Recebido: 12/05/2022 ■ Aprovado: 12/07/2022 ■ Publicado: 06/09/2023

eISSN 2179-426X
10.26843/rencima.v13n4a23
Revista de Ensino de Ciências e Matemática

Números racionais e os documentos norteadores: o que nos mostram os livros do PNLD no período de 1980 – 2020

Maisa Iora[1]

Fabiane Cristina Höpner Noguti[2]

Resumo: Este trabalho é um recorte de uma dissertação de mestrado que foi realizada com base na pesquisa qualitativa e exploratória e que teve como objeto de estudo o Conjunto dos Números Racionais e suas diferentes personalidades. Com o intuito de melhor conhecer a trajetória desse conjunto e a forma como ele é exposto nos livros direcionados à Educação Básica pelo Plano Nacional do Livro e do Material Didático – PNLD, apresenta-se uma análise dos exemplares que abordam tal tema da coleção *A Conquista da Matemática* durante o período de 1980-2020. Nesse sentido, considerou-se o que os documentos oficiais de cada época apontaram em relação ao tema, a saber, as Propostas Curriculares Oficiais, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Com essa análise foi possível perceber que a coleção passou por modificações significativas em cada alteração de documentos norteadores, porém, coleções de décadas diferentes, mas de mesma orientação curricular mantiveram as mesmas características.

Palavras-chave: Números Racionais. Livros Didáticos. Documentos Norteadores.

Rational numbers and their guiding documents: what the PNLD books show us in the period 1980 – 2020

Abstract: This work is a clipping of a master's dissertation that was conducted based on qualitative and exploratory research and whose object of study was the Set of Rational Numbers and their different personalities. In order to better know the trajectory of this set and the way it is exposed in the books directed to Basic Education by the Plano Nacional do Livro e do Material Didático - PNLD, presents an analysis of the examples that address this theme of the collection *A Conquista da Matemática* during the period 1980-2020. In this sense, we considered what the official documents of each era pointed out in relation to the theme, namely, Propostas Curriculares Oficiais, Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) and Base Nacional Comum Curricular (BNCC). With this analysis it was possible to notice that the collection underwent significant modifications in each change of guiding documents, however, collections of different decades, but of the same curricular orientation maintained the same characteristics.

Keywords*:* Rational Numbers. Textbooks. Guiding Documents.

Números racionales y documentos orientadores: lo que nos muestran los libros del PNLD en el período 1980 - 2020

Resumen: Este trabajo es un recorte de una tesis de maestría que fue realizada con base en la investigación cualitativa y exploratoria y que tuvo como objeto de estudio el Conjunto de los Números Racionales y sus diferentes personalidades. Con el fin de

---

[1] Mestra em Educação Matemática e Ensino de Física. Professora da Escola Estadual de Educação Básica Padre Fernando. Rio Grande do Sul, Brasil. ✉ maisaioraa@gmail.com https://orcid.org/0000-0002-5610-4605.

[2] Doutora em Educação Matemática. Professora do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM). Rio Grande do Sul, Brasil. ✉ fabiane.noguti@ufsm.br https://orcid.org/0000-0001-6191-7232.

conocer mejor la trayectoria de este conjunto y la forma como se expone en los libros dirigidos a la Educación Básica por el Plano Nacional do Livro e do Material Didático - PNLD, se presenta un análisis de los ejemplares que abordan tal tema de la colección *A Conquista da Matemática* durante el período 1980-2020. En ese sentido, se consideró lo que los documentos oficiales de cada época apuntaron en relación al tema, a saber, las Propostas Curriculares Oficiais, Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) y Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Con ese análisis fue posible percibir que la colección pasó por modificaciones significativas en cada alteración de documentos norteadores, sin embargo, colecciones de décadas diferentes, pero de la misma orientación curricular mantuvieron las mismas características.

Palabras clave: Números Racionales. Libros Didácticos. Documentos Orientadores.

1 Introdução

De acordo com Cruz (2016), não é possível encontrar um ponto de partida, uma época, uma civilização específica para atribuir a invenção das frações ou do Conjunto dos Racionais. Ao longo da história da humanidade, diferentes povos deram suas contribuições para o desenvolvimento desse conhecimento matemático. (IORA, 2021).

Os conjuntos numéricos são organizados conforme suas características principais, no total são seis: naturais, inteiros, racionais, irracionais, reais e complexos. A ordem em que são apresentados é decorrente do fato de que alguns conjuntos são subconjuntos de outros, não sendo levado em consideração a construção histórica.

O Conjunto dos Números Racionais é o terceiro a ser estudado. A característica principal dos elementos que fazem parte deste conjunto é que todos os números podem ser escritos como relação entre inteiros (ONUCHIC; ALEVATTO, 2008), ou seja que podem ser expressos como em (1):

$$Q = \{\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{b}}, a, b \in \ Z\ , b\ \neq 0\} \tag{1}$$

Portanto, os números que compõe esse conjunto são: frações, números inteiros, números mistos, dízimas periódicas e decimais finitos.

Cruz (2014) aponta que os alunos têm o primeiro contato com o Conjunto dos Números Racionais nos anos iniciais do Ensino Fundamental, em que as atividades propostas são simples como por exemplo, identificar a fração utilizando a representação parte-todo, porém, construir, compreender e aprender as diferentes representações desse conjunto não é tarefa simples. Para os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) do Ensino Fundamental (BRASIL, 1998), uma explicação para essa dificuldade é que os alunos tentam associar as propriedades do conjunto dos Números

Racionais com as dos Números Naturais. Por exemplo, ao pensarmos na comparação entre os números: enquanto nos números naturais 3 > 2, nos números racionais $\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$, e essa confusão inicia pelo fato de que os alunos não veem as frações como um número, mas como dois, nesse caso, 1 e 2 ou 1 e 3.

Nesse sentido, consideramos que a relação entre dois inteiros descrita por $\frac{a}{b}$ pode apresentar diferentes significados de acordo com o contexto ao qual está inserido. Para Ripoll, Rangel, Giraldo e Roque (2015, p. 8): “[...] razão não é sinônimo de fração, razão não é igual a uma fração.” A partir dessa afirmação nos perguntamos: “quociente é sinônimo de razão ou fração?”, ou seja, o fato de serem denotadas igualmente (dois números inteiros separados por uma barra fracionária) significa que possuem a mesma interpretação? A resposta é “não” para a pergunta acima.

Considerando essas diferenças, elencamos as diferentes “personalidades” de um número racional que, de acordo com Onuchic e Allevato (2008), é descrito por: ponto racional, quociente, fração, operador e razão. Corroboramos com Onuchic e Allevato (2008, p. 85) quando afirma que “[...] para compreender esses diferentes significados é preciso considerar a teoria matemática à qual eles estão submetidos, a classe de situações do mundo real a que eles se aplicam, e as relações entre a teoria e estas situações.”

Diante disso, buscamos entender como esse conteúdo é apresentado ao aluno, em coleções distribuídas pelo PNLD – Plano Nacional do Livro e do Material Didático, em particular na coleção *A Conquista da Matemática* que está presente nas recomendações do PNLD desde sua primeira versão em 1985. Para isso, definimos o período de análise da referida coleção de 1980 a 2020, considerando suas diferentes representações e as mudanças curriculares e de orientações oficiais nesse período.

2 Procedimentos da Pesquisa

Este estudo é um recorte de uma pesquisa de mestrado[3] da primeira autora, orientado pela segunda, que investigou Aspectos históricos das diferentes representações dos Números Racionais (IORA, 2021) e foi desenvolvida com base na pesquisa qualitativa, bem como classificado como um estudo exploratório pois “[...]

---

[3] Este artigo é recorte de uma dissertação defendida no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), escrita pela primeira autora e orientada pela segunda autora.

têm como principal finalidade desenvolver, esclarecer e modificar conceitos e ideias, [...]” (GIL, 2008, p. 27). O delineamento desta pesquisa é bibliográfico sendo que “[...] ela é desenvolvida a partir de material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos.” (GIL, 2008, p. 50). Por fim, para a produção de dados, classificamos como análise de conteúdo, na qual foram identificadas três categorias a serem exploradas nos livros da coleção *A Conquista da Matemática*. Neste recorte, apresentamos as discussões relativas à terceira categoria de análise discutida na dissertação que busca compreender *“A coerência dos textos aos documentos norteadores nacionais no que se refere a objetivos, habilidades e competências para os anos/séries escolares que abordam o Conjunto dos Números Racionais”*.

Dos livros sugeridos pelo PNLD, foi escolhida a coleção *A Conquista da Matemática* de José Ruy Giovanni, Benedito Castrucci e José Ruy Giovanni Jr. por ser uma das “mais antigas e conhecidas” e também por ser a única que foi sugerida pelo PNLD em 1985 e que está presente na lista de 2020. Essa coleção ainda foi sugerida nos anos de 1988, 1992, 2002, 2005, 2011 e 2020, o qual está em vigor. Entretanto, nos anos de 2008, 2014 e 2017, ela não apareceu na lista.

Ao selecionarmos essa opção, propomo-nos a analisar um livro por década, ou seja, um para os anos de 1980, outro para os anos de 1990, outro para os anos de 2000, outro para os anos de 2010 e, também, o último livro sugerido no PNLD, de 2020. Com isso, foi possível perceber quais as mudanças em relação a apresentação do conteúdo olhando para as alterações ocorridas nas orientações curriculares brasileiras do mesmo período, levando em consideração as categorias elencadas para realização da análise dos livros didáticos.

Para isso, nas coleções avaliadas por décadas, enfatizamos os livros de 5ª Série ou 6º Ano e 6ª Série ou 7ª ano, anos em que se desenvolvem conceitos e conteúdos relativos aos Números Racionais.

3 Sobre os Documentos Norteadores

No período de 1980 a 2020, há três documentos como orientadores para a educação no Brasil. São eles: as Propostas Curriculares Oficiais da década de 1980, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), implementados em 1998, e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), vigente desde 2018.

