



## Uma Orquestração Instrumental online para o ensino dos teoremas de Green, Gauss e Stokes: um relato de experiência

Francisco Eteval da Silva Feitosa<sup>1</sup>

**Resumo:** A transição do Cálculo, em uma variável real-CUV, para o Cálculo em várias variáveis-CVV, envolve mudanças nem sempre naturais e podem surgir elementos de ruptura. Nesse sentido, este artigo tem como objetivo descrever e analisar o processo de concepção e aplicação, por meio remoto de uma sequência didática, para o ensino dos teoremas de Green, Gauss e Stokes. A pesquisa, de cunho qualitativo, tem quadro teórico composto da teoria da Orquestração Instrumental de Luc Trouche, e a coleta de dados se deu, por meio de observação direta, formulários eletrônicos, captura em vídeo e vídeos produzidos pelos alunos, e a análise se deu pela triangulação dos dados. A orquestração instrumental proposta foi vivenciada por 34 alunos de uma Universidade pública do Amazonas e indicou que pode favorecer tanto a transição interna do CUV para o CVV como a gênese instrumental dos alunos com uso de recursos digitais acarretando a aprendizagem dos teoremas de Green, Gauss e Stokes.

**Palavras-chave:** Orquestração Instrumental. Cálculo de Várias Variáveis. Gênese Instrumental. Teoremas de Green, Gauss e Stokes.

### An online Instrumental Orchestration for teaching the theorems of Green, Gauss and Stokes: an experience report

**Abstract:** The transition from Calculus in one real variable-COV to Calculus in several variables-CSV involves not always natural changes and it may arise elements of rupture. Therefore, this article aims to describe and analyze the process of conception and application, remotely, of a didactic sequence for teaching the Green, Gauss and Stokes theorems. The research, which has a qualitative nature, has a theoretical framework composed by Instrumental Orchestration theory by Luc Trouche and the data collection was done through direct observation, electronic forms, video recordings and also videos produced by the students, and the analysis was done through data triangulation. The proposed instrumental orchestration was experienced by 34 students of a public university in Amazonas and gave indications that it can support both the internal transition from COV to CSV and the instrumental genesis of students with the use of digital resources resulting in the learning of the Green, Gauss and Stokes theorems.

**Keywords:** Instrumental Orchestration. Computation of Several Variables. Instrumental Genesis. Green, Gauss and Stokes Theorems.

### Una orquestación instrumental en línea para la enseñanza de los teoremas de Green, Gauss y Stokes: informe de una experiencia

**Resumen:** El paso del Cálculo en una variable real, al Cálculo en varias variables implica cambios no siempre naturales y pueden surgir elementos de ruptura. En este sentido, este artículo pretende describir/analizar el proceso de diseño y aplicación a distancia de una secuencia didáctica para la enseñanza de los teoremas de Green,

<sup>1</sup> Doutor em Matemática. Professor do Departamento de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Amazonas (UFAM). Amazonas, Brasil. ✉ [sfeitosa@ufam.edu.br](mailto:sfeitosa@ufam.edu.br)  <https://orcid.org/0000-0003-0913-3427>.

Gauss y Stokes. La investigación, de carácter cualitativo, tiene como marco teórico la teoría de la Orquestación Instrumental de Luc Trouche y la recogida de datos se hizo a través de la observación directa, formularios electrónicos, captura de vídeo y vídeos producidos por los alumnos y el análisis se hizo por triangulación de datos. La orquestación instrumental propuesta fue experimentada por 34 estudiantes de una universidad pública de Amazonas y dio indicios de que puede favorecer tanto la transición interna de la CUV a la CVV como la génesis instrumental de los estudiantes con el uso de recursos digitales resultando en el aprendizaje de los teoremas de Green, Gauss y Stokes.

**Palabras clave:** Orquestación instrumental. Cálculo de Varias Variables. Génesis Instrumental. Teoremas de Green, Gauss y Stokes.

## 1 Introdução

A inquietação com o ensino de Cálculo remonta ao início dos anos 1980 que ocorreu, em nível internacional, dando origem a um movimento de reforma do Cálculo, denominado *Calculus Reform*, cuja característica básica era o uso da tecnologia, como software computacional e calculadoras gráficas (REZENDE, 2003). Contudo, mesmo com o uso desses novos recursos, os elevados índices de reprovação persistiram, como mostra, por exemplo, a pesquisa de doutorado de Rezende (2003).

Diante desse problema, observamos, há décadas, o vigor na produção de pesquisas, no contexto de ensino do Cálculo, em uma variável real – CUV. Por exemplo, Fonseca e Araújo Jr. (2018) buscaram investigar e compreender o envolvimento do aluno com as disciplinas, em um ambiente virtual de aprendizagem e, para sua consecução, investigaram a quantidade de acessos aos conteúdos e materiais, em duas disciplinas no curso de licenciatura em Matemática, ofertadas a distância, sendo uma delas o cálculo integral. Outro exemplo, é o trabalho de Couto, Fonseca e Trevisan (2017) que, inspirados no conceito de insubordinação criativa, apresentaram uma caracterização de ambientes de aprendizagem organizados por meio de episódios de resolução de tarefas. Os autores relataram, a partir de uma análise quali-quantitativa os resultados obtidos das resoluções, apresentadas por estudantes ingressantes, em turmas de cursos de engenharia de uma universidade federal.

Entretanto, no Brasil, percebe-se a escassez de estudos relativos ao ensino do Cálculo Diferencial e Integral a várias variáveis – CVV (ALVES, 2012). No modelo curricular *standart* brasileiro, prescreve-se o estudo introdutório formal do CUV e, numa etapa posterior, o primeiro contato com o CVV. Ao analisar e compararmos os conteúdos de CUV e de CVV, percebemos, de imediato, relativo às suas diferenças,

que diz respeito às simbologias, fórmulas e definições formais intrínsecas a cada teoria. O estudo sistemático de noções matemáticas avançadas (limite, derivada, integral), no contexto do CUV e, posteriormente, no CVV, envolve mudanças nem sempre naturais (ALVES, 2011).

Aos elementos (conceito, teorema, propriedades, simbologias etc.) que estão presentes tanto no CUV como no CVV e que, em determinadas circunstâncias, preservam sua relação e/ou sentido, são chamados de elementos de transição. Por outro lado, elementos presentes, apenas no CUV ou somente no CVV, são chamados de elementos de ruptura que, para Alves e Neto (2011), dificultam a transição do estudante no contato com ambos os conteúdos.

Diante dessa dificuldade, concordamos com Rasmussen, Marrongelle e Borba (2014), quando ressaltam sobre a necessidade de os pesquisadores da área da Educação Matemática no ensino superior se engajarem, no desenvolvimento de projetos de pesquisa abrangentes, com vista à abordagem de questões relacionadas ao ensino e aprendizagem de Cálculo, quer sejam de natureza teórica ou prática. Ademais, Robert e Speer (2001) reforçam a urgência da integração entre teoria e prática, em estudos relacionados ao ensino de Cálculo e entendem que essas duas abordagens são complementares e que o campo de pesquisa da Educação Matemática “vai fazer progressos, no ensino e na aprendizagem, de maneira eficaz, só se tratar, de forma significativa, com as questões teóricas e pragmáticas simultaneamente” (p. 297, tradução nossa).

Dessa forma, considera-se que as teorias podem chegar às práticas de sala de aula, por meio de situações de ensino norteadas por essas teorias. No caso deste estudo, a sequência didática teve seu processo de produção fundamentado, em elementos da Orquestração Instrumental - OI, proposta por Trouche (2005) e se insere na seguinte problemática: a necessidade de integrar teoria e prática, no campo da Educação Matemática e de conceber e aplicar situações, para o ensino remoto, em especial do CVV, baseados em resultados de pesquisas.

