratégias diferentes, as possibilidades, o uso do pensamento e ainda da criatividade;

P2: Inicialmente também com relação à forma dessa Análise Combinatória, a professora tem que ter muito mais intervenção nessa turma de primeiro ano para questão da forma que vai fazer esse registro, eu acho. Vai ter que dar, não é dar o modelo ao aluno, é trabalhar o aluno para ele criar sua autonomia. Então, inicialmente o professor tem que estar muito junto do aluno para esse trabalho se desenvolver bem. Porque até a gente quando vai fazer se atrapalha, passa um tempo olhando aqui outro ali.

P3: Acho que chamaria mais atenção na questão da multiplicação mesmo e daí eu trabalharia associando ao concreto. Eu poderia até trabalhar antes mesmo de iniciar o conteúdo, eu poderia desenvolver uma brincadeira onde tivessem esse tipo de conteúdo com eles. Como eu disse, uma menina e dois meninos e daí sair surgindo os questionamentos deles e daí chegar ao objetivo desse assunto.

Percebem-se semelhanças entre as falas das professoras que representam *Conhecimento de Combinatória e Alunos (CCA)*, como também *Conhecimento de Combinatória e Ensino (CCE)*. As Professoras P1 e P3 fizeram comentários sobre o uso de materiais concretos; P1 e P2 verbalizaram o trabalho com estratégias de resolução dos alunos. Essas semelhanças estão, de certa forma, seguindo o trabalho orientado pelo sugerido no documento do PNAIC, mesmo anos antes de sua construção, no qual encontram-se as seguintes referências que orientam o trabalho com Combinatória nos anos iniciais.

O uso de materiais manipulativos, de situações com contextos próximos das vivências das crianças, o estímulo às diversas estratégias de resolução, tais como desenhos, listagens ou árvores de possibilidades e o trabalho com problemas que tenham número total de possibilidades pequeno podem ser caminhos para o trabalho com a Combinatória desde cedo nas salas de aula (BRASIL, 2014, p. 42).

Com relação às particularidades, a Professora P1 apresenta a crença que o trabalho com materiais concretos possibilita a compreensão mais rápida. Essa crença pode por vezes acelerar o processo de ensino e aprendizagem de Combinatória, gerando incompreensões, como, por exemplo, utilizar o material concreto para sistematizar e apresentar o esgotamento de todas as possibilidades de um problema combinatório, antes mesmo do aluno compreender o que é uma possibilidade, não aproveitando a oportunidade da elaboração de estratégias individuais por cada aluno.

Outra evidência escolhida por P3 é a ênfase em processos multiplicativos, quando da abordagem de problemas combinatórios. Nesse caso, além de também não valorizar o surgimento de estratégias de resoluções próprias, vale salientar o apresentado pelo Parâmetros da Sala de Aula, documento que orienta práticas de sala de aula a partir do Parâmetro Curricular do Estado de Pernambuco, quando alerta que alguns problemas combinatórios não se resolvem pela multiplicação (PERNAMBUCO, 2013). Esse aspecto perpassa a natureza dos problemas combinatórios. O professor ou aluno que conhecem a estrutura do problema do tipo *produto cartesiano* e reconhecem que ele é resolvido pela multiplicação entre o número dos elementos dos conjuntos envolvidos podem fazer uso dessa estratégia, equivocadamente, na resolução de problemas combinatórios de outras naturezas (*arranjo, combinação e permutação*).

As particularidades apresentadas pelas Professoras P1 e P3 podem, se mal aplicadas em prática, representar o alerta discutido por Gardiner (1991), no qual certas práticas podem descaracterizar o potencial da Combinatória na construção de um pensamento matemático específico, o raciocínio combinatório, elaborando situações que requerem um mínimo, ou mesmo, apenas a reprodução de pensamentos.

Por outro lado, a Professora P2 valoriza o estudo da Combinatória como uma forma de desenvolvimento de pensamento matemático, como se pode observar no extrato a seguir.

P2: Eu acho que esse conteúdo é básico para questão da evolução do raciocínio lógico, o raciocínio da estratégia, da sistematização e da capacidade de síntese e de agrupamento dos alunos.