Nesse cenário é importante ressaltar que, em 1971, foi promulgada a Lei de

Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), que reestruturou o sistema de ensino bem como os documentos curriculares. Na década de 1980, as Propostas Curriculares Oficiais, conforme Barreto (1995) tinha seus objetivos influenciados pelo Movimento da Matemática Moderna (MMM) e alguns documentos internacionais como, por exemplo, *Uma agenda para ação: recomendações para a matemática escolar da década de 1980*[4], organizado pelo Conselho Nacional de Professores de Matemática – EUA (NCTM[5]). Além disso, a autora salienta que cada estado era responsável por elaborar suas propostas curriculares, mas como elementos principais para a estruturação, todos deveriam ter objetivos, conteúdos e metodologia própria. Devido a autonomia dos estados, havia diferenças nos currículos.

> Em primeiro lugar, os currículos dividem-se em duas grandes famílias: os que ainda estão impregnados pela teoria dos conjuntos, e os que a eliminaram ou a reduziram ao mínimo. Entre os currículos deste último grupo temos, por exemplo, a proposta do Estado de São Paulo. No outro grupo, um caso extremo é a proposta do Estado do Amazonas, que se caracteriza por um tratamento dado à teoria dos conjuntos típico da matemática moderna. (BARRETO, 1995, p. 47).

A partir da afirmação de Barreto (1995) é possível perceber que alguns estados buscaram inovações enquanto outros ainda se baseavam nas orientações do MMM, porém, todas as propostas contemplam três campos matemáticos: números, medidas e geometria. Além disso, os conteúdos vão sendo aprofundados ao longo das séries, característica do modelo espiral de ensino.

Já em 1988, com a Constituição Federal e a elaboração do Plano Decenal de Educação, fica definida a obrigação da criação de parâmetros claros no campo curricular de forma a orientar a educação no país na esfera da educação básica. Com isso, em 1998, foi implementado os PCN, adequados aos ideais democráticos, buscando qualidade e melhoria de ensino em todo o país. Desta forma,

> Os Parâmetros Curriculares Nacionais constituem um referencial de qualidade para a educação no Ensino Fundamental em todo o País. Sua função é orientar e garantir a coerência dos investimentos no sistema educacional, socializando discussões, pesquisas e recomendações, subsidiando a participação de técnicos e professores brasileiros, principalmente daqueles que se encontram mais isolados, com menor contato com a produção pedagógica atual. (BRASIL, 1998, p. 13).

---

[4] An Agend for Action: Recommendations for School Mathematics of the 1980s. Disponível em: https://www.nctm.org/flipbooks/standards/agendaforaction/html5/index.html. Acesso em: 05 ago. de 2021.

[5] National Council of Teachers of Mathematics.

Em relação à Matemática, o documento apresenta uma divisão em Blocos de Conteúdos, a saber, Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas, e Tratamento da Informação. Ao estudar o bloco de Números e Operações,

> [...] o aluno perceberá a existência de diversas categorias numéricas criadas em função de diferentes problemas que a humanidade teve que enfrentar — números naturais, números inteiros positivos e negativos, números racionais (com representações fracionárias e decimais) e números irracionais. À medida que se deparar com situações-problema — envolvendo adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação —, ele irá ampliando seu conceito de número. Com relação às operações, o trabalho a ser realizado se concentrará na compreensão dos diferentes significados de cada uma delas, nas relações existentes entre elas e no estudo reflexivo do cálculo, contemplando diferentes tipos — exato e aproximado, mental e escrito. (BRASIL, 1998, p. 39).

Os PCN vigoraram desde o ano 1998 para o Ensino Fundamental, e para o Ensino Médio desde o ano de 2000, e foram substituídos em 2018 pela BNCC, um conjunto de orientações para auxiliar nas elaborações dos currículos escolares tanto de escolas públicas, quanto das privadas. O objetivo principal da sua criação foi garantir aos estudantes o direito de aprender um conjunto fundamental de conhecimentos e habilidades comuns em todas as escolas do país, com o intuito de reduzir as desigualdades educacionais existentes.

Sobre a Matemática, divide-se em cinco unidades temáticas, a saber, Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, e Probabilidade e Estatística. Entende-se que

> A unidade temática Números tem como finalidade desenvolver o pensamento numérico, que implica o conhecimento de maneiras de quantificar atributos de objetos e de julgar e interpretar argumentos baseados em quantidades. No processo da construção da noção de número, os alunos precisam desenvolver, entre outras, as ideias de aproximação, proporcionalidade, equivalência e ordem, noções fundamentais da Matemática. (BRASIL, 2018, p. 224).

Tanto o PCN como a BNCC estão apoiados na distribuição de material didático pelo governo federal de forma a oportunizar o acesso dos estudantes das escolas públicas às obras adotadas pelas escolas. O programa responsável por essa ação é o Plano Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD).

4 Análise da coleção em relação aos documentos norteadores

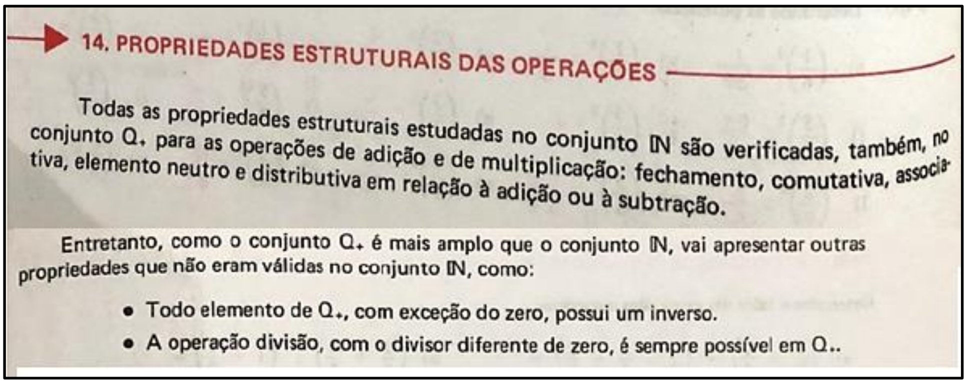
Para apresentar nossas reflexões, dividimos essa seção pelo documento norteador, ou seja, para os livros da década de 1980 cuja análise se dá considerando as propostas curriculares anteriores aos PCN, para as coleções das décadas de 1990 e 2000 as análises estão centradas nos PCN e, por fim, para a década de 2010 utilizamos a BNCC.

4.1 Propostas Curriculares Oficiais (1980)

Como mencionado anteriormente, as propostas curriculares não abordavam conteúdos específicos, ou seja, não havia orientações de quais eram os elementos principais no estudo do Conjunto dos Números Racionais. Porém, destacamos dois pontos importantes, que são os resquícios do MMM, muito presente nos livros da coleção *A Conquista da Matemática* desta década, e a inserção da Resolução de Problemas como uma proposta de inovação.

A Figura 1 apresenta um capítulo que aborda as propriedades estruturais das operações no livro da 5ª série.

Figura 1: Propriedades Estruturais das Operações



14. PROPRIEDADES ESTRUTURAIS DAS OPERAÇÕES

Todas as propriedades estruturais estudadas no conjunto $\mathbb{N}$ são verificadas, também, no conjunto $\mathbb{Q}_+$ para as operações de adição e de multiplicação: **fechamento, comutativa, associativa, elemento neutro e distributiva em relação à adição ou à subtração.**

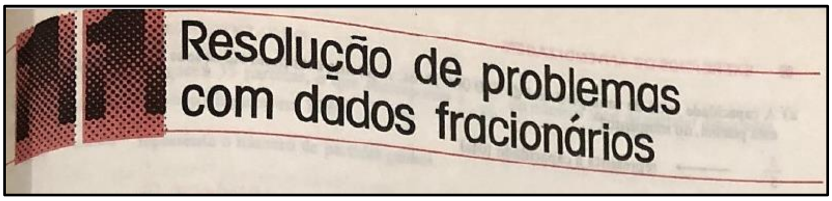
Entretanto, como o conjunto $\mathbb{Q}_+$ é mais amplo que o conjunto $\mathbb{N}$, vai apresentar outras propriedades que não eram válidas no conjunto $\mathbb{N}$, como:

- Todo elemento de $\mathbb{Q}_+$, com exceção do zero, possui um inverso.
- A operação divisão, com o divisor diferente de zero, é sempre possível em $\mathbb{Q}_+$.

Fonte: Digitalizado de Giovanni e Castrucci (1980, p. 142).

Como pode ser observado há influência do MMM, ao serem abordadas as propriedades estruturais na utilização de uma linguagem matemática mais rebuscada. Ainda no livro da 5ª série, há uma Unidade sobre Resolução de Problemas, como pode ser visto na Figura 2.

Figura 2: Unidade sobre Resolução de Problemas



11 Resolução de problemas com dados fracionários

Fonte: Digitalizado de Giovanni e Castrucci (1980, p. 147).

A inserção da Resolução de Problemas é uma proposta inovadora para o período, porém vale ressaltar que não estamos falando de uma metodologia de ensino e sim de resolução de problemas como parte de uma atividade matemática.

A introdução dos conteúdos se dá a partir de exemplos e definições, seguidos de exercícios. Podemos perceber que o livro está fundamentado no MMM, pois apresenta uma visão tecnicista, seguindo as propostas curriculares vigentes na época, cujo propósito descrito era tornar o conteúdo mais atrativo e compreensivo, porém que não obteve êxito em sua implementação (KLINE, 1976).

Embora as Propostas Curriculares já se voltassem à aprendizagem do aluno, a coleção da década de 1980 ainda se mostrou tímida em relação a esses objetivos.

4.2 Parâmetros Curriculares Nacionais (1998)

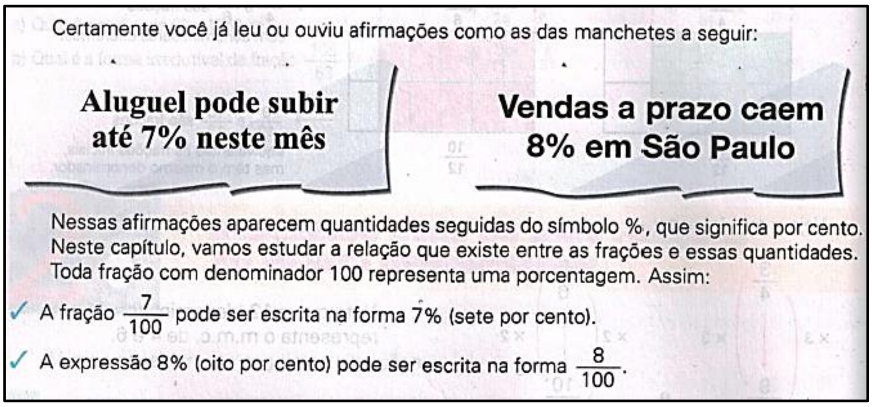
No que se refere aos Números Racionais, os PCN apresentam uma seção em texto corrido com os pontos principais que devem ser ensinados e algumas considerações a esse respeito. Para facilitar a análise, elencamos e distribuímos esses pontos em seis itens, sendo que para cada um deles apresentamos as propostas dos livros das décadas de 1990 e 2000.