Pelo exposto, nosso objetivo com esta pesquisa é descrever e analisar o processo de concepção e aplicação de uma OI online, levando em conta os elementos-chave da metodologia aprendizagem cooperativa, de comunidade de prática e o uso de recursos tecnológicos como uma proposta de ensino para abordar os teoremas de Green, Gauss e Stokes. Essa análise será feita, a partir da busca, nos

dados do estudo, de evidências de que tal orquestração instrumental favoreceu a gênese instrumental dos alunos.

## 2 Teoria da Orquestração Instrumental

Ao observar a sala de aula de matemática e os artefatos nela presentes, Belleman e Trouche (2019) perceberam uma lacuna conceitual, no sentido de que, para atender seus objetivos de aprendizagem, o professor dispõe de situações matemáticas e de artefatos, mas lhe faltam, em geral, meios de integrar esses artefatos para executar situações matemáticas na sala de aula. Nesse contexto, Trouche (2004) pensa o professor como o maestro, ao comparar a sala de aula a uma orquestra, em que seus estudantes são os músicos, as tecnologias são os instrumentos musicais e as situações de ensino são os repertórios.

Pensar o professor como um maestro de uma orquestração significa atribuir-lhe um conjunto de tarefas, tais como analisar o currículo, para definir os objetivos didáticos e as situações matemáticas que serão executadas, para alcançar tais objetivos, assim como o potencial dessas situações matemáticas, para tirar melhor proveito dos artefatos e analisar como os estudantes poderão mobilizar seus instrumentos, para lidar com as tarefas matemáticas que lhes serão propostas (BELLEMAN e TROUCHE, 2019). O professor deve ainda pensar a gestão didática dos artefatos presentes na sala de aula, com relação ao avanço da resolução de problemas, ou seja, as orquestrações instrumentais que Trouche (2005, p.126, tradução nossa) define como:

Uma orquestração instrumental é o arranjo sistemático e intencional dos elementos (artefatos e seres humanos) de um ambiente, realizado por um agente (professor) no intuito de efetivar uma situação dada e, em geral, guiar os aprendizes nas gêneses instrumentais e na evolução e equilíbrio dos seus sistemas de instrumentos. É sistemático porque como método, desenvolve-se numa ordem definida e com um foco determinado, podendo ser entendido com um arranjo integrado a um sistema; é intencional porque uma orquestração não descreve um arranjo existente (sempre existe um), mas aponta para a necessidade de um pensamento a priori desse arranjo.

Drijvers *et al.* (2010) distinguem três elementos dentro de uma orquestração instrumental: uma configuração didática, um modo de exploração e um desempenho didático.

Uma configuração didática é um arranjo de artefatos no ambiente, ou, em outras palavras, uma configuração do ambiente de ensino e dos seus

artefatos envolvidos.

Um modo de exploração é a forma como o professor decide explorar uma configuração didática em benefício das suas intenções didáticas. Isso inclui decisões sobre a forma como uma tarefa é introduzida e trabalhada, sobre os possíveis papéis dos artefatos a serem desempenhados e sobre os esquemas e técnicas a serem desenvolvidos e estabelecidos pelos estudantes.

Um desempenho didático envolve as decisões ad hoc tomadas, enquanto se ensina sobre como atuam efetivamente no modo de configuração e exploração didática escolhida: que questão posar agora, como fazer justiça a (ou pôr de lado) qualquer contributo particular do estudante, como lidar com um aspecto inesperado da tarefa matemática ou do instrumento tecnológico, ou outros objetivos emergentes (DRIJVERS et al., 2010, p.237, tradução nossa).

Para Drijvers *et al.* (2010), toda orquestração evolui necessariamente, durante a sua execução e, por isso, propuseram o conceito de desempenho didático, para descrever os ajustes que o professor deve realizar na aula, quando ele operacionaliza as configurações didáticas e os modos de execução que ele havia planejado a priori. Belleman e Trouche (2019) ressaltam que esses ajustes podem provocar modificações, nos modos de execução, ou nas configurações, ou na duração das diferentes fases da situação. Diante disso, Belleman e Trouche (2019) propõem uma reflexão sobre orquestrações mais flexíveis, que possam levar em conta, no desenvolvimento da tarefa da classe, as proposições dos estudantes, de forma que eles sejam cocriadores da orquestração instrumental e agentes constitutivos e ativos.

Em relação aos instrumentos envolvidos nas orquestrações instrumentais, Trouche e Drijvers (2014) defendem a ideia de que o papel da orquestração é ajudar o estudante a desenvolver seu próprio sistema de instrumentos, “utilizando diferentes instrumentos presentes na sala de aula, poderemos ajudar cada estudante a articular melhor os diferentes instrumentos que ele mesmo desenvolveu, e vice-versa” (TROUCHE e DRIJVERS, 2014, p.115).

Para Rabardel (1995), um instrumento é o resultado de um processo, a gênese instrumental que ocorre quando, para realizar uma dada tarefa (por exemplo, o estudo do teorema Green), um estudante se apropria de um artefato (por exemplo, o Software Geogebra) e desenvolve um esquema de ação instrumentada, incorporando esse artefato como meio dessa ação.

Um esquema é definido como “a organização invariante da conduta para uma dada classe de situações. É nos esquemas que se tem de procurar os conhecimentos em ação do sujeito” (VERGNAUD, 1996, p. 157). Segundo Rabardel (1995), um

mesmo artefato pode dar origem a diversos instrumentos, pois as funções dadas, a partir dos esquemas de uso do indivíduo a este artefato podem variar e nisso consiste a essência de sua transformação, que envolve dois processos dependentes e cíclicos: a instrumentação e a instrumentalização. A instrumentação constitui-se das potencialidades, limitações e *affordances* de um artefato pré-estruturado, relativamente à atividade de um usuário. Por outro lado, quando o sujeito, no curso de sua atividade, adapta o artefato aos seus hábitos e ao seu projeto, temos o processo de instrumentalização. O processo de transformação de um artefato em um instrumento é denominado de gênese instrumental (RABARDEL, 1995).

Portanto uma orquestração instrumental visa a criar um ambiente de aprendizagem que favoreça as gêneses instrumentais dos alunos. Assim, para atingir o objetivo deste estudo, que é descrever e analisar o processo de concepção e aplicação de uma orquestração instrumental, para o ensino dos teoremas de Green, Gauss e Stokes, investigaremos se o ambiente de aprendizagem proposto favoreceu a gênese instrumental dos alunos durante o processo de ensino e aprendizagem desses teoremas.

### 3 Metodologia

Esta pesquisa tem uma de abordagem qualitativa. Segundo Creswell (2010, p. 26):

A pesquisa qualitativa é um meio para explorar e para entender o significado que os indivíduos ou os grupos atribuem a um problema social ou humano. O processo de pesquisa envolve as questões e os procedimentos que emergem, os dados tipicamente coletados no ambiente do participante, a análise dos dados indutivamente construída a partir das particularidades para os temas gerais e as interpretações feitas pelo pesquisador acerca dos significados dos dados.

Quanto aos objetivos, trata-se de uma pesquisa descritiva que, segundo Gil (2008, p. 28), “tem como objetivo primordial a descrição das características de determinada população ou fenômeno ou o estabelecimento de relações entre variáveis”. Quanto aos procedimentos, podemos classificar este estudo como uma pesquisa-ação que, segundo a definição de Thiollent (1985, p. 14):

Pesquisa-ação é um tipo de pesquisa social com base empírica que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e os participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos

do modo cooperativo ou participativo.

Para os procedimentos metodológicos do estudo, utilizamos a estrutura própria da concepção de uma orquestração instrumental (configuração didática e modo de execução), acrescida dos elementos essenciais da aprendizagem cooperativa baseada em problemas.

O método de coleta de dados deste estudo relaciona-se com a realização de cada situação da orquestração instrumental. É a execução da orquestra que produz os dados e, ao mesmo tempo, possibilita sua coleta. No Quadro 1, buscamos evidenciar as técnicas de coleta de dados, destacamos os instrumentos de coleta e os dados produzidos.

