



Trigonometria: conhecimento de conteúdo e de ensino fundamentados em uma revisão sistemática de literatura

Poliana Figueiredo Cardoso Rodrigues¹

Maria Alice Veiga Ferreira de Souza²


Edmar Reis Thiengo³


Resumo: A Trigonometria é requisito para outros conhecimentos da Matemática e de distintas áreas da Ciência. Embora esse tema integre grande parte do currículo da escolaridade básica, para pesquisadores da Educação Matemática, pouco é efetivamente apreendido por alunos. Esse contexto motivou um estudo bibliográfico e descritivo baseado em uma revisão sistemática de literatura visando identificar: conhecimentos de professores acerca de conteúdos de Trigonometria e seus requisitos e estratégias de ensino de Trigonometria que vêm sendo implementadas na educação básica. Dez trabalhos atenderam aos critérios de inclusão e exclusão impostos pelo protocolo. Os resultados, em termos de conhecimento de conteúdo, sinalizam compreensão limitada sobre os conceitos de Trigonometria pelos professores. Quanto às estratégias de ensino, os trabalhos investigados enfatizam situações didáticas, materiais manipuláveis e recursos tecnológicos. Pela importância do tema para a comunidade escolar e acadêmico-científica, recomendamos investigações que examinem conhecimentos já existentes criando estratégias para abordagem do tema.


Palavras-chave: Trigonometria. Conhecimento do Professor. Estratégias Didático-Pedagógicas. Ensino.

Trigonometry: content and teaching knowledge based on a systematic literature review

Abstract: Trigonometry is a requirement for other knowledge of Mathematics and different areas of Science. Although this theme integrates a large part of the elementary education curriculum, for researchers in Mathematics Education, little is effectively learned by students. This context motivated a bibliographic and descriptive study based on a systematic literature review aiming to identify: teachers' knowledge about Trigonometry content and its requirements and; Trigonometry teaching strategies implemented in elementary education. Ten studies met the inclusion and exclusion criteria imposed by the protocol. The results in terms of content knowledge indicate a limited understanding of Trigonometry concepts by teachers. As for teaching strategies, the works investigated emphasize didactic situations, manipulable materials, and technological resources. Due to the importance of the topic for the academic and scientific-academic community, we recommend investigations that examine existing knowledge, creating strategies for approaching the topic.

¹ Doutoranda em Educação em Ciências e Matemática pelo Instituto Federal do Espírito Santo (IFES). Professora do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense (IFFluminense). Rio de Janeiro, Brasil. ✉ poliana.rodrigues@iff.edu.br  <https://orcid.org/0000-0002-2385-1727>.

² Doutora em Educação Matemática. Professora do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo (IFES). Espírito Santo, Brasil. ✉ alicevfs@gmail.com  <https://orcid.org/0000-0003-2038-813X>.

³ Doutor em Educação Matemática. Professor do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo (IFES). Espírito Santo, Brasil. ✉ thiengo.edmar@gmail.com  <https://orcid.org/0000-0002-4423-4939>.

Keywords: Trigonometry. Teacher Knowledge. Didactic-Pedagogical Strategies. Teaching.

Trigonometría: contenido y saberes didácticos a partir de una revisión sistemática de la literatura

Resumen: La trigonometría es un requisito para otros conocimientos de Matemáticas y diferentes áreas de las Ciencias. Si bien este tema integra gran parte del currículo de la educación básica, para los investigadores en Educación Matemática, poco es lo que efectivamente aprenden los estudiantes. Este contexto motivó un estudio bibliográfico y descriptivo basado en una revisión sistemática de la literatura con el objetivo de identificar: el conocimiento de los profesores sobre el contenido de Trigonometría y sus requisitos y; Estrategias didácticas de la trigonometría que se han implementado en la educación básica. Diez estudios cumplieron con los criterios de inclusión y exclusión impuestos por el protocolo. Los resultados en cuanto al conocimiento del contenido indican una comprensión limitada de los conceptos de trigonometría por parte de los docentes. En cuanto a las estrategias de enseñanza, las obras investigadas enfatizan situaciones didácticas, materiales manipulables y recursos tecnológicos. Debido a la importancia del tema para la comunidad académica y científico-académica, recomendamos investigaciones que examinen los conocimientos existentes, generando estrategias de abordaje del tema.