Nesse recorte, a Professora P2 compreende o papel da Combinatória nos anos iniciais do Ensino Fundamental, tecendo referências ao processo de sistematização das estratégias de resolução de problemas combinatórios, apresentando um *Conhecimento*

Especializado de Combinatória. Nesse sentido, sobre o processo de sistematização de estratégias de problemas combinatórios, no caderno do PNAIC há a seguinte orientação:

O incentivo ao uso de diferentes estratégias ajudará o aluno a melhor representar seu pensamento em relação à resolução dos problemas combinatórios. [...] Resolver o problema de maneira sistematizada pode ser entendido da seguinte forma: o aluno lista as possibilidades de forma organizada, fixando o primeiro elemento e listando todas as possibilidades com ele, depois fixando o segundo elemento para listar as possibilidades e, assim, com todos os elementos do problema (BRASIL, 2014, p. 42-43).

Desse modo, a maneira que a professora diz proceder com o ensino de Combinatória nos anos iniciais, por meio da valorização de estratégias de resolução de problemas, se relaciona com as orientações apresentadas no caderno do PNAIC.

Que aspectos são apresentados na análise e avaliação de resoluções de alunos de anos iniciais de um problema de arranjo?

Na análise de estratégias de resolução de estudantes em problemas combinatórios, o professor necessita compreender aspectos relativos à natureza dos problemas, características das diferentes estratégias de resolução, possíveis dificuldades, além de possuir objetivos ou expectativas referentes a essas resoluções (ROCHA, 2011).

Borba (2013, p. 4) apresenta algumas propriedades para problemas de *arranjo*. Nessa situação combinatória “os elementos são escolhidos a partir de um conjunto único, mas nem todos os elementos constituem as possibilidades a serem enumeradas. Neste tipo de problema a ordem na qual os elementos são escolhidos constituem possibilidades distintas”.

Nesse momento da entrevista as professoras analisaram os protocolos de resolução de quatro alunos. Para apresentá-los, vamos distribuir os comentários por cada protocolo.

No protocolo do Aluno A (ver Figura 1) observa-se a estratégia de resolução correta por meio de desenhos. O aluno consegue fazer todas as possibilidades, sem esquecer ou repetir nenhuma delas. Seguem comentários das professoras sobre a resolução do Aluno A.

PI: *Pela compreensão, o Aluno A é o melhor. Porque ele fez legenda, finalizou, ele colocou o 1º, 2º e 3º. Ele finalizou aqui [aponta para o*

24]. De acordo com o comando dado na questão, ele fez seu próprio comando para chegar o resultado.

P3: O Aluno A, ele associou através de figuras. Ficou mais fácil para ele a contagem de figura. Ele fez como uma tabela, ele fez um pódio e saiu associando através de figuras geométricas. E realmente ele concluiu, ele chegou ao objetivo. Ele não foi sucinto em relação aos números, mas ele usou uma estratégia que a gente em Matemática pode dar um valor. [...] Poderia fazer uma associação, mas ele teria que fazer o cálculo, colocar o que tinha que fazer em relação ao cálculo. Esse daqui ele começou corretamente sendo que ele não finalizou, mas ele chegou ao objetivo que é o resultado.

A partir desses extratos, observa-se que as Professoras P1 e P3 têm expectativas diferentes sobre o resultado apresentado. Enquanto P1 considera finalizado apenas pela explicitação de um número, P3 necessita da finalização por meio da operação final ou “cálculo”. Essas diferentes percepções dizem respeito ao que elas consideram mais adequado para os anos iniciais.

O Aluno B (ver Figura 1) inicia com uma listagem sistemática por meio de siglas (Br para Brasil, Fr para França, Al para Alemanha e Ar para Argentina). Ao perceber uma regularidade, a partir das duas primeiras listagens, o aluno generaliza que para cada seleção (Brasil e França, por exemplo) há seis possibilidades e, sendo quatro seleções, há no total $4 \times 6 = 24$ possibilidades.

P1: O Aluno B, não entendi como ele chegou a essa conta. Esse aqui eu não sei como ele chegou a esse número 24 jeitos [lê as possibilidades]...ele não está compreendendo não...Ele teve o conhecimento dele, mas acho que esse conhecimento priorizou só o Brasil e França, ele direcionou o resultado. O aluno A fez todas as possibilidades de cada um e esse Aluno B não. Eu não compreendi a estratégia dele não

P2: O Aluno B organiza a estrutura do quantitativo de seleções[...]. Eu acho que fica mais fácil e de conclusão mais rápida da combinação, quando se disponibiliza em forma de coluna.