1º - Abordagem das formas decimal, fracionária e percentual dos Números Racionais: além de saber fazer uso delas, deve ser explorado pelo livro de acordo com o contexto apresentado.

Os livros das décadas de 1990 e 2000 estão de acordo com o que propõe os PCN, ambas edições apresentam a forma fracionária e a forma decimal dos Números Racionais em dois capítulos distintos. Para exemplificar, no sumário do livro do 6º ano de 2009 apresenta-se um capítulo intitulado “A forma fracionária dos números racionais” e está constituído das seguintes seções: A ideia de fração; Resolvendo problemas que envolvem fração; Comparando números fracionários; Obtendo frações equivalentes; Reduzindo duas ou mais frações ao mesmo denominador; Adição e subtração; A forma mista; Multiplicação; Divisão; As frações e as porcentagens e Resolução de Problemas. Na sequência, o próximo capítulo aborda “A forma decimal dos números racionais” e está constituído das seguintes seções: Trocando dinheiro; Representação decimal e Propriedade geral dos números decimais.

A forma percentual também é abordada, como pode ser visto na Figura 3, com um exemplo retirado do livro da 5ª série de 1998.

Figura 3: Representação percentual/1998



Certamente você já leu ou ouviu afirmações como as das manchetes a seguir:

Aluguel pode subir até 7% neste mês

Vendas a prazo caem 8% em São Paulo

Nessas afirmações aparecem quantidades seguidas do símbolo %, que significa por cento. Neste capítulo, vamos estudar a relação que existe entre as frações e essas quantidades. Toda fração com denominador 100 representa uma porcentagem. Assim:

✓ A fração $\frac{7}{100}$ pode ser escrita na forma 7% (sete por cento).

✓ A expressão 8% (oito por cento) pode ser escrita na forma $\frac{8}{100}$.

Fonte: Digitalizado de Giovanni, Giovanni Jr e Castrucci (1998, p. 120).

2º - Utilização de fatos históricos envolvendo medidas que deram origem aos Números Racionais.

Os livros de 1998 e 2009 apresentam fatos históricos. Ambos indicam o surgimento das frações e a história dos números decimais. Na Figura 4 temos a primeira parte da introdução do capítulo referente ao surgimento das frações no livro da 5ª série de 1998.

Figura 4: Aspectos Históricos: Surgimento das frações/1998

A forma fracionária dos números racionais

Os números fracionários surgiram no momento em que o homem passou a sentir necessidade de medir.

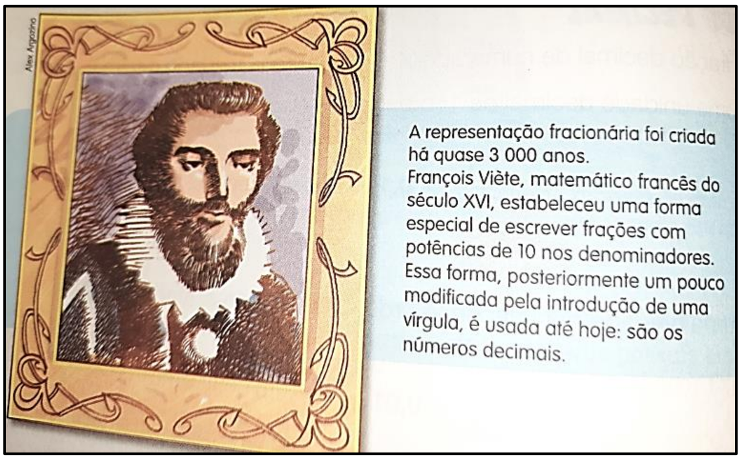
Se ele dividia um pedaço de corda em duas partes que tinham o mesmo comprimento, cada parte passava a ter a metade do comprimento da corda inicial. Se ele necessitava de três canecas d'água para encher um recipiente, cada caneca continha um terço da quantidade de água do recipiente.

Assim, o homem começou a usar os números fracionários, trabalhando inicialmente com frações de numerador 1, como $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ etc.

Fonte: Digitalizado de Giovanni, Giovanni Jr e Castrucci (1998, p. 100).

Além do surgimento das frações, como mencionado, os livros apresentam informações sobre as frações decimais. A Figura 6 ilustra esse fato histórico retirado do livro do 6º ano de 2009.

Figura 5: Aspectos Históricos: Frações decimais



A representação fracionária foi criada há quase 3 000 anos.
François Viète, matemático francês do século XVI, estabeleceu uma forma especial de escrever frações com potências de 10 nos denominadores. Essa forma, posteriormente um pouco modificada pela introdução de uma vírgula, é usada até hoje: são os números decimais.

Fonte: Digitalizado de Giovanni Jr e Castrucci (2009, p. 226).

3º - Devem ser trabalhados diferentes significados que envolvam os conceitos de relação parte/todo, divisão, razão e operador.

No livro da 5ª série do ano de 1998 foram identificadas a relação parte/todo que é o conceito de fração e em exemplos, o uso do operador. Sobre fração, o livro apresenta a seguinte definição:

> Dois números naturais a e b, com b ≠ 0, quando escritos na forma $\frac{a}{b}$ representam uma fração. Nesta fração: O número b indica em quantas partes iguais uma unidade foi dividida e é chamado denominador.
> O número a indica quantas dessas partes foram consideradas e é chamado numerador.
>
> O numerador e o denominador são os termos de uma fração. (GIOVANNI; GIOVANNI JR; CASTRUCCI, 1998, p. 103).

Podemos observar que os autores não utilizam o termo “parte de um todo”. Um dos exemplos que expressa o operador proposto por Giovanni; Giovanni Jr e Castrucci (1998, p. 107) é: “Caio ganhou uma coleção com 15 livrinhos de história. Já leu a terça parte da coleção. Quantos livrinhos Caio leu?” Como resolução para esse problema os autores explicam que a terça parte é igual a 1/3, e calcularam 1/3 de 15 que é mesmo que 15÷3 = 5.

Já no livro da 6ª série (1998) identificamos o conceito de razão. São apresentadas duas definições:

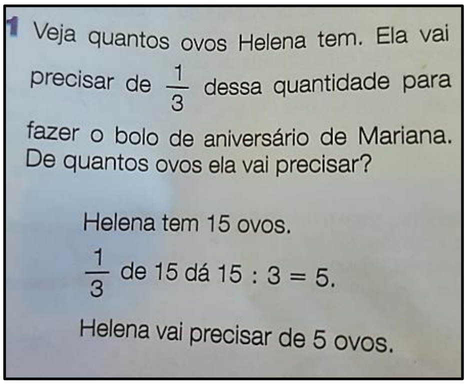
> Quando comparamos dois números através da divisão, [...], o resultado obtido chama-se razão entre esses dois números. Assim: Sendo a e b dois números racionais, com b ≠0, denomina-se razão entre a e b ou razão de a para b o quociente $\frac{a}{b}$ ou a∶b.
>
> A razão entre duas grandezas de mesma espécie é o quociente dos números que exprimem as suas medidas sempre tomadas na mesma unidade. (GIOVANNI; GIOVANNI JR; CASTRUCCI, 1998, p. 164-165).

É possível perceber que os autores interpretam razão como comparação entre grandezas. Salienta-se que não foi identificado o conceito de divisão proposto por Onuchic e Allevato (2008).

No ano de 2009, o livro do 6º ano também apresenta os conceitos de fração e operador. A definição de fração conforme Giovanni Jr e Castrucci (2009) é: “A palavra fração vem do latim *fractione* e quer dizer “dividir, quebrar, rasgar”. Fração, no dicionário, também quer dizer “porção”, “parte de um todo”. (GIOVANNI JR; CASTRUCCI, 2009, p. 163).

Pode-se observar que Giovanni Jr e Castrucci, no ano de 2009, utilizam o termo “parte de um todo”. Sobre o operador, o livro apresenta exemplos. A Figura 6 ilustra um desses exemplos.

Figura 6: Exemplo com o uso do operador/2009



1 Veja quantos ovos Helena tem. Ela vai precisar de $\frac{1}{3}$ dessa quantidade para fazer o bolo de aniversário de Mariana. De quantos ovos ela vai precisar?

Helena tem 15 ovos.

$\frac{1}{3}$ de 15 dá 15 : 3 = 5.

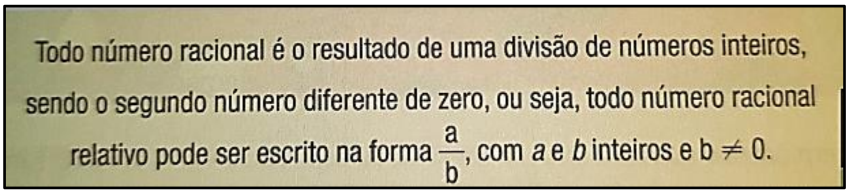
Helena vai precisar de 5 ovos.

Fonte: Digitalizado de Giovanni Jr e Castrucci (2009, p. 170).

O livro não denomina esse exemplo como operador, porém, segue as características da definição desse conceito.

Já o exemplar do 7º ano de 2009 apresenta os conceitos de divisão e razão. O primeiro foi identificado na definição de número racional, como pode ser visto na Figura 7.