Quadro 1: Estrutura de coleta de dados da OI

Técnica de coleta de dados	Instrumento de coleta de dados	Dados gerados
Observação	Diário de bordo	Registro cursivo resultante das observações
Filmagem pelo pesquisador	Função gravar do Google Meet	Vídeo das aulas (encontros síncronos)
Filmagem pelos alunos	Softwares de gravação de vídeo	Vídeo gravados pelos próprios alunos
Questionário	Formulário do Google forms	Respostas dos alunos quanto à sua avaliação da metodologia e quanto aos recursos utilizados
Coleta de interações	WhatsApp	Registro das interações: Entre alunos / Entre professor e aluno
Documental	Google Drive	Atividades (listas, questionários, vídeos, avaliações) produzidas pelos alunos

Fonte: Dados da Pesquisa, 2021

Descreveremos, a seguir, a configuração didática e o modo de execução da orquestração instrumental concebida e aplicada neste estudo e que levou em consideração as reflexões propostas por Belleman e Trouche (2019) e Trouche e Drijvers (2014).

### 3.1 Configuração Didática

A orquestração instrumental foi realizada, em uma universidade pública do Amazonas, numa turma com 34 alunos dos cursos de licenciatura em Matemática, bacharelado em Matemática Aplicada e Engenharia no âmbito da disciplina de Cálculo II, equivalente ao CVV. Todos os alunos estavam cursando a disciplina pela primeira vez e, embora houvesse uma heterogeneidade de perfis, ela não se mostrou relevante ao ponto de interferir nos dados da pesquisa.

Pelo contexto da pandemia, concebemos uma Orquestração Instrumental Online que Gitirana e Lucena (2021, p.376, grifos do autor), inspiradas na definição de Trouche (2004) de orquestração Instrumental, definem como:

Uma Orquestração Instrumental On-line (OI on-line) é o arranjo sistemático e intencional dos elementos (artefatos, seres humanos e tempo) de um ambiente formado por **diferentes espaços, geográficos e virtuais**, todos conectados, realizado por agentes (professor(es) e monitor(es)) no intuito de efetivar uma situação dada e, em geral, guiar de **forma remota, síncrona e/ou assíncrona**, seus aprendizes em suas gêneses instrumentais e na evolução e equilíbrio dos seus sistemas de instrumentos.

A orquestração foi criada e vivenciada remotamente, em momentos síncronos e assíncronos e contou com uma equipe composta por uma bolsista de iniciação científica e um monitor, que acompanharam todo o processo, orientando os alunos da turma e colaborando com o professor que, no caso, é o autor deste estudo. Os acadêmicos aceitaram participar da pesquisa, após uma consulta e assinar o Termo de Consentimento Livre Esclarecido — TCLE. Esses estudantes estavam realizando a disciplina de Cálculo II, no segundo semestre de 2021 e a escolha por esse público deveu-se ao fato de o pesquisador ser o professor da disciplina.

A situação matemática consistiu no estudo dos teoremas de Green, Gauss (Divergente) e Stokes, no âmbito do Cálculo de Várias Variáveis – CVV, conforme Figura 1.

Figura 1: Teorema de Green, Stokes e Gauss (Divergente)

<p><b>Teorema de Green</b> Seja <math>C</math> uma curva plana simples, fechada, contínua por partes, orientada positivamente, e seja <math>D</math> a região delimitada por <math>C</math>. Se <math>P</math> e <math>Q</math> têm derivadas parciais de primeira ordem contínuas sobre uma região aberta que contenha <math>D</math>, então</p> $\int_C P dx + Q dy = \iint_D \left( \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dA$
<p><b>Teorema de Stokes</b> Seja <math>S</math> uma superfície orientada, suave por partes, cuja fronteira é formada por uma curva <math>C</math> fechada, simples, suave por partes, com orientação positiva. Seja <math>F</math> um campo vetorial cujas componentes têm derivadas parciais contínuas em uma região aberta de <math>\mathbb{R}^3</math> que contém <math>S</math>. Então</p> $\int_C F \cdot dx = \iint_S \text{curl } F \cdot dS$
<p><b>O Teorema do Divergente</b> Seja <math>E</math> uma região sólida simples e seja <math>S</math> a superfície fronteira de <math>E</math>, orientada positivamente (para fora). Seja <math>F</math> um campo vetorial cujas funções componentes tenham derivadas parciais contínuas em uma região aberta que contenha <math>E</math>. Então</p> $\iint_S F \cdot dS = \iiint_E \text{div } F dV$

Fonte: Stewart (2013, p. 1008).

O objetivo de aprendizagem foi compreender os teoremas de Green, de Stokes e de Gauss, como versões em maior dimensão do Teorema Fundamental do Cálculo (essa compreensão se enquadra no contexto da transição interna do CUV para o CVV) e compreender suas interpretações geométricas e físicas e aplicá-los na resolução de situações problemas. Como classe de situação, temos: resolver uma sequência de atividades relativas aos teoremas de Green, de Stokes e de Gauss, de forma remota, em uma OI Online via Google Meet.



Os Teoremas de Green, de Stokes e de Gauss são objetos matemáticos e, portanto precisam ser vistos como artefatos da prática matemática.

Não há nenhuma razão para que um objeto, como um teorema, seja tratado de forma diferente de uma escultura, de um bule de chá, ou de um arranha-céu. [...] Notações e símbolos são ferramentas, materiais e recursos em geral socialmente construídos [...] Eles carregam o seu significado a partir da história de sua construção e de sua utilização (RESTIVO, 1994, p. 219).

No Quadro 2, podem-se observar os artefatos usados nessa OI Online, no momento pré-aula, tanto pelo aluno quanto pelo professor, como devem ser organizados e a que e quem se destinam. Referir-nos-emos aos artefatos usados pelo professor, como recursos. Adotaremos a ótica de Adler (2000), que propõe uma ampla noção de recursos e, como tudo o que reabastece a atividade do professor, aparece particularmente produtivos são amplamente reconhecidos internacionalmente. O sinal de + entre dois recursos ou artefatos significa o seu uso combinado. A seta → entre dois recursos ou artefatos significa que o segundo é obtido a partir do primeiro.

Quadro 2: Relação dos recursos e artefatos usados no momento pré-aula

Sujeitos	Recursos	Objetivo
Professor	Notebook + internet + Sites de busca → vídeos do Youtube	Obter vídeoaulas sobre os teoremas de Green, Gauss e Stokes
	Notebook + internet + Livro texto → Lista de Exercícios/Problemas	Enviar para os alunos, após as aulas, visando avaliar a aprendizagem
	Notebook + internet + Google Drive → Formulários eletrônicos	Receber e arquivar as atividades enviadas pelos alunos
	Notebook + Power Point → Slides	Preparar os slides de cada aula
Aluno	Notebook/Celular, internet e Vídeos do Youtube enviados pelo professor	Realizar um primeiro contato com os conceitos que serão abordados nas aulas
	Notebook/Celular, Livro texto em PDF e Lista de Exercícios/Problemas enviados pelo professor	Verificar a aprendizagem após cada aula
	Notebook/Celular, internet, Formulários eletrônicos	Enviar as atividades propostas pelo professor, tanto nos momentos pré- aula como nos momentos pós-aula
	Notebook/Celular, internet, WhatsApp	Enviar as atividades propostas pelo professor durante as aulas

Fonte: Dados da Pesquisa, 2021.

No Quadro 3, apresentamos os artefatos e recursos usados, durante os encontros síncronos dessa OI Online, bem como os gerados a partir desses momentos.

Quadro 3: Relação dos recursos e artefatos usados no momento da aula

Usados pelo professor	Usados simultaneamente pelo professor e pelos alunos	Usados pelos alunos	Gerados
	Internet		
	WhatsApp	→	Respostas dos alunos das atividades realizadas durante as aulas
	Google Meet	→	Gravação das aulas
	Notebook/Celular		
Mesa digitalizadora		→	PDF dos slides das aulas
	Slides		
		Papel e lápis →	Notas de aula dos alunos
Exemplos dos vídeos enviados pelos alunos			
	Tarefas matemáticas		
Software Geogebra		Software Geogebra	

Fonte: Dados da Pesquisa, 2021.

Os artefatos gerados, nos encontros síncronos, bem como os produzidos pelo professor na pré-aula, são usados pelos alunos na pós-aula para a realização das atividades de verificação de aprendizagem. Ver Quadro 4.

Quadro 4: Relação dos recursos e artefatos usados no momento pós-aula

Recursos	Objetivo
Lista de Exercícios/Problemas enviados pelo professor	Verificar a aprendizagem após cada aula
Notebook/Celular + - Livro texto em PDF - Gravação das aulas - Notas das aulas do professor em PDF - Notas das aulas do aluno - Software Geogebra	Auxiliar na resolução das Listas de Exercícios/Problemas enviados pelo professor
Formulários eletrônicos	Enviar a resolução das Listas de Exercícios/Problemas enviados pelo professor

Fonte: Dados da Pesquisa, 2021.

Quanto à organização dos alunos, foram divididos em nove grupos de modo a trabalharem colaborativamente. Como Forman (1996) argumenta, é importante que os estudantes vejam a si mesmos e seus colegas, como recursos intelectuais, em vez de confiar apenas na autoridade do professor e do texto.

Os grupos variavam de três a quatro membros e, como ocorre em qualquer disciplina, nem todos os alunos compareceram a todos os encontros. Os 34 alunos participantes deste estudo concluíram a disciplina e todos foram aprovados. Vale ressaltar que o total de alunos matriculados na disciplina foi de 46 alunos.

A importância dada nesta pesquisa às atividades colaborativas apoia-se numa vasta literatura que aponta uma gama de benefícios, tais como: compartilhamento de modelos mentais e conhecimentos, avançando na compreensão do assunto tratado em aula (JEONG e CHI, 1997), contribui para a criação de questionamentos sobre as estruturas de conhecimentos já adquiridos e enriquece o repertório de pensamento e a ação dos estudantes (DAMIANI, 2006), ganhos significativos, em termos de compreensão conceitual e entusiasmo, em relação à aprendizagem (BARROS, et al.,

2004), aumento de motivação e de aprendizagens significativas que se ampliaram para além dos conteúdos escolares e desenvolvimento de autonomia na a resolução de problemas (GARCIA, 2006).

Em relação à gestão do tempo, a orquestração foi pensada para ser executada em 19 momentos, sendo nove assíncronos e 10 síncronos. Os momentos síncronos ocorriam três vezes por semana, com 2h de duração cada encontro. O tempo pode ser visto como um recurso cultural, utilizado de forma diferente (ADLER, 2000, p. 211), por exemplo, em contextos presenciais e remotos (síncronos e assíncronos). Em qualquer que seja o contexto, o tempo estrutura a prática matemática escolar para produzir ritmo, sequenciamento e tarefas com prazos, assim como estrutura o trabalho do professor.

### 3.2 Modo de Execução

Para o planejamento dos momentos síncronos e assíncronos, apoiamo-nos nos princípios básicos da metodologia ativa sala de aula invertida, que, segundo o relatório Guide (2014), são:

- 1) as atividades em sala de aula envolvem uma quantidade significativa de questionamento, resolução de problemas e de outras atividades de aprendizagem ativa, obrigando o aluno a recuperar, aplicar e ampliar o material aprendido online; 2) Os alunos recebem feedback imediatamente após a realização das atividades presenciais; 3) Os alunos são incentivados a participar das atividades on-line e das presenciais, sendo que elas são computadas na avaliação formal do aluno, ou seja, valem nota; 4) tanto o material a ser utilizado on-line quanto os ambientes de aprendizagem em sala de aula são altamente estruturados e bem planejados (VALENTE, 2014, p. 86)

Os momentos assíncronos constituem a pré-aula. Nesse momento, os alunos deveriam assistir aos vídeos indicados pelo professor e enviar, por meio de formulário eletrônico, um resumo contendo: os conceitos, os teoremas, os exemplos e suas dúvidas acerca do assunto tratado nos vídeos para serem discutidas durante a aula. Outra atividade da pré-aula consistia em, após assistir aos vídeos, copiar os exemplos do livro texto e enviar pelo mesmo formulário. Embora trabalhando em grupo, essa atividade foi realizada de maneira individual, pois é importante estruturar uma responsabilização individual de tal modo que o desempenho de cada aluno seja avaliado (JOHNSON et al. 1999).

Os principais recursos do professor nos encontros síncronos foram os slides, o

Geogebra, a mesa digitalizadora e o Google meet. Inicialmente, o professor questionou os alunos sobre os conceitos apresentados nos vídeos da pré-aula. Em seguida, apresentou o objeto matemático a ser estudado e promoveu uma discussão acerca dos conceitos envolvidos. Cada grupo apresentou a resolução de um exemplo relacionado à temática da aula. Esses exemplos eram escolhidos, no momento da aula síncrona pelo professor entre os exemplos apresentados nos vídeos e no livro texto. O membro do grupo era escolhido pelo professor de modo que, ao final da orquestração, todos do grupo tinham se apresentado pelo menos uma vez. Para a apresentação dos exemplos pelos alunos, o professor compartilhava sua tela, mostrando o resumo enviado pelo próprio aluno que explicava para toda a turma como havia compreendido aquele exemplo.

No término da aula, uma lista de exercícios era disponibilizada para os alunos resolverem, visando aprofundar os tópicos abordados na aula. Os grupos eram orientados para que cada membro do grupo fizesse toda a lista e compartilhasse suas respostas e dúvidas com todo o grupo. Ademais, um dos membros se responsabilizava pelo envio das listas de todos do grupo por meio do formulário eletrônico. Essa responsabilidade era dividida entre todos os membros ao longo da OI. Além disso, era disponibilizada para os alunos a gravação de cada encontro síncrono e o PDF dos slides utilizados durante cada encontro.

Buscamos estabelecer uma comunidade de prática (CoP), definida por Wenger (2006), como grupos de pessoas que interagem regularmente e compartilham um interesse ou paixão por algo que fazem ou que desejam aprender a fazer melhor. Embora o conceito tenha sido originalmente concebido, para comunidades localizadas geograficamente no meio offline, pode também ser aplicado a comunidades no ciberespaço (SANZ, 2005). Desse modo, como a orquestração se deu por meio remoto, recorreremos ao modelo de CoP online, pois, mesmo os alunos geograficamente distantes, podiam ficar juntos e fazerem uso das tecnologias de informação e comunicação aplicadas à educação, para acessarem os recursos de ensino, compartilharem ideias e práticas pedagógicas inovadoras e refletirem sobre aspectos da prática de sala de aula (TREWERN e LAI, 2001).

Wenger, McDermott e Snyder (2002) e Wenger (2006) apontam uma combinação essencial de três elementos que são fundamentais para caracterizar uma CoP: o domínio, a comunidade e a prática. O domínio é o assunto, a base comum da

comunidade e, em uma CoP, necessariamente, tem que haver tópicos que surjam periodicamente e que incitem as discussões. A Comunidade é o elemento central da CoP, formada por um grupo de pessoas que interagem entre si regularmente, em atividades conjuntas e de interesse comum, construindo relações pautadas em confiança. A Prática na CoP é realizada por membros praticantes e que desenvolvam um repertório de recursos a serem compartilhados (SARTORI, 2012).