P3: O Aluno B ele iniciou a listar, mas como ia ser demorado, provavelmente que foi que ele fez, já colocou logo a resposta. Ele fez aqui 4×6 . Ele fez assim: 4 porque eram 4 times, 4 seleções e três maneiras diferentes, mas ele pensou que se aqui são 4 então são 3 vezes 3 para dar o 6, porque de qualquer maneira vai ficar sobrando um.

Nesse caso, as professoras não percebem o raciocínio com aspectos de regularidade apresentado pelo Aluno B. A professora P1 apresenta uma lacuna em relação à compreensão do raciocínio combinatório, ou seja, ausência do domínio referente ao *Conhecimento Especializado do Conteúdo (CEC)* (BALL; THAMES; PHELPS, 2008). Nesse sentido, Grossman, Wilson e Shulman (2005, p. 13) consideram

que o “conhecimento do conteúdo, ou a ausência dele - pode afetar como os professores criticam os livros textos, como selecionam o material para ensinar, como estruturam seus cursos e como conduzem a instrução”.

A Professora P2 elogia a organização apresentada pelo Aluno B ao representar em forma de coluna as possibilidades. A Professora P3 parece tentar compreender a multiplicação, mas se equivoca nos fatores apresentados.

Nesse caso, as professoras apresentam dificuldades na compreensão desse protocolo, ora com relação à compreensão do raciocínio utilizado, ora apresentando justificativas equivocadas sobre o procedimento utilizado. A partir dessas considerações, faz-se necessário inserir nas formações iniciais e/ou continuadas de professores dos anos iniciais análises de protocolos que apresentem diferentes tipos e estágios do raciocínio combinatório, buscando discutir as características da construção de raciocínio hipotético-dedutivo, percepções de generalidades e raciocínios indutivos que permeiam a natureza de problemas combinatórios.

O Aluno C (ver Figura 1) utiliza equivocadamente a estratégia do princípio multiplicativo, ou Princípio Fundamental da Contagem. Nesse caso, tenta-se perceber como as professoras, que não tiveram formação específica sobre esse princípio, compreendem essa noção. O uso correto do princípio multiplicativo nessa situação seria $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$. Não existe a alteração do resultado, mas o uso equivocado do 1 representa uma ideia que pode ser erroneamente aplicada em outras situações combinatórias. É fato que no texto curricular do PCN dos anos iniciais (BRASIL, 1997) existe a menção sobre o trabalho com o princípio multiplicativo, mas pouco se comenta como pode ser realizado o trabalho com esse princípio nos anos iniciais.

P1: E o Aluno C ele fez direto, ele já tem um conhecimento mais concreto mesmo.

P2: Com uma conta você poderia resolver, mas acho que essa não é a melhor forma de se resolver. Pelo menos não inicialmente.

P3: O Aluno C, 4×3 com 2 e 1, ele fez aqui como uma expressão numérica mais simples. Foi mais direto. Ele não usou esses elementos aqui. [...] Porque no problema a gente não está pedindo para ele representar, porque o Aluno A representou, o Aluno B representou e o Aluno C não, mas chegou. Se a gente dissesse represente através de figuras, aí os outros estavam corretos.

Observa-se que a Professora P3 parece valorizar essa estratégia mais que as outras, devido ao enunciado do problema. Nesse caso, como o princípio multiplicativo

geralmente não é focalizado em cursos de formação inicial para professores de anos iniciais, era esperado que não identificassem o equívoco do aluno.

A Professora P2, no entanto, considera aligeirada essa estratégia para os anos iniciais. O Aluno D (ver Figura 1) não consegue esgotar as possibilidades. Nesse protocolo ele procura não repetir nenhuma bandeira em posições iguais no pódio.

P1: O Aluno D até iniciou, tentou se organizar. Talvez seja um aluno desatento. Ele criou alguma coisa, só iniciou o pensamento. Ele não concluiu... Eu queria falar sobre o trabalho de ensino para esses problemas com os alunos. Por exemplo, algum material concreto. A questão do Aluno D, então a gente podia fazer as bandeirinhas e eles irem mexendo. Figuras geométricas como esse aluno A, as estratégias eles mesmos já criaram. [...] Aluno D ele está na fase inicial, precisa ser muito trabalhado ainda. Ele está mostrando que tem uma compreensão, mas só que ele ainda não chegou ao final da conclusão.