Figura 7: Número Racional como resultado da divisão /2009



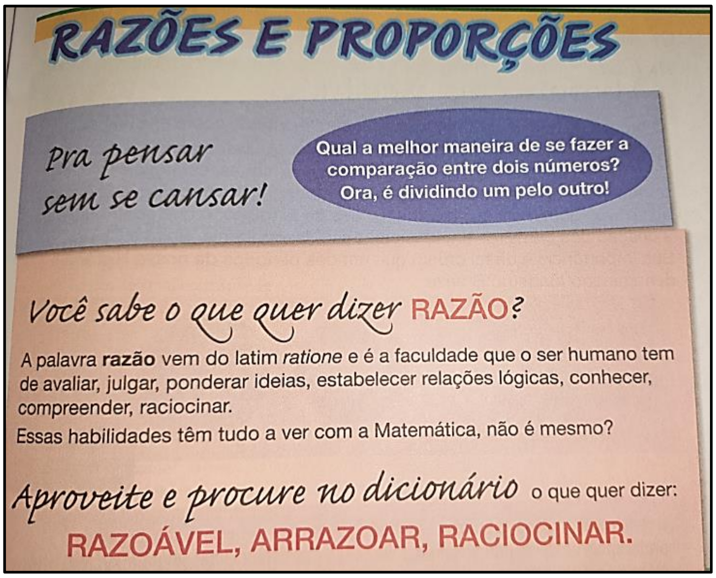
Todo número racional é o resultado de uma divisão de números inteiros, sendo o segundo número diferente de zero, ou seja, todo número racional relativo pode ser escrito na forma $\frac{a}{b}$, com a e b inteiros e $b \neq 0$.

Fonte: Digitalizado de Giovanni Jr e Castrucci (2009, p. 87).

Como podemos observar, Giovanni Jr e Castrucci (2009) definem Número Racional como sendo resultado de uma divisão de números inteiros.

A Figura 8 ilustra a apresentação de razão, na introdução do capítulo de Razões e Proporções:

Figura 8: Personalidade 'Razão' /2009



RAZÕES E PROPORÇÕES

Pra pensar sem se cansar!

Qual a melhor maneira de se fazer a comparação entre dois números? Ora, é dividindo um pelo outro!

Você sabe o que quer dizer RAZÃO?

A palavra **razão** vem do latim *ratione* e é a faculdade que o ser humano tem de avaliar, julgar, ponderar ideias, estabelecer relações lógicas, conhecer, compreender, raciocinar.

Essas habilidades têm tudo a ver com a Matemática, não é mesmo?

Aproveite e procure no dicionário o que quer dizer:

RAZOÁVEL, ARRAZOAR, RACIOCINAR.

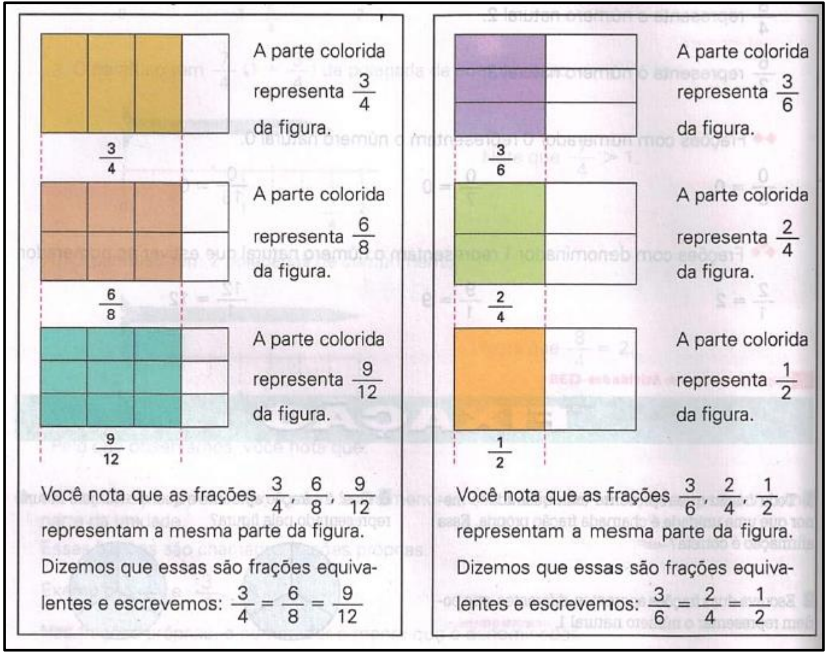
Fonte: Digitalizado de Giovanni Jr e Castrucci (2009, p. 89).

Ressaltamos que, ao analisar as duas décadas, o livro de 2009 apresentou diferenças na abordagem de fração e razão quando comparado ao livro de 1998. Já em relação ao operador não houve mudanças para as duas edições. Além disso, foi acrescentado o conceito de divisão.

4º - As relações de equivalência e o cálculo com os números racionais na forma decimal devem ser explorados, além das regularidades nas multiplicações de Números Racionais na forma decimal por 10, 100 e 1000.

As duas coleções estão de acordo com os tópicos propostos pelos PCN. A Figura 9 ilustra a proposta do livro na introdução das relações de equivalência no livro da 5ª série de 1998.

Figura 9: Equivalência/1998



A parte colorida representa $\frac{3}{4}$ da figura.

A parte colorida representa $\frac{6}{8}$ da figura.

A parte colorida representa $\frac{9}{12}$ da figura.

Você nota que as frações $\frac{3}{4}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{9}{12}$ representam a mesma parte da figura. Dizemos que essas são frações equivalentes e escrevemos: $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12}$

A parte colorida representa $\frac{3}{6}$ da figura.

A parte colorida representa $\frac{2}{4}$ da figura.

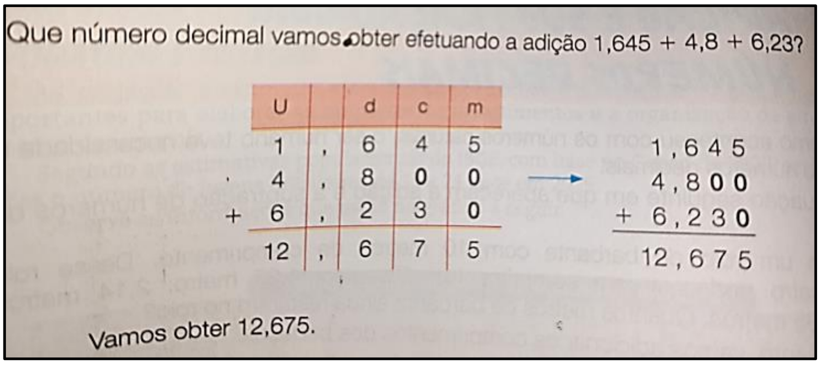
A parte colorida representa $\frac{1}{2}$ da figura.

Você nota que as frações $\frac{3}{6}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{1}{2}$ representam a mesma parte da figura. Dizemos que essas são frações equivalentes e escrevemos: $\frac{3}{6} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

Fonte: Digitalizado de Giovanni, Giovanni Jr e Castrucci (1998, p. 114).

Salienta-se que o livro de 2009 apresenta o mesmo exemplo para as relações de equivalência. Outro exemplo que é igual nas duas décadas é em relação ao cálculo com os Números Racionais na forma decimal. Na Figura 10 apresentamos esse exemplo extraído do livro do 6º ano de 2009.

Figura 10: Adição com números decimais/2009



Que número decimal vamos obter efetuando a adição 1,645 + 4,8 + 6,23?

	U		d	c	m
	1	,	6	4	5
	4	,	8	0	0
+	6	,	2	3	0
	12	,	6	7	5

$$\begin{array}{r} 1,645 \\ 4,800 \\ +\ 6,230 \\ \hline 12,675 \end{array}$$

Vamos obter 12,675.

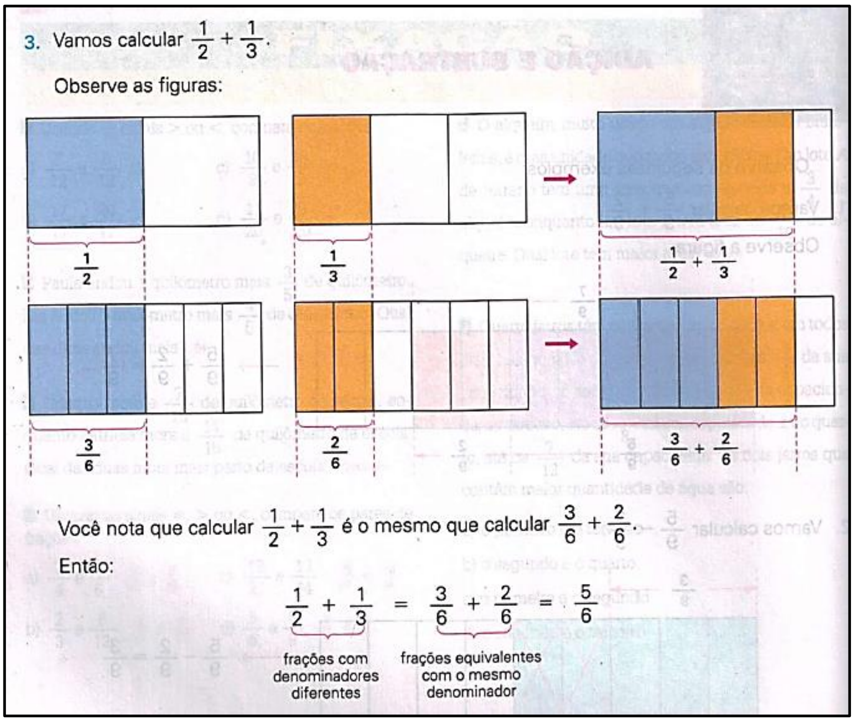
Fonte: Digitalizado de Giovanni Jr e Castrucci (2009, p. 236).

Sobre as regularidades nas multiplicações de Números Racionais na forma decimal por 10, 100 e 1000, foi identificado no livro da 5ª série de 1998 que segundo os autores Giovanni, Giovanni Jr e Castrucci (1998, p. 168): “Multiplicar um número decimal por 10, por 100, por 1000 significa deslocar a vírgula uma, duas, três posições para a direita, respectivamente”. Esta definição foi encontrada em ambas as décadas.

5º - As operações de Adição e Subtração que envolvem frações com denominadores diferentes devem ser abordadas no sentido de poder transformá-las em frações com o mesmo denominador sempre buscando exemplos e aplicando as propriedades das *frações equivalentes.*

A coleção estava adequada a proposta dos PCN nas duas décadas. A Figura 11 ilustra um exemplo do livro da 5ª série de 1998, que também foi identificado no livro do 6º ano de 2009.

Figura 11: Adição de frações/1998



3. Vamos calcular $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$.

Observe as figuras:

Você nota que calcular $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ é o mesmo que calcular $\frac{3}{6} + \frac{2}{6}$.

Então:

$$\underbrace{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}_{\text{frações com denominadores diferentes}} = \underbrace{\frac{3}{6} + \frac{2}{6}}_{\text{frações equivalentes com o mesmo denominador}} = \frac{5}{6}$$

Fonte: Digitalizado de Giovanni, Giovanni Jr e Castrucci (1998, p. 126).

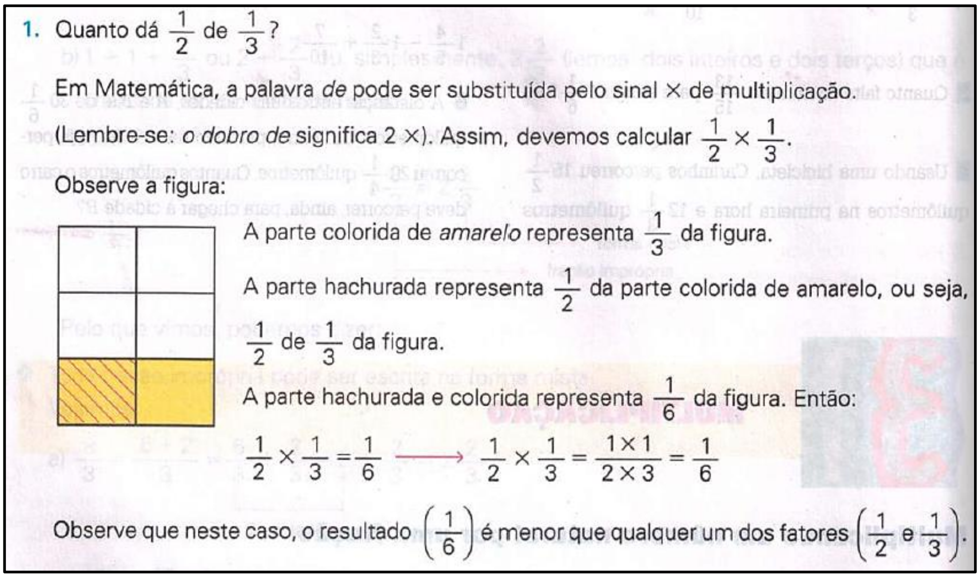
Os autores representam na forma pictórica as frações de 1/2 e 1/3 e o que corresponde à soma destas frações, na primeira linha. Na segunda linha, o livro mostra que para adicionar as frações é necessário determinar as frações equivalentes a 1/2 e 1/3 que possuem o mesmo denominador.

6º - A Multiplicação com as frações devem ser discutidas em partes de partes do total e as Divisões devem abordar partes que cabem em partes.

A Figura 12 ilustra a abordagem do livro da 5ª série de 1998 em relação à multiplicação de frações, o mesmo exemplo também aparece no exemplar do 6º ano do ano de 2009.

Pode-se observar que, para a explicação dessa multiplicação, os autores dividem um retângulo em três partes, dessas é tomada uma parte que está pintada de amarelo, logo tem-se 1/3. Após, a parte amarela é dividida ao meio e é tomada umas das partes e, assim, obtém-se 1/2 do 1/3. Por fim, é analisado o que essa parte representa em relação ao total da figura, ou seja, 1/6.

Figura 12: Multiplicação de frações/1998



1. Quanto dá $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{3}$?

Em Matemática, a palavra *de* pode ser substituída pelo sinal × de multiplicação.

(Lembre-se: *o dobro de* significa 2 ×). Assim, devemos calcular $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$.

Observe a figura:

A parte colorida de *amarelo* representa $\frac{1}{3}$ da figura.

A parte hachurada representa $\frac{1}{2}$ da parte colorida de amarelo, ou seja, $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{3}$ da figura.

A parte hachurada e colorida representa $\frac{1}{6}$ da figura. Então:

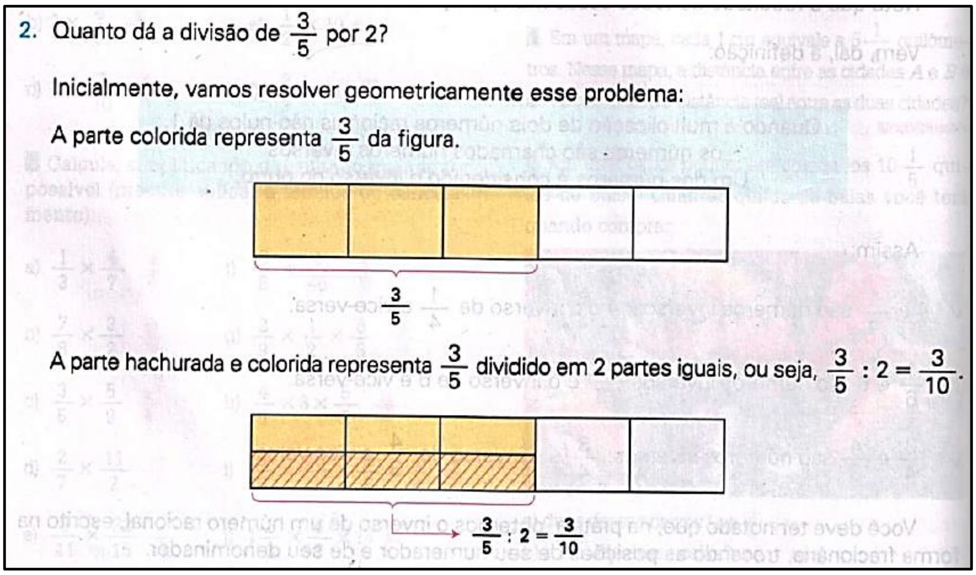
$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \longrightarrow \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1 \times 1}{2 \times 3} = \frac{1}{6}$$

Observe que neste caso, o resultado $\left(\frac{1}{6}\right)$ é menor que qualquer um dos fatores $\left(\frac{1}{2} \text{ e } \frac{1}{3}\right)$.

Fonte: Digitalizado de Giovanni, Giovanni Jr e Castrucci (1998, p. 132).

Sobre a divisão, a Figura 13 ilustra um exemplo da divisão de uma fração por um número inteiro, extraído do livro da 5ª série de 1998. Este exemplo também aparece em ambas as décadas.

Figura 13: Divisões de Frações/1998



2. Quanto dá a divisão de $\frac{3}{5}$ por 2?

Inicialmente, vamos resolver geometricamente esse problema:

A parte colorida representa $\frac{3}{5}$ da figura.

$\frac{3}{5}$

A parte hachurada e colorida representa $\frac{3}{5}$ dividido em 2 partes iguais, ou seja, $\frac{3}{5} : 2 = \frac{3}{10}$.

$\frac{3}{5} : 2 = \frac{3}{10}$

Fonte: Digitalizado de Giovanni, Giovanni Jr e Castrucci (1998, p. 136).

Neste exemplo, os autores dividem o retângulo em cinco partes e destas, três foram pintadas de laranja, ou seja, representando 3/5. Após, a parte laranja foi dividida ao meio. Como no exemplo anterior, por fim, o livro analisa qual a fração que a parte hachurada representa do retângulo total, que é 3/10.

Salientamos que todos os exemplos que apareceram nas imagens foram retirados do livro da 5ª série (6º ano) de ambas as décadas. Na 6ª série (7º ano) é enfatizado que se busca uma expansão do conteúdo visto na série anterior: "Para calcularmos a soma algébrica de dois ou mais números racionais, devemos aplicar os conhecimentos já adquiridos na 5ª série" (GIOVANNI; GIOVANNI JR; CASTRUCCI, 1998, p. 79). Este comentário está presente na edição de 2009 também. A única exceção é o item dois, discutido anteriormente, pois alguns dos conceitos propostos pelos PCN devem ser abordados apenas na 6ª série (7º ano).

Diante disso, pode-se afirmar que a coleção para os anos de 1998 e 2009 já estava adequada ao que exigiam os Parâmetros Curriculares Nacionais em todos os seus critérios. Salienta-se que já era o esperado, uma vez que é uma exigência para estar na lista de sugestões do PNLD.

4.3 Base Nacional Comum Curricular

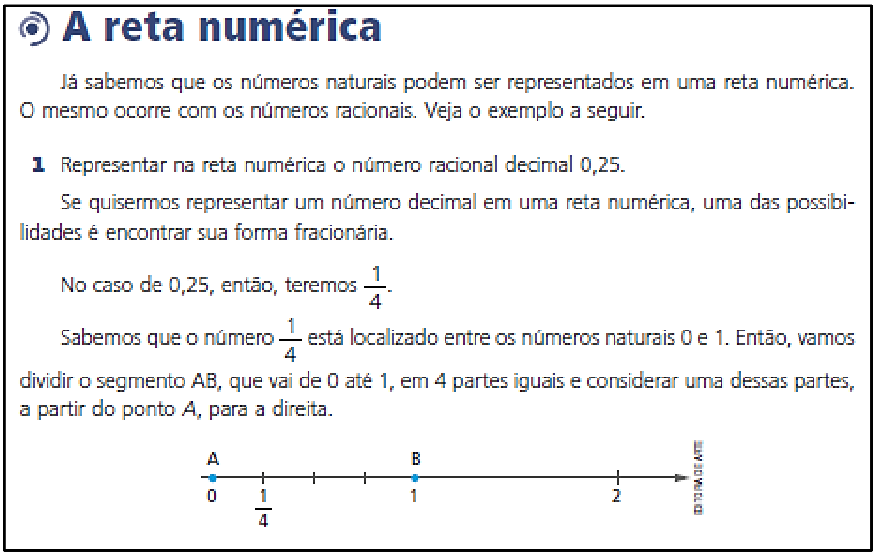
A coleção do ano de 2018, foi analisada a partir da proposta da BNCC. Diferente dos PCN, a base divide as habilidades que o estudante deve alcançar por ano. No caso dos Números Racionais, devem ser consideradas seis habilidades, dessas, três são para o 6º ano e três são para o 7º ano.

Para melhor organizar a análise, primeiramente apresentamos e discutimos as habilidades para o 6º ano.

1ª - (EF06MA01) Comparar, ordenar, ler e escrever números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, fazendo uso da reta numérica.

O livro propõe a representação de um número decimal na reta numérica, utilizando a forma fracionária. Utilizar a reta numérica para representar os números racionais é uma das personalidades apontadas por Onuchic e Allevato (2008), na forma do ponto racional, segundo as autoras, todo número racional ocupa um ponto bem definido na reta numérica. A Figura 14 apresenta o conceito dado pelo livro.

Figura 14: Representação de um número decimal na reta numérica/2018



A reta numérica

Já sabemos que os números naturais podem ser representados em uma reta numérica. O mesmo ocorre com os números racionais. Veja o exemplo a seguir.

1 Representar na reta numérica o número racional decimal 0,25.

Se quisermos representar um número decimal em uma reta numérica, uma das possibilidades é encontrar sua forma fracionária.

No caso de 0,25, então, teremos $\frac{1}{4}$.

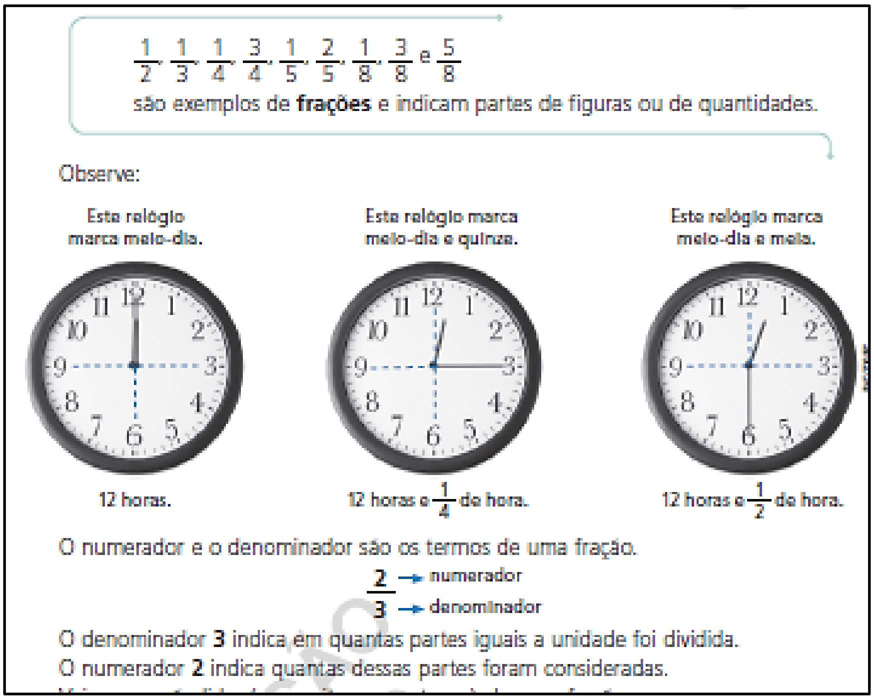
Sabemos que o número $\frac{1}{4}$ está localizado entre os números naturais 0 e 1. Então, vamos dividir o segmento AB, que vai de 0 até 1, em 4 partes iguais e considerar uma dessas partes, a partir do ponto *A*, para a direita.

Fonte: Digitalizado de Giovanni Jr e Castrucci (2018, p. 176).

2ª - (EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.

O livro de 2018 apresenta uma seção intitulada “A ideia de fração como parte de um todo”, em que se encontram exemplos que foram utilizados para construir o conceito de ‘fração’, ilustrados na Figura 15.

Figura 15: Personalidade ‘Fração’/2018



$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{8}$ e $\frac{5}{8}$ são exemplos de **frações** e indicam partes de figuras ou de quantidades.

Observe:

Este relógio marca meio-dia.

Este relógio marca meio-dia e quinze.

Este relógio marca meio-dia e meia.

12 horas.

12 horas e $\frac{1}{4}$ de hora.

12 horas e $\frac{1}{2}$ de hora.

O numerador e o denominador são os termos de uma fração.

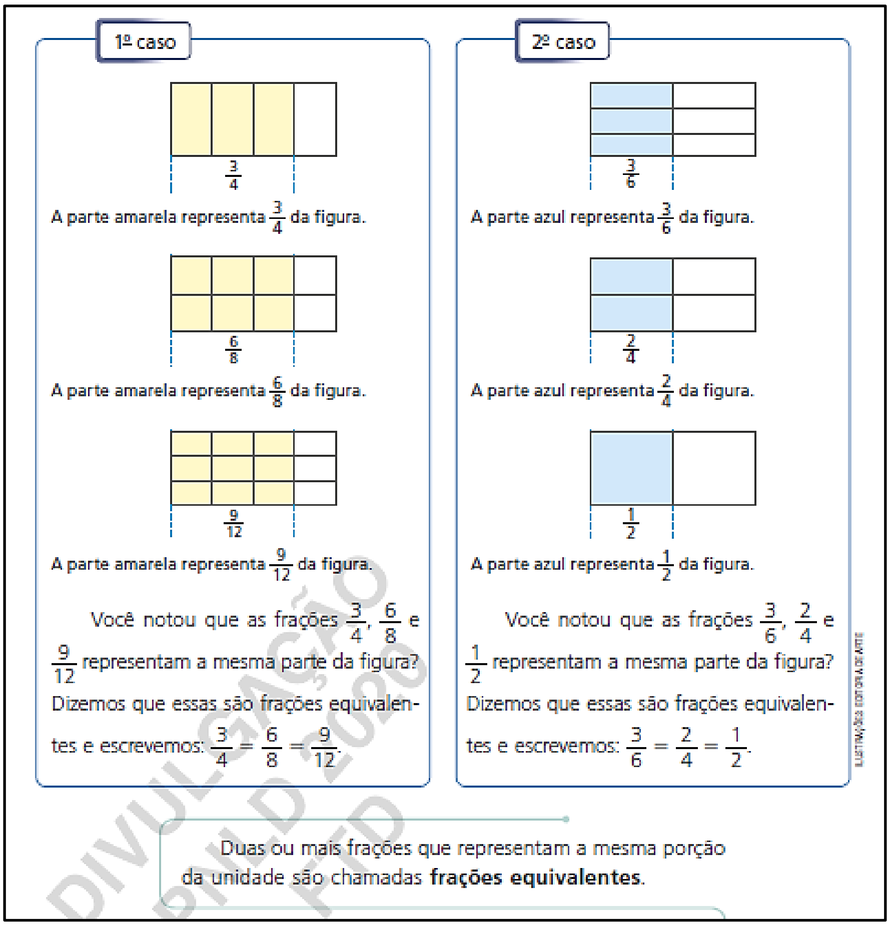
$$\frac{2}{3} \begin{array}{l} \rightarrow \text{numerador} \\ \rightarrow \text{denominador} \end{array}$$

O denominador **3** indica em quantas partes iguais a unidade foi dividida.
O numerador **2** indica quantas dessas partes foram consideradas.

Fonte: Digitalizado de Giovanni Jr e Castrucci (2018, p. 134).

A utilização do conceito de resultado de uma divisão também é uma seção no referido livro. Em relação a frações equivalentes, a Figura 17 ilustra o que o livro apresenta.

Figura 17: Frações Equivalentes/2018



1º caso

$\frac{3}{4}$

A parte amarela representa $\frac{3}{4}$ da figura.

$\frac{6}{8}$

A parte amarela representa $\frac{6}{8}$ da figura.

$\frac{9}{12}$

A parte amarela representa $\frac{9}{12}$ da figura.

Você notou que as frações $\frac{3}{4}$, $\frac{6}{8}$ e $\frac{9}{12}$ representam a mesma parte da figura? Dizemos que essas são frações equivalentes e escrevemos: $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12}$.

2º caso

$\frac{3}{6}$

A parte azul representa $\frac{3}{6}$ da figura.

$\frac{2}{4}$

A parte azul representa $\frac{2}{4}$ da figura.

$\frac{1}{2}$

A parte azul representa $\frac{1}{2}$ da figura.

Você notou que as frações $\frac{3}{6}$, $\frac{2}{4}$ e $\frac{1}{2}$ representam a mesma parte da figura? Dizemos que essas são frações equivalentes e escrevemos: $\frac{3}{6} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

ILUSTRAÇÕES: EDITORA DE ARTE

Duas ou mais frações que representam a mesma porção da unidade são chamadas **frações equivalentes**.

Fonte: Digitalizado de Giovanni Jr e Castrucci (2018, p. 142).

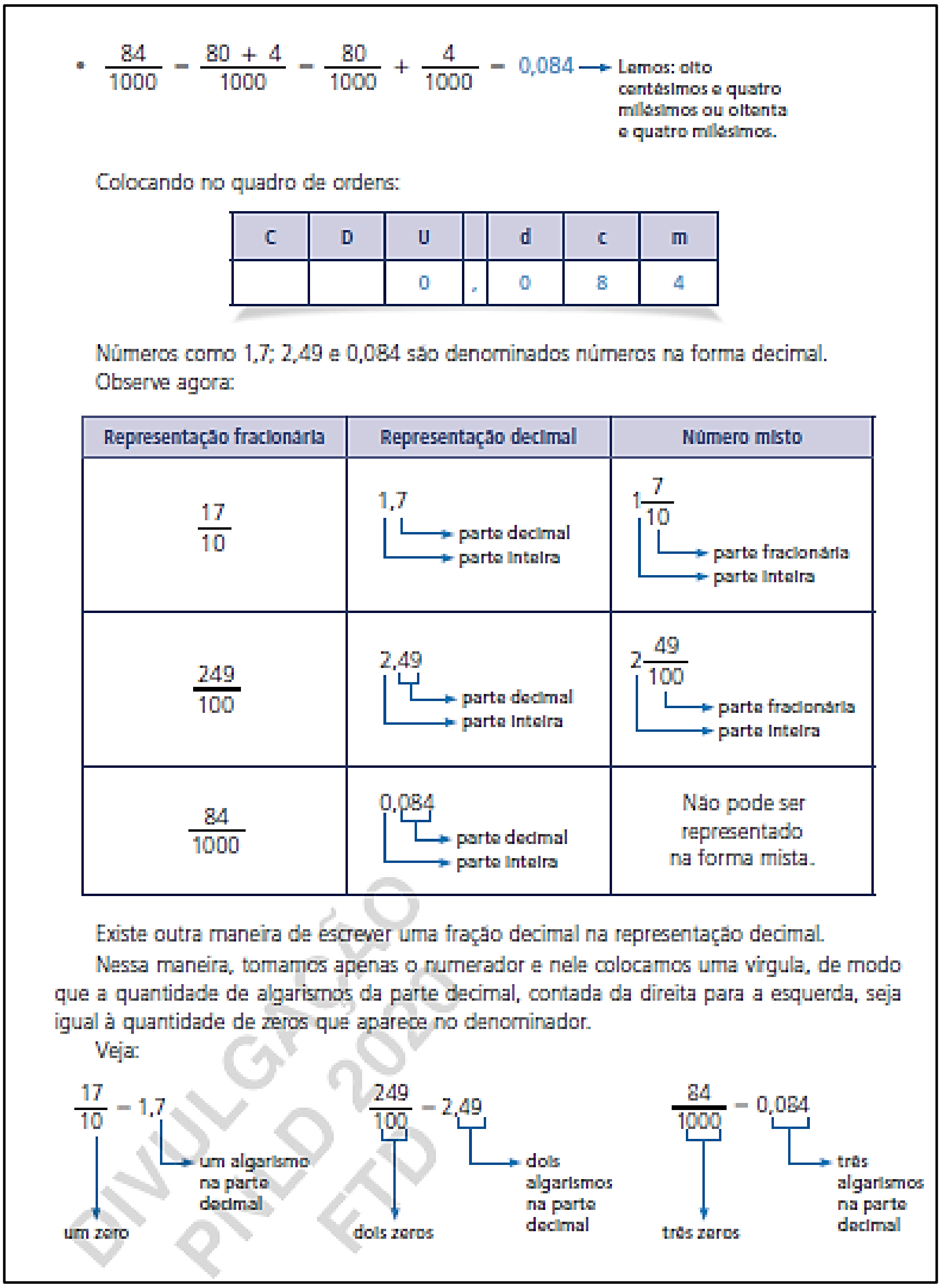
No livro, constrói-se o conceito de fração equivalente utilizando exemplos e depois apresenta-se a definição formal.

3ª - (EF06MA08) Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica.

O livro de 2018 apresenta na Unidade 5 “A forma fracionária dos números racionais”, composta por: A ideia de fração; Problemas envolvendo frações; Comparando frações; Obtendo frações equivalentes; Adição e subtração de frações; A forma mista; As frações e a porcentagem, e Probabilidade. Na Unidade 6, discute “A forma decimal dos números racionais” com os seguintes itens: Representação decimal; Adição e subtração com números na forma decimal; Multiplicação com números na forma decimal; Divisão com números na forma decimal e, por fim, Os números na forma decimal e o cálculo de porcentagem.

O livro também aborda as relações entre essas representações. Na Figura 18, tem-se uma das formas apresentadas pelo livro.

Figura 18: Forma fracionária para a forma decimal



- $\frac{84}{1000} = \frac{80 + 4}{1000} = \frac{80}{1000} + \frac{4}{1000} = 0{,}084$ → Lemos: oito centésimos e quatro milésimos ou oitenta e quatro milésimos.

Colocando no quadro de ordens:

C	D	U		d	c	m
		0	,	0	8	4

Números como 1,7; 2,49 e 0,084 são denominados números na forma decimal.
Observe agora:

Representação fracionária	Representação decimal	Número misto
$\frac{17}{10}$	1,7 → parte decimal → parte inteira	$1\frac{7}{10}$ → parte fracionária → parte inteira
$\frac{249}{100}$	2,49 → parte decimal → parte inteira	$2\frac{49}{100}$ → parte fracionária → parte inteira
$\frac{84}{1000}$	0,084 → parte decimal → parte inteira	Não pode ser representado na forma mista.

Existe outra maneira de escrever uma fração decimal na representação decimal.

Nessa maneira, tomamos apenas o numerador e nele colocamos uma vírgula, de modo que a quantidade de algarismos da parte decimal, contada da direita para a esquerda, seja igual à quantidade de zeros que aparece no denominador.

Veja:

$\frac{17}{10} = 1{,}7$ → um algarismo na parte decimal; um zero

$\frac{249}{100} = 2{,}49$ → dois algarismos na parte decimal; dois zeros

$\frac{84}{1000} = 0{,}084$ → três algarismos na parte decimal; três zeros

Fonte: Digitalizado de Giovanni Jr e Castrucci (2018, p. 174).

Na sequência, o livro explora “Da forma decimal para a fracionária” em que apresenta a transformação da forma decimal para a fracionária, utilizando raciocínio semelhante ao da Figura 18.

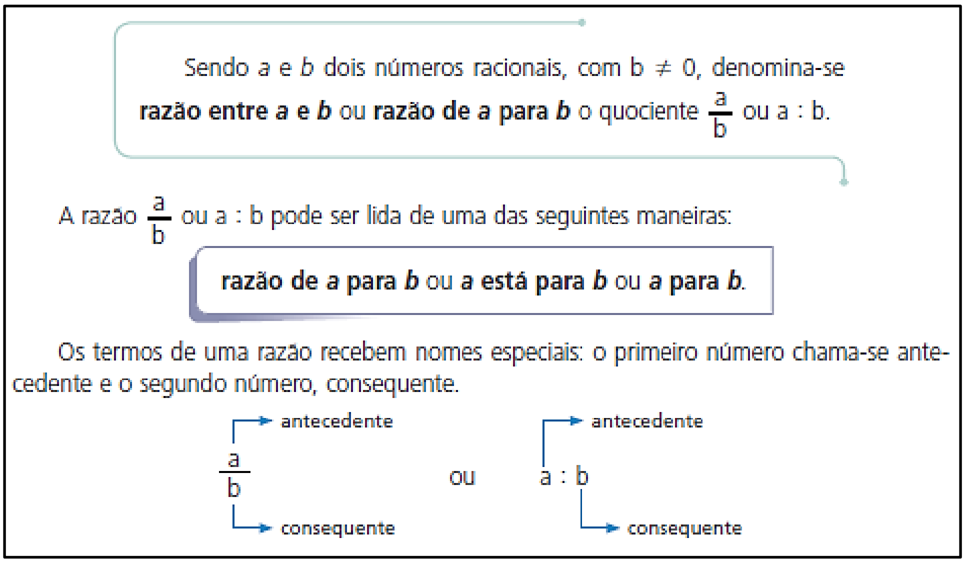
Pode-se verificar que o livro do 6º ano destaca a relação entre as casas decimais de um número decimal e a potência de dez no denominador da fração decimal nas duas transformações.

Dando seguimento, apresentamos as habilidades propostas para o 7º ano.

1º - (EF07MA08) Comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador.

Essa habilidade aborda quatro personalidades propostas por Onuchic e Allevato (2008), fração, quociente, razão e operador. Não foi identificada a associação de frações com a ideia de partes de inteiros, resultado da divisão e operador no livro do 7º ano, entretanto, a ideia de razão é abordada, conforme a Figura 19.

Figura 19: Definição de Razão/ 2018



Sendo *a* e *b* dois números racionais, com b ≠ 0, denomina-se **razão entre *a* e *b*** ou **razão de *a* para *b*** o quociente $\frac{a}{b}$ ou a : b.

A razão $\frac{a}{b}$ ou a : b pode ser lida de uma das seguintes maneiras:

razão de *a* para *b* ou ***a* está para *b*** ou ***a* para *b***.

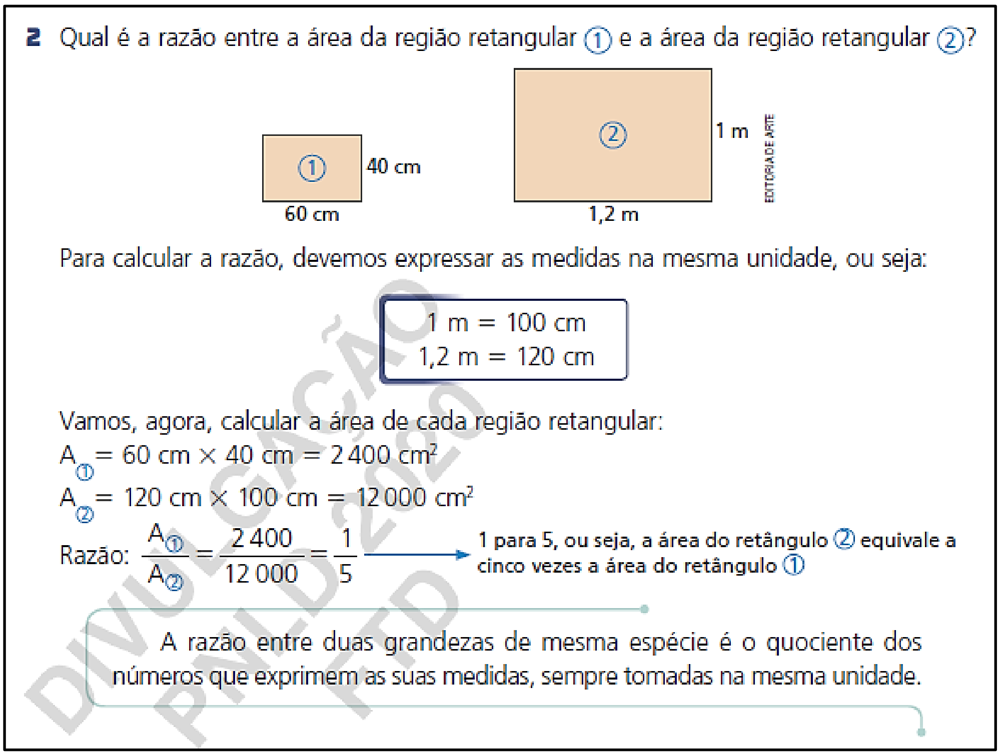
Os termos de uma razão recebem nomes especiais: o primeiro número chama-se antecedente e o segundo número, consequente.

Fonte: Digitalizado de Giovanni Jr e Castrucci (2018, p. 203).

2º - (EF07MA09) Utilizar, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração, como a fração 2/3 para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza.

Esta habilidade sugere a utilização da Resolução de Problemas, uma metodologia que incentiva a cooperação e colaboração e que o conhecimento seja construído pelo aluno com a mediação do professor. A Figura 20 ilustra um exemplo do livro que se utiliza da resolução de problemas na associação da razão com a fração. Na sequência no mesmo exemplo apresenta uma definição para razão entre duas grandezas.

Figura 20: Associação entre razão e fração/2018



2 Qual é a razão entre a área da região retangular ① e a área da região retangular ②?

Para calcular a razão, devemos expressar as medidas na mesma unidade, ou seja:

1 m = 100 cm
1,2 m = 120 cm

Vamos, agora, calcular a área de cada região retangular:

$A_{\textcircled{1}} = 60 \text{ cm} \times 40 \text{ cm} = 2\,400 \text{ cm}^2$

$A_{\textcircled{2}} = 120 \text{ cm} \times 100 \text{ cm} = 12\,000 \text{ cm}^2$

Razão: $\frac{A_{\textcircled{1}}}{A_{\textcircled{2}}} = \frac{2\,400}{12\,000} = \frac{1}{5} \longrightarrow$ **1 para 5, ou seja, a área do retângulo ② equivale a cinco vezes a área do retângulo ①**

A razão entre duas grandezas de mesma espécie é o quociente dos números que exprimem as suas medidas, sempre tomadas na mesma unidade.

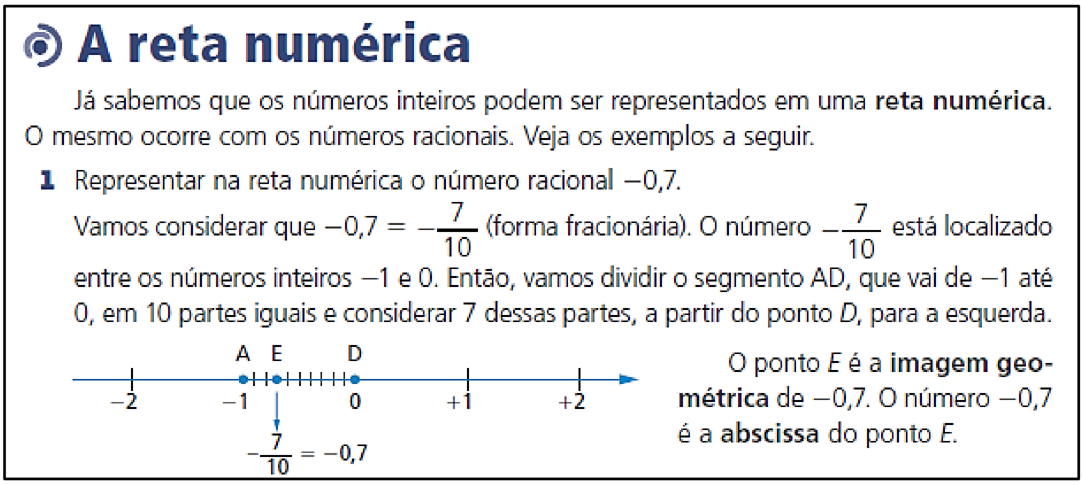
Fonte: Digitalizado de Giovanni Jr e Castrucci (2018, p. 204).

Pode-se observar que o livro destaca que as grandezas comparadas são da mesma espécie e, ainda, que as medidas devem ser expressas na mesma unidade.

3º - (EF07MA10) Comparar e ordenar números racionais em diferentes contextos e associá-los a pontos da reta numérica.

A Figura 21 apresenta a abordagem do livro.

Figura 21: Reta Numérica/2018



A reta numérica

Já sabemos que os números inteiros podem ser representados em uma **reta numérica**. O mesmo ocorre com os números racionais. Veja os exemplos a seguir.

1 Representar na reta numérica o número racional −0,7.

Vamos considerar que $-0{,}7 = -\frac{7}{10}$ (forma fracionária). O número $-\frac{7}{10}$ está localizado entre os números inteiros −1 e 0. Então, vamos dividir o segmento AD, que vai de −1 até 0, em 10 partes iguais e considerar 7 dessas partes, a partir do ponto *D*, para a esquerda.

O ponto *E* é a **imagem geométrica** de −0,7. O número −0,7 é a **abscissa** do ponto *E*.

Fonte: Digitalizado de Giovanni Jr e Castrucci (2018, p. 102).

Salientamos que a BNCC não faz nenhuma sugestão em relação às operações com os Números Racionais.

5 Considerações Finais

Neste artigo nos propomos responder a seguinte questão: *Quais as orientações dos documentos norteadores nacionais para o ensino dos Números Racionais no período de 1980 à 2020 e como a coleção A Conquista da Matemática se adaptou a essas orientações?* A partir da análise dos documentos percebemos que na década de 1980 não havia orientações especificas para cada conteúdo, apenas se indicava de maneira geral tópicos a serem trabalhados e uma metodologia de ensino. A implementação dos PCN foi um avanço importante para o ensino nesse sentido, já que se passou a olhar para cada conteúdo, incluindo o Conjunto dos Números Racionais, analisando seus pontos importantes. Já a BNCC, também explora cada conteúdo, porém, está voltada para as habilidades que o aluno deve adquirir ao estudá-las.

Chaves (2004) observa que após a implantação dos PCN (BRASIL, 1998) e das DCN (BRASIL, 2013) as mudanças de propostas didáticas contidas nos livros didáticos foram bem mais uma adequação ao mercado de livros do que uma proposta político-educativa, que se propusesse a romper com o método tradicional, em favor das propostas de adequação ao MMM (KLINE, 1976). Chaves (2004) também lembra que os livros didáticos passaram a circular com uma propaganda na capa ou contracapa anunciando “De acordo com as Diretrizes Curriculares Nacionais” ou “De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais” (CHAVES, 2004, p. 201), como se fossem indicar obrigatoriamente quais livros poderiam ser lidos, portanto consumidos, e quais não seriam recomendados.

A coleção *A Conquista da Matemática* esteve adequada aos documentos norteadores em todas as décadas. O que percebemos fortemente é que a alteração dos documentos norteadores possibilitou mudanças significativas de organização e apresentação de conteúdo nos livros da coleção, de forma que se possa utilizar a Matemática como uma ferramenta de leitura do mundo, possibilitando sua contextualização e tornando a aprendizagem mais voltada à realidade dos alunos.

Além disso, destacamos que a existência de documentos norteadores auxilia na organização do ensino, não só do Conjunto dos Números Racionais, mas de todos os conteúdos e disciplinas, uma vez que, apresentam orientações didáticas e abordam metodologias que auxiliam discentes e docentes na tarefa de ensinar e compreender os conceitos e de bem formar os cidadãos.

Agradecimentos

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) pelo auxílio financeiro.

Referências

BARRETO, E. S. S. As propostas curriculares oficiais: análise das propostas curriculares dos estados e de alguns municípios das capitais para o ensino fundamental. **Projeto MEC/UNESCO/FCC: Subsídios à elaboração dos Parâmetros Curriculares Nacionais.** São Paulo: Fundação Carlos Chagas, 1995.

BRASIL, **Lei Nº 5.692, de 11 de agosto de 1971**, Fixa Diretrizes e Bases para o ensino de 1° e 2º graus, e dá outras providências. Diário Oficial da União, Poder Executivo, Brasília, 1971.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Ensino de 5° a 8° séries. Brasília: MEC, 1998.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

CHAVES, R. **Por que anarquizar o ensino de Matemática intervindo em questões socioambientais?** 2004. 223f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista "Júlio e Mesquita Filho", Rio Claro.

CRUZ L. S. História da Matemática e Conjunto dos Números Racionais - uma proposta de trabalho para a sala de aula da educação básica In: XVIII EBRAPEM - Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, 2014, Recife/PE, **Anais do XVIII EBRAPEM, Recife/PE**: Universidade Federal de Pernambuco, 2014.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**, 6. ed. São Paulo: Editora Atlas S.A., 2008.

GIOVANNI, J. R.; CASTRUCCI, B. **A Conquista da Matemática**: 5ª série, São Paulo: FTD, 1980.

GIOVANNI, J. R.; CASTRUCCI, B. **A Conquista da Matemática**: 6ª série, São Paulo: FTD, 1980.

GIOVANNI, J. R; GIOVANNI JR, J. R; CASTRUCCI, B. **A Conquista da Matemática**: 5ª série, São Paulo: FTD, 1998.

GIOVANNI, J. R; GIOVANNI JR, J. R; CASTRUCCI, B. **A Conquista da Matemática**: 6ª série, São Paulo: FTD, 1998.

GIOVANNI JR, J. R; CASTRUCCI, B. **A Conquista da Matemática**: 6º ano, Ed. Renovada, São Paulo: FTD, 2009.

GIOVANNI JR, J. R; CASTRUCCI, B. **A Conquista da Matemática**: 7º ano, Ed.

Renovada, São Paulo: FTD, 2009.

GIOVANNI JR, J. R; CASTRUCCI, B. **A Conquista da Matemática**: 6º ano, 4 ed., São Paulo: FTD, 2018.

GIOVANNI JR, J. R; CASTRUCCI, B. **A Conquista da Matemática**: 7º ano, 4 ed., São Paulo: FTD, 2018.

IORA, M. **Aspectos Históricos das Diferentes Representações dos Números Racionais**. 2021. 151f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, Centro de Ciências Naturais e Exatas, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria.

KLINE, M. **O fracasso da Matemática Moderna**. São Paulo: IBRASA, 1976.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G; As Diferentes "Personalidades" do Número Racional Trabalhadas através da Resolução de Problemas. In: **Bolema**, n.31, v.21, p.79-102, 2008.

RIPOLL, C.; RANGEL, L.; GIRALDO, V.; ROQUE, T. Comparando grandezas –parte I In: 2º Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática, **Materiais 2º Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática**, CMB/DF: Colégio Militar de Brasília, 2015.