

Conhecimentos matemáticos, físicos e de Transferência de Calor mobilizados por graduandos em Engenharia Civil em uma abordagem contextualizada de Equações Diferenciais Ordinárias

Rieuse Lopes¹

Gabriel Loureiro de Lima²

Resumo: No presente artigo, o objetivo é explicitar as compreensões acerca de conhecimentos vinculados a conceitos da Matemática, Física e Transferência de Calor manifestadas por um grupo de 21 estudantes do segundo período de Cálculo do curso de Engenharia Civil de uma instituição particular. O problema de transferência de calor por condução em paredes de alvenaria planas é abordado, contextualizando as Equações Diferenciais Ordinárias (EDO) de variáveis separáveis em uma situação, elaborada à luz da Teoria A Matemática no Contexto das Ciências. Por meio de quatro categorias, analisamos aspectos relacionados à mobilização de conhecimentos de Física e de Matemática da Educação Básica, e à construção de conhecimentos relativos a conceitos de Transferência de Calor e de Cálculo. A análise dos dados evidencia que momentos de discussões conjuntas e de interações entre os estudantes deveriam ser mais presentes por colaborarem na promoção de suas aprendizagens e de seus desenvolvimentos cognitivos.

Palavras-chave: Educação Matemática no Ensino Superior. Equações Diferenciais Ordinárias. Transferência de Calor. Teoria A Matemática no Contexto das Ciências.

Mathematical, physics and Heat Transfer knowledge mobilized by Civil Engineering undergraduates in a contextualized approach to Ordinary Differential Equations

Abstract: This article aims to explain the understanding about knowledge linked to concepts of Mathematics, Physics and Heat Transfer demonstrated by a group of 21 students from the second term of Calculus of the Civil Engineering course in a private institution. The problem of heat transfer by conduction in flat masonry walls is addressed contextualizing the Ordinary Differential Equations (ODE) of separable variables in a situation in the light of The Theory Mathematics in the Context of Sciences. Through four categories, we analyzed aspects related to the mobilization of the knowledge of Physics and Mathematics of Basic Education, and the construction of knowledge related to the concepts of Heat Transfer and Calculus. Data analysis shows that moments of joint discussions and interactions among students should be more frequent because they collaborate in the promotion of their learning and their cognitive development.

Keywords: Mathematics Education in Higher Education. Ordinary Differential Equations. Heat Transfer. Mathematics Theory in the Context of Science.

Conocimientos matemáticos, físicos y de Transferencia de Calor movilizados por estudiantes de Ingeniería Civil en un enfoque

¹ Doutora em Educação Matemática. Professora do Departamento de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Montes Claros (Unimontes). Minas Gerais, Brasil. ✉ rieuse.lopez@unimontes.br  <https://orcid.org/0000-0003-2342-3084>.

² Doutor em Educação Matemática. Professor do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP). São Paulo, Brasil. ✉ gllima@pucsp.br  <https://orcid.org/0000-0002-5723-0582>.

contextualizado de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

Resumen: En este artículo, el objetivo es explicar las comprensiones sobre los conocimientos vinculados a los conceptos de matemáticas, física y de la transferencia del calor expresadas por un grupo de 21 estudiantes del segundo período de cálculo de la carrera de ingeniería civil de una institución privada. Se aborda el problema de la transferencia del calor por conducción en muros planos de mampostería, contextualizando las ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO) de variables separables en una situación, elaboradas a la luz de la teoría matemática en el contexto de las ciencias. A través de cuatro categorías, analizamos aspectos relacionados con la movilización de los conocimientos de física y matemáticas de la educación básica, y la construcción de los conocimientos relacionados con los conceptos de la transferencia del calor y del cálculo. El análisis de los datos muestra, que los momentos de discusión conjunta e interacción entre los estudiantes deben estar más presentes porque colaboran en la promoción de su aprendizaje y su desarrollo cognitivo.

Palabras clave: Educación Matemática en la Educación Superior. Ecuaciones Diferenciales Ordinarias. Transferencia de Calor. Teoría Matemática en el Contexto de la Ciencia.

1 Introdução

Este artigo é um recorte de uma pesquisa de doutorado, defendida no Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, escrita pela primeira autora e orientada pelo segundo autor. O estudo versou sobre o ensino e a aprendizagem de Equações Diferenciais Ordinárias (EDO) de Variáveis Separáveis em um curso de Engenharia Civil a partir de um problema de Transferência de Calor. No presente artigo, destacamos parte da análise realizada, fundamentada em quatro categorias que emergiram dos dados, coletados a partir das discussões de um grupo de estudantes ao resolver um problema integrando disciplinas matemáticas com não matemáticas da Engenharia Civil e englobando uma série de conhecimentos relativos a conceitos matemáticos e físicos que, por sua vez, estão vinculados a conhecimentos relacionados aos conceitos da Transferência de Calor.

As quatro categorias emergentes são: *mobilizando conhecimentos de Física da Educação Básica; construindo conhecimentos relativos a conceitos da Transferência de Calor estudada no Ensino Superior; discutindo conhecimentos de Matemática básica; construindo conhecimentos acerca de conceitos do Cálculo Diferencial e Integral*. O objetivo neste artigo é explicitar, por meio dessas categorias, como estudantes graduandos em Engenharia Civil manifestaram, durante a resolução do problema proposto, em que EDO de variáveis separáveis são trabalhadas em uma

situação contextualizada no âmbito da Transferência de Calor, suas compreensões acerca de conhecimentos vinculados a conceitos da Matemática, Física e Transferência de Calor.

Para compreender a utilização, na análise, das categorias anteriormente mencionadas, apresentamos, inicialmente, de forma resumida, alguns aspectos da Teoria A Matemática no Contexto das Ciências (TMCC), a noção de evento contextualizado, os procedimentos metodológicos empregados para a coleta e para a organização dos dados e para a análise dos dados.

2 A Teoria A Matemática no Contexto das Ciências e a noção de evento contextualizado

A TMCC, desenvolvida pela pesquisadora Patrícia Camarena, é uma teoria educacional que estabelece vínculos entre a Matemática e as diversas ciências que a têm como embasamento teórico ou como importante ferramenta. A Teoria tem caráter social, preconiza a abordagem da Matemática na formação de um profissional de modo que esta seja útil para a sociedade científica, técnica e civil e fundamenta discussões a respeito do ensino de Matemática em cursos superiores nos quais essa ciência não é uma meta por si mesma, ou seja, em cursos que não visam à formação de matemáticos. Por meio da TMCC, busca-se refletir a respeito do vínculo entre a Matemática e outras ciências, situações profissionais e atividades cotidianas, de maneira que a Matemática a ser ensinada aos estudantes deverá levá-los a atuar de maneira racional, lógica e analítica, considerando todas as variáveis envolvidas nos problemas e situações que deverão ser enfrentados em suas atividades profissionais.

