

Avaliação do entendimento do conceito de divisão por meio de resolução de problemas

Luciane Cristina Joenk Hoffmann¹

Viviane Clotilde da Silva²

Janaína Poffo Possamai³

Resumo: O propósito deste estudo é avaliar a compreensão dos estudantes sobre o conceito de divisão por meio de uma prática educativa orientada pela resolução de problemas. Para tanto, discute-se os preceitos que norteiam o ensino por meio da resolução de problemas, bem como a importância dos problemas para a avaliação dos conhecimentos prévios dos estudantes. Por fim, analisamos a resolução de um problema utilizado com estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental. Essa utilização propiciou que se verificasse a importância de possibilitar aos discentes mostrarem os entendimentos sobre divisão por meio de diferentes estratégias que envolvem o registro pictórico, as somas ou subtrações sucessivas. Esse diagnóstico mostra-se importante, pois permite ao professor, no momento de formalizar o conceito de divisão, valorizar as compreensões dos estudantes.

Palavras-chave: Resolução de Problemas. Conhecimentos Prévios. Estratégias de Resolução. Desenvolvimento Conceitual.

Assessment of understanding of the concept of division through problem solving

Abstract: The purpose of this study is to assess students' understanding of the concept of division through a problem-oriented educational practice. In order to do so, the precepts that guide teaching through problem solving are discussed, as well as the importance of problems for the assessment of students' prior knowledge. Finally, we analyze the resolution of a problem used with students of the 3rd year of Elementary School. The use of the problem made it possible to verify the importance of enabling students to externalize their understanding of division through different strategies that involve pictorial registration, successive additions or subtractions. This diagnosis is important, as it allows the teacher, when formalizing the concept of division, to value the students' understandings.

Keywords: Problem Solving. Prior Knowledge. Resolution Strategies. Conceptual Development.

Evaluación de la comprensión del concepto de división a través de la resolución de problemas

Resumen: El propósito de este estudio es evaluar la comprensión de los estudiantes sobre el concepto de división a través de una práctica educativa orientada a

¹ Especialista em Psicopedagogia. Professora de Matemática do Colégio Universitário da Universidade para o Desenvolvimento do Alto Vale do Itajaí (UNIDAVI). Santa Catarina, Brasil. ✉ luciane.hoffmann@unidavi.edu.br

 <http://orcid.org/00000001-6326-9312>.

² Doutora em Educação para Ciência. Professora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Regional de Blumenau (FURB). Santa Catarina, Brasil. ✉ vcs@furb.br  <http://orcid.org/0000-0002-0315-6532>.

³ Doutora em Engenharia de Produção. Professora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Regional de Blumenau (FURB). Santa Catarina, Brasil. ✉ janainap@furb.br  <http://orcid.org/0000-0003-3131-9316>.

problemas. Para ello, se discuten los preceptos que guían la enseñanza a través de la resolución de problemas, así como la importancia de los problemas para la evaluación de los conocimientos previos de los alumnos. Finalmente, analizamos la resolución de un problema utilizado con estudiantes del 3° año de la Enseñanza Primaria. El uso del problema permitió comprobar la importancia de capacitar a los estudiantes para exteriorizar su comprensión de la división a través de diferentes estrategias que involucran registros pictóricos, sumas o restas sucesivas. Este diagnóstico es importante, ya que le permite al docente, al formalizar el concepto de división, valorar las comprensiones de los estudiantes.

Palabras clave: Resolución de Problemas. Conhecimentos Previos. Estratégias de Resolução. Desenvolvimento Conceptual.

1 Introdução

O ato de aprender pode ser entendido como a possibilidade de fazer conexões e associações entre o que se deseja conhecer e os conceitos/procedimentos já existentes na nossa mente (MOREIRA, 2015; VAN DE WALLE, 2009; VIGOTSKI, 2018). Essa aprendizagem depende da diversidade de relações realizadas pelo estudante, ampliando, modificando ou aprofundando os conceitos que já possui e estabelecendo significados sobre a relação entre eles. Nesse sentido, a aprendizagem é construída à medida que os discentes estabelecem conexões entre os conceitos já aprendidos e os novos conhecimentos explorados (ALLEVATO e ONUCHIC, 2019).

Falar em aprendizagem com compreensão significa assumir a concepção de que aprender possui um caráter dinâmico, o que requer ações de ensino direcionadas para que os estudantes aprofundem e ampliem os sentidos que produzem, mediante as suas participações nas atividades propostas. Dessa forma, para que a aprendizagem ocorra, é importante que ela seja relevante, tendo em vista a apropriação de significados, possibilitando relações com experiências anteriores, vivências pessoais e outros conhecimentos, dando espaço para a resolução de problemas desafiantes e que incentivem o estudante a aprender mais (ALLEVATO e ONUCHIC, 2019).

Nessa perspectiva, o ensinar por meio da Resolução de Problemas em Matemática constitui-se um caminho para aprender Matemática e não apenas para ensinar a resolver problemas, tendo como princípio que o “[...] problema é ponto de partida e orientação para a aprendizagem de novos conceitos e novos conteúdos matemáticos” (ALLEVATO e ONUCHIC, 2021, p. 51).

Van de Walle (2009) afirma que se deve abandonar a ideia de que só existe um único método para resolver um problema e, mesmo quando há uma única solução

correta, é relevante que existam múltiplos pontos de partida. Dessa forma, os problemas tornam-se acessíveis, não se limitando a um único método de resolução (algoritmo), incentivando a comunicação e a reflexão por parte dos estudantes, de forma que cada um, a sua maneira, possa contribuir na construção do conhecimento.

É nesse contexto que o estudo apresentado neste artigo se estabelece, tendo como objetivo avaliar a compreensão dos estudantes sobre o conceito de divisão por meio de uma prática educativa orientada pela resolução de problemas.

Para tanto, apresenta-se uma discussão sobre o ensino de Matemática por meio da Resolução de Problemas, a importância de se avaliar os conhecimentos prévios, bem como a caracterização metodológica, os resultados e análise de uma prática educativa desenvolvida com estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental.

2 Resolução de problemas como meio de aprender Matemática

Percebemos, nas últimas décadas, uma relevância nos estudos e pesquisas referentes a metodologias de ensino da Matemática que levam os estudantes a terem um papel ativo na sua aprendizagem, dentre elas, encontra-se a metodologia de ensino a partir da Resolução de Problemas (POSSAMAI *et al.*, 2021).

Tal intensificação aponta seu uso não apenas para apresentar as aplicações de um determinado conteúdo, mas, principalmente, como uma possibilidade para se aprender a fazer Matemática. A prática pedagógica mostra-nos que a experimentação, a investigação e a resolução de problemas⁴ podem melhorar o desempenho dos estudantes no que se refere à compreensão e internalização dos saberes matemáticos, levando-nos a concordar que “aprender é um processo ativo no qual pessoas constroem novos entendimentos do mundo a sua volta, por meio de exploração, experiências, discussões e reflexões ativas” (LEMONICA e FERNANDES, 2019, p. 409).

A aprendizagem como resultado da Resolução de Problemas leva ao desenvolvimento de habilidades, como o pensamento crítico, a capacidade de recolha e tratamento da informação, a criatividade, a colaboração, o trabalho em equipe, o empreendedorismo, a liderança e a comunicação.

Van de Walle (2009) orienta a Resolução de Problemas como a principal

⁴ Neste texto, utilizamos Resolução de Problemas iniciando com letras maiúsculas quando nos referimos à prática de ensino e com letras minúsculas quando estamos falando sobre o ato de resolver problemas.

estratégia de ensino do professor de Matemática, pois quando os estudantes ocupam-se de tarefas bem escolhidas, resultam novas compreensões dessa ciência. Enquanto procuram relações, analisam padrões, buscam métodos que funcionam ou não, justificam resultados, avaliam e desafiam o raciocínio dos colegas, os estudantes estão em um pensamento reflexivo sobre as ideias presentes na questão proposta, envolvidos no pensar e na Matemática que precisam aprender.

A partir disso, com base em estudos de Hiebert *et al.* (1997), Van de Walle (2009, p. 57) define um problema “como qualquer tarefa ou atividade na qual os estudantes não tenham nenhum método ou regra já receitados ou memorizados e nem haja uma percepção dos estudantes de que haja um método ‘correto’ específico de solução”. Onuchic e Allevato (2011, p. 81) afirmam que problema “é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em fazer”, ou seja, uma situação só se torna um problema para uma pessoa quando, além de não saber a resolução, ela está interessada em encontrá-la.

Segundo Van de Walle (2009), um problema voltado para a aprendizagem da Matemática possui algumas características:

a) Começar onde os alunos estão; ou seja, é importante que a tarefa faça sentido, seja desafiante e interessante.

Esse autor aponta que o problema deve levar em consideração o atual estágio de compreensão do estudante. De nada adianta propor um problema que requer caminhos de resolução cuja complexidade eles não podem atingir no momento, como também não faz sentido propor atividades que já tenham total conhecimento de como resolvê-las, sendo que não encontrarão desafios a solucionar. É interessante que os discentes considerem a tarefa como algo que faça sentido, para que haja o aprendizado de novos conhecimentos e incentive a reflexão.

b) É importante que o aspecto problemático envolvente do problema se relacione à Matemática que os alunos precisam aprender.

O autor enfatiza a utilização dos problemas com o intuito de propiciar a compreensão de novos conhecimentos, em que o estudante esteja preocupado, principalmente, em dar sentido e significado à Matemática envolvida. Elementos como cortar, colar, colorir gráficos, entre outros, não podem prejudicar ou tirar o foco da atividade. Por mais que esses aspectos também tenham sua relevância, o objetivo

principal do problema é desenvolver a compreensão do tópico matemático em questão (VAN DE WALLE, 2009).

c) É significativo que a aprendizagem matemática requeira justificativas e explicações para as respostas e métodos.

Ao resolver um problema, o estudante pode encontrar diferentes estratégias de resolução e, por isso, a justificativa do caminho escolhido e do porquê de uma resposta estar ou não correta é sua responsabilidade. Cabe ao professor oportunizar momentos de exposição das estratégias seguidas pelos estudantes (VAN DE WALLE, 2009).

Nessa perspectiva de trabalho, segundo Allevato e Onuchic (2021), a Resolução de Problemas surge como ponto de partida para o desenvolvimento da Matemática na escola, como uma metodologia que viabiliza o processo de ensino e aprendizagem.

Neste estudo, assumimos a Resolução de Problemas como um meio de aprender Matemática, na qual os estudantes resolvem problemas antes de o conteúdo/procedimento necessário ter sido apresentado formalmente pelo professor. Os estudantes, individualmente, em grupo e em plenária resolvem o problema e avançam na construção do conhecimento, tendo o professor como mediador da aprendizagem (ALLEVATO e ONUCHIC, 2021).

Nessa forma de trabalho com a resolução de problemas, a avaliação ocorre durante o processo, de modo a possibilitar que o professor observe o crescimento dos estudantes, otimizando tanto a aprendizagem — desenvolvida a partir das dúvidas apresentadas — quanto o ensino que pode ser orientado pelas compreensões dos discentes.

Ensinar por meio da Resolução de Problemas requer que docentes e estudantes estejam envolvidos em comunidades de aprendizagem, desempenhando diferentes papéis e responsabilidades, visando promover uma aprendizagem com compreensão para o trabalho em sala de aula (VAN DE WALLE, 2009). Aprender com compreensão significa entender o porquê e para quê, possibilitando que o conhecimento construído em sala de aula também seja útil além das paredes da escola.

De acordo com Van de Walle (2009), para que a Matemática tenha sentido para

o aluno é necessário que ele avance além do saber, de conhecer informações, é mais do que ser capaz de seguir um procedimento ou utilizar um algoritmo. Aprender Matemática com compreensão possibilita ao estudante justificar por que uma resposta é correta ou uma regra matemática faz sentido.

Essa proposta de ensino se difere do modelo tradicional, no qual o professor ensina por meio da instrução direta, apresentando e explicando todos os conteúdos aos estudantes como um produto acabado que não requer problematizações ou questionamentos, evidenciando que a única maneira de aprender é aquela ensinada.

De acordo com Van de Walle (2009), quando se utiliza da metodologia tradicional de ensino, geralmente, prevalecem os verbos *escutar*, *copiar*, *memorizar*, *fazer exercícios*, todos eles relacionados aos objetivos da aula. Por outro lado, quando se almeja propiciar a compreensão, outros verbos que incentivam o envolvimento e a exposição de ideias devem ocupar esse lugar. Dentre eles, apontamos: *explorar*, *investigar*, *verificar*, *justificar*, *construir*, pois indicam procedimentos científicos que remetem ao recurso de “atribuir significado”.

No processo de ensino e de aprendizagem da Matemática por compreensão, a sala de aula deve ser um ambiente no qual fazer Matemática não seja ameaçador, de modo que os estudantes sintam-se confortáveis para discutirem suas proposições e tenham suas ideias respeitadas.

O papel do professor é criar esse espírito de pesquisa, de confiança e de expectativa. Nesse ambiente, os estudantes são convidados a fazer matemática. Os problemas são apresentados e os estudantes buscam soluções por eles mesmos. O foco está nos estudantes ativamente compreenderem as coisas, testarem ideias e fazerem conjecturas, desenvolverem raciocínios e apresentarem explicações. Os estudantes trabalham em grupos, em duplas ou individualmente, mas eles estão sempre compartilhando e discutindo suas ideias. O raciocínio é celebrado quando os estudantes defendem seus métodos e justificam suas soluções (VAN DE WALLE, 2009, p. 33).

Essa visão do autor faz com que se dê atenção especial ao modo como a Matemática é ensinada e não apenas no que é ensinado. Segundo Van de Walle (2014), as características de uma aula em que se pretende promover a Matemática por compreensão são:

- As ideias dos estudantes durante a resolução de um problema, que constituem o caminho de resolução, são o centro da explicação e podem contribuir para o aprendizado do grupo;

- Oportunizar o diálogo entre os estudantes é fundamental para que a aprendizagem aconteça. A comunicação que ocorre quando o grupo justifica e argumenta sobre suas ideias matemáticas e questiona as ideias dos demais, precisa ser incentivada;
- Para que haja um entendimento dos conceitos matemáticos é importante que se encoraje as diferentes estratégias de resolução, levando os estudantes a reconhecerem que, muitas vezes, há uma variedade de métodos que levarão a uma solução, sendo assim, o respeito pelas ideias compartilhadas é fundamental;
- É essencial que os erros sejam entendidos como oportunidades de aprendizagem, desenvolvendo um senso de confiança de que as ideias precisam ser compartilhadas, mesmo que estejam erradas, pois podem constituir uma fonte importante para conduzir a um caminho de resolução;
- É importante que a aprendizagem da Matemática esteja pautada na compreensão e não na simples repetição de regras e técnicas indicadas pelo professor, de modo que os discentes não a entendam como algo pronto e acabado, mas que lhes faça sentido;
- O professor, por sua vez, precisa conduzir para uma problematização, ouvindo atentamente as discussões dos estudantes e fazendo perguntas criativas que ativem suas ideias, sem direcionar para respostas rotineiras como “sim, está certo” ou “não, está errado”.

Com a aprendizagem baseada em uma abordagem de Resolução de Problemas, os alunos constroem conhecimento matemático por compreensão, uma vez que, ao invés de resolver exercícios rotineiros, argumentam, justificam e buscam caminhos de resolução. Nesse processo, cria-se uma conexão entre conhecimentos prévios e novos conceitos e procedimentos matemáticos. A ampliação da rede de ideias dos estudantes, resultado da estratégia de ensinar Matemática por meio da resolução de um problema, agora se constitui como um novo conhecimento (ALLEVATO e ONUCHIC, 2019).

Nesse processo, pretende-se que, enquanto o professor *ensina*, o estudante, como participante ativo, *aprenda*, e a avaliação seja realizada por ambos. Pelo estudante, quando analisa seus procedimentos e as soluções obtidas nos problemas,

visando à construção do conhecimento, e pelo professor que, por sua vez, avalia o processo, com vistas a reorientar as práticas em sala de aula (ALLEVATO e ONUCHIC, 2021).

3 Os conhecimentos prévios na resolução de problemas

Antes mesmo de apresentar um problema aos estudantes, o trabalho do professor inicia-se cuidadosamente com a escolha do problema ou em aceitar um problema proposto pelos discentes. Esse será o ponto de partida, o elemento disparador de toda a atividade matemática que será desencadeada em sala de aula.

Sendo assim, cabe ao professor aceitar, selecionar, ou mesmo elaborar, um problema que seja interessante, no sentido de propiciar aos estudantes a oportunidade de resolvê-lo e de aprender Matemática a partir dele, possibilitando que eles mobilizem seus conhecimentos prévios e discutam as diferentes estratégias que podem ser empregadas para resolvê-lo. Por meio desse trabalho e dessas reflexões, é possível acessar o conteúdo matemático em questão.

Pozo e Crespo (1998, p. 87) entendem que “conhecimentos prévios são todos aqueles conhecimentos (corretos ou incorretos) que cada sujeito possui e que adquiriu ao longo de sua vida na interação com o mundo que o cerca e com a escola”. Os autores acrescentam, ainda, que esses conhecimentos servem para que o estudante conheça o mundo e os fenômenos que observa, assim como o ajudam a prever e controlar os fatos e acontecimentos futuros. Esses autores, baseados em Pozo *et al.* (1991), identificam algumas características comuns entre os conhecimentos prévios:

- São construções pessoais dos alunos, elaboradas de forma espontânea na sua interação cotidiana com o mundo que os cerca.
- São incoerentes do ponto de vista científico, embora não tenham por que sê-lo do ponto de vista do aluno; na verdade, costumam ter bastante poder de predição em relação aos fenômenos cotidianos.
- São, geralmente, estáveis e resistentes à mudança, persistem, apesar da instrução científica.
- Têm caráter implícito, diante do caráter explícito das ideias científicas. Muitos estudantes têm grande dificuldades para expressar e descrever suas ideias, não tendo consciência das mesmas.
- Procuram mais a utilidade do que a verdade, como supostamente fariam as teorias científicas. São conhecimentos específicos que se referem a realidades próximas e concretas, às quais o aluno não sabe aplicar as leis gerais que lhe são explicadas em aula (POZO e CRESPO, 1998, p. 88).

No entanto, percebe-se que, em algumas situações, os conhecimentos elaborados pelos estudantes e as ideias que possuem acerca de determinada questão

podem surgir do predomínio de percepções sobre alguma situação, do uso de um raciocínio causal simples, da influência da cultura e da sociedade, assim como da influência da escola. Sabe-se que os alunos trazem para a sala de aula seu repertório de explicações para os fenômenos do mundo físico (conceitos espontâneos) que, muitas vezes, diferem dos conhecimentos ensinados na escola (conceitos científicos).

A escola é o local que proporciona aos estudantes o contato com uma ampla variedade de conceitos hierarquicamente organizados, a partir das diferentes áreas do conhecimento. Os conceitos científicos são formados por teorias a respeito dos objetos e dos sistemas relacionais que se estabelecem, ou seja, constituem os sistemas que mediatizam a ação humana sobre as coisas e os fenômenos.

Vygotsky (2018), em suas argumentações sobre os conceitos científicos, nos diz que a sua relação com um determinado objeto é mediada, desde o início, por algum outro conceito, ou seja, a noção de conceito científico implica compreendê-lo e relacioná-lo em um sistema de conceitos: “a sua apreensão [...] pressupõe um tecido conceitual já amplamente elaborado e desenvolvido por meio da atividade espontânea do pensamento infantil” (VYGOTSKY, 2018, p. 269). Ou seja, a aprendizagem de conceitos científicos não surge a partir do nada e, por isso, é importante a mobilização dos conhecimentos prévios dos estudantes para que eles possam compreender o que estão estudando, apropriando-se do novo conhecimento e reestruturando o antigo.

Para Vygotsky (2004, p. 64), subestimar as experiências pessoais dos estudantes seria um erro por parte dos professores, uma vez que “a educação se faz através da própria experiência do aluno, a qual é inteiramente determinada pelo meio, e nesse processo o papel do mestre consiste em organizar e regular o meio”. E acrescenta: “o processo de educação deve basear-se na atividade pessoal do aluno, e toda a arte do educador deve consistir apenas em orientar e regular essa atividade”.

Sendo assim, concordamos com Schroeder (2013, p. 131, grifos do autor) que afirma que a aprendizagem não pode ser compreendida como uma “simples assimilação dos conhecimentos que são ensinados pelo professor, mas uma reorganização e desenvolvimento dos conceitos espontâneos dos estudantes, processo complexo que denominamos de *mudança conceitual*”.

Compreendendo que o bom encaminhamento metodológico pelo professor é fundamental para que os estudantes consigam se apropriar dos conceitos científicos hierarquicamente organizados, percebemos o ensino por meio da Resolução de

Problemas como um aliado nesse processo.

Segundo Cardozo, Meneghelli e Possamai (2022), baseados em Hiebert *et al.* (1997), a reflexão e a comunicação são os processos pelos quais a compreensão matemática é desenvolvida, o que indica que o professor precisa considerar esses aspectos ao elaborar suas atividades. A reflexão não acontece instantaneamente, mas demanda da transformação da informação, por meio da ressignificação mental, procurando relacioná-la aos conhecimentos prévios já desenvolvidos. Já a comunicação envolve falar e ouvir, significa compartilhar o seu método e responder aos questionamentos dos colegas a fim de possibilitar que todos compreendam o raciocínio e reflexões desenvolvidas.

Ainda sobre a comunicação, Cândido (2001, p. 15) menciona que,

[...] se os alunos forem encorajados a se comunicar matematicamente com seus colegas, com o professor ou com os pais, eles terão oportunidade para explorar, organizar e conectar seus pensamentos, novos conhecimentos de diferentes pontos de vista sobre um mesmo assunto.

Nesse sentido, a Resolução de Problemas proporciona um ambiente de imersão, que permite a troca de ideias, a apresentação de diferentes estratégias de resolução e a ressignificação constante de conceitos matemáticos. Van de Walle (2009) considera que é interessante que uma atividade de resolução de problemas faça relações com outras áreas do conhecimento e aplicações do mundo real, contudo, esses aspectos não devem desviar a atenção da Matemática envolvida.

No processo de resolução, o mais importante é a justificativa, a argumentação das decisões para os caminhos de resolução e não apenas o indicativo de certo ou errado, sendo necessário que o estudante seja capaz de verificar se a sua resposta é válida e indicar a razão de estar correta.

Diante dessas considerações, elaboramos um problema que possibilitasse a compreensão, pelo professor, do domínio da operação aritmética de divisão por parte dos estudantes, por meio da análise das estratégias de resolução empregadas por eles.

4 Procedimentos metodológicos

Este estudo, de caráter qualitativo, enquadra-se como uma pesquisa de intervenção, visto que a primeira autora deste artigo elaborou o problema, utilizou-o

com os estudantes, tendo o objetivo de verificar seus conhecimentos sobre a operação de divisão a fim de buscar a sua compreensão e analisou, cuidadosamente, as respostas obtidas. Dessa forma, ele se enquadra nas características desse tipo de pesquisa, apresentadas por Daminani (2012, p. 7):

1) são pesquisas aplicadas, em contraposição a pesquisas fundamentais; 2) partem de uma intenção de mudança ou inovação, constituindo-se, então, em práticas a serem analisadas; 3) trabalham com dados criados, em contraposição a dados já existentes, que são simplesmente coletados; 4) envolvem uma avaliação rigorosa e sistemática dos efeitos de tais práticas, isto é, uma avaliação apoiada em métodos científicos, em contraposição às simples descrições dos efeitos de práticas que visam à mudança ou inovação.

O problema elaborado foi criado levando em consideração a possibilidade de ativar os conhecimentos prévios dos estudantes e de, a partir de sua resolução, desenvolver conhecimentos relacionados à divisão.

Com base na teoria de Análise do Conteúdo, os dados coletados, que se constituem dos documentos gerados pelos estudantes, foram analisados. Nesse processo, não foram utilizadas categorias prévias, elas foram construídas a partir da análise das respostas dos discentes. Inicialmente, foi realizada uma leitura cuidadosa de todas as resoluções e, na sequência, elas foram categorizadas de acordo com as formas de resolução apresentadas. Segundo Fiorentini e Lorenzato (2012, p. 134, grifo dos autores), “a *categorização* significa um processo de classificação ou de organização de informações em categorias, isto é, em classes ou conjuntos que contenham elementos ou características comuns”.

A atividade apresentada neste estudo foi desenvolvida em uma aula de 45 minutos, envolvendo 23 estudantes de um 3º ano do Ensino Fundamental de uma escola privada do município de Rio do Sul (SC), com idades de 8 e 9 anos. Os discentes receberam, individualmente, uma folha com o problema e deveriam lê-lo, interpretá-lo e resolvê-lo. Ao final, as resoluções foram entregues à professora, constituindo-se em documentos de análise do estudo.

Os documentos produzidos pelos estudantes foram analisados e serviram de base para o planejamento das tarefas seguintes.

5 Relato e análise de dados

Resolver problemas é parte integrante de toda a aprendizagem matemática, sendo assim, os estudantes devem resolver problemas não somente para aplicar a

Matemática, mas principalmente para aprender novos conceitos.

Destarte, neste estudo, buscou-se inicialmente levar o estudante a compreender o significado da ideia de medida relacionada à divisão, que traz para o aluno a noção de quantas vezes o divisor cabe no dividendo quando se está trabalhando com uma grandeza contínua ou a ideia de quantos conjuntos com a mesma quantidade de elementos podemos formar quando operamos com grandezas discretas.

Sabe-se que a compreensão requer a relação da nova informação a esquemas de conhecimentos já disponíveis. Sendo assim, para que o estudante reconheça uma situação problemática e envolva-se na resolução de um problema, é preciso que se ative algum conhecimento que possa ser relacionado ao enunciado que lhe foi apresentado. Se não existirem esses conhecimentos, ou se não forem ativados, não haverá um problema para esse aluno, ou seja, o problema não se tornou significativo e, assim, não teremos uma aprendizagem por compreensão.

Nessa situação, Pozo e Crespo (1998) nos mostram a importância do papel daquele professor que ajuda a ativar os conhecimentos prévios dos estudantes, fazendo perguntas concretas, procurando contextos conhecidos que os ajudem a tomar consciência do problema e a fomentar a interação e a discussão com os outros colegas.

Com a intenção de verificar o conhecimento prévio dos alunos em relação à divisão e a partir disso desenvolver outros problemas para avançar sobre novas aprendizagens do objeto de conhecimento, apresentamos o problema a seguir (Quadro 1), analisando as estratégias de resolução apresentadas por estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental.

Quadro 1: Problema apresentado aos estudantes

Seu Juca é dono de uma granja, onde cria galinhas poedeiras. Hoje recolheu 190 ovos. Ele tem 14 embalagens para guardar esses ovos. Seu Juca vai conseguir armazenar todos os ovos nessas embalagens? O que vai acontecer?

Fonte: Acervo das autoras (2019).

Ao apresentarmos esse problema, discutimos com os estudantes sobre os tipos de embalagens em que encontramos ovos no mercado. Eles descreveram que é possível encontrar embalagens com seis, dez, doze e até com trinta ovos. Como primeira atividade, eles optaram por trabalhar com embalagens de uma dúzia (doze

ovos) que era a que as famílias geralmente compravam.

Dessa forma, ficou definida a quantidade de ovos que cada embalagem teria, e o problema era descobrir quantas seriam necessárias para colocar tudo o que o seu Juca recolheu. Será que ele utilizará todas as 14 embalagens que tem disponível? Será que irá faltar embalagem, sobrar ovos ou terá a quantidade exata? Esse tipo de problema de divisão explora a ideia de medida.

Quando a quantidade e o tamanho dos grupos são conhecidos, o problema é uma situação de multiplicação. **Quando ou a quantidade de conjuntos ou o tamanho dos conjuntos é desconhecido, temos uma divisão.** [...] **Se a quantidade de conjuntos é desconhecida, mas o tamanho dos conjuntos iguais é conhecido, os problemas são chamados de problemas de medida** ou, às vezes, problemas de subtração-repetida. O todo é 'medido' em conjuntos do determinado tamanho (VAN DE WALLE, 2009, p. 177, grifo nosso).

Diante dessa proposta, acreditamos que, tão importante quanto o problema a ser trabalhado e a sua compreensão, é a atenção que devemos dar aos diferentes modos pelos quais os estudantes podem resolver problemas.

Segundo Cavalcanti (2001, p. 121), a valorização das diferentes estratégias de resolução “é um caminho que contribui muito para que tal ato seja um processo de investigação, no qual o aluno se posicione com autonomia e confiança e possa combinar seus conhecimentos para resolver a situação apresentada”.

Na sequência, apresentamos as diferentes estratégias de resolução desenvolvidas pelos estudantes para esse problema que envolve a *ideia de medida* na divisão de elementos discretos.

6 Resoluções e análises

A Base Nacional Comum Curricular — BNCC (BRASIL, 2018), documento de caráter normativo que determina as aprendizagens essenciais para a Educação Básica brasileira, aponta-nos a seguinte habilidade a ser desenvolvida em relação a divisão para o 3º ano do Ensino Fundamental: “*Resolver e elaborar problemas de divisão de um número natural por outro (até 10), com resto zero e com resto diferente de zero, com os significados de repartição equitativa e de medida, por meio de estratégias e registros pessoais*” (BRASIL, 2018, p. 287, grifos nossos).

Observa-se que, para esse ano escolar, a BNCC orienta os docentes a levarem os discentes a compreenderem o significado da divisão, resolvendo problemas que

explorem as ideias de partilha e medida por meio de estratégias pessoais.

Analisando as resoluções apresentadas pelos estudantes para o problema proposto, podemos destacar três diferentes registros:

- 1) O pictórico;
- 2) Somas sucessivas;
- 3) Subtrações sucessivas.

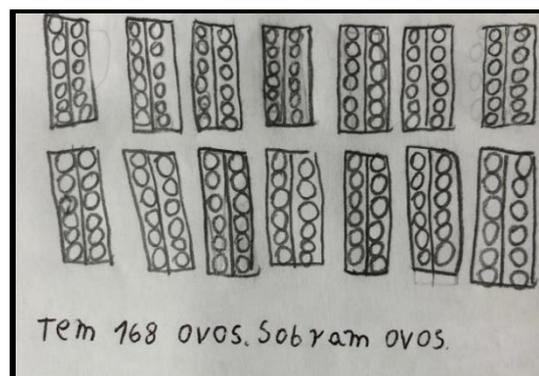
Na resolução de problemas, muitas vezes, os estudantes de turmas com menor idade optam por representar suas resoluções com base no contexto ou na estrutura do problema, o que varia de acordo com sua própria segurança. Das várias representações que fazem, buscam um caminho próprio para resolver um problema, que, nesse momento, está longe da aplicação do algoritmo que resolve a situação apresentada, mas que possibilita um caminho viável para se chegar à solução.

A Figura 1 apresenta um registro que foi comum entre os estudantes do 3º ano. Muitos compreendem o problema e conseguem interpretá-lo e resolvê-lo corretamente por meio da representação pictórica, contudo, ainda não conseguem representar por meio de uma operação.

O registro pictórico é a estratégia utilizada por alunos mais novos, que utilizam outras formas de resolução e registro à medida que se apropriam da lógica da operação. Nesse processo de pensar a resolução, “o desenho surge como uma possibilidade de a criança iniciar a construção de uma significação para as novas ideias e conceitos com os quais terá contato ao longo da escolaridade” (CÂNDIDO, 2001, p. 19).

Esse tipo de resolução mostra que o aluno já tem entendimento do conceito de divisão, mesmo sem conhecimento do seu algoritmo.

Figura 1: Registro da resolução do problema pelo estudante A



Fonte: Acervo das autoras (2019)

É importante o professor levar em consideração esse tipo de resolução, utilizando-o como um caminho para que os estudantes desenvolvam outros tipos de resolução, outras estratégias, utilizando operações.

Alguns estudantes iniciam seus registros com desenhos e, posteriormente, passam a empregar números e sinais, em especial nas situações em que têm um domínio maior do tema e dos conceitos matemáticos envolvidos, pois começam não apenas a “perceber relações entre diferentes linguagens na resolução de problemas, mas também a se apropriar da escrita matemática, atribuindo-lhes um significado” (CAVALCANTI, 2001, p. 129).

Ter a oportunidade de manifestar as diferentes formas de pensar e de solucionar um problema permite aos estudantes aperfeiçoar esse tipo de representação. Como em qualquer outra expressão de linguagem, é fundamental que se pratique o trabalho pictórico para que domine sua expressão e evolua em seus processos de representação. Cândido (2001) ainda afirma que:

Esses registros servem ao professor como pistas de como cada aluno percebeu o que fez, como ele expressa suas reflexões pessoais e que interferências poderão ser feitas em outras situações para ampliar o conhecimento matemático envolvido em uma dada atividade (CÂNDIDO, 2001, p. 22).

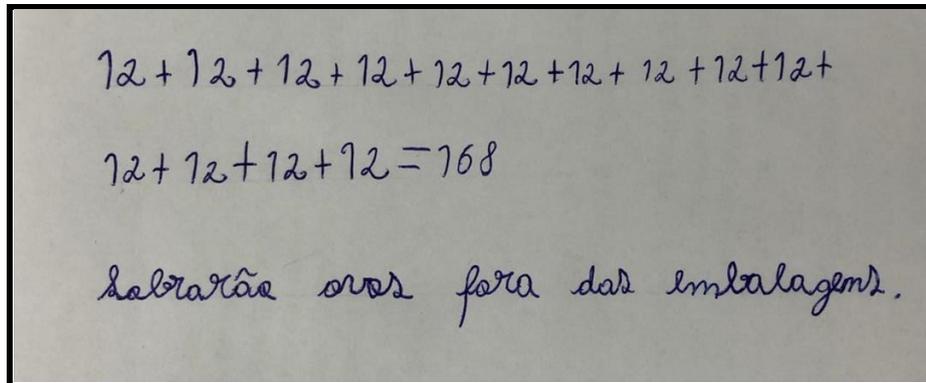
Ao incentivar os estudantes a buscar e registrar diferentes resoluções, o professor observa e acompanha a forma como pensam e registram. Essa percepção é de fundamental importância, porque, ao mesmo tempo que permite a intervenção direcionada às dificuldades, também possibilita perceber os avanços dos alunos no processo.

Percebemos na Figura 2 uma resolução por meio de somas sucessivas, buscando verificar se a quantidade de caixas disponível é suficiente para acomodar de 12 em 12 todos os ovos existentes. Essa estratégia relaciona-se à ideia de multiplicação. Encontrando a quantidade de ovos que pode ser acomodada nas caixas, o estudante verifica se há caixas suficientes.

Alguns estudantes quando têm a possibilidade de resolver livremente o problema vão além do solicitado. Segundo Cavalcanti (2001, p. 125-126), “assegurar esse espaço é uma forma de intervenção didática que favorece a formação do pensamento matemático, livre do apego às regras e às crenças tão presentes nas

aulas de Matemática.”

Figura 2: Resolução do problema pelo estudante B



$$12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 +$$

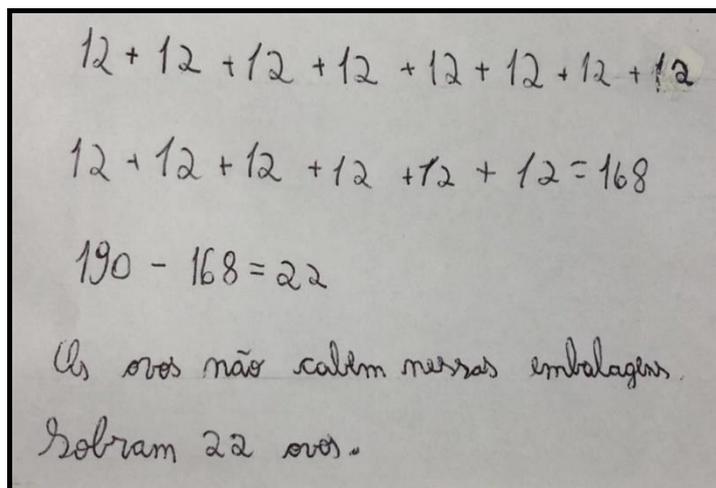
$$12 + 12 + 12 + 12 = 168$$

Sobram ovos fora das embalagens.

Fonte: Acervo das autoras (2019).

A resolução apresentada na Figura 3 mostra que, além de verificar se havia caixas suficientes para armazenar os ovos, o estudante buscou encontrar quantos ovos sobriam.

Figura 3: Resolução do problema pelo estudante C



$$12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12$$

$$12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 = 168$$

$$190 - 168 = 22$$

Os ovos não cabem nessas embalagens.
Sobram 22 ovos.

Fonte: Acervo das autoras (2019).

Nesse processo, é importante mencionar que apenas a discussão de estratégias criadas pelos discentes com problemas isolados não garante a aprendizagem dos conceitos matemáticos, sendo necessário “que o trabalho com resolução tenha um fio condutor e que haja uma sequência a ser seguida, a qual possibilite um maior entendimento de determinado conteúdo matemático” (CAVALCANTI, 2001, p. 142).

O registro apresentado na Figura 4, mostra que o estudante já tem um conhecimento mais avançado em relação à ideia de divisão, uma vez que soluciona o problema utilizando o recurso de subtrações sucessivas. Ele mostra estar apropriando-se do conceito da subtração com recurso, na forma de algoritmo

convencional (com as trocas) utilizando o Material Dourado como suporte para realizar seus cálculos e retirar a quantidade de uma dúzia de ovos do total, chegando ao número de 14 embalagens e concluindo que ainda sobriam 22 ovos:

Figura 4: Resolução do problema pelo estudante C

$\begin{array}{r} 190 \\ - 12 \rightarrow 1c \\ \hline 178 \\ - 12 \rightarrow 2c \\ \hline 166 \\ - 12 \rightarrow 3c \\ \hline 154 \\ - 12 \rightarrow 4c \\ \hline 142 \\ - 12 \rightarrow 5c \\ \hline 130 \\ - 12 \rightarrow 6c \\ \hline 118 \\ - 12 \rightarrow 7c \\ \hline 106 \\ - 12 \rightarrow 8c \\ \hline 94 \\ - 12 \rightarrow 9c \\ \hline 82 \\ - 12 \rightarrow 10c \\ \hline 70 \\ - 12 \rightarrow 11c \\ \hline 58 \\ - 12 \rightarrow 12c \\ \hline 46 \end{array}$	$\begin{array}{r} 46 \\ - 12 \rightarrow 13c \\ \hline 34 \\ - 12 \rightarrow 14c \\ \hline 22 \end{array}$
--	---

Fonte: Acervo das autoras (2019).

Observa-se que essa foi a estratégia mais próxima do algoritmo da divisão. Como haviam estipulado que em cada caixa caberiam uma dúzia de ovos, eles foram subtraindo de doze em doze, utilizando a ideia de medida.

As diversas formas de resolução que são apresentadas pelos estudantes mostram os procedimentos desenvolvidos por eles quando são desafiados e incentivados à criação de estratégias para a resolução de problemas que os levem à comunicação e à atribuição de significados que, segundo Santos (2018), são processos pelos quais a compreensão matemática é desenvolvida. Nessa abordagem dos conceitos matemáticos, a *noção de quantos conjuntos podem ser formados (quantidade de caixas de ovos necessárias) com uma quantidade estipulada (dúzia) a partir de um valor dado (total de ovos)*, constitui-se como ideia principal da operação de divisão em partes iguais, levando o estudante a refletir sobre a situação apresentada e mostrar estratégias que possibilitassem solucionar esse problema.

Cavalcanti (2001) ainda contribui afirmando que:

Aprender a linguagem escrita da matemática é um dos conteúdos de aprendizagem escolar que se constrói através de seu uso, que se inicia de modo bastante simples e, muitas vezes, inadequado e, paulatinamente, torna-se mais sofisticado e complexo à medida que os alunos têm a oportunidade de usar as formas de representação que consideram válidas, de confrontar-se com aquelas utilizadas por outros membros do grupo e de discutir a eficácia comunicativa das diversas representações que usam. Por essa razão, as experiências de cada criança, seu percurso individual e as aprendizagens do grupo não podem ser esquecidas como elementos fundamentais para favorecer a apropriação e o aperfeiçoamento dessa linguagem (CAVALCANTI, 2001, p. 131).

Construir e compreender um determinado conceito requer um pensar reflexivo e um esforço mentalmente ativo por parte do aprendiz. Dessa forma, “o pensamento reflexivo significa peneirar as ideias já existentes para encontrar aquelas que pareçam, ser as mais úteis ao dar significado às novas” (VAN DE WALLE, 2009, p. 43).

Apesar das diferentes estratégias utilizadas pelos estudantes na resolução do problema – que vão desde registros pictóricos até o emprego das operações aritméticas básicas já compreendidas – a ideia-chave da divisão em partes iguais sempre esteve presente.

Consideramos aqui que o pensar e o fazer criativo devem ser componentes fundamentais no processo de resolução de problemas, visto que o problema matemático proporciona um ambiente de imersão, que permite a troca de ideias, a apresentação de diferentes estratégias de resolução e a ressignificação constante de conceitos matemáticos.

7 Considerações

A Resolução de Problemas vem se constituindo como uma abordagem cada vez mais utilizada no processo de ensino e aprendizagem da Matemática quando situações desafiadoras propiciam um posicionamento de reflexão e comunicação por parte dos estudantes e professores, levando-os ao desenvolvimento de uma aprendizagem com compreensão da Matemática.

Quando o discente é desafiado, procura encontrar e resolver o que lhe é proposto, buscando o auxílio de colegas e professores no desenvolvimento de estratégias. É isso que os problemas devem ser na escola: desafios que estimulem o educando a formar conceitos.

A busca pela solução de um problema é um momento que possibilita ao

estudante encontrar um caminho próprio, desenvolver relações aritméticas de forma contextualizada e refletir sobre as operações matemáticas. No problema apresentado neste estudo, percebe-se as diferentes estratégias de resolução utilizadas para obter a solução do problema, que vão desde registros pictóricos até o emprego das operações aritméticas básicas já compreendidas, nas quais sempre esteve presente a ideia-chave da divisão em partes iguais.

Dessa forma, o problema tornou-se acessível, não se limitando a um único método de resolução, incentivando a comunicação e a reflexão por parte dos estudantes, de forma que cada um contribuiu, a sua maneira, para a construção do conhecimento. Assim, a aprendizagem da Matemática passou a ser compreendida pelos estudantes e o problema tornou-se interessante à medida em que desenvolveram as suas estratégias de resolução.

Para que isso sempre aconteça, considerar os conhecimentos prévios dos estudantes é de fundamental importância para que se avance no processo de construção do conhecimento. Concordamos com Pozo e Crespo (1998) quando afirmam que sempre que uma pessoa quer aprender algo novo, precisa ativar uma ideia ou conhecimento prévio que lhe sirva para organizar essa situação e dar-lhe sentido. Sendo assim, os conhecimentos prévios do professor e dos estudantes serão determinantes na compreensão que tenham de seus respectivos problemas.

Referências

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. de la R. As conexões trabalhadas através da Resolução de Problemas na formação inicial de professores de Matemática. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 10, n. 2, p. 1-14, jun. 2019.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. de la R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. de la R. *et al.* (Org.). **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. Jundiaí: Paco, 2021 (e-book). p. 40-62.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. 2018.

CÂNDIDO, P. T. Comunicação em Matemática. In.: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Org.). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001, p. 15-28.

CARDOZO, D. ; MENEGHELLI, J.; POSSAMAI, J. P. Desenvolvendo compreensão matemática: resíduos de uma aula baseada na resolução de problemas. **EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, Recife, v. 13, p. 185-205, 2022.

CAVALCANTI, C. T. Diferentes Formas de Resolver Problemas. In.: SMOLE, K. S; DINIZ, M. I (Org.). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática.** Porto Alegre: Artmed Editora, 2001, p. 121-149.

DAMIANI, M. F. Sobre Pesquisas do tipo Intervenção. In: Encontro Nacional de Didática e Práticas de Ensino, ENDIPE, 16, 2012, Campinas. **Anais [...].** Campinas, 2014. p. 1-9.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos.** 3 ed. Campinas/SP: Autores Associados, 2009.

LEMONICA, R.; FERNANDES, L. R. B. *Maker Space* e os alunos empreendedores da sustentabilidade. In: CAMPOS, F. R.; BLIKSTEIN, P. (Org.). **Inovações radicais na educação brasileira.** Porto Alegre: Penso, 2019, p. 405-422.

MOREIRA, M. A. **Teorias de Aprendizagem.** 2 ed. São Paulo: EPU, 2015.

ONUCHIC, L. de la R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problema: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011.

POSSAMAI, J. P.; MÜLLER, J. G.; STEIN, S. S.; POFFO, C.; BERTOTTI JUNIOR, V. I. Resolução de Problemas em matemática: evidências para caracterização como uma metodologia ativa. **Kiri-kerê: Pesquisa em Ensino**, n.11, p. 28-36, dez. 2021.

POZO, J. I; CRESPO, M. A. G. A Solução de Problemas nas Ciências da Natureza. In: POZO, J. I. **A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender.** Porto Alegre: Artmed, 1998. p. 67-102.

SANTOS, L. Ler e Escrever nas Aulas de Matemática? In: LOPES, Celi Espasindin; NACARATO, Adair Mendes (Org.). **Orquestrando a oralidade, a leitura e a escrita na Educação Matemática.** Campinas SP: Mercado das Letras. 2018, p. 11-34.

SCHROEDER, E. Os conceitos espontâneos dos estudantes como referencial para o planejamento de aulas de Ciência: análise de uma experiência didática para o estudo dos répteis a partir da teoria histórico-cultural do desenvolvimento. **Experiências em Ensino de Ciências**, Cuiabá, v. 8, n. 1, p. 130-144, 2013.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula.** 6. ed. Tradução de Paulo Henrique Colonese. Porto Alegre: Penso, 2009.

VAN DE WALLE, J. A. Teaching Mathematics for Understanding. In: VAN DE WALLE, J. A.; KARP, K.; WILLIAMS, J. M. B.; LOVIN L. **Teaching Student-Centered Mathematics.** Person, 2014, p. 1-12.

VYGOTSKY, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem.** 3. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2018.

VYGOTSKY, L. S. **Psicologia Pedagógica.** 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2004.