P2: Acho que o Aluno D está incompleto. Aqui são estratégias que são diferentes sobre o que o aluno atingiu. O professor não pode estar, acredito eu, direcionando, ele não pode mostrar, por isso é bom um trabalho que envolva toda sala. Um trabalho em grupo. Cada grupo tem uma forma de chegar a uma resposta diferente do outro. Essas possibilidades não devem ser eliminadas, elas devem ser valorizadas e socializadas, para que num outro momento ele utilize outra forma, e outra, e outra...para posteriormente eles terem noção de diferentes situações que eles vão se deparar com outros conteúdos

P3: O Aluno D usou o pódio também, mas ele não finalizou, mas se a gente for contar o total a gente vê que tem 24 também. [P3 conta 24 possibilidades]. Ele representou através de figuras.

Nos extratos apresentados pelas professoras, apenas a Professora P3 parece não compreender que o aluno não esgotou as possibilidades, ela extrapola a contagem das possibilidades apresentadas no desenho. Tanto a Professora P1, quanto a Professora P2, sugerem um trabalho com utilização de diferentes estratégias para a superação dessas dificuldades. A primeira com o uso de material concreto (bandeirinhas) e a segunda com o trabalho de resolução de problemas. Ambas parecem apresentar o *Conhecimento de Combinatória e Alunos e o Conhecimento de Combinatória e Ensino*, pelo menos em parte.

As análises realizadas no Estudo 2 apontam diferentes conhecimentos das professoras relacionadas ao que é prescrito em currículos oficiais e outros documentos orientadores no que diz respeito ao ensino de Combinatória nos anos iniciais. Observa-se que as professoras reconhecem que desde cedo as crianças podem trabalhar situações combinatórias e que há modos adequados para esse aprendizado – tais como uso de

materiais manipulativos, desenhos e listagens. Denotam-se, assim, alguns conhecimentos referentes ao ensino e ao aprendizado dos alunos, mas maior discussão de procedimentos de alunos, por exemplo, pode – em processos de formação inicial e continuada – desenvolver maior Conhecimento Especializado da Combinatória, de modo a instrumentalizar melhor os professores para auxiliarem os alunos no desenvolvimento de seus raciocínios combinatórios.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A discussão aqui apresentada aponta que os textos curriculares analisados (BRASIL, 1997, 2016) indicam o início do trabalho com problemas combinatórios desde os anos iniciais de escolarização, em especial o documento preliminar da BNCC (BRASIL, 2016), o qual orienta que as práticas de ensino de Combinatória se iniciem a partir do quarto ano. Nos demais documentos, observam-se, ainda, orientações com relação às práticas que poderão ser desenvolvidas nesse nível de escolaridade, explicitando o trabalho com diferentes estratégias dos alunos – PNAIC (BRASIL, 2014), para diferentes naturezas dos problemas combinatórios – PSA (PERNAMBUCO, 2013), e, ainda, para a articulação entre os diferentes eixos matemáticos e a Combinatória - PNLD (BRASIL, 2015).

Verifica-se que, para as professoras entrevistadas, a Combinatória pode ser ensinada antes mesmo do que consideram os documentos curriculares oficiais, ou seja, desde a Educação Infantil, o que corrobora o apontado por Pessoa e Borba (2012), ou mesmo nas orientações acrescidas no Caderno 7 pelo PNAIC (BRASIL, 2014) que consideram o trabalho com Combinatória nos três primeiros anos do Ensino Fundamental.

Algumas articulações para esse trabalho com problemas combinatórios nos anos iniciais também podem ser observadas no discurso das professoras (com outras áreas de conhecimento, tais como músicas, brincadeiras, histórias, ou por meio da multiplicação na Matemática). No entanto, são discutidas pelas professoras a partir de ideias ainda não muito elaboradas, mas que podem ser utilizadas como ponto de partida em propostas de formação inicial e /ou continuada de professores.

Observa-se, ainda, que o trabalho valorizando diferentes estratégias está presente na opinião das professoras. Entretanto, como notam-se dificuldades, principalmente com relação à identificação das diferentes naturezas dos problemas combinatórios por

essas professoras, as dificuldades promovem, quando na análise de resolução de problemas combinatórios, em particular de arranjo, equívocos nas interpretações ou incompreensões dos procedimentos adotados pelos alunos. Esse fato, de certo modo, reforça a necessidade de que na formação inicial e continuada de professores de anos iniciais sejam buscadas iniciativas para que práticas do ensino e aprendizagem de Combinatória atendam o que é recomendado pelos documentos curriculares oficiais e o que os demais documentos orientam para os anos iniciais do Ensino Fundamental. Salienta-se, portanto, que os *Conhecimentos para ensinar Combinatória* nos anos iniciais apresentados pelas professoras devem ser valorizados como pontos de partida para se discutir o desenvolvimento do raciocínio combinatório desde o início da escolarização.

REFERÊNCIAS

BALL, Deborah; THAMES, Mark; PHELPS, Geoffrey. Content Knowledge for Teaching: what makes it special? **Journal of Teacher Education**. Michigan, v. 59, n. 5 pp. 389-407. Novembro, 2008.

BARRETO, Fernanda; BORBA, Rute. Como o raciocínio combinatório tem sido apresentado em livros didáticos de anos iniciais. In: ENEM, 10, 2010, Salvador. **Anais 10º Encontro Nacional de Educação Matemática - ENEM**. Salvador: SBEM, 2010. pp. 1-10.

BORBA, Rute. O raciocínio combinatório na Educação Básica. In: ENEM, 10, 2010, Salvador. **Anais 10º Encontro Nacional de Educação Matemática - ENEM**. Salvador: SBEM, 2010. pp. 1-16.

BORBA, Rute. Vamos combinar, arranjar e permutar: Aprendendo Combinatória desde os anos iniciais de escolarização. In: ENEM, 11, 2013, Salvador. **Anais 11º Encontro Nacional de Educação Matemática - ENEM**. Salvador: SBEM, 2013. pp. 1-15.

BORBA, Rute; PESSOA, Cristiane; ROCHA, Cristiane; ASSIS, Adriane. A formação de professores de anos iniciais do Ensino Fundamental para o ensino da Combinatória. **Revista Paranaense de Educação Matemática**. Campo Mourão, PR, v. 3, n. 4, pp. 115-137. jan.-jun. 2014.

BORBA, Rute; PESSOA, Cristiane; ROCHA, Cristiane. Como estudantes e professores de anos iniciais pensam sobre problemas combinatórios. **Educação Matemática Pesquisa** (Online). São Paulo, v. 15, n. 4. pp. 895-908. Número Especial, 2013.

BORBA, Rute; ROCHA, Cristiane; AZEVEDO, Juliana. Estudos em Raciocínio Combinatório: investigações e práticas de ensino na Educação Básica. **BOLEMA** - Boletim de Educação Matemática. Rio Claro, v. 29, n. 53, pp. 1348-1368. Dezembro, 2015.

BORBA, Rute; ROCHA, Cristiane; LIMA, Ana Paula. Conhecimentos docentes sobre combinatória: reflexões para a prática em sala de aula. In: LAURINO, D. P.; RODRIGUES, S. C. **Estudos em educação em ciências**. Rio Grande: Editora da FURG, 2016. pp. 233-252. Disponível em:
<<http://repositorio.furg.br/bitstream/handle/1/5939/Livro%20Estudos%20em%20Educação%20em%20Ciências%20-%202023.02.pdf?sequence=3>> Acesso em: 30 maio 2016.

BRASIL. SEF. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN): Matemática**. Ensino de primeira a quarta série. Brasília: MEC, 1997.

_____. Ministério da Educação e do Desporto. SEF. **Referencial Curricular Nacional para a Educação Infantil**. v. 3. Brasília: MEC/SEF, 1998.

_____. FNDE. SEB. **Guia de livros didáticos: PNLD 2014 para o Ensino Fundamental – Anos Iniciais: Matemática**. Brasília: Ministério da Educação, 2013.

_____. FNDE. SEB. **Guia de livros didáticos: PNLD 2016 para o Ensino Fundamental – Anos Iniciais: Matemática**. Brasília: Ministério da Educação, 2015.

_____. SEB. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Educação Estatística**. Ministério da Educação. Brasília: MEC, SEB, 2014.

_____. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular. BNCC**. Proposta Preliminar. Segunda Versão Revista. Brasília: MEC, 2016. Disponível em:
<<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/documentos/bncc-2versao.revista.pdf>> Acesso em: 30 maio 2016.

CANAVARRO, Ana; PONTE, João. O papel do professor no currículo de Matemática. In: GTI (Ed.), **O professor e o desenvolvimento curricular**. Lisboa: APM, 2005. pp. 63-90.

ENGLISH, Lyn. Combinatorics and the development of children's combinatorial reasoning. In: JONES, G. A. (Ed) **Exploring probability in school: Challenges for teaching and Learning**. USA: Springer, 2005. pp. 121-141.

GARDINER, Anthony. A cautionary. In: KENNY, M. J.; HIRSH, C. R. (Eds) **Discrete mathematics across the curriculum**, K-12. Reston, VA: NCTM, 1991. pp. 10-17.

GROSSMAN, Pam; WILSON, San; SHULMAN, Lee. Profesores de sustancia: el conocimiento de la materia para la enseñanza. **Profesorado**. Revista de currículum y formación del profesorado, Granada, v. 9, n. 2, pp. 1-25, 2005.

KAPUR, J. N. Combinatorial Analysis and School Mathematics. **Educational Studies in Mathematics** Springer Netherlands v. 3. n. 1, pp. 111-127, 1970.

LIMA, Ana Paula. **Princípio Fundamental da Contagem**: Conhecimentos de professores de Matemática sobre seu uso na resolução de situações combinatórias. 2015. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - EDUMATEC, UFPE, Recife, 2015.

LIMA, Ana Paula; BORBA, Rute. Conhecimentos horizontal e curricular propostos para o ensino de combinatória nos anos iniciais do Ensino Fundamental. In: ENCEPAI, I, 2016, Recife. **Encontro de Combinatória, Probabilidade e Estatística dos Anos Iniciais**. Recife: SBEM, 2016. pp. 1-10.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação. **Parâmetros na Sala de Aula**. Matemática - Ensino Fundamental e Médio. Recife: SE, 2013.

PESSOA, Cristiane; BORBA, Rute. Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1ª a 4ª série. **ZETETIKÉ** – Cempem – FE – Unicamp, v. 17, jan-jun, 2009. pp. 105-150.

_____; _____. Do young children notice what combinatorial situations require?. In: PME, 36, 2012, Taipei. 36th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Taipei, Taiwan: **Proceedings of PME 36**, 2012. p. 1-1.

ROCHA, Cristiane. **Formação docente e o ensino de Combinatória**: diversos, olhares, diferentes conhecimentos. 2011. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - EDUMATEC, UFPE, Recife, 2011.

ROCHA, Cristiane; LIMA, Ana Paula; BORBA, Rute. Conhecimentos de professores para ensinar Combinatória: contribuições de pesquisas. In: **SIPEM**. Pirenópolis, GO: SBEM, 2015. pp. 1-12.

ROCHA, Cristiane; BORBA, Rute. Formação Docente e o Ensino de Problemas Combinatórios. **Anais do XIV EBRAPEM** - XIV Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, 2010, Campo Grande, MS. Educação Matemática: Diversidades e Particularidades no cenário nacional. Campo Grande, MS, 2010. p. 1-20.

_____; _____. Conhecimentos pedagógicos para ensinar combinatória apresentados por professores dos anos iniciais para resoluções de um problema de arranjo. In: ENCEPAI, I, 2016, Recife. **Encontro de Combinatória, Probabilidade e Estatística dos Anos Iniciais**. Recife: SBEM, 2016. pp. 1-10.

SACRISTÁN, José. **Currículo**: uma reflexão sobre a prática. Tradução de Ernani F. da Fonseca Rosa. 3. ed. Porto Alegre: ArtMed, 2000.

_____. O que significa o currículo? In: SACRISTÁN, José (org.). **Saberes e Incertezas sobre o Currículo**. Porto Alegre: Penso, 2013. pp. 16-35. Trad. Alexandre Salvaterra.

SHULMAN, Lee. Knowledge and teaching: foundations of the New Reform. **Harvard Educational Review**. Massachusetts. v. 57, n. 1, pp. 1-21. Fevereiro, 1987.