Essa teoria nasce da necessidade de responder a questionamentos tais como: para que e por que estudar Matemática? Quais contribuições o estudo dessa ciência trará para a formação profissional? A TMCC é, portanto, uma teoria educacional desenvolvida com o objetivo de fundamentar reflexões acerca das relações que devem existir entre o conhecimento matemático e as ciências para quais a Matemática está a serviço, bem como entre a Matemática e habilidades profissionais, e atividades da vida cotidiana (CAMARENA, 1987). Por meio da TMCC visa-se à construção de um conhecimento integrado, e concebe-se o ambiente de aprendizagem como um sistema complexo em que cinco fases estão presentes: curricular, didática, epistemológica, docente e cognitiva. Essas fases não são isoladas umas das outras e nem independentes das condições sociológicas dos atores do processo educativo.

As reflexões realizadas por meio de cada uma das cinco fases buscam explicitar elementos que possam contribuir para promover a formação integral do estudante a partir de uma abordagem com caráter social da Matemática.

Na fase curricular, desenvolvida desde 1982, por meio das investigações realizadas, busca-se analisar relações entre o conteúdo e o estudante, bem como entre o conteúdo e o professor, e, a partir disso, conceber currículos e programas de estudos para a Matemática nas diferentes graduações às quais esta ciência está a serviço (CAMARENA, 1984).

Na fase didática, cujo desenvolvimento se iniciou em 1987, os focos de análise são os elementos relacionados ao ensino de Matemática, de maneira contextualizada em cursos nos quais o objetivo não é formar matemáticos, mas profissionais que recorrerão aos objetos dessa ciência como ferramentas e à interação entre o estudante e o professor. Nessa fase está inserido um modelo didático, de natureza construtivista, o Modelo Didático da Matemática em Contexto (MoDiMaCo), construído especialmente para favorecer uma abordagem da Matemática mais vinculada à futura atuação do profissional que está sendo formado e potencializar o desenvolvimento, por parte do estudante, das competências matemáticas que lhes serão fundamentais para exercer suas futuras profissões (CAMARENA, 1987). Esse modelo sustenta-se por pressupostos das abordagens Psicogenética de Piaget, Sociocultural de Vigotsky e de Aprendizagem Significativa de Ausubel (CAMARENA, 2017).

As investigações inseridas no âmbito da fase epistemológica, implementadas por Camarena desde 1988, objetivam explicitar os vínculos epistemológicos existentes entre a Matemática e uma determinada área à qual essa ciência está a serviço para, a partir do esclarecimento destes vínculos, elaborar materiais para uma abordagem contextualizada da Matemática na esfera de determinado curso de graduação. Nesta fase, faz-se presente um constructo teórico fundamental da TMCC, a *Transposição Contextualizada*, entendida como o conjunto de transformações que um saber de ensino precisa sofrer para se tornar um saber de aplicação no campo profissional (CAMARENA, 2021).

Na fase docente, incluída nos estudos de Camarena em 1990, o olhar está voltado para o professor que deverá ministrar aulas de Matemática em cursos nos quais o objetivo não é formar matemáticos. Nessa fase, reflete-se acerca das características requeridas desse professor, de sua formação, suas crenças, seus

saberes disciplinares, entre outros (CAMARENA, 1990).

Por fim, a fase cognitiva, com foco na pesquisa sobre os processos cognitivos dos estudantes e suas aprendizagens ao vivenciarem uma abordagem contextualizada da Matemática em consonância ao que é preconizado por meio da fase didática, tem sido trabalhada desde 1992 (CAMARENA, 2000).

As reflexões presentes neste artigo inserem-se em dois âmbitos da TMCC: na fase didática (a coleta dos dados) e na fase cognitiva (a análise dos dados). Utilizamos os preceitos construtivistas da fase didática da TMCC com o objetivo de possibilitar aos estudantes mobilizar ou construir conhecimentos relacionados a conceitos matemáticos de forma a auxiliá-los no desenvolvimento de habilidades em transferir tais conhecimentos para áreas específicas, o que foi realizado recorrendo a uma das ações inerentes ao MoDiMaCo: empregar a estratégia didática da Matemática em Contexto em um ambiente de aprendizagem por meio da implementação de um Evento Contextualizado (EC), que, conforme explicitam Lima, Bianchini e Gomes (2016, p. 8), baseados em Camarena (2013), são: “problemas ou projetos que desempenham o papel de entes integradores entre disciplinas matemáticas e não matemáticas, convertendo-se em ferramentas para o trabalho interdisciplinar no ambiente de aprendizagem”. No caso da pesquisa que realizamos, o EC teve como público-alvo estudantes da Engenharia Civil e foi elaborado para trabalhar Equações Diferenciais Ordinárias por meio de um problema de transferência de calor.

No desenvolvimento do evento, trabalhamos dois eixos orientadores presentes no MoDiMaCo: a contextualização e a descontextualização. Na contextualização, que é interdisciplinar, exploramos a construção do saber relativo às EDO, ao Cálculo e à Transferência de Calor. Na descontextualização, visando institucionalizar o que havia sido introduzido por meio do trabalho com o EC, ministramos uma aula expositiva dialogada na qual formalizamos conhecimentos relativos aos conceitos básicos das Equações Diferenciais a fim possibilitar aos estudantes a resolução de EDO de variáveis separáveis de forma disciplinar, por meio de atividades individuais e em grupo, com o rigor requerido em um curso de graduação visando formar um engenheiro civil.

Apresentamos o EC na Figura 1. Ele foi construído a partir de um problema que investiga a transferência de calor por condução em paredes de alvenaria planas, utilizando conhecimentos relativos a conceitos estudados na Transferência de Calor,

a fim de buscar soluções matemáticas para problemas relacionados ao conforto térmico de edificações, por meio da resolução de EDO de variáveis separáveis. Maiores detalhes acerca da elaboração do EC podem ser obtidos em Lopes (2021).

Figura 1: Evento Contextualizado

Conforto térmico em uma edificação

Visando melhorar o conforto térmico de ambientes não climatizados, reduzir o dispêndio de energia elétrica em ambientes climatizados e racionalizar o consumo de energia, o engenheiro civil busca soluções que potencializam a eficiência energética de um projeto de edificações. Para alcançar o conforto térmico desejado, é necessário o conhecimento a respeito da transferência de calor do ambiente externo para o interior das edificações. Assim, apresentamos três paredes construídas da seguinte forma:

PAREDE 1: Construída com tijolos maciços aparentes, assentados na dimensão de 10 cm, com revestimento em todas as faces. As dimensões do tijolo são: 10,5 cm x 6 cm x 23 cm. O assentamento dos tijolos foi feito com 1 cm de argamassa de assentamento de 1:6 (1 de cimento e 6 de areia), e o revestimento externo de cada face da parede com 3,5 cm da mesma argamassa. A espessura total da parede é 17 cm.

PAREDE 2: Construída com tijolos maciços aparentes, assentados na dimensão de 10 cm, com revestimento em todas as faces. As dimensões do tijolo são: 10,5 cm x 6 cm x 23 cm. O assentamento dos tijolos foi feito com 1 cm de argamassa de assentamento de 1:6 (1 de cimento e 6 de areia), e o revestimento externo de cada face da parede com 3,5 cm de gesso. A espessura total da parede é 17 cm.

PAREDE 3: Construída com tijolos maciços aparentes, assentados na dimensão de 10 cm, com revestimento em todas as faces. As dimensões do tijolo são: 10,5 cm x 6 cm x 23 cm. O assentamento dos tijolos foi feito com 1 cm de argamassa de assentamento de 1:6 (1 de cimento e 6 de areia), e o revestimento externo de cada face da parede com 1,5 cm da mesma argamassa. Nessa parede, foi colado na face externa e interna um poliestireno expandido ou *expanded polystyrene* (EPS) de 2 cm. A espessura total da parede é 17 cm.

De acordo com as especificidades de cada parede, respondam:

- Qual das três paredes apresenta maior conforto térmico em uma edificação? Por quê?
- Qual é o comportamento térmico dos materiais de cada parede?
- O que é preciso fazer para reduzir as perdas térmicas em uma edificação?

Fonte: Lopes (2021, p. 118-119)

De acordo com Camarena (2017), subsidiada nas ideias de Ausubel et al. (1990), o EC deve ter potencial para possibilitar ao estudante a construção do conhecimento com amarras firmes, duradouras e não voláteis. Conforme ressaltam Camarena e Muro (2012), por meio dos preceitos da TMCC, busca-se estabelecer, por meio de uma abordagem contextualizada da Matemática e de outras ciências básicas, a interdisciplinaridade no ambiente de aprendizagem. As autoras afirmam então que “faz-se necessário analisar os processos cognitivos presentes durante a aprendizagem contextualizada proveniente da interdisciplinaridade, a qual estabelece o apoio à construção de um conhecimento que deriva do significado do contexto em que é desenvolvido por meio de uma variedade de atividades didáticas” (CAMARENA; MURO, 2012, p. 1). Na fase cognitiva, são analisados os possíveis ganhos

proporcionados ao futuro engenheiro por uma abordagem matemática que busque a construção de conhecimentos de forma estruturada, articulada e não fragmentada, desenvolvendo habilidades de pensamento por meio de reflexões relacionadas a situações de interesse dos estudantes, possivelmente propiciando uma aprendizagem significativa.

Camarena (2002) ressalta que, na fase cognitiva, adota-se o preceito de que o estudante deve transitar entre representações de objetos matemáticos em diferentes registros de representação semiótica (DUVAL, 2009) para construir e apreender o conhecimento, e que se deve possibilitar que ele alcance conhecimentos estruturados e não fracionados, obtendo, assim, estruturas mentais articuladas. Do ponto de vista teórico, segundo Camarena (2010) e Camarena e Muro (2012), essa baseia-se especialmente na teoria da aprendizagem significativa de Ausubel *et al.* (1990).

Assim, neste artigo, fundamentados nos preceitos da fase cognitiva da TMCC, apresentamos e discutimos os resultados da análise das transcrições dos diálogos ocorridos entre os estudantes e entre estudantes e professores envolvidos, além das soluções das atividades desenvolvidas para responder ao EC e que foram realizadas individualmente ou em grupos.

Focamos a análise em quatro categorias que emergiram dos dados coletados durante a resolução do EC. Por meio destas, analisamos, sob uma perspectiva cognitiva, aspectos relacionados à mobilização de conhecimentos de Física da Educação Básica, à discussão de conhecimentos de Matemática básica, e à construção de conhecimentos relativos a conceitos de Transferência de Calor e de Cálculo Diferencial e Integral, especialmente em relação às EDO.

3 Procedimentos metodológicos empregados para a coleta de dados

Como ressaltamos na seção anterior, o evento foi construído a partir de um problema que investiga a transferência de calor por condução em paredes de alvenaria planas, utilizando conhecimentos vinculados a conceitos de Matemática na Educação Básica, do Cálculo, da Física e da Transferência de Calor, estudados em disciplinas da Engenharia. Tal evento foi constituído por duas situações, cada uma delas com três atividades, realizadas em seis momentos de aula de aproximadamente 4 horas de duração cada. Foi aplicado a 21 estudantes do segundo período de Cálculo da Engenharia Civil de uma instituição particular, os quais ainda não possuíam

conhecimento dos conceitos fundamentais de Equações Diferenciais. Já haviam cursado uma disciplina inicial de Cálculo e eram estudantes da pesquisadora, fato que facilitou o monitoramento das tarefas. É importante salientar que, para a construção desse evento, realizamos uma análise dos conteúdos matemáticos que são mobilizados pelas disciplinas não matemáticas do curso de Engenharia Civil.

A Situação I do EC, denominada “*Conforto térmico em uma edificação*”, serviu para a construção de fundamentos teóricos para a resolução do problema proposto. No primeiro momento, na Atividade I, conduzimos os estudantes ao laboratório, apresentamos a configuração de três paredes em alvenaria, construídas com tijolos maciços aparentes com revestimentos externos diferentes: uma com argamassa de cimento e areia, uma com gesso e a outra com poliestireno expandido. Os questionamentos realizados e que serviram como fios condutores para a proposição do EC foram: qual das três paredes apresenta maior conforto térmico em uma edificação? Qual é o comportamento térmico dos materiais de cada parede? O que é preciso fazer para reduzir as perdas térmicas em uma edificação?

Lançado o problema, após discussões de como resolvê-lo, na Atividade II da Situação I, os estudantes foram conduzidos à biblioteca para realizarem uma investigação em livros e artigos com o intuito de responder às indagações realizadas. Esse foi um momento importante na pesquisa, pois aproveitamos para discutir e esclarecer dúvidas e questionamentos em uma aula ministrada por três professoras: a Pesquisadora, que discutiu conceitos matemáticos; a Professora de Física, que esclareceu conceitos básicos da Física, e a Professora de Transferência de Calor, que ministrou aula sobre conceitos básicos da Transferência de Calor.

A Situação II do EC, que chamamos de “*Realização da experiência e resolução de EDO*”, deu-nos respaldo para responder de forma científica aos questionamentos do EC, por meio da realização da experiência com as três paredes e da resolução de EDO de variáveis separáveis. A experiência com as paredes em laboratório foi realizada na Atividade I, a resolução de uma questão do ENADE na Atividade II e a maioria da construção de conhecimentos relativos a conceitos associados às Equações Diferenciais e resolução de EDO de variáveis separáveis aconteceu na Atividade III. Após concluir que a Lei de Fourier³ é utilizada para determinar o fluxo

³ Segundo Incropera e Dewitt (2014), para uma parede plana unidimensional com uma distribuição de temperaturas T , a equação da taxa de transferência é escrita na forma $q_x'' = -k \frac{dT}{dx}$, relação conhecida como Lei de Fourier.

térmico, passamos a investigar suas características e aplicação na resolução de uma questão do ENADE com o intuito de possibilitar aos estudantes a formação e compreensão de conceitos relativos às EDO de variáveis separáveis, e responder ao que havíamos proposto no EC. Discutimos em sala de aula importantes conceitos relacionados às Equações Diferenciais, como: o número de variáveis independentes da função incógnita; o número de funções incógnitas; a estrutura, a ordem e o grau da equação; definimos solução geral e solução particular e verificamos se uma função é solução da equação dada; transformamos uma equação da forma normal para a forma diferencial e vice-versa, e identificamos os diversos tipos de Equações Diferenciais, com o objetivo de resolver as de variáveis separáveis. Por fim, resolvemos EDO utilizando a técnica de separação de variáveis.

4 Procedimentos metodológicos para a organização dos dados coletados

Nesta seção, apresentamos os procedimentos adotados para a organização dos dados coletados durante a implementação do EC. Esses dados, coletados por meio de gravação de áudio, foram transcritos e comparados com as anotações realizadas pela pesquisadora com o intuito de registrar fielmente todos os detalhes dos diálogos ocorridos nos momentos de aula. Após a transcrição, optamos por apenas excluir do depoimento transcrito os vícios de linguagem e preencher algumas lacunas visando tornar a leitura mais fluente.

Os episódios selecionados para análise foram interpretados tendo como base os métodos e procedimentos de codificação e categorização (CHARMAZ, 2009) e da análise de conteúdo qualitativa (GRANEHEIM; LUNDMAN, 2004). No primeiro momento, realizamos uma codificação sistemática dos dados e uma subsequente categorização dos códigos sem referência aos aportes teóricos. Os aportes foram utilizados posteriormente como ótica para interpretar os resultados da categorização, considerando o objetivo da pesquisa.

Para Charmaz (2009, p. 69), “codificar significa categorizar segmentos de dados com uma denominação concisa que, simultaneamente, resume e representa cada parte dos dados”. Nesta pesquisa, a codificação nos deu suporte para questionar de modo analítico os dados da pesquisa e nos levou a observar atentamente as ações contidas nos diálogos.

Construímos códigos com a finalidade de selecionar e organizar os dados e,

para isso, realizamos uma leitura minuciosa do material que havíamos coletado, uma vez que “a codificação representa mais do que um começo; ela define a estrutura analítica a partir da qual você constrói a análise” (CHARMAZ, 2009, p. 70). Nessa perspectiva, utilizamos a codificação para construirmos uma interpretação das situações estudadas.

De acordo com Charmaz (2009), uma codificação compreende pelo menos duas fases principais: a codificação inicial (fase em que estudamos rigorosamente os dados) e a codificação focalizada e seletiva (empregada para detectar e desenvolver categorias que mais se destacaram em grande quantidade de códigos). Strauss e Corbin (1990 e 1998) citados por Charmaz (2009), apresentam um terceiro tipo de codificação, denominada codificação axial. Essa codificação segue o desenvolvimento de uma categoria principal e tem por objetivos classificar, sintetizar e organizar grande montante de dados.

Informamos que, nesta pesquisa, utilizamos o termo “códigos” na codificação inicial (primeira fase), “categorias” na codificação focalizada (segunda fase) e “temas” na codificação axial (terceira fase). Assim, desenvolvemos códigos, categorias e temas, e suas conexões refletiram o modo como compreendemos os dados. Dessa forma, após uma leitura mais atenta e focada dos materiais que seriam analisados, realizamos a codificação inicial e, para isso, retomamos o objeto e o objetivo da pesquisa em busca de ideias analíticas, para então, separarmos os dados de acordo com seu contexto, objetivando a elaboração de códigos, e os organizarmos de maneira que exprimissem ações. Para tal, codificamos os dados como ações com o uso da forma nominal do verbo no gerúndio. Para Glaser (1978), citado por Charmaz (2009), a utilização de gerúndios na codificação auxilia o pesquisador a detectar processos e a se fixar nos dados, transmitindo uma forte sensação de ação e sequência, pois a utilização de substantivos converte essas ações em tópicos. Apresentamos no Quadro 1 um exemplo de um código de análise utilizando um diálogo ocorrido na resolução da Atividade 1.

Para a construção dos códigos, observamos o assunto principal do diálogo transcrito, bem como os conhecimentos matemáticos implícitos na discussão em análise. Em seguida, escolhemos o verbo adequado para cada situação, empregado no gerúndio, garantindo, assim, um foco de interpretação. No exemplo representado no Quadro 1, o verbo *analisar* foi escolhido, porque, no momento desse diálogo, os

estudantes estavam analisando qual das paredes poderia apresentar maior conforto térmico em uma edificação, especificamente, a parede que continha o isopor. Caso a ação fosse outra, haveria outros verbos, como: comparar, explorar, mostrar, definir, comprovar, explicar, entre outros.

Quadro 1: Código expresso em gerúndio

Diálogo ocorrido na Situação 1	Código
PESQUISADORA: <i>Ei, que parede vocês escolheram?</i> JOÃO: <i>A de isopor.</i> PESQUISADORA: <i>Por que o isopor?</i> JOÃO: <i>Eu acredito que o isopor precisa de uma temperatura muito alta pra começar a trocar calor com o meio, assim, como ele tem um calor específico baixo, você tem que submeter ele a uma alta temperatura ou uma temperatura muito baixa pra ele começar a trocar.</i> PESQUISADORA: <i>Como você sabe disso?</i> JOÃO: <i>Lembro das aulas de Física que tive no Ensino Médio.</i>	Analisando o comportamento térmico de materiais

Fonte: Lopes (2021, p. 114)

Após a codificação inicial, prosseguimos para a codificação focalizada e seletiva. Nessa etapa, identificamos os códigos que mais se destacaram e os sintetizamos em categorias. Nesse momento do processo, norteou-nos o que preconiza Charmaz (2009, p. 87), segundo a qual “a codificação focalizada exige a tomada de decisão sobre quais os códigos iniciais permitem uma compreensão analítica melhor para categorizar os seus dados de forma incisiva e completa”.

Apresentamos, no Quadro 2, códigos que foram sintetizados para a criação de uma categoria. Para criar categorias com base nos códigos, foram observadas as similaridades entre as ações praticadas pelos estudantes em cada código. De acordo com essas características, esses códigos foram agrupados em categorias cuja nomeação se faz de forma mais abrangente, como o exemplo do Quadro 2, que representa a categoria dos conceitos da Física estudada na Educação Básica, ou seja, cada código dessa categoria contempla ações relacionadas à mobilização de conhecimentos relativos a conceitos da Física pelos estudantes.

Quadro 2: Códigos sintetizados em uma categoria

Códigos	Categoria
Diferenciando calor de temperatura.	Mobilizando conhecimentos de Física da Educação Básica
Transformando medidas de temperatura de Celsius para Kelvin.	
Analisando o comportamento térmico de materiais.	
Discutindo sobre troca de calor e transmissão de calor.	

Compreendendo unidades de medida.	
-----------------------------------	--

Fonte: Lopes (2021, p. 115)

No caso desta pesquisa, após organizar as categorias, realizamos uma integração entre elas e o marco teórico com o objetivo de classificar, sintetizar e organizar os dados, servindo assim de suporte para a análise. Dessa forma, definimos quatro categorias emergentes que norteiam as interpretações dos dados dessa análise. São elas:

- mobilizando conhecimentos de Física da Educação Básica;
- construindo conhecimentos relativos a conceitos da Transferência de Calor estudada no Ensino Superior;
- discutindo conhecimentos de Matemática básica;
- construindo conhecimentos acerca de conceitos do Cálculo Diferencial e Integral.

Comunicamos que existem intersecções entre as categorias “Mobilizando conhecimentos de Física da Educação Básica” e “Construindo conhecimentos relativos a conceitos da Transferência de Calor estudada no Ensino Superior”. Para separar essas duas categorias, consideramos os verbos “mobilizar” e “construir”, ou seja, em alguns diálogos julgamos que os estudantes estavam mobilizando conhecimentos de Física já estudados na Educação Básica, e, em outros, percebemos que eles estavam envolvidos com conhecimentos acerca de conceitos específicos da Transferência de Calor estudados no Ensino Superior. Formadas nossas categorias na segunda fase da codificação, após a integração entre elas e o marco teórico e metodológico desta pesquisa, visualizamos a possibilidade de categorias mais amplas, ou seja, os temas.

Recorremos então à codificação axial para relacionar os temas às categorias. Para definir cada tema, buscamos, além dos aspectos manifestos, os aspectos latentes do texto, ou seja, o que podia ser deduzido dos pressupostos implícitos nos diálogos dos estudantes. Nesta pesquisa, códigos e categorias foram divididos em dois temas: “Transferência de Calor” e “Equações Diferenciais Ordinárias”. O primeiro tema, “Transferência de Calor”, é resultado da análise, em uma perspectiva cognitiva, de como os estudantes universitários manifestam sua compreensão relativa aos conhecimentos vinculados a conceitos da Física e da Transferência de Calor. O segundo tema, Equações Diferenciais Ordinárias, reflete a forma como percebemos a

construção de novos esquemas e de mobilização de conhecimentos relacionados a conceitos do Cálculo para a aprendizagem de EDO. Organizamos no Quadro 3 os códigos, categorias e temas estabelecidos na codificação.

Quadro 3: Códigos, categorias e temas estabelecidos na codificação

Códigos	Categorias	Temas	
Diferenciando calor de temperatura	Mobilizando conhecimentos de Física da Educação Básica	Transferência de Calor	
Transformando medidas de temperatura de Celsius para Kelvin			
Analisando o comportamento térmico de materiais			
Discutindo sobre troca de calor e transmissão de calor			
Compreendendo unidades de medida			
Calculando a taxa de transferência de calor por unidade de área	Construindo conhecimentos relativos a conceitos da Transferência de Calor estudada no Ensino Superior		
Diferenciando fluxo de calor e taxa de transferência de calor			
Indagando sobre os modos de transferência de calor			
Pesquisando energia térmica em movimento			
Definindo o fluxo térmico			
Compreendendo a condutividade térmica e o gradiente de temperatura			
Analisando a transferência de calor em paredes de uma edificação			
Viabilizando o cálculo de taxas de transferência	Discutindo conhecimentos de Matemática básica		Equações Diferenciais Ordinárias
Compreendendo o conceito de função			
Investigando as propriedades dos logaritmos			
Diferenciando variável dependente de variável independente			
Entendendo o logaritmo natural			
Relacionando o sentido do escoamento de calor e o gradiente de temperatura com o sistema de coordenadas			
Verificando as propriedades da potenciação	Construindo conhecimentos acerca de conceitos do Cálculo Diferencial e Integral		
Calculando integral por substituição			
Determinando a ordem e o grau de uma EDO			
Aplicando regras da derivação			
Verificando se a função é solução da EDO			
Transformando uma equação da forma normal para a forma diferencial e vice-versa			
Resolvendo uma EDO de variáveis separáveis			
Interpretando a Lei de Fourier como uma EDO e			

aplicando-a na resolução de problemas		
Separando as variáveis de uma EDO		

Fonte: Lopes (2021, p. 116-117)

Na próxima seção, fundamentados nos preceitos da fase cognitiva da TMCC, apresentamos os resultados obtidos por meio da análise dos dados. Destacamos alguns diálogos ocorridos entre estudantes e entre estudantes e professores envolvidos para externar nossa percepção em relação à construção de conhecimentos de Matemática, Física e Transferência de Calor para a aprendizagem de EDO. Salientamos que utilizamos nomes fictícios para resguardar a identidade dos participantes deste estudo.

5 Análise dos dados

No início do desenvolvimento do EC, na realização da Atividade II da Situação I, propusemos aos estudantes que respondessem alguns questionamentos a respeito de conhecimentos relacionados a conceitos básicos da Transferência de Calor. Já havíamos apresentado a proposta de resolução e desenvolvimento do EC, com o objetivo de investigar o comportamento térmico de três configurações de paredes em alvenaria durante uma prática laboratorial. Nesse momento, alguns estudantes perceberam que precisavam estudar conteúdos necessários para a resolução do EC, e, assim, levantaram dúvidas a respeito de diversos conhecimentos da Matemática, da Física e da Transferência de Calor.

Nos diálogos destacados a seguir, observamos a ocorrência das quatro categorias elencadas nessa pesquisa: *mobilizando conhecimentos de Física da Educação Básica; construindo conhecimentos relativos a conceitos da Transferência de Calor estudada no Ensino Superior; discutindo conhecimentos de Matemática Básica e construindo conhecimentos acerca de conceitos do Cálculo Diferencial e Integral*. Iniciamos destacando a categoria “*Construindo conhecimentos relativos a conceitos da Transferência de Calor estudada no Ensino Superior*” que aconteceu, inicialmente, por meio da mobilização de “*conhecimentos de Física da Educação Básica*”, evidenciada no próximo diálogo:

VINÍCIUS: *Professora, depois da aula eu fiquei muito curioso sobre a experiência realizada com as paredes. Daí, chegando em casa eu li muitas coisas desse assunto. Tem um tanto de coisa que a gente precisa saber pra entender. Tem um monte de coisa que a gente não sabe.*

PESQUISADORA: *Quais coisas?*

AUGUSTO: *'Peraí', eu também fiz a mesma coisa, li 'um monte de trem'. Tem até uma disciplina chamada Transferência de Calor que explica isso tudo aí né. Quando vamos ter aula dessa disciplina?*

Não havíamos previsto que os estudantes fizessem essas leituras em casa e ficamos muito surpresos e agradecidos com o real interesse da turma pelo assunto. Obviamente, essa investigação realizada por alguns dos estudantes facilitou a realização da atividade proposta. Após essa discussão, encaminhamos os estudantes até a biblioteca da instituição, a fim de investigarem assuntos necessários para a resolução do EC. A discussão foi intensa e suscitou muitas dúvidas.

FELIPE: *Eu pensei que eu sabia o que era temperatura e calor, e agora, mesmo lendo isso no livro eu continuo confuso.*

HUDSON: *Engraçado né, como se define temperatura? Tem definições aqui? Eu acho que temperatura é a energia do corpo. Eu acho que é porque o calor é a transferência de energia e a transferência de calor só acontece entre dois corpos com temperaturas diferentes. Então, eu imagino que temperatura seja a energia que está no corpo e o calor é a transferência dessa energia... do corpo com maior temperatura para o corpo que tem menor temperatura.*

FERNANDO: *Professora, olha aqui as fórmulas que Vinícius estava falando $[q_x'' = -k \frac{dT}{dx}]$. Essa aqui tem derivada $\frac{dT}{dx}$, olha aí a taxa de variação. Mas eu vi essa fórmula de dois jeitos: com k positivo e com k negativo. Qual delas está correta?*

Essa foi uma oportunidade muito boa para construção de conhecimento, pois os estudantes estavam motivados a compreender a transferência de calor ocorrida na experiência realizada com as paredes. Haviam pesquisado o assunto em casa e estavam curiosos em relação às diferentes versões que encontraram para as expressões relacionadas à lei de Fourier (com k positivo e k negativo). Nesse sentido, destacamos a motivação para os estudos de Vinícius, quando afirma: *"...chegando em casa eu li muitas coisas desse assunto. Tem um tanto de coisa que a gente precisa saber pra entender"*. É possível observar o reconhecimento do estudante em relação à importância dos conteúdos que estavam sendo tratados e a conscientização de que precisava estudar um pouco mais para resolver o EC proposto. Nesse sentido, Camarena (2017, p. 8) afirma que para os alunos, "eventos contextualizados não são exercícios, não são problemas ou projetos de rotina, mas são problemas de projeto que devem causar um conflito cognitivo ao ler o enunciado e também devem motivá-los e intrigá-los a querer continuar com a tarefa". Entendemos que essa motivação para o estudo foi proporcionada pela contextualização entre a Física, a Transferência de Calor e a Matemática, explorada no EC.

Quando Fernando afirmou *"Essa aqui tem derivada dT/dx , olha aí a taxa de*

variação”, ele estava contextualizando a derivada em uma situação na qual percebeu a existência de uma taxa de variação, ou seja, o estudante compreendeu que as situações específicas relacionadas a uma variação de uma grandeza em relação à outra estão relacionadas à ideia matemática de derivada, que pode ser vista como uma taxa de variação. Observamos, por meio de sua afirmação, que o conhecimento matemático foi adaptado e sofreu transformações, um aspecto relativo à noção de Transposição Contextualizada, importante constructo teórico relacionado à fase epistemológica da TMCC. Ressaltamos que os conceitos de taxa de variação e de derivada, cujos conhecimentos foram mobilizados pelo estudante, estão relacionados à categoria “*Construindo conhecimentos acerca de conceitos do Cálculo Diferencial e Integral*”.

Mais adiante, na resolução da Atividade II da Situação II, as dúvidas relacionadas à taxa de variação persistiram da seguinte forma:

PESQUISADORA: *Qual é a diferença da equação que representa a Lei de Fourier para as equações que vocês conhecem?*

JOSÉ: *Ela tem uma taxa de variação.*

PESQUISADORA: *Isso mesmo. A transferência de calor por condução é governada pela Lei de Fourier, e essa lei é representada por uma equação que envolve uma taxa de variação.*

BRUNO: *Professora, a senhora tá falando que derivada é uma taxa de variação. Eu sei resolver derivada, sei aplicar aquela ‘regra que tem uma dentro da outra’, aquela que deriva e deriva de novo, sei fazer aquela de $uv' + vu'$ e aquela que divide por v ao quadrado. Sei fazer as contas, mas eu não entendo quando a senhora fala taxa de variação. Não consigo compreender o que é isso na Matemática.*

AUGUSTO: *‘Moço’, você não está sabendo nem falar o nome das regras.*

ROGÉRIO: *‘Pra’ mim, uma ‘dentro da outra’ é aquela composta.*

AUGUSTO: *Professora, a regra da cadeia se aplica quando a função é composta, ‘né’? Eu não tinha percebido isso antes.*

PESQUISADORA: *Isso mesmo. Bruno, você está falando da regra da cadeia, do produto e do quociente, é isso?*

BRUNO: *Sim. Mas eu quero mesmo é entender essa tal de taxa de variação.*

Esse diálogo ocorreu quando os alunos estavam resolvendo uma questão do ENADE. Escolhemos essa questão para explorar a Lei de Fourier e, com ela, construir conhecimentos relacionados ao conceito de EDO de variáveis separáveis. Maiores detalhes acerca da resolução dessa questão podem ser obtidos em Lopes (2021).

A categoria “*Construindo conhecimentos acerca de conceitos do Cálculo Diferencial e Integral*” também se destaca nesse diálogo quando o estudante Bruno cita três regras de derivação: a derivada de uma função que pode ser escrita como o

produto de outras duas funções; a derivada de uma função que pode ser escrita como o quociente de outras duas funções e a regra para obter a derivada de uma função composta (regra da cadeia). Na regra do produto, quando ele citou $uv' + vu'$, na verdade, quis dizer que a derivada da função escrita como o produto das funções u e v é dada por u multiplicada pela derivada de v adicionada a v multiplicada pela derivada de u , ou seja, se u e v são funções diferenciáveis em x , então o produto uv também é, e a derivada de uv é dada, em notação “linha”, por $(uv)' = uv' + vu'$. Em notação de função, se f e g são diferenciáveis em x , $\frac{d}{dx}[f(x)g(x)] = f(x)g'(x) + g(x)f'(x)$.

Na discussão ocorrida, percebemos a não atribuição de significados a uma representação para um determinado objeto matemático. A questão das representações dos objetos matemáticos em diferentes registros semióticos, amplamente discutida por Duval (1999) como sendo capital para a aprendizagem da Matemática, também é levada em consideração nas investigações de cunho cognitivo realizadas na TMCC. Como pontua Camarena (2021, p. 187), analisar a maneira como os estudantes trabalham, ao resolver um evento contextualizado, com as diferentes representações de um objeto matemático “é uma forma de observar como estão trabalhando o evento, se o estão compreendendo adequadamente ou se estão tomando um rumo equivocado”. Na discussão aqui apresentada, observa-se que os estudantes sabem realizar cálculos matemáticos, sabem manipular regras de maneira técnica, mas não compreendem o significado do que estão fazendo.

É visível que os estudantes memorizaram as regras próprias das representações algébricas, mas, pela forma como se referem a essas regras, de maneira imprecisa na linguagem natural, parece que decoraram os procedimentos e como estes são representados, do ponto de vista semiótico, mas não os significados inerentes a eles. Sem compreensão, memorizaram que o produto de funções diferenciáveis é também uma função diferenciável e que a derivada de tal função pode ser obtida a partir de uma determinada maneira técnica, idem para o quociente de funções diferenciáveis e para a composição de funções diferenciáveis. Essa aplicação de regras na Matemática, sem compreensão de seus verdadeiros significados, leva o estudante a dizer enganosamente: “*eu sei resolver derivada*”. Observa-se aí uma incoerência, pois na mesma fala ele diz: “*Sei fazer as contas, mas não entendo quando a senhora fala taxa de variação*”. A incoerência reside no fato de saber

derivada, mas não saber o que é taxa de variação; saber calcular, mas não saber o significado do que se calcula. Para um engenheiro, de nada adianta saber calcular ou saber “resolver” uma derivada se não associá-la a uma taxa de variação. Se ele só souber calcular derivadas, a transposição desse conteúdo para as diferentes áreas em que conhecimentos acerca desse conceito matemático são aplicados (Transposição Contextualizada, na acepção da TMCC) não será possível, porque ele não compreenderá que em problemas relacionados à variação, a modelagem a ser feita irá requerer a mobilização da noção de derivada vista como taxa de variação. Nesse sentido, Camarena (2017) salienta a importância de uma abordagem matemática que busque a construção de conhecimentos de forma estruturada, articulada e não fragmentada, para desenvolver habilidades de pensamento por meio de reflexões relacionadas a situações de interesse dos estudantes, possivelmente propiciando uma aprendizagem significativa.

Quando o estudante disse “*aquela que divide por v ao quadrado*”, ele se referia à regra do quociente, isto é, se u e v são funções diferenciáveis em x e $v(x) \neq 0$, então o quociente $\frac{u}{v}$ é também uma função derivável em x . Para essa representação, temos o registro em notação “*linha*”, $\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ e em notação de função, se f e g são diferenciáveis, $\frac{d}{dx} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{g(x) \frac{d}{dx} [f(x)] - f(x) \frac{d}{dx} [g(x)]}{[g(x)]^2}$.

Compreendemos que Bruno, ao afirmar “*aquela regra que tem uma dentro da outra, aquela que deriva e deriva de novo*”, estava se referindo à regra da cadeia, que pode ser enunciada por: se g for derivável em x e f for derivável em $g(x)$, então a função composta $F = f \circ g$, definida por $F(x) = f(g(x))$ será derivável em x e F' será dada pelo produto $F'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$. Ainda em relação à esta regra, ela tornou-se explícita para o aluno Augusto quando ele diz: “*Professora, a regra da cadeia se aplica quando a função é composta ‘né’. Eu não tinha percebido isso antes*”.

Destacamos neste momento também a categoria “*discutindo conhecimentos de Matemática Básica*”, pois muita discussão ocorreu quando o aluno trouxe à pauta conhecimentos relacionados à função composta. A percepção de Augusto em relação à função composta aconteceu quando Rogério se manifestou, assim, apontamos a importância das discussões conjuntas em sala de aula e das interações entre os estudantes, para que percebam alguns significados que não haviam percebido antes. É essencial que os alunos tenham oportunidade de interagir socialmente com os

colegas e com o professor para promover sua aprendizagem e, conseqüentemente, seu desenvolvimento cognitivo. Entendemos, de forma atinente à Abordagem Sociocultural de Vigotsky, um dos sustentáculos do Modelo Didático inerente à TMCC (CAMARENA, 2017), que momentos como esse deveriam ser mais presentes em sala de aula, uma vez que, nestes, em que há ênfase na aprendizagem colaborativa, os estudantes têm espaço para buscar informações novas ou complementares acerca de temáticas emergentes da discussão de um assunto.

É preciso refletir sobre o ensino e a aprendizagem quando um estudante admite que sabe “*fazer essas contas*”, mas não entende “*por que é assim*”, pois evidencia o domínio do algoritmo sem a compreensão do conteúdo. Podemos afirmar que as atividades desenvolvidas em sala de aula devem oportunizar situações que permitam ao aluno dominar o algoritmo e as técnicas de resolução, mas de forma que esses algoritmos e técnicas estejam estreitamente atrelados à compreensão dos conceitos. Uma das preocupações centrais ao orientar o processo de ensino ao que é preconizado na TMCC é possibilitar que o estudante seja hábil em realizar a transposição contextualizada dos conhecimentos estudados na Matemática para seus diferentes campos de aplicação, o que se torna extremamente custoso se o graduando tiver vivenciado uma aprendizagem que seja apenas memorística. Estabelecer interrelações entre conhecimentos estudados em determina área e seus contextos externos de aplicação requer uma aprendizagem significativa no sentido de Ausubel et al. (1990), sendo este, como já mencionamos o principal subsídio na fase cognitiva da TMCC.

Pela perspectiva da TMCC, durante a resolução de eventos contextualizados o estudante tende a assumir a responsabilidade por sua própria aprendizagem, desenvolvendo habilidades para autonomia na aprendizagem e no trabalho em equipe. Nessa atividade, para responder aos questionamentos e dúvidas dos alunos, o professor tem o papel de guia no trabalho dos estudantes e possui diferentes formas de proceder, dependendo das habilidades de resolução e processos cognitivos das equipes de estudantes (CAMARENA, 1990). Observamos que, quando os estudantes se deparam com uma situação em que precisam colocar em ação seus conhecimentos, muitos questionamentos acabam vindo à tona, principalmente se forem em situações diferentes das situações escolares usuais.

6 Considerações Finais

Nos diálogos destacados na análise, identificamos a ocorrência das quatro categorias, que foram fundamentais na determinação de um parâmetro de conduta para organizar os dados e interpretar a discussão dos estudantes durante a resolução do EC. A realização das atividades durante o desenvolvimento do EC viabilizou a compreensão de pré-requisitos da Matemática e da Física e a construção de conhecimentos relacionados a conceitos da Transferência de Calor e do Cálculo.

Os estudantes estavam motivados a compreender a transferência de calor ocorrida na experiência realizada com as paredes, e apresentaram muitas dúvidas e indagações. O desenvolvimento do EC favoreceu o processo de aprendizagem do Cálculo, pois possibilitou ao estudante compreensões que extrapolaram a formulação matemática de conceitos, além de ter desempenhado o papel de ente integrador entre disciplinas matemáticas e não matemáticas, a saber, o Cálculo e a Transferência de Calor.

O desenvolvimento, por parte dos sujeitos da pesquisa, de aspectos relacionados à Transposição Contextualizada foi propiciado pelo EC e, nesse sentido, entendemos que possibilitar, por meio do estabelecimento de articulação entre a Matemática e as áreas de aplicação da Engenharia, o desenvolvimento de habilidades em realizar tal transposição foi uma das contribuições da pesquisa para a aprendizagem de EDO por graduandos em Engenharia Civil.

O contexto do evento deu significado ao objeto em estudo e o MoDiMaCo, modelo didático utilizado para sua implementação pôde favorecer o desenvolvimento de algumas competências gerais que, conforme as DCN (BRASIL, 2019), são esperadas de um egresso de um curso de Engenharia. Destacamos as seguintes: I. Formular e conceber soluções desejáveis de engenharia, analisando e compreendendo os usuários dessas soluções e seu contexto; II. Analisar e compreender os fenômenos físicos e químicos por meio de modelos simbólicos, físicos e outros, verificados e validados por experimentação; III. Conceber, projetar e analisar sistemas, produtos (bens e serviços), componentes ou processos; V. Comunicar-se eficazmente nas formas escrita, oral e gráfica; VI. Trabalhar e liderar equipes; e VIII. Aprender de forma autônoma e lidar com situações e contextos complexos, atualizando-se em relação aos avanços da ciência, da tecnologia e aos desafios da inovação. Dessa forma, entendemos que, além de viabilizar a

aprendizagem do Cálculo, consideramos que o desenvolvimento do evento e solução do problema proposto, contribuíram com a formação profissional dos futuros engenheiros que foram sujeitos desta pesquisa.

Referências

AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. **Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo**. México: Trillas, 1990.

BRASIL. Ministério da Educação. Resolução CNE/CES n. 2/2019, de 23 de abril de 2019. Institui as **Diretrizes Curriculares Nacionais do Curso de Graduação em Engenharia**, 2019.

CAMARENA, P. G. Didáctica de la matemática en contexto. **Educación Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 19, n. 2, p. 1-26, 2017.

CAMARENA, P. G. A treinta años de la teoría educativa “Matemática en el Contexto de las Ciencias”. **Revista Innovación Educativa**, v. 13, n. 62, p. 17-44, 2013.

CAMARENA, P. G. **Diseño de un curso de ecuaciones diferenciales en el contexto de los circuitos eléctricos**. 1987. Tesis (Maestría en Ciencias con especialidad en Matemática Educativa) — Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, Instituto Politécnico Nacional. Ciudad de México.

CAMARENA, P. G. El currículo de las matemáticas en ingeniería. **Memorias de las Mesas redondas sobre definición de líneas de investigación en el IPN**. Ciudad de México: Instituto Politécnico Nacional, 1984.

CAMARENA, P. G. **Especialidad en docencia de la ingeniería matemática en electrónica**. Ciudad de México: Instituto Politécnico Nacional, 1990.

CAMARENA, P. G. **Etapas de la matemática en el contexto de la ingeniería**. Reporte de proyecto de investigación. Ciudad de México: Instituto Politécnico Nacional, 2000.

CAMARENA, P. G. Metodología curricular para las ciencias básicas en ingeniería. **Innovación Educativa**, Ciudad de Mexico, v. 2, n. 10, (primera parte) p. 22-28; v. 2, n. 11, (segunda parte) p. 4-12. 2002.

CAMARENA, P. G. **Procesos metodológicos que identifican competencias matemáticas**. Reporte de proyecto de investigación. Ciudad de México: Instituto Politécnico Nacional, 2010.

CAMARENA, P. G. **Teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciências**. Santiago del Estero: EDUNSE, 2021.

CAMARENA, P. G.; MURO, C. **Campos conceptual de la interdisciplinariedad en la ingeniería**. Alemanha: Editorial Académica Espanhõla, 2012.

CHARMAZ, K. **A construção da teoria fundamentada: guia prático para análise qualitativa**. Tradução de Joice Elias Costa. Porto Alegre: Artmed, 2009.

DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais**. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

GRANEHEIM, U. H.; LUNDMAN, B. Qualitative content analysis in nursing research: concepts, procedures and measures to achieve trustworthiness. **Nurse Education Today**, v. 24, n. 2, p. 105-112, feb. 2004.

LIMA, G. L.; BIANCHINI, B.L.; GOMES, E. *Dipping*: uma metodologia para o planejamento ou redirecionamento de programas de ensino de matemática em cursos de engenharia. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA, 44. COBENGE, 2016, Natal. **Anais...** Natal: ABENGE, 2016.

LOPES, R. **Equações Diferenciais Ordinárias de Variáveis Separáveis na Engenharia Civil**: uma abordagem contextualizada a partir de um problema de transferência de calor. 2021. 316f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) — Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologias. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo.