Recebido: 02/03/2022 ■ Aprovado: 01/05/2022 ■ Publicado: 29/06/2022

eISSN 2179-426X
10.26843/rencima.v13n2a17

Revista de Ensino de Ciências e Matemática

Encarando o ENEM: a discussão de uma questão de Matemática entre estudantes do Ensino Médio

Liliane Cristine Chaves Santos[1]

Elisabete Zardo Búrigo[2]

Resumo: O artigo apresenta a discussão de uma questão de matemática do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) com um grupo de alunos da terceira série do Ensino Médio de uma escola da rede pública. O episódio integra uma pesquisa qualitativa sobre a resolução de questões de matemática do ENEM em um grupo no aplicativo *WhatsApp*. O referencial teórico mobilizado é o da Educação Matemática Crítica, que diz que a matemática pode ser utilizada como ferramenta de empoderamento para compreender, criticar e mudar a realidade. A pesquisadora é professora da Educação Básica e participou das discussões incentivando os alunos a desenvolverem e avaliarem a validade de diferentes resoluções. Os diálogos foram registrados em mensagens de texto e áudio. Na análise das interações, foram observados elementos de autonomia no questionamento do enunciado, na proposição e avaliação de soluções, bem como a presença da argumentação, indício de pensamento crítico e reflexivo por parte desses alunos.

Palavras-chave: Educação Matemática Crítica. ENEM. Ensino Médio.

Facing ENEM: the discussion of a Mathematics question among high school students

Abstract*:* The article presents the discussion of a math question from the National High School Exam (ENEM) with a group of third grade students from a public high school. The episode is part of a qualitative research on the resolution of math questions from the Exam in a group chat on WhatsApp. The theoretical framework used is that of Critical Mathematics Education, which states that mathematics can be used as an empowering tool to understand, criticize and change reality. The researcher is a high school teacher and participated in the discussions encouraging the students to develop and evaluate the validity of different resolutions. The dialogues were recorded in text and audio messages. In the analysis of the interactions, elements of autonomy were observed in the questioning of the test statement, in the proposition and evaluation of solutions, as well as the presence of argumentation, an indication of critical and reflective thinking by these students.

Keywords*:* Critical Mathematics Education. ENEM. High School.

Frente al ENEM: la discusión de una cuestión de Matemáticas entre estudiantes de secundaria

Resumen: El artículo presenta la discusión de una pregunta de matemáticas del Examen Nacional de Secundaria (ENEM) con un grupo de estudiantes de tercer grado de una escuela pública. El episodio integra una investigación cualitativa sobre la resolución de problemas matemáticos del Examen en un grupo en el aplicativo

[1] Mestra em Ensino de Matemática. Professora da Secretaria de Estado de Educação do Rio Grande do Sul . Rio Grande do Sul, Brasil. ✉ lili_ccs@yahoo.com.br https://orcid.org/0000-0003-0063-7485.
[2] Doutora em Educação. Professora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Rio Grande do Sul, Brasil. ✉ elisabete.burigo@ufrgs.br https://orcid.org/0000-0003-1532-7586.

WhatsApp. El marco teórico de referencia es la Educación Matemática Crítica, que dice que las matemáticas pueden ser utilizadas como una herramienta de empoderamiento para comprender, criticar y cambiar la realidad. La investigadora es profesora de secundaria y participó en los debates animando a los alumnos a elaborar y evaluar la validez de las diferentes resoluciones. Los diálogos se grabaron en mensajes de texto y audio. En el análisis de las interacciones, se observaron elementos de autonomía en el cuestionamiento del enunciado, en la proposición y evaluación de soluciones, así como la presencia de la argumentación, indicio del pensamiento crítico y reflexivo de estos alumnos.

Palabras clave: Educación Matemática Crítica. ENEM. Escuela Secundaria.

1 Introdução

Neste artigo[3], apresentamos um episódio de discussão de uma questão de matemática da prova do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) de 2020, com um grupo de alunos da terceira série do Ensino Médio de uma escola da rede pública de ensino, no município de Porto Alegre, no Rio Grande do Sul. A discussão foi realizada em um grupo no aplicativo de comunicação *WhatsApp*.

A narrativa e a análise do episódio integram uma pesquisa de dissertação de mestrado, que investigou as contribuições da resolução e da discussão de questões do ENEM para o desenvolvimento da criticidade e empoderamento dos alunos. Trata-se de pesquisa qualitativa, empreendida por uma professora da Educação Básica, que toma sua própria ação docente como ponto de partida para a investigação, como propõe Carneiro (2008). Por isso, alguns trechos deste texto assumem a dimensão de um relato pessoal – de uma professora que se constitui como pesquisadora.

O termo *crítica*, utilizado na expressão "educação crítica", é definido como uma demanda sobre autorreflexões, reflexões e reações, pois tem a ver com a identificação de condições para a obtenção do conhecimento (SKOVSMOSE, 2001). O trabalho desenvolvido também enfocou a criticidade dos estudantes, pois buscou-se promover o pensamento reflexivo em relação à prova do ENEM, de modo que eles se percebessem capazes não somente de pensar sobre as questões, mas também questionar a natureza e a organização da prova. Ademais, pudessem construir uma leitura reflexiva dos enunciados, perguntar-se sobre como a prova é construída, o porquê tem um determinado formato, como são as questões.

O termo *empoderamento* pode ser traduzido como "tornar-se poderoso", mas

[3] Este artigo é recorte de uma dissertação de mestrado apresentada no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, escrita pela primeira autora e orientada pela segunda autora.

REnCiMa, São Paulo, v. 13, n. 2, p. 1-19, abr./jun. 2022

não com a ideia de superioridade, e sim como um movimento de emancipação, uma espécie de domínio sobre a própria vida. Skovsmose (2001) traz o conceito de *empowerment*, que significa dar poder, ativar a potencialidade criativa, dinamizar a potencialidade do sujeito. Neste trabalho, o empoderamento esperado era o do desenvolvimento da autonomia de cada estudante, de modo que sentissem confiança na sua capacidade de resolução das questões.

Em abril de 2021, estudantes da terceira série do Ensino Médio de uma escola da rede pública de Porto Alegre foram convidados a participar de discussões sobre a resolução de questões do ENEM. O grupo foi constituído com os discentes que mostraram interesse e aceitaram integrar a pesquisa, consentindo que suas mensagens de texto e áudio fossem transcritas e analisadas.

O intuito das discussões não era simplesmente resolver cada questão, encontrando a resposta correta, mas sim que os estudantes fossem convidados a pensar e debater a respeito e, a partir disso, tentassem resolvê-la com autonomia. Para isso, a dinâmica foi organizada de modo que não fosse oferecido a eles, inicialmente, nenhum tipo de pista de como organizar o raciocínio ou planejar a resolução.

Também, como estratégia, optamos por não enfatizar erros ou acertos parciais durante a discussão, de maneira que eles não tivessem a confirmação sobre se estavam ou não seguindo um caminho considerado frutífero pela pesquisadora. Também fazia parte da estratégia incentivar que persistissem até concluir sobre uma solução e uma resposta corretas, ou seja, caso percebêssemos que os alunos estavam se desmotivando e desistindo, seria realizada uma intervenção, confirmando ou não algum raciocínio, ou oferecendo alguma dica de resolução. Os discentes seriam incentivados a desenvolver a sua argumentação e, para isso, seriam feitas perguntas que os encaminhassem a expor seus raciocínios e a refletir ou avaliar os raciocínios dos colegas.

A partir dessa estratégia, era almejado, ao analisar os diálogos, encontrar pistas de argumentação por parte dos estudantes e outros indícios de como a discussão, realizada desse modo, teria colaborado para o desenvolvimento da sua criticidade.

Essa experiência e a análise do episódio foram orientadas pelas reflexões sobre Educação Matemática Crítica de Skovsmose (2001). De acordo com o autor, a

REnCiMa, São Paulo, v. 13, n. 2, p. 1-19, abr./jun. 2022

Educação Matemática pode auxiliar os estudantes a passarem de meros leitores de informações para sujeitos ativos e questionadores: “[...] a educação deve ser orientada para problemas, quer dizer, orientada em uma direção ‘fora’ da sala de aula. Essa orientação implica que também a dimensão do engajamento crítico deve ser envolvida na educação” (SKOVSMOSE, 2001, p. 38).

2 Exame Nacional do Ensino Médio

Na experiência como docente do Ensino Médio[4], lecionando a disciplina de Matemática em escola pública estadual de Porto Alegre, percebi que muitos dos alunos têm receio do ENEM e dúvidas sobre suas chances de ingressar em uma universidade por esse caminho. Eles consideram a prova de Matemática do ENEM muito difícil, e, por serem de escola pública, acreditam que têm menos chance de sucesso nessa modalidade de seleção, pois se veem em um patamar de inferioridade em relação a estudantes das escolas particulares. Acreditamos que essa visão dos alunos é, em parte, construída também pela escola, visto que na rede privada, em geral, incentiva-se a preparação para o ENEM, e isso nem sempre acontece nas escolas públicas (SILVA, 2018).

Percebemos que é comum os alunos afirmarem, ao se depararem com uma questão do ENEM, que o tipo de enunciado e de conhecimento envolvido se distancia muito do que estudaram em sala de aula, e rotularem as questões como “muito difíceis”, muitas vezes, sem ao menos terem lido o enunciado.

O ENEM tem o objetivo de avaliar o desempenho escolar ao final do Ensino Médio, usar seus resultados para aperfeiçoar os sistemas de ensino e, também, regular o acesso ao Ensino Superior (BRASIL, 1998). Segundo o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), entidade responsável pela elaboração e aplicação da prova, o ENEM é um mecanismo de seleção democrático, no qual todos os estudantes, ao concluírem o Ensino Médio, disputam, em igualdade de condições, uma vaga na universidade. Mas isso implicaria que todas as crianças e adolescentes tivessem a mesma condição de acesso à escolaridade e à aprendizagem, o que, na realidade, não acontece (SAMPAIO; OLIVEIRA, 2015).

Além disso, o ENEM é um mecanismo de seleção não transparente, já que não é possível ter acesso a dados considerados na determinação dos escores. O INEP

[4] Da primeira autora.

REnCiMa, São Paulo, v. 13, n. 2, p. 1-19, abr./jun. 2022

afirma que o cálculo do escore de cada candidato é elaborado tomando como base a quantidade de acertos em cada prova e o nível de dificuldade (fácil, médio, difícil) de cada questão; a Teoria de Resposta ao Item (TRI) é utilizada para elaboração do argumento final de concorrência. Cada candidato tem conhecimento do seu escore final, mas não pode verificar como é calculado, uma vez que o peso de cada questão não é divulgado.

Assim, embora conste nos documentos oficiais, a metodologia utilizada para esse cálculo não pode ser conferida, cabendo ao Ministério da Educação a conclusão incontestável sobre o escore de cada candidato. Além disso, como a matemática escolar abrange uma grande variedade de áreas e conteúdos, é impossível escalonar questões pelo nível de dificuldade, conforme argumentam Kolen e Brenam (ano *apud* TAVARES, 2013, p. 66): “Em termos práticos a suposição de unidimensionalidade na TRI exige que os testes meçam apenas uma habilidade”.

A prova de Matemática do ENEM é elaborada a partir de uma lista de habilidades e competências, denominada Matriz de Referência, que, não só baliza a elaboração das questões, como também é utilizada para “construir escalas de proficiência que especificam os níveis em que os estudantes se encontram e quais habilidades são capazes de realizar no contexto da avaliação” (BRASIL, 1998, p. 1). Desse modo, o documento sugere que o desenvolvimento dessas habilidades garantiria um bom desempenho no exame. Mas, acreditamos que, além do desenvolvimento das habilidades e competências listadas na matriz, é também necessário que os alunos conheçam a prova e que desenvolvam o pensamento crítico a respeito dela.

O INEP afirma que as provas do ENEM buscam a contextualização e a interdisciplinaridade, mas o que vemos, ao analisar os enunciados, são questões que, em sua maioria, apresentam contextualizações frágeis e forçadas, além de informações irrelevantes e textos que parecem testar muito mais a resistência física dos candidatos do que o conhecimento e o pensamento matemático. De acordo com Ferreira (2019),

> Nesta compreensão, contexto se alinhou a “com muito texto”. Podemos entender a pretextualização como o ato de dissimular o motivo real de um contexto, isto é, uma falsa, dissimulada ou desastrosa contextualização causada pelas compreensões a ferro e fogo da obrigatoriedade de uma narrativa que envolva um exercício, tornando-se esta desencaixada da cena avaliativa. (FERREIRA, 2019, p. 264).

3 A discussão da questão com os estudantes

Os estudantes participantes da pesquisa haviam sido meus alunos[5] quando cursavam a primeira série do Ensino Médio, em 2019. No ano de 2020, iniciamos o ano letivo ainda de forma presencial e conseguimos nos encontrar em sala de aula algumas vezes, eles na segunda série do Ensino Médio, antes da suspensão das aulas devido à Covid-19. Segui lecionando para essa turma no ensino remoto, quando utilizamos a plataforma *Google Classroom* para o desenvolvimento das nossas aulas e, apesar das restrições dessa modalidade, continuamos em contato. Frequentemente, recebia mensagem de alguns deles via rede social *Facebook*, não só para perguntar sobre conteúdos, como também para conversar e pedir conselhos de estudos.

Em conversa com os estudantes sobre o melhor canal para realizarmos as discussões, eles sugeriram a criação de um grupo no aplicativo de comunicação *WhatsApp*, pois seria um espaço de fácil acesso. Constituímos o grupo, então, como um espaço para resolução e discussão de questões de matemática da prova do ENEM de 2020, no formato regular ou digital, que seriam escolhidas por mim ou por eles. Estudantes e responsáveis autorizaram o uso dos dados para a pesquisa, mediante Termo de Assentimento e Termo de Consentimento aprovados pelo Comitê de Ética na Pesquisa da Universidade.

Conforme enunciado na introdução deste texto, o foco do grupo não era encontrar a resposta correta para cada questão, já que essa informação é obtida facilmente na *internet*, mas sim pensar na sua resolução e enunciado. Ao longo de dez semanas, doze questões foram discutidas e resolvidas.

Neste artigo, apresentamos a discussão do item 151 do caderno cor-de-rosa, da aplicação regular de 2020. Essa foi uma das primeiras questões – a quarta – a ser discutida no grupo e foi escolhida pela aluna Delta, segundo ela, por se tratar de um item envolvendo Biologia, que é sua matéria escolar preferida.

[5] O relato é apresentado na primeira pessoa do singular, pois inclui as provocações, intervenções e reflexões da primeira autora, desenvolvidas ao longo das discussões no grupo de *Whatsapp*.

REnCiMa, São Paulo, v. 13, n. 2, p. 1-19, abr./jun. 2022

Figura 1: Questão 151 de matemática do caderno rosa da aplicação regular do ENEM 2020

Questão 151 2020enem2020enem2020enem

Um grupo sanguíneo, ou tipo sanguíneo, baseia-se na presença ou ausência de dois antígenos, A e B, na superfície das células vermelhas do sangue. Como dois antígenos estão envolvidos, os quatro tipos sanguíneos distintos são:

- Tipo A: apenas o antígeno A está presente;
- Tipo B: apenas o antígeno B está presente;
- Tipo AB: ambos os antígenos estão presentes;
- Tipo O: nenhum dos antígenos está presente.

Disponível em: http://saude.hsw.uol.com.br. Acesso em: 15 abr. 2012 (adaptado).

Foram coletadas amostras de sangue de 200 pessoas e, após análise laboratorial, foi identificado que em 100 amostras está presente o antígeno A, em 110 amostras há presença do antígeno B e em 20 amostras nenhum dos antígenos está presente.

Dessas pessoas que foram submetidas à coleta de sangue, o número das que possuem o tipo sanguíneo A é igual a

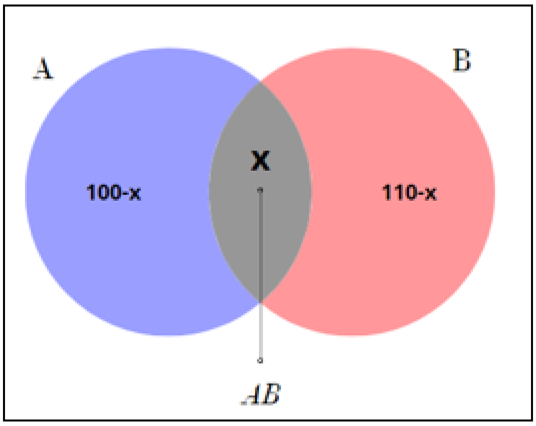
Ⓐ 30.
Ⓑ 60.
Ⓒ 70.
Ⓓ 90.
Ⓔ 100.

Fonte: Brasil (2020).

O enunciado trata de amostras de sangue de 200 pessoas, sendo que em 100 delas está presente o antígeno A, em 110 há a presença do antígeno B e em 20 amostras nenhum dos antígenos. A questão pergunta quantas dessas pessoas possuem o tipo sanguíneo A. Uma possibilidade de resolução seria organizar o pensamento por meio de um diagrama de Venn, representando os conjuntos das amostras, respectivamente, com antígenos A e B e a intersecção entre eles, o conjunto das amostras do tipo AB. As amostras do tipo O, como não apresentam antígenos, ficariam fora do diagrama. Com isso, por meio de equações, seria possível encontrar o tamanho do grupo de pessoas com o tipo sanguíneo AB e, daí, encontrar a informação sobre o tipo sanguíneo A, como na Figura 2.

REnCiMa, São Paulo, v. 13, n. 2, p. 1-19, abr./jun. 2022

Figura 2: Sugestão de resolução da questão 151



$$(100 - x) + x + (110 - x) = 180$$
$$210 - x = 180$$
$$x = 210 - 180$$
$$x = 30$$
$$Sabendo\ que\ x = 30, fazemos$$
$$A = 100 - 30$$
$$A = 70, \quad alternativa\ \mathrm{C}.$$

Fonte: Elaborada pela primeira autora.

Após a aluna postar a questão no grupo, perguntei aos estudantes: “Como podemos começar a pensar nessa questão?”, para darmos início à discussão. Combinei com eles que o foco não deveria ser descobrir a resposta final, mas pensar em todo o raciocínio até chegarmos à alternativa correta, pois eu estava interessada em observar os processos que iriam desenvolver até a conclusão. Assim, os alunos começaram a dialogar no grupo conforme transcrições abaixo, nas quais os nomes foram alterados para preservar suas identidades.

> *Alfa: Estava lendo aqui. 200 pessoas, com 100 [com antígeno] A, 110 [com antígeno] B e 20 com nenhum. E temos que chegar em quantas são [tipo sanguíneo] A.*
> *Beta: Acho que tem alguma coisa escondida aí.*
> *Alfa: Como descobrir quais dessas 200 [amostras] são puro A e não AB?*
> *Alfa: Porque obviamente não dá para só falar que 100 são A. A soma não fecha. Porque aí teria 110 B e 20 com nenhum. 230. De 200.*
> *Alfa: Tem que fazer algo a mais.*
> *Liliane: E tu viu que a alternativa e) é justamente 100?*
> *Beta: Bah, sora, quem não se liga nessa soma, que dá 230, já cai direto.*

Consideramos muito interessante a ideia inicial do aluno Alfa, de realizar a soma de todos os valores apresentados e perceber que a resposta não era 100 e, assim, observar que os dois conjuntos – amostras com antígeno A e tipo A – não são iguais. Também, com esse raciocínio de Alfa, foi possível chamar a atenção para o fato de haver uma alternativa correspondente a essa resposta incorreta.

> *Alfa: Meu chute inicial seria 70, mas sinto que nessa [questão] chutar pode acabar errado. Mas que cálculo dá para usar para descobrir quantos são puro A?*
> *Beta: Eu chutaria 60.*
> *Alfa: Por que 60?*
> *Liliane: Me expliquem esses chutes aí... 70 e 60.*
> *Gama: Ai, e agora, não faço ideia de qual seria a conta pra ver quais são os puros.*
> *Beta: Espera aí que eu vou fazer no computador.*
> *Alfa: Eu pensei 70 porque aí fica 10 AB, 20 O, 100 B e 70 A.*
> *Alfa: Caindo certinho em 200 pessoas. Mas o problema é que poderiam ser 20 AB, 90 B, 60 A e 20 O.*

Alfa: Ou fazer algo parecido pra ficar 30.

O aluno Alfa estava, a partir de tentativa e erro, buscando valores que resultassem na soma total de 200 amostras, conforme o enunciado. Nessa tentativa, ele não estava considerando a condição de que há 100 amostras com antígeno A, e, por exemplo, na sugestão de Alfa, sendo 20 AB, 90 B, 60 A e 20 do tipo O, teríamos somente 80 amostras com antígeno A (20 do tipo AB e 60 do tipo A). Com isso, Alfa conclui que a resposta correta seria uma das alternativas *a*, *b* ou *c*, mas escreve que não saberia dizer qual delas. Ao ser questionado do porquê de a resposta correta não poder ser *d* ou *e*, o aluno explicou:

Alfa: Porque na D, fazendo a soma total, 90 A, 100 B, 10 AB e 20 O, dá 220. É mais pessoas do que as que fizeram o teste. E o mesmo vale para a E.
Liliane: Mas por que são 10 AB?
Alfa: Por que tem 110 Bs e 100 As. Então tem no mínimo 10 ABs.

Nesse momento, Delta, que até então não tinha se manifestado, envia uma mensagem para o grupo com um cálculo pronto.

Delta: Eu acho que é a resposta C, na minha cabeça funciona assim 200 - 20 = 180 e 180 - 110 = 70. É isso?

Percebi que a resposta de Delta, 70 amostras do tipo A, estava correta, e perguntei aos alunos: *"o que acham disso que a Delta fez?"*. Nesse momento, a aluna interpretou a minha pergunta como se eu estivesse sugerindo que a resposta dela estava incorreta e falou: *"É que na minha lógica, não tem como saber os [de tipo] AB, então como perguntou dos A, eu tirei tudo que não era A. Que vergonha!"*. Ela considerou o total de amostras, 200, e fazendo a subtração 200 - 20 excluiu as amostras com o tipo O, chegando ao resultado de 180 amostras com algum antígeno. Dessas 180, ela retirou 110 que era o total de amostras que, segundo o enunciado, continham o antígeno B. Restando apenas 70 amostras, que eram justamente as que continham somente o antígeno A. A resolução estava perfeita e era muito mais simples do que aquela que eu havia pensado, utilizando as equações oriundas do diagrama. A aluna me surpreendeu, pois eu não havia pensado nessa solução.

Percebendo que os demais alunos se mostravam indecisos, não informei no grupo que a resolução de Delta estava correta. Gostaria que eles discutissem mais, até que todos tivessem convencidos da resposta. O argumento dos outros alunos era de que no cálculo da Delta não era possível determinar o valor exato de amostras com sangue do tipo AB. O que eles não perceberam é que essa informação sobre as amostras de sangue tipo AB não era necessária na resolução da aluna, embora, na

REnCiMa, São Paulo, v. 13, n. 2, p. 1-19, abr./jun. 2022

REnCiMa
Revista de Ensino de Ciências e Matemática

estratégia de solução que eles estavam construindo, esse fosse um dado relevante. Eles precisavam dessa informação para visualizar toda a situação, e sem ela não poderiam verificar se a resposta da colega estava correta.

Nesse momento, Beta propõe uma ideia diferente: *“Teria que isolar o* x *e tal pra achar a quantidade de AB, mas eu não sei como montar”*. Essa era uma tentativa de resolução por equacionamento, na qual a incógnita *x* seria, justamente, o número de amostras com antígenos A e B, o que era válido caso a equação obtida estivesse correta. Apesar da ideia de Beta, os alunos escolheram outro caminho, uma tentativa de resolução utilizando regra de três. Além de não ser uma questão envolvendo grandezas proporcionais, de modo que o uso da regra de três não faria sentido, os alunos começaram a pensar em organizar a solução utilizando porcentagens.

> *Delta: Ai meu Deus, esqueci que pode fazer regra de 3.*
> *Alfa: Vai Delta, salva o dia!*
> *Alfa: Acho que a regra de 3 pode funcionar mesmo.*
> *Ômega: Falei que resolvia tudo.*
> *Alfa: Com X sendo AB. Meu deus.*
> *Ômega: Então seria, tipo 210 é 100%?*
> *Alfa: Não, 100% é 200. São 200 pessoas.*
> *Ômega: Mas não seria 180? Já que os 20 são garantidos que são O.*
> *Alfa: Mas 100% das pessoas que fizeram o teste são 200.*
> *Liliane: Por que essas porcentagens?*
> *Alfa: Eu não sei, mas chegamos à ideia de regra de três, no caso. Delta salvadora jogou na mesa.*
> *Ômega: Agora, a sora mandar esse “por que porcentagem”, perdi a esperança. Estamos indo na contramão.*
> *Liliane: Hahahaha... continuem, vamos ver se funciona!*

Então, eu insisti com os alunos para que continuassem o seu raciocínio, esperando que eles percebessem que o caminho escolhido não era o mais adequado. Alfa escreve no grupo a representação abaixo, da montagem da regra de três que acreditava solucionar a questão.

$$\mathbf{100\% - 200}$$
$$\boldsymbol{X - AB}$$

Quando vi esse esquema, fiquei, ainda mais, querendo dizer a eles que esse caminho não os levaria à solução da questão, pois estavam trabalhando com duas incógnitas, X e o número de amostras AB, além de escrever o valor em percentual. Muitas vezes, eu deixava o celular de lado para resistir à tentação de ajudá-los. Eles estavam indo por um caminho sem saída. Mas, o que acontece quando chegamos a um caminho sem saída? Voltamos. Então, resolvi esperar e ver o que ia acontecer quando eles começassem a tentar resolver a proposta do Alfa. E foi realmente o que

REnCiMa, São Paulo, v. 13, n. 2, p. 1-19, abr./jun. 2022

aconteceu, o próprio aluno percebeu e logo retificou: “Não, não, nada a ver. Não vai funcionar. Meu Deus. Delta vem, salva o dia de novo”. Delta começou, então, a tentar auxiliá-los na montagem da regra de três, mas avisando que, como a escrita deles envolvia porcentagem, ela não sabia como resolver.

Delta: Seria 100% o 180, não? Já que a gente sabe que pelo menos 20 são [tipo] O.
Alfa: Olha, já são 2 pessoas que me falaram isso. Então sim, sou minoria agora.
Delta: Calma, meus dois neurônios estão brigando aqui.
Alfa: Acho que vocês estão certos. Não tem por que jogar o [tipo] O para o ringue.
Delta: Vou tentar fazer.
Ômega: Eu também.
Delta: Tu colocaste porcentagem, aí fiquei perdida.
Alfa: Coloquei?
Delta: Colocaram.
Liliane: Faz do jeito que tu tinhas pensado, Delta! Cada um faz do seu jeito e depois a gente vê.

A aluna Delta percebeu que incluir porcentagem nessa regra de três não era uma boa ideia, visto que não estávamos buscando uma resposta em percentual. Enquanto isso, o aluno Ômega enviou uma mensagem de áudio para o grupo, explicando que o passo seguinte ficaria 100AB = 180X, o que era impossível de resolver. Então, Alfa reafirmou que, com certeza, sua resolução estava errada. O aluno Ômega é considerado, pelos demais, um aluno com grande destreza com a matemática, e quando se posiciona, não é contestado pelos outros. Percebo, aqui, a importância da validação do colega, já que sempre buscam sua opinião para validarem seus próprios raciocínios.

Nesse momento, o aluno Alfa mostra como, em sua visão, deveria ser organizada a regra de três.

Alfa: A gente não sabe a porcentagem do AB. Nem o valor do AB. A gente sabe que 100% é 180. Mas não sabe aquelas outras duas informações. Se estamos tentando montar regra de 3, seria:
Alfa: Porcentagem total - Valor dela
Porcentagem que estamos tentando descobrir - Valor dela
Ou
Porcentagem total - Valor dela
Porcentagem - Valor que tem que descobrir.
Alfa: Mas a gente não tem a porcentagem de AB nem o valor de AB. Pelo menos como eu vejo, não tem muito como montar a regra de 3 aqui.

Pela explicação de Alfa sobre como aplicar uma regra de três, podemos perceber que ele acredita sempre ser necessário incluir os valores em percentuais na organização dos dados. E sabemos que isso não procede. Eu seguia esperando, ansiosamente, que alguém chegasse a essa conclusão.

REnCiMa, São Paulo, v. 13, n. 2, p. 1-19, abr./jun. 2022

Ômega: Tá. A gente sabe que são 180 pessoas. Juntando A e B a gente tem 210 amostras. Eu acho que isso é alguma coisa. Porém, eu sou um troglodita, duvido que esteja certo. [Áudio transcrito]
Gama: Para de se rebaixar, Ômega. Te considero inteligente, se tu não te achas inteligente o que sobra para mim? Sou péssima em matemática.

E segue o diálogo:

Gama: Por que vocês colocaram porcentagem?
Delta: É o que estou me perguntando até agora.
Ômega: Cara, não estou entendendo mais nada.
Beta: Também não entendi por que tem porcentagem.
Gama: Agora eu virei a sora, só faço perguntas. A diferença é que ela sabe fazer.
Ômega: Tá, tem 200 pessoas, sendo que dessas 200, 20 é confirmado que são O. Então a gente tem 180. E vai ter que diminuir essas 210 amostras para ver quantas têm AB. De 210 pra 180, na teoria tem no mínimo 30 AB. [áudio transcrito].
Liliane: Por que no mínimo e não exatamente?
Ômega: Não faz pergunta difícil, sora!!

Ômega tinha acabado de calcular corretamente o número de amostras do tipo AB, fazendo 200 – 20 = 180 e 100 + 110 – 180 = 30. Sabendo que há 30 amostras na intersecção entre os conjuntos de amostras com antígeno A e com antígeno B, bastaria tomar o total de amostras com antígeno A, que são 100, e diminuir 30, que são as amostras com sangue do tipo AB. Logo, chegaria a 100 – 30= 70, que é o número de amostras de sangue do tipo A, respondendo à questão com a alternativa correta, *C*. O aluno, apesar de encontrar a quantidade de amostras de AB, não conseguiu, nesse momento, continuar seu raciocínio para completar a questão.

Gama: Mas o total tem que ser 200, né.
Liliane: São 200 pessoas no total.
Gama: Espera. E se eles tiraram tipo várias amostras de cada pessoa?
Beta: Também pensei nisso.

Alguns alunos, provavelmente buscando novas pistas para a resolução da questão, começaram a refletir sobre o problema, cogitando a possibilidade de que pudesse haver *mais de uma amostra para cada pessoa*. E eles tinham razão nessa cogitação, pois a informação de que havia apenas uma amostra por pessoa não estava dada no enunciado.

Liliane: O que vocês acham disso que a Gama falou, de ter mais de uma amostra de sangue para cada pessoa?
Sigma: Eu acho que pode ter sora, porque normalmente quando a gente faz exame de sangue eles tiram mais de uma amostra.
Beta: Eu pensei isso também, porque acabou tendo mais amostras do que pessoas.
Gama: Sim porque eu acho é que tem mais de uma amostra pra cada pessoa e a gente tem que achar o valor de AB.
Gama: Como fazer isso? Não sei, meus dois neurônios não estão funcionando.
Sigma: Será que tem que fazer o quanto tem de amostras a mais de pessoas?
Beta: Até quantas amostras uma pessoa pode ter?
Sigma: Acho que isso depende. Já vi pessoas que tiraram 4 amostras.

REnCiMa, São Paulo, v. 13, n. 2, p. 1-19, abr./jun. 2022

Gama: Pensei que, sei lá, cada uma podia ter 3.
Sigma: Vamos deixar 3 porque acho que é mais comum.

O aluno Alfa acaba interrompendo a discussão sobre haver mais de uma amostra para cada pessoa, com uma fala que merecia atenção:

Alfa: 10 AB, 100 B, 70 A e 20 O, aí a resposta é C
20 AB, 90 B, 60 A e 20 O, aí a resposta é B
50 AB, 100 B, 30 A e 20 O, aí a resposta é A
Alfa: Qualquer um desses pode estar certo.
Liliane: Mas segundo o Ômega, podem ser 30 AB. Aí não se encaixa em nenhuma das tuas opções.
Alfa: 30 AB, 20 O 80 B 70 A.
Alfa: Dá para fazer também. Mas porque isso é mais certo que 10 AB, 100 B, 70 A e 20 O?
Alfa: Eu acho que não entendi.

Alfa, ao retomar as opções levando em conta apenas tentativas de incluir o valor para o tipo AB no total de 200 amostras, estava novamente deixando de lado a informação contida no enunciado de que havia 100 amostras com antígeno A. Em nenhuma das três opções que ele descreveu acima essa condição se mantém. Mas ele parecia não perceber isso, e resolvi intervir.

Liliane: Alfa, nessa opção aqui: 10 AB, 100 B, 70 A e 20 O, quantas amostras têm o antígeno A?
Alfa: 100? Eu acho.
Alfa: Espera.
Alfa: Meu deus.
Alfa: Eu sou um acéfalo.
Alfa: Sou um idiota.
Alfa: É isso. Perdi. Deixo pro povo.
Ômega: Eu vou comer pinhão, depois eu volto.
Alfa: Toda luta já saiu da minha alma, sora. Depois dessa, então...

Com a dissidência de Alfa, após perceber que não estava levando em consideração a informação sobre a quantidade de amostras com antígeno A, e a saída de Ômega para comer pinhão, Gama trouxe uma ideia, voltando à sugestão de haver mais de uma amostra de sangue por pessoa.

Gama: 100 + 110 + 20 = 230. Como o problema diz que tem 200 amostras, acho mesmo que tem mais de uma amostra por pessoa.
Gama: Cadê o Alfa? Salva nós.
Alfa: Estou aqui. Tão murcho quanto um balão que a criança desenroscou.
Sigma: Acho que por pessoa não, porque teria que ser o dobro de 200 e não 230.
Sigma: E se esses 30 a mais forem do AB? Acho que estou viajando.
Sigma: Mas sora, acho que não estou viajando não, porque tem 30 amostras a mais que pessoas. E o único que não tem informação é o AB.
Beta: É mesmo.
Sigma: Então só liguei uma coisa na outra. Mas não deve estar certo.
Sigma: Essas 30 amostras podem ser também de pessoas que ficou confuso pra eles o tipo sanguíneo e tiveram que refazer.

Beta: Temos 210 amostras com A e B. E se a gente tem que tirar as amostras AB desses 210 e depois as amostras só B e aí vai ter o A?
Delta: Continuo achando que é a C.
Gama: Eu não gosto de matemática.
Alfa: Ela é dolorosa.

O interessante é que, ao mesmo tempo em que eles consideram a possibilidade de haver mais de uma amostra por pessoa, continuam tentando resolver a questão como se houvesse apenas uma amostra. Após esse debate, não tivemos mais interações no grupo. Estávamos discutindo há quase duas horas e, provavelmente, eles estavam cansados. Ainda tentei trazê-los de volta à interação, mas sem sucesso. Então, propus que continuássemos a discutir a questão na semana seguinte, e com isso eles teriam um tempo a mais para refletir sobre o que já tínhamos resolvido e estratégias para continuar.

No dia combinado, perguntei se alguém havia tido mais alguma ideia para resolver a questão e Alfa se manifestou no grupo dizendo que não tinha “a mínima ideia de como encontrar o valor exato do AB”. A aluna Beta também se posicionou, dizendo que não sabia e que “chutaria na C”. “Essa questão destruiu a minha alma”, falou Alfa. Propus, então, para nossa organização, trazer para a discussão alguns resultados importantes de terça-feira:

Liliane: Pessoal, vou trazer para cá algumas coisas. Começando com a resolução da Delta: “Eu acho que é a resposta C, na minha cabeça funciona assim (200 - 20 = 180 e 180 - 110 =70)”

A minha ideia era insistir nesse caminho, de modo que eles percebessem que estava correta, e discutíssemos a respeito, já que não havia sido produzida nenhuma outra forma completa de resolução. Mas eles estavam fixados na ideia de que era necessário encontrar o valor exato do número de amostras do tipo AB e não estavam convencidos pela argumentação de Delta.

Alfa: Pode ser A, B ou C, e eu acho que ninguém encontrou uma maneira de ter certeza na quantidade do AB. Então acho que é a C mesmo.
Liliane: Olhem aquela resolução da Delta, o que acham dela?
Alfa: Olha, eu concordo com o resultado final. Eu tinha achado de maneira diferente na primeira vez que fiz. Eu concordo com a resolução que é 70.
Alfa: Mas eu não tenho a mínima ideia de como descobrir o valor exato do AB.
Alfa: Seria 30 AB, 70 A, 80 B e 20 O. Porque têm 110 B e 100 A.
Alfa: E para fechar 200 precisa no mínimo 30 AB.
Liliane: Porque no mínimo e não exatamente 30? Se são 200 amostras.
Alfa: 40 AB, 60 A, 20 O 80 B não funcionaria também?

O aluno Alfa, desde o início, tem dificuldade de chegar a uma conclusão. Nesse diálogo, ele insiste que são, no mínimo, 30 amostras de sangue AB, quando são exatamente 30. Na segunda hipótese sugerida pelo aluno, haveria 40 amostras do tipo AB e 80 do tipo B, resultando em 120 amostras que contêm antígeno B e não 110, como diz o enunciado.

> *Delta: Eu confio na minha conta [explicada anteriormente]. É isso.*
> *Liliane: Delta, explica para o pessoal o que tu fizeste na tua conta?*
> *Delta: Tenho que ir no mercado, sora, depois eu volto.*
> *Alfa: Isso não funcionaria. Porque aí teria 20 Bs a mais que AB. Meu Deus. [Referindo-se a 40 AB, 60 A, 20 O, 80 B]*
> *Alfa: Com isso concluo: é exatamente 30 AB.*
> *Liliane: Certeza disso?*
> *Alfa. Não, eu tinha certeza do 10 AB antes, e fiquei a aula inteira sem me tocar no erro que tinha.*
> *Liliane: Quero um veredito!*
> *Alfa: Mas tem que ser 30 ABs. Porque menos que isso pode não funcionar. E se for mais que 30 fica com mais B do que pode ter.*
> *Liliane: Então se forem 30 mesmo, como a gente continua pra achar o A?*
> *Sigma: Acho que diminui esses 30 do 100. A resposta é C sora. Bato meu martelo.*
> *Beta: Vendo essas contas também acho que é a C.*
> *Liliane: Então a conta da Delta estava certa?*
> *Alfa: Ela desconsidera o texto e contexto. Talvez eu esteja "noiando". Ah, deixa sora, deve estar certo. A lógica já foi pro lixão.*
> *Sigma: Acho que pode estar certa, mas ela fez de uma forma diferente.*
> *Alfa: Quantos anos foram gastos nessa questão? 84 anos. Me sinto fisicamente mais velho.*
> *Liliane: A resposta da Delta está correta, e vocês mostraram outra maneira de resolver. E essas duas maneiras que vimos aqui ainda são diferentes da maneira como eu havia pensado em resolver essa questão. Muito bom!*
> *Sigma: Estou me sentindo muito inteligente!*
> *Beta: Então tinha várias maneiras de achar o resultado.*
> *Delta: A minha estava certa? Ai meu deus, vou chorar.*
> *Delta: Vocês não levaram fé em mim.*
> *Alfa: Não levamos. Tu foste tipo jesus, e nós éramos os romanos.*

Com isso, encerramos a discussão sobre essa questão. Mostrei aos alunos a resolução por meio do Diagrama de Venn e eles disseram que essa era uma maneira mais trabalhosa de lidar com a questão. Percebi que sempre que uma resolução envolve álgebra, eles a rotulam como mais difícil, complicada, trabalhosa.

4 Análise da discussão

Para este trabalho, buscávamos pistas sobre como a resolução e a discussão das questões, da maneira como foram propostas, poderiam colaborar para o desenvolvimento do pensamento crítico dos alunos e de que modo isso acontecia. Ao longo da discussão, encontramos alguns elementos de reflexividade nas falas dos alunos, quando eles se dispuseram a pensar e refletir sobre a questão apresentada, não somente buscando a resposta final.

Segundo Skovsmose (2014), os estilos das redações das questões comumente apresentadas nas escolas “parecem tomar a forma de longas sequências de ordens”, como: “resolva isso”, “calcule aquilo”. E os alunos apenas as executam, praticando uma “obediência cega que os habilita a participar de processos de produção em que a execução de ordens sem questionamento é um requisito essencial” (SKOVSMOSE, 2014, p. 19). Logo no início da discussão, o aluno Alfa suspeitou que havia algo “escondido” na questão. Em vez de iniciar a resolução fazendo cálculos, como se o enunciado fosse uma sequência de ordens, ele se questionou sobre a validade e importância das informações ali contidas, mostrando uma postura reflexiva.

Após a aluna Delta apresentar a sua resolução (200 – 20 = 180 e 180 – 110 = 70), que não foi convincente para os demais alunos, demonstrou se convencer com facilidade de que havia um erro na sua resposta. Segundo Silva (1999),

> A prática mais comum em Matemática parece ser aquela em que o professor cumpre seu contrato dando aulas expositivas e passando exercícios aos alunos; em suas aulas ele deve selecionar partes do conteúdo que o aluno possa aprender e propor problemas cujos enunciados contenham os dados necessários e tão-somente esses, cuja combinação racional, aliada aos elementos da aula, permite encontrar a solução do problema (SILVA, 1999, p. 45).

O professor, em sala de aula, seguindo o contrato didático mencionado pelo autor, apresenta a sua resolução como sendo a maneira para resolver a questão, e, portanto, a maneira descrita como “correta”. O nosso “não encerramento” e a chamada para a continuação da discussão, mesmo após a resposta correta da aluna, levou-a a duvidar do seu raciocínio, possivelmente, devido a essa ruptura de contrato. A mesma situação aconteceu com os demais alunos ao questionarem a resolução da colega, demonstrando certeza de que “faltava algo”, já que ela não seguiu o caminho que eles haviam iniciado. A resolução dela não os convenceu.

A aluna Delta teve autonomia para encontrar uma resolução sozinha, buscando e seguindo um caminho diferente dos outros colegas. Ela argumentou com eles sobre o seu raciocínio, mas não encontrou acolhida. Ao não se sentir compreendida, desistiu da sua resposta.

Delta mostrou-se dependente do julgamento da autoridade, pois teve autonomia para chegar à resposta, mas essa autonomia não foi suficiente para desconfiar da professora e dos colegas. Ao descobrir, ao final da discussão, que o desenvolvimento do seu raciocínio estava correto, mostrou-se bastante emocionada

REnCiMa, São Paulo, v. 13, n. 2, p. 1-19, abr./jun. 2022

e, também, desapontada por não ter conseguido convencer os colegas. Quando um aluno percebe que fez algo correto, ele se sente "mais inteligente" e isso se deve ao papel social da matemática, já que essa ciência sempre recebeu reconhecimento e prestígio, na escola e fora dela. Segundo Skovsmose (2014), a matemática está entre os poucos gêneros de conhecimento que não tiveram sua importância questionada ao longo da história. De modo que ter conhecimento matemático é considerado como uma vantagem e uma potencialização pessoal, o que explica os sentimentos de Delta ao receber um resultado positivo sobre seu raciocínio.

Uma das estratégias escolhidas para a discussão no grupo era não informar aos alunos se estavam no caminho certo para a resolução. Nesse contexto, tivemos um momento interessante protagonizado pelo aluno Alfa, em que ele mesmo percebe seu erro. Alfa elabora uma conjectura de que a composição das amostras poderia ser de 40 de tipo AB, 60 de tipo A, 20 de tipo O, 80 de tipo B. Mas ele mesmo percebe que essa composição não é válida, quando afirma: "Isso não funcionaria. Porque ai teria 20 Bs a mais que AB. Meu Deus." Para logo após concluir: "é exatamente 30 AB".

A aluna Gama, ao afirmar: "Agora eu virei a *sora*, só faço perguntas. A diferença é que ela sabe fazer kkkk", identifica-se com a professora ao perceber que o papel desta, nessa dinâmica, é o de "fazer perguntas". Isso mostra a posição adotada por eles em relação à argumentação, a partir da qual buscam explicar e entender todo o raciocínio do colega, para então se convencerem ou não da resolução. Eles não buscam apenas a resposta que "encaixa" e sim uma resolução correta e convincente.

Por fim, queremos dar aqui a devida importância ao questionamento dos alunos ao resolverem a questão, de que poderia estar implícita a existência de amostras de sangue "repetidas", ou seja, mais de uma amostra para cada pessoa. Suposição que, se confirmada, implicaria na inviabilidade da resolução da questão. Ao supor que poderia haver mais amostras para cada pessoa, podemos imaginar que estavam pensando criticamente, pois é ensinado, segundo Skovsmose (2014) que,

> Toda informação contida no enunciado deve ser recebida como algo fechado, exato e suficiente. Ou, mais especificamente, as informações do exercício são compreendidas como necessárias e suficientes para resolvê-lo. Dada essa informação, é possível (e legítimo em aulas de matemática) calcular *a* solução correta. Os alunos não precisam buscar mais informações. (SKOVSMOSE, 2014, p. 19).

REnCiMa, São Paulo, v. 13, n. 2, p. 1-19, abr./jun. 2022
Revista de Ensino de Ciências e Matemática

Quando a aluna Sigma afirma: “Vamos deixar 3 porque acho que é mais comum” e “Essas 30 amostras podem ser também de pessoas que ficou confuso pra eles o tipo sanguíneo e tiveram que refazer”, ela parece acreditar que o enunciado traduz a realidade. Desse modo, seria válido tomar como verdadeira uma informação trazida do seu cotidiano e, com isso, solucionar a questão. A aluna mostra uma vontade de ajustar a situação aos números. Acreditamos que essa questão seria passível de anulação, pois, realmente, se considerarmos mais de uma amostra por pessoa, chegaríamos a uma indeterminação que inviabilizaria a resolução.

5 Considerações finais

A discussão da questão sobre as amostras de sangue foi seguida por outras. Com o prosseguimento das interações, observamos que a atitude dos alunos foi se modificando frente às questões, que já não eram encaradas, desde o início, como difíceis. Também, foi diminuindo ao longo do tempo, a necessidade de identificação do conteúdo escolar a que cada questão se referia e que se expressou, no episódio aqui referido, pela tentativa forçada de aplicar a regra de três na solução. Em outros momentos, os estudantes também se questionaram, como neste episódio, sobre o enunciado, possíveis interpretações e informações faltantes. Observamos, ainda, que os alunos demonstravam buscar não apenas a resposta correta, mas desejavam estar convencidos dessa resposta.

Ao longo das discussões, identificamos a presença forte da argumentação, que pode ser considerada um indício de um pensamento crítico e mais reflexivo por parte desses alunos. A argumentação é uma atividade utilizada na sociedade para sustentar um ponto de vista quando se deseja justificar ou refutar alguma ideia. Exige toda uma elaboração, organização e uma linha de raciocínio a ser seguida, que vai culminar na sua validação.

Na argumentação, o aluno tem a chance de expor seu ponto de vista, conectando informações que julga serem relevantes para a validação da sua ideia. Consideramos que o ambiente do *Whatsapp* favoreceu tal desenvolvimento, pois os alunos utilizaram a ferramenta para “pensar em voz alta”: em todas as questões, eles apresentaram o seu raciocínio, o que pensaram, suas dúvidas e até brincadeiras para descontrair, de modo que a impressão que temos é de que estávamos em uma roda de conversa e não em um grupo de *WhatsApp*.

Todos esses elementos nos mostram indícios de que o modo como discutimos e resolvemos as questões colaboraram para o empoderamento e desenvolvimento do pensamento crítico dos alunos, já que eles se mostraram mais reflexivos ao longo do trabalho, com as suas resoluções e argumentações.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio):** Documento Básico**.** Brasília: MEC/Inep, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Prova de Matemática do ENEM 2020**. Brasília: 2020. Disponível em: http://portal.inep.gov.br/provas-e-gabaritos. Acesso em: 15 dez. 2021.

CARNEIRO, Vera Clotilde Garcia. Contribuições para a formação do professor de matemática pesquisador nos mestrados profissionalizantes na área de ensino. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 21, n. 29, p. 199-222, 2008.

FERREIRA, Carlos Eduardo da Silva**. A questão de Matemática:** uma análise dialógica de provas do ENEM (1998-2018)*.* 2019. 351 f. Tese (Doutorado em Linguística e Língua Portuguesa) – Faculdade de Ciências e Letras. Universidade Estadual Paulista (UNESP). Araraquara.

SAMPAIO, Gabriela Thomazinho Clementino; OLIVEIRA, Romualdo Luiz Portela de. Dimensões da desigualdade educacional no Brasil. **Revista Brasileira de Política e Administração da Educação**, ANPAE, Porto Alegre, v. 31, n. 3, p. 511-530, 2015.

SILVA, Benedito Antônio da. Contrato Didático. *In*: MACHADO, Sílvia Dias Alcântara (Org.). **Educação Matemática:** uma introdução. São Paulo, 1999. p. 43-64.

SILVA, Daniella Thiemy Sada da. **Experiências de estudantes de escola pública com a matemática escolar e sua mobilização para o acesso ao ensino superior**. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2018.

SKOVSMOSE, Ole. **Educação Matemática e democracia***.* Campinas: Papirus, 2001

SKOVSMOSE, Ole. **Um convite à Educação Matemática Crítica***.* Campinas: Papirus, 2014.

TAVARES, Cristina Zukowsky. Teoria da resposta ao item: uma análise crítica dos pressupostos epistemológicos. **Estudos em Avaliação Educacional**, São Paulo, v. 24, n. 54, p. 56-76, 2013.