Neste estudo, o domínio contém conceitos e questões ligadas aos teoremas de Grenn, Gauss e Stokes. A comunidade foi constituída pelos alunos da turma na qual a orquestração foi vivenciada, por um monitor, por uma bolsista de iniciação científica e pelo professor da disciplina, que, nesse caso, é o próprio pesquisador. A Prática foi realizada pelos membros praticantes e que desenvolveram um repertório de recursos a serem compartilhados, como, por exemplo, experiências, recursos, formas diversificadas de resolver problemas, advindas de uma prática compartilhada.

Usamos o conceito de viveiro de recursos e repertório da comunidade, introduzidos por Gueudet e Trouche (2016). O primeiro designa todos os recursos materiais compartilhados por uma comunidade de professores, neste caso, de professores em formação, enquanto o segundo é usado para designar os recursos materiais evidenciados pela comunidade (o viveiro de recursos), mas também palavras, gestos, histórias, símbolos, atitudes, tudo o que a comunidade reconhece como parte do patrimônio comum.

Neste estudo, usamos como viveiro de recursos o aplicativo WhatsApp, com o qual os alunos compartilhavam dúvidas e a resolução de suas listas de exercícios, e o Google Drive, em que um Drive compartilhado foi criado para que todos da turma tivessem acesso aos vídeos produzidos pelos outros. Por fim, o Google Sala de aula foi usado para que todos pudessem ter acesso às gravações das aulas.

Para atingir nosso objetivo de aprendizagem, os membros da comunidade deviam oferecer recursos pessoais que iriam preencher o viveiro comum (WhatsApp, Google Drive e Google Sala de Aula); os membros da comunidade mergulhavam nesse viveiro, cujos recursos eram trabalhados, revisados, enfim, eles permitiam o desenvolvimento de documentos que davam matéria a outros recursos que iriam alimentar e participar da reconstrução do viveiro. Isso vai ao encontro do pensamento de Gueudet e Trouche (2016), no sentido de que o termo viveiro significa a natureza evolutiva desse conjunto em vários sentidos.

O modo de execução dessa orquestração contemplou ainda a metodologia da aprendizagem cooperativa, que existe, quando estudantes trabalham juntos para realizar objetivos partilhados de aprendizagem (JOHNSON *et al.* 1999). Para o autor Johnson (et al. 1999, p.1), “cada estudante pode então conseguir alcançar os seus objetivos de aprendizagem se e somente se os outros membros do grupo conseguirem alcançar os seus”. Essa metodologia possui cinco elementos-chave que surgem como críticos para uma cooperação verdadeira: interdependência positiva, responsabilização individual, interação promotora, habilidades sociais e processamento de grupo.

Em cada aula, o professor devia estruturar uma interdependência positiva de modo a cada aluno assumir uma responsabilidade de aprender o material designado e de certificar-se de que todos os membros do grupo o aprendiam também. Em nosso estudo, isso foi garantido atrelando a nota de cada membro à nota média do grupo. Isto é, se as notas individuais subiam, a nota do grupo subia e vice-versa.

O professor deve estruturar uma responsabilização individual de tal modo que o desempenho de cada aluno seja avaliado. Para isso, além das avaliações em grupo, preveem-se as avaliações individuais. Além disso, durante as aulas, os alunos eram estimulados a explicar aos seus colegas o que aprendeu. Para Johnson et al. (1998, p.6), “o propósito da aprendizagem cooperativa é fazer com que cada membro do grupo seja uma pessoa mais forte nos seus próprios direitos. Estudantes aprendem juntos de modo a subsequentemente poder desempenhar melhor como indivíduos”.

Devemos assegurar que os alunos promovam face-a-face o sucesso uns dos outros. Para isso, eram encorajados continuamente a ajudar, dar assistência, apoiar e valorizar os esforços uns dos outros para aprender. Para Johnson, Johnson, Roger e Smith (1998), fazer isso possibilita processos cognitivos, como o de explicar verbalmente o jeito de resolver problemas, passar o conhecimento de um para todos os colegas, levar a processos interpessoais como o desafiar cada um a raciocinar e chegar às suas próprias conclusões, assim como a desenvolver modelos e a facilitar os esforços para aprender.

Devemos ensinar aos alunos habilidades sociais necessárias, bem como assegurar-se de que elas estão sendo usadas adequadamente. O sucesso de um trabalho cooperativo exige habilidades interpessoais, tais como: liderança, tomada de decisão, construção de confiança, comunicação e as habilidades para administrar

conflitos. Para Johnson et al. (1998, p.6), “isso são coisas que devem ser ensinadas com tanta precisão e tanto senso de propósito quanto as habilidades acadêmicas”. Estabelecemos que os grupos deveriam escolher um líder a cada semana que teria a responsabilidade de garantir que todos os membros cumprissem as atividades propostas e, também, a incumbência de enviar as atividades de todos por meio do formulário eletrônico.

Somos conscientes de que os estudantes levam algum tempo para se engajarem no processamento de grupo. O processamento de grupo visa a identificar os meios, para melhorar os processos que os membros vêm usando, para maximizar seu próprio aprendizado e o aprendizado mútuo. Para que os alunos refletissem na melhoria contínua desses processos, cada grupo reunia-se uma vez por semana com um dos pesquisadores e era estimulado a descrever quais ações, suas ou do grupo, foram úteis ou menos úteis no sentido de assegurar eficientes relações de trabalho, a relatar se todos os membros do grupo atingiram seus alvos de aprendizagem e tomar decisões sobre quais comportamentos deviam continuar e quais devem ser mudados. Para Johnson et al. (1998, p.6), o processamento de grupo pode resultar em:

[...] enxugamento do processo de aprendizagem visando torná-lo mais simples (reduzindo a complexidade); b) eliminação de ações inadequadas e inábeis (submetendo o processo à prova de erros); c) melhoria contínua das habilidades dos alunos de trabalhar como parte de uma equipe, e d) dar aos membros do grupo uma oportunidade de celebrar seus trabalhos difíceis e sucessos.

Propusemos que os alunos produzissem vídeos, tendo como tema principal os teoremas de Green, Gauss e Stokes e suas aplicações. Com essa atividade, buscamos investigar quais narrativas digitais surgiam quando os alunos produziam vídeos. Essa atividade foi pensada com um duplo objetivo: tornar os alunos cocriadores da orquestração instrumental e agentes constitutivos e ativos (BELLEMAN e TROUCHE, 2016) e levar os alunos a desenvolver seu próprio sistema de instrumentos (TROUCHE e DRIJVERS, 2014). Isso evidencia a evolução da orquestração, durante a sua execução, como observado por Drijvers *et al.* (2010).

A percepção e o entendimento, a partir da visualização e descrição geométrica desses objetos (Teorema de Green, Gauss e Stokes) e conceitos correlatos (divergente, rotacional, curvas e superfícies), podem atuar no sentido de proporcionar uma transição interna (ALVES, 2011), do CUV para o CVV, de

modo adequado. Por esse motivo, para as atividades propostas neste estudo, foi incentivado o uso do software de Geometria dinâmica, GeoGebra, levando-se em conta que é gratuito, possui interface simples e intuitiva e possibilita trabalhar conjuntamente a Geometria, a Álgebra e o Cálculo. Segundo Tall (1986), o computador pode contribuir para o desenvolvimento de uma abordagem com as características anteriores, visto que, por meio de softwares convenientes, é possível desenvolver materiais significativos a um dado domínio de conhecimento, levando em conta os obstáculos conhecidos e procurando resolver eventuais conflitos cognitivos de forma adequada.

[...] utilizar os computadores para visualizar conceitos matemáticos de maneira útil seja no Cálculo e na Análise. A utilização criativa dos *softwares*, que plotam gráficos, e das calculadoras gráficas tem permitido aos estudantes lidar de maneira significativa com conceitos como a diferenciação por meio da noção de “retidão local”, integração por meio da soma de áreas, e resolver equações diferenciais (de 1.ª ordem) por meio da visualização da construção das curvas solução com um gradiente dado. Durante esse tempo, me tornei cada vez mais consciente do conceito imagem limitado oferecido por gráficos plotadores de gráficos que só desenham gráficos razoavelmente suaves dados por fórmulas (TALL, 1993, p. 2, tradução nossa).

Tall (2000) ressalta a importância dos aspectos sensório-motores e visuais, na composição do pensamento matemático e que esses aspectos atuam, de maneira importante, numa interface na qual o computador é utilizado. Por esse motivo, recorreremos ao software GeoGebra visando a fornecer suporte para o desenvolvimento de conceitos teóricos de alto nível, da matemática avançada, como os teoremas de Green, Gauss e Stokes.

#### **4 Resultados e discussão – Desempenho didático**

Apresentaremos, a seguir, o desempenho didático com o olhar para a Orquestração Instrumental online concebida e aplicada. Nosso objetivo nesta seção é apresentar o que a situação de ensino desenvolvida trouxe de benefícios e o que pode ser aperfeiçoado para estudos futuros.

Iniciaremos pelos dados produzidos pelo formulário eletrônico respondido pelos 34 alunos, ao final da orquestração, que buscou a visão dos alunos quanto ao trabalho colaborativo, à metodologia empregada, aos conteúdos estudados (teorema de Green, Gauss e Stokes) e aos recursos utilizados.

Em relação ao trabalho em grupo, as respostas demonstraram que 93,9% dos



estudantes declararam seu nível de interesse por esse trabalho em grupo, ou interesse razoável; o nível de dificuldade encontrado no trabalho em grupo foi extrema ou razoavelmente difícil para um terço dos estudantes.

Nas atividades propostas pelo professor, 60,6% afirmaram saber exatamente o que fazer e um terço afirmou que seu grupo se reunia muito frequente ou frequentemente, para resolver ou discutir as listas de exercícios propostas. No caso dos grupos se reunirem, 66,6% declararam que os membros do grupo trocavam ideias por mensagem de texto, por meio do aplicativo WhatsApp e 24,2% se reuniam pelo Google Meet. Nesses encontros, 6% afirmaram nunca de manifestar para seus colegas e 84,8% disseram que se sentiam à vontade para falar o quanto quisessem, corroborando com o dado de que 91,2% terem dito que se entenderam bem com todos ou com a maioria dos seus colegas de grupo.

Para o envio das atividades, cada grupo deveria escolher um membro que ficava encarregado de receber as listas dos demais membros e responsável por enviá-las ao professor por meio de um único formulário eletrônico. Após analisar a fala dos discentes de como foi sua experiência, em relação a essa dinâmica, 69,7% aprovaram o método. Dos poucos que não aprovaram, a principal reclamação foi o fato de alguns de seus colegas atrasarem o envio da lista o que atrasava a entrega da atividade pelo grupo.

Foi possível perceber, na fala dos alunos, em relação à forma de entrega das listas, elementos da aprendizagem cooperativa. A responsabilização individual pode ser observada em falas como “Gostei, dividia a responsabilidade para todos, já que cada semana outra pessoa era o líder” ou “Foi bem interessante, pois, apesar dos compromissos que cada integrante do grupo tinha, não houve nenhum ato de falta de compromisso quando este era responsável pela entrega”. Por outro lado, a Interação promotora pode ser observada em falas como “A experiência foi boa, pois meu grupo organizou um "esquema" com a ordem de quem iria enviar as listas de cada aula. Algumas vezes tivemos que mudar a ordem por problemas pessoais/ compromissos e afins, porém não ficou pesado, pelo menos para mim”.

Quanto à metodologia empregada, 82,4% declararam terem ficado satisfeitos ou muito satisfeitos e, para 55,9%, seu desempenho teria sido pior ou muito pior, se a metodologia utilizada tivesse sido a tradicional (somente aulas expositivas). Numa

escala de 1 (pior avaliado) a 5 (melhor avaliado), 82,4% deram nota 5 ou nota 4 para a metodologia empregada no estudo realizado.

Durante as aulas, o professor costumava solicitar que os alunos falassem como resolveram determinada tarefa ou que respondessem algum questionamento referente ao assunto que estava sendo abordado. Perguntamos aos alunos: Quando o professor o chama para falar, durante a aula, você sente sinais de pressão psicológica? (Ex.: suor excessivo, corpo trêmulo, esquecimento, irregularidades intestinais, roer unhas etc.). Somente nove alunos relataram não sentir nenhum desses sinais. Por outro lado, 38,7% afirmaram ficar nervosos, quando tinham que falar durante as aulas.

Apesar de sinais como, nervosismo, medo e stress, nenhum aluno se recusou a falar durante as aulas. Isso demonstra o desenvolvimento da habilidade social de falar em público, evidenciando mais um elemento da aprendizagem cooperativa.

Solicitamos aos alunos que escrevessem sua visão acerca da metodologia utilizada, destacando aspectos positivos, negativos e sugestões para o aperfeiçoamento do método. A crítica em relação à metodologia se concentrou em dois aspectos: em relação ao tempo e à quantidade de atividades das listas de exercícios (36,3%) e, em relação ao desempenho dos colegas de grupo, (9%). A metodologia teve pontos positivos indicados por todos os alunos e os mais citados foram em relação aos vídeos passados na pré-aula, à metodologia do trabalho em grupo e à comparação entre a metodologia empregada e a tradicional. Abaixo seguem as falas de alguns alunos.

*Aluno 1: Eu gostei muito de ver os vídeos antes das aulas que iam ser ministradas.*

*Aluno 2: Um dos aspectos positivos mais significantes foi a pré-aula preparada através de vídeo e resolução de exercícios resolvidos, pois assim já tínhamos noção do conteúdo antes da aula propriamente feita.*

*Aluno 3: Aspecto Positivo: ter o contato antes com o conteúdo é sempre válido.*

*Aluno 4: Em relação ao trabalho em grupo: procurar formas diferentes de ensinar algo quando alguém do grupo não compreende, dialogar, motivar uns aos outros.*

*Aluno 5: Aspectos positivos: Cooperação entre os alunos, o que ajuda muito a tirar dúvidas acerca das listas*

Acerca dos conteúdos trabalhados, teoremas de Green, Gauss e Stokes,

41,2% classificaram-nos como muito difícil. O teorema de Stokes foi considerado o mais difícil por 58,8%, seguido do teorema de Gauss, com 35,3%. Compreender as hipóteses dos teoremas e aplicá-las na resolução de exercícios foi uma tarefa difícil ou muito difícil para 44,1% dos alunos. Na atividade, em que o aluno tinha que analisar as diferentes maneiras, como os teoremas de Green, Gauss e Stokes são apresentados, em diversos livros de Cálculo, a atividade foi considerada difícil ou muito difícil por 32,3%.

Entre os participantes, 47,1% afirmaram que seus colegas ajudaram ou muito ajudaram na compreensão desses conteúdos e 55,9% concordam que o fato de estar em grupo contribuiu para a sua aprendizagem. Quisemos saber como os alunos se sentiam em relação ao seu desempenho no estudo desses conteúdos (Teorema de Green, Gauss e Stokes) e 61,7% afirmaram estarem satisfeitos ou totalmente satisfeitos.

Para 91,1% dos alunos, o Geogebra contribuiu ou muito contribuiu para a realização das atividades. Nos momentos pré-aula, um vídeo e atividades relacionadas ao vídeo eram enviadas para que os alunos se preparassem para a aula. Em relação a esses vídeos, 85,3% afirmaram que eles contribuíram ou muito contribuíram para sua aprendizagem. Pedimos que os alunos indicassem os recursos que mais usaram como forma de apoio para estudar. Cada aluno podia marcar mais de uma opção e as cinco respostas mais apontadas pelos alunos foram: PDF dos slides da aula (82,4%), livro texto (73,5%), vídeos encontrados por conta própria (70,6%), vídeos com as gravações das aulas (67,6%) e vídeos enviados na pré aula pelo professor (67,6%).

Procuramos investigar quais recursos os alunos utilizaram para gravar os vídeos dos exemplos e exercícios que foram solicitados pelo professor. Os recursos materiais mais usados foram o celular (13), notebook e mesa digitalizadora (7). Para realizar a gravação, os aplicativos mais usados foram o Google Meet (6), OBS Studio (3) e o gravador de tela do Windows (3). Sobre os recursos que foram utilizados, para gravar os vídeos, 23,5% disseram que já os conhecia, mas não haviam utilizado até antes da atividade e 38,2% disseram que não conheciam e aprenderam a usá-los para realizar essa atividade. Quanto aos recursos usados pelos alunos, para assistirem às aulas, 41,2% usavam o celular e somente 32,3% afirmaram que nunca ou raramente tiveram problemas de conectividade de internet.

A partir das observações feitas, durante os encontros síncronos, podemos perceber que a maior parte dos alunos assistia aos vídeos disponibilizados para a pré-aula e enviavam o resumo pelo formulário eletrônico, como solicitado pelo professor. Acreditamos que isso tenha contribuído para uma participação mais ativa dos alunos, durante as aulas, pois eram frequentes falas como “eu vi no vídeo que” ou “no vídeo dizia que”. Os questionamentos dos alunos, durante as aulas, eram constantes, demonstrando que, de fato, esse contato com os conceitos, que seriam abordados na aula, antes da aula, contribuiu para a compreensão dos conceitos e, conseqüentemente, favoreceu a aprendizagem dos conteúdos abordados, a saber, os teoremas de Green, Gauss e Stokes.

Os alunos da turma foram convidados a gravarem vídeos, explicando as resoluções das situações didáticas propostas que envolviam os teoremas de Gauss e Stokes. Os vídeos eram compartilhados por todos por meio do viveiro de recursos Google Drive. Foi produzido um total de 16 vídeos sobre o teorema de Gauss e 19 sobre o teorema de Stokes. Sobre esses vídeos, 64,7% afirmaram concordar ou concordar totalmente que essa atividade ajudou na compreensão do conteúdo estudado.

Com as observações realizadas, foi possível perceber que a comunidade de prática, de fato, foi estabelecida, uma vez que os alunos fizeram uso das tecnologias de informação e comunicação, mais especificamente do WhatsApp, para acessarem recursos de ensino, como listas e vídeos, compartilharem ideias e refletirem sobre as atividades propostas. A Prática na CoP foi realizada por todos os membros dos grupos e pelo professor que desenvolveram um repertório de recursos que foram compartilhados por meio do WhatsApp, do Google Drive, incluindo o Drive Compartilhado e o Google Sala de aula que formavam o viveiro de recursos.

A seguir, evidenciaremos os processos de instrumentação e instrumentalização ocorridos, durante a orquestração instrumental e que, segundo Iglori e Almeida (2018, p.464), “acarretam na aprendizagem de um conceito matemático com uso de recursos digitais”.

Na atividade, em que os alunos tinham que comparar as formas como os teoremas de Green, Gauss e Stokes eram apresentadas, em diversos livros de Cálculo, temos o processo de instrumentalização, pois, primeiro, esses teoremas são considerados artefatos (RESTIVO, 1994), segundo, ao fazer isso, os alunos estão

explorando as potencialidades, limitações e affordances desses objetos matemáticos. O processo de instrumentação ocorreu nos momentos, em que os alunos buscavam resolver as listas de problemas e, quando explicavam a resolução de algum exemplo ou exercício, durante as aulas, tiveram que usar um desses teoremas.

Na atividade, em que os alunos tinham que gravar um vídeo, explicando os teoremas e aplicando esses resultados em exercícios e problemas, os dois processos também puderam ser percebidos. Inicialmente os alunos não sabiam como gravar os vídeos. Assim, tiveram que buscar algum artefato, ou seja, software para fazer atividade e explorar esses artefatos buscando se apropriar de suas potencialidades. Tem-se, assim, o processo de instrumentalização. No momento, em que os alunos estão gravando seus vídeos, temos o processo de instrumentação. Vale ressaltar que, mesmo durante a instrumentação, o processo de instrumentalização se faz presente, pois, durante as gravações, os alunos continuam a explorar os softwares, isto é, esses processos podem acontecer simultaneamente.

Durante as aulas, os alunos tinham que compartilhar sua tela pelo Google Meet e apresentar a resolução de exemplos e/ou exercícios. Além disso, faziam uso do software Geogebra para representar geometricamente curvas ou superfícies. O processo de instrumentalização aconteceu, quando os alunos tinham que aprender como compartilhar sua tela pelo Google Meet e como representar curvas e superfícies usando o Geogebra. Uma vez superado esse momento, os alunos passavam então a explicar sua resolução a toda a turma, evidenciando-se assim a instrumentação. Novamente, dúvidas de como usar o Geogebra surgiam e, assim, a instrumentalização era retomada.

## 5 Conclusão

A sequência didática apresentada neste estudo teve seu processo de produção fundamentado em elementos da Orquestração Instrumental e se insere na seguinte problemática: a necessidade de integrar teoria e prática no campo da Educação Matemática e de conceber e aplicar situações para o ensino remoto, em especial, do Cálculo de várias variáveis, baseado em resultados de pesquisas. Para tanto, traçou-se como objetivo analisar o processo de concepção e aplicação de uma orquestração instrumental online levando em conta os elementos-chave da metodologia aprendizagem cooperativa e de comunidade de prática e o uso de recursos tecnológicos (software e TIC), como uma proposta de ensino para abordar os

teoremas de Green, Gauss e Stokes.

A partir da análise dos dados obtidos, pudemos concluir que: a maioria dos alunos aprovou a metodologia do trabalho em grupo e, embora um terço tenha declarado que trabalhar em grupo foi difícil, a maioria concordou que o trabalho colaborativo contribuiu para a compreensão dos conceitos estudados, a saber, os teoremas de Green, Gauss e Stokes; elementos da aprendizagem cooperativa, como responsabilização individual, habilidades sociais e interação promotora puderam ser detectadas nas falas dos alunos; mais de dois terços dos alunos afirmaram que a atividade, em que tinham que gravar vídeos, ajudou-os na compreensão dos conteúdos estudados; as críticas em relação à metodologia se concentraram no tempo e na quantidade de atividades das listas de exercícios e no desempenho dos colegas de grupo; os vídeos passados na pré-aula contribuíram para uma participação mais ativa dos alunos durante as aulas e a comunidade de prática, de fato, foi estabelecida.

As evidências de que a orquestração instrumental favoreceu a gênese instrumental dos alunos puderam ser percebidas na atividade, em que tinham que comparar as formas, como os teoremas de Green, Gauss e Stokes eram apresentados, em diversos livros de Cálculo, na atividade em que tinham que gravar um vídeo, explicando os teoremas e aplicando esses resultados em exercícios e problemas e, durante as aulas, quando tinham que compartilhar sua tela pelo Google Meet e apresentar a resolução de exemplos ou exercícios com o uso de Geogebra.

Pelo exposto, a orquestração instrumental proposta deu indícios de que pode favorecer tanto a transição interna do CUV para o CVV, como a gênese instrumental dos alunos, com o uso de recursos digitais, acarretando na aprendizagem dos teoremas de Green, Gauss e Stokes. Como estudo futuro, pretendemos fazer uma pesquisa de cunho qualitativo do tipo estudo de caso, numa abordagem exploratória visando compreender, a partir dos vídeos gravados, como os grupos de alunos partícipes deste estudo construíram argumentações e justificativas ao resolver exercícios/problemas relacionados aos teoremas de Green, Gauss e Stokes.

## Referências

ADLER, Jill. Conceptualising resources as a theme for teacher education. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 3, n. 3, p. 205-224, 2000.

ALVES, Francisco Regis Vieira. **Aplicações da Sequência Fedathi na promoção das categorias do raciocínio intuitivo no Cálculo a Várias Variáveis**. 2011. 353f.

Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza.

ALVES, Francisco Régis Vieira; BORGES NETO, Hermínio. Transição interna do cálculo em uma variável para o cálculo a várias variáveis: uma análise de livros. **Educação Matemática Pesquisa**: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, São Paulo, v. 13, n. 3, p. 597-626, 2011.

ALVES, Francisco Regis Vieira. Transição interna do cálculo: uma discussão do uso do geogebra no contexto do cálculo a várias variáveis. **Revista do Instituto Geogebra Internacional de São Paulo**, v. 1, n. 2, p. 5-19, 2012.

BARROS, José Acácio; REMOLD, Julie; SILVA, Glauco Santos Ferreira da Silva; TAGLIATI, José Roberto. Engajamento interativo no curso de Física I da UFJF. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, São Paulo, v. 26, n. 1, p. 63-69, 2004.

BELLEMAIN, Franck; TROUCHE, Luc. Compreender o trabalho do professor com os recursos de seu ensino, um questionamento didático e informático. **Caminhos da Educação Matemática em Revista (Online)**, Sergipe, v. 9, n. 1, p. 105-144, 2019.

COUTO, Alan Franco; DA FONSECA, Maycon Odailson dos Santos; TREVISAN, André Luis. Aulas de Cálculo Diferencial e Integral organizadas a partir de episódios de resolução de tarefas: um convite à Insubordinação Criativa. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 8, n. 4, p. 50-61, 21 dez. 2017.

CRESWELL, John W. **Projeto de pesquisa**: métodos qualitativo, quantitativo e misto. Tradução Magda Lopes. 3 ed. Porto Alegre: ARTMED, 2010.

DAMIANI, Magda Floriana. A teoria da atividade como ferramenta para entender o desempenho de duas escolas de ensino fundamental. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 29, 2006, Caxambu. **Anais do 29º ANPEd**: Educação, cultura e conhecimento na contemporaneidade: desafios e Compromissos. Caxambu: ANPEd, 2006, p. 1-15.

DRIJVERS, Paul; DOORMAN, Michiel; BOON, Peter; REED, Helen; GRAVEMEIJER, Koeno. The teacher and the tool: instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. **Educational Studies in mathematics**, v. 75, n. 2, p. 213-234, 2010.

FONSECA, Enir da Silva; ARAÚJO JR., Carlos Fernando de. O envolvimento discente em um ambiente virtual de aprendizagem. Análise realizada no curso de licenciatura em Matemática. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 9, n. 5, p. 189 - 204, 18 dez. 2018.

FORMAN, Ellice Ann. Learning mathematics as participation in classroom practice: Implications of sociocultural theory for educational reform. In: STEFFE, Leslie P.; NESHER, Pearla; COBB, Paul; SRIRAMAN, Bharath; GREER, Brian. (Org.). **Theories of mathematical learning**. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 1996, p. 115-130.

GARCIA, Daniel Espírito Santo. **Metodologia de projetos**: vivências, resoluções de problemas e colaboração na experiência educativa. 2006. 233f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade Federal de

Pelotas. Pelotas.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GITIRANA, Verônica; LUCENA, Rosilângela. Orquestração instrumental on-line: um modelo pensado a partir do ensino remoto. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, São Paulo, v. 23, n. 3, p. 362-398, 2021.

GUEUDET, Ghislaine; TROUCHE, Luc. Do trabalho documental dos professores: gêneses, coletivos, comunidades: o caso da Matemática. **EM TEIA: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, Pernambuco, v. 6, n. 3, p. 43 p., 2016.

GUIDE, Flipped Classroom Field. Portal Flipped Classroom Field Guide. 2014.

IGLIORI, Sonia Barbosa Camargo; DE ALMEIDA, Marcio Vieira. Uma situação matemática para o ensino e aprendizagem de equações diferenciais. **Ensino da Matemática em Debate**, São Paulo, v. 5, n. 3, p. 453-465, 2018.

JEONG, Heisawn; CHI, Michelene TH. Construction of shared knowledge during collaborative learning. **Computer Support for Collaborative Learning'97 Proceedings**, p. 124-128, 1997.

JOHNSON, David W.; JOHNSON, Roger T.; HOLUBEC, Edythe Johnson. **El aprendizaje cooperativo en el aula**. Argentina: Paidós 1999.

JOHNSON, David; JOHNSON, Roger; SMITH, Karl. A aprendizagem cooperativa retorna às faculdades. **Change**, v. 3, n. 4, p. 91-102, 1998.

RABARDEL, Pierre. **Les hommes et les technologies; approche cognitive des instruments contemporains**. Armand colin, 1995.

RASMUSSEN, Chris; MARRONGELLE, Karen; BORBA, Marcelo de Carvalho. Research on calculus: what do we know and where do we need to go? **ZDM: Mathematics Education**, v. 46, n. 4, p. 507-515, 2014.

RESTIVO, Sal. The social life of mathematics. **Mathematics, education and philosophy: An international perspective**, p. 5-20, 1994.

REZENDE, Wanderley Moura. **O ensino de cálculo: dificuldades de natureza epistemológica**. 2003. 468f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo.

ROBERT, Aline; SPEER, Natasha. Research on the teaching and learning of calculus/elementary analysis. In: **The teaching and learning of mathematics at university level**. Springer, Dordrecht, 2001. p. 283-299.

SANZ, Sandra. Comunidades de Práctica Virtuales: Acceso y Uso de Contenidos. **Revista de Universidad y Sociedad del Conocimiento**, v. 2, n. 2, 2005.

SARTORI, Viviane. **Comunidade de prática virtual como ferramenta de**



**compartilhamento de conhecimento na educação a distância.** 2012. 144f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico, Programa de Pós-Graduação em Engenharia e Gestão do Conhecimento, Florianópolis, 2012

STEWART, James. **Cálculo**, v. 2, 7. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2016.

TALL, David Orme. Cognitive development in advanced mathematics using technology. **Mathematics education research journal**, v. 12, n. 3, p. 196-218, 2000.

TALL, David Orme. Real mathematics, rational computers and complex people. **Mathematics Teaching**, v. 243, n. 258, p. 1993, 1993.

TALL, David Orme. **Building and testing a cognitive approach to the calculus using interactive computer graphics.** 1986. 505 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) — University of Warwick, Inglaterra, 1986.

THIOLLENT, Michel. **Metodologia da Pesquisa-Ação.** São Paulo: Cortez, 1985.

TREWERN, Ann; LAI, Kwok-Wing. Online learning: An alternative way of providing professional development for teachers. e-Learning: **Teaching and professional development with the Internet**, p. 37-55, 2001.

TROUCHE, Luc. Environnements Informatisés et Mathématiques: quels usages pour quels apprentissages?. **Educational Studies in Mathematics**, v. 55, n. 1, p. 181-197, 2004.

TROUCHE, Luc. Construction et conduite des instruments dans les apprentissages mathématiques: nécessité des orchestrations, **Recherches en didactique des mathématiques**, v.25, n.1, p. 91-138, 2005.

TROUCHE, Luc; DRIJVERS, Paul. Webbing and orchestration. Two interrelated views on digital tools in mathematics education. **Teaching Mathematics and Its Applications: International Journal of the IMA**, v. 33, n. 3, p. 193-209, 2014.

VALENTE, José Armando. Blended learning e as mudanças no ensino superior: a proposta da sala de aula invertida. **Educar em revista**, Curitiba, v. 30, n.4, p. 79-97, 2014.

VERGNAUD, Gérard. The theory of conceptual fields. **Theories of mathematical learning**, p. 219-239, 1996.

WENGER, Etienne. **Communities of practice: a brief introduction.** 2006.

WENGER, Etienne; MCDERMOTT, Richard Arnold; SNYDER, William. **Cultivating communities of practice: A guide to managing knowledge.** Harvard business press, 2002.