Palabras clave: Trigonometría. Conocimiento del Maestro. Estrategias Didáctico-Pedagógicas. Enseñando.

1 O contexto da investigação

A etimologia da palavra Trigonometria revela “pistas” sobre como utilizá-la, suas aplicações e a importância de conteúdos na Matemática e em outros campos científicos — *tri* (três), *gonos* (ângulos) e *metron* (medir). Assim, para além do estudo de triângulos (e.g., determinação de medidas dos lados e ângulos de um triângulo para determinação da altura de edifícios), a Trigonometria permite fazer cálculos em áreas como os da Eletricidade (e.g., corrente alternada senoidal), Astronomia (e.g., medir a distância da Terra à Lua) e Engenharia Civil (e.g., medida da largura de um rio para construção de pontes), por exemplo. Essa abrangência aumenta a relevância de proporcionar aprendizagens capazes de subsidiar diversos usos dessa Matemática em outros domínios escolares, acadêmicos e científicos. Dessa forma, a preocupação com a aprendizagem remete, entre outros aspectos, ao ensino.

O ensino de Trigonometria passou por diferentes fases e foi compreendido de diversas formas nas últimas décadas. Ao longo da história, ocorreram três tendências contadas por Nacarato (2003): (1) até meados de 1929, prevaleceu um ensino vinculado aos conceitos de Geometria euclidiana; (2) a partir daí, e até 1960, como consequência do Movimento da Matemática Moderna, a Trigonometria foi trabalhada

na perspectiva do cálculo vetorial, com enfoque em funções circulares. Isso ocorreu porque os modernistas transformaram o ensino de Geometria e a apoiaram exageradamente em axiomas e, portanto, distanciando-se de compreensões para além da Matemática (KLINE, 1976) e; (3) a contar de 1980, foi direcionada para uso de algoritmos, com exageros nas estratégias de ensino, as quais estavam desligadas de sentidos no contexto matemático e(ou) de suas propriedades, também em livros didáticos.

No que se refere aos livros didáticos, o modo como professores e autores desses livros elabora estratégias de ensino têm causado impactos significativos na aprendizagem dos alunos (ALAJMI, 2009, 2012; ESCOLANO e GAIRÍN, 2005; MARTIN *et al.*, 1997; REYS *et al.*, 2007; SCHMIDT *et al.*, 1997; SOUZA e POWELL, 2021) e, no nosso caso, para construir entendimento a respeito de seno, cosseno, tangente e respectivos conhecimentos prévios. Por exemplo, ângulos e arcos são ensinados em livros didáticos sem distinção, e essas noções compõem conhecimentos em Trigonometria (CABRAL, 2015; OLIVEIRA, 2006; PATRIARCA, 2016; VIGANÓ, 2015). Muito mais do que a mera atribuição de rótulos (*e.g.*, ângulos e arcos), as denominações guardam sentidos diversos nos contextos em que são proferidas (VIGOTSKI, 1993), gerando significados específicos, no caso deste estudo, em situações matemáticas (*e.g.*, arco é parte do comprimento de uma circunferência, cuja curva é delimitada por seus extremos; ângulo é a medida da abertura de dois segmentos de reta com origem comum).

Nacarato e Santos (2004), por sua vez, observaram que o ensino de Trigonometria vem ocorrendo de forma fragmentada, não priorizando a construção de conceitos, considerados por eles e por nós tal como Vygotsky (1991), ou seja, como características sintetizadas após serem abstraídas em um longo processo semântico conduzido pela linguagem (ou a palavra) e pela interação com o outro ou consigo mesmo. De modo geral, esses autores afirmam que o processo de ensino de Trigonometria está apoiado em manipulações algébricas, na utilização de fórmulas e em aplicações não relacionadas ao que é compreendido acerca da Matemática e de outras áreas de conhecimento. Nacarato e Santos (2004) acrescentam que o conteúdo de Trigonometria ocupa grande parte do currículo da escolaridade básica, mas, mesmo assim, pouco é efetivamente apreendido pelos alunos. Ademais, orientações curriculares ao longo da história educacional parecem não ter sido

suficientes para que propostas e estratégias de ensino acontecessem mais eficientemente no sentido escolar da palavra (FIORENTINI, 2002; PEREIRA e SANDMANN, 2015; VIGANÓ, 2015).

Diante dessas constatações e dada a importância do tema para a Matemática escolar, esta pesquisa mostra resultados de um estudo bibliográfico e descritivo (BOGDAN e BIKLEN, 1994; GIL, 2002; TRIVIÑOS, 1987), materializado em uma Revisão Sistemática de Literatura (RSL) orientada pelos propósitos de identificar: (1) conhecimentos de professores que ensinam Matemática, especificamente, os conteúdos de Trigonometria e seus requisitos e, (2) estratégias de ensino de Trigonometria que vêm sendo implementadas em sala de aula no ensino básico.

Nessa perspectiva, os resultados desta revisão podem despertar interesses em formações de professores sobre a necessidade de mobilizar conhecimentos do conteúdo e estratégias de ensino capazes de provocar reflexões e incentivar aplicações referentes aos benefícios e ao uso do pensamento indutivo, bem como ao raciocínio lógico-dedutivo, à visão geométrico-espacial e ao pensamento não-determinístico (BRASIL, 2014) fundamentais para desenvolver conceitos relacionados a diversas noções da Matemática, principalmente, às relacionadas à Trigonometria. Essas ideias estão fundamentadas em autores e pesquisadores (BALL, THAMES e PHELPS, 2008; FIORENTINI, 2002; HILL *et al.*, 2008; HILL *et al.*, 2011; NACARATO, 2003; NACARATO e SANTOS, 2004; SHULMAN, 1986, 2014) que inauguram o próximo tópico.

2 Conhecimento do conteúdo e da prática de ensino: literatura relevante

A atividade de ensinar Matemática exige do professor conhecimento do conteúdo a ser ensinado e conhecimento pedagógico — temas da teoria do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo de Shulman (1986). Contudo, mesmo ciente de que o saber do conteúdo é indispensável à formação do professor, a atividade de ensinar exige uma atenção especial para aspectos a serem contemplados pelo saber pedagógico do conteúdo (RANGEL, GIRALDO e MACULAN, 2015; BISOGNIN e BISOGNIN, 2021; SOUSA e COUTO, 2021).

Shulman (1986) discute os conhecimentos docentes e apresenta alguns elementos para essa reflexão, entre eles: o conjunto de habilidades didáticas, a compreensão do conteúdo, os valores e as ações de docentes em sala de aula. A reunião desses elementos compõe a formação do professor na perspectiva desse

autor. Quanto à formação do professor, Shulman (2014) afirma que acontece por meio: (1) de formação acadêmica formal; (2) de materiais e entorno educacional; (3) de formação acadêmica na área de conhecimento; e, (4) na sabedoria da prática.

A formação acadêmica formal do professor para Shulman (1986), refere-se ao estabelecimento de processos de ensino e de aprendizagem ao desenvolver sua ideia de como seria uma educação de qualidade; o material e o entorno educacional se relacionam ao currículo e às determinações dos processos do sistema educacional, de modo a estabelecerem elementos para que ocorra o processo de ensino e aprendizagem; e a formação acadêmica na área de conhecimento envolve o conteúdo a ser ensinado como fonte primária. Por fim, a sabedoria da prática são conhecimentos adquiridos nas ações do dia a dia, por meio de observações e ideias compartilhadas.

A discussão de Shulman (1986) é compreendida por Ball, Thames e Phelps (2008), Hill *et al.* (2008) e Hill *et al.* (2011) como conhecimentos e habilidades essenciais para favorecer e complementar a atuação do professor. Para esses autores, há dois conhecimentos articulados na formação dos professores que se subdividem em três: (1) conhecimento do conteúdo — (1.1) conhecimento de conteúdo comum; (1.2) conhecimento de conteúdo horizontal; (1.3) conhecimento especializado do conteúdo e; (2) conhecimento pedagógico do conteúdo — (2.1) conhecimento do conteúdo e alunos; (2.2) conhecimento do conteúdo e ensino; (2.3) conhecimento do conteúdo e currículo.

Ball, Thames e Phelps (2008) definem o conhecimento comum do conteúdo como aqueles utilizados em contextos que não são exclusivos do ensino, assumem um caráter mais utilitário (*e.g.*, calcular o seno de um ângulo). O conhecimento horizontal está relacionado ao currículo, como uma visão referente à evolução dos conceitos matemáticos ao longo dos anos escolares (*e.g.*, saber o que é um ângulo como requisito; aplicar o seno de um ângulo em conteúdos ou problemas futuros). O conhecimento especializado requer apropriação mais ampla e profunda de conceitos matemáticos, os quais instrumentalizam o professor em aspectos mais internos da Matemática (*e.g.*, conhecer a origem do seno e saber ensiná-lo).

Pelo lado do conhecimento pedagógico do conteúdo, Ball, Thames e Phelps (2008) o definem como a maneira de os conteúdos serem construídos e articulados — explicações, exemplos, demonstrações — considerando as experiências e

bagagem cognitiva dos alunos. O conhecimento denominado por esses autores como de conteúdo e alunos combina conhecimentos da matemática com a maneira como os alunos aprendem. O professor deve então, preparar-se para esclarecer possíveis dúvidas, equívocos e reações dos alunos (e.g., cossecante é o cosseno mais a secante?). Além disso, o conhecimento pedagógico deve considerar o conteúdo associado ao ensino e vincular a matemática às estratégias de abordagem (e.g., uso do triângulo retângulo e do círculo para demonstrar o seno). Por fim, o conhecimento de conteúdo e do currículo completam o conhecimento pedagógico ao equivalerem à construção das ideias matemáticas em consonância com as que foram construídas durante a escolaridade (e.g., estudo de Trigonometria envolve razões trigonométricas. Como os alunos aprenderam o que seja 'razão'?).

Ao corroborar com os seis conhecimentos essenciais à profissão de professor, Hill *et al.* (2008) definem o Conhecimento Matemático para Ensinar como a não associação entre o conhecimento da Matemática e o conhecimento que apoia o ensino. Acrescentam que a qualidade da Matemática no ensino inclui analisar o processo pedagógico na construção de conceitos, visto que para o êxito da aprendizagem importa pouco ter uma preocupação singular com estratégias pedagógicas se a essência das explicações for confusa, distorcida ou com mínima substância matemática. Os estudos de Hill *et al.* (2008) e Hill *et al.* (2011) também destacam a relevância de ter um olhar cuidadoso sobre todo o processo de ensino para evitar, de acordo com Farias (2014), prática de memorizações e apresentação de definições que não promovem a participação ativa no processo de construção de conceitos e prejudicam o desenvolvimento da capacidade de investigação do aluno.

Diante da literatura apresentada neste estudo, pode-se inferir que no caso da Trigonometria, ensiná-la deve ser feito por diferentes estratégias, visando à amplitude e à profundidade dos conhecimentos. A ideia de desenvolvimento pela geometria euclidiana, cálculo vetorial e outras ênfases pode conectar outros núcleos conceituais da Matemática, e, possivelmente, promover diversidade de visões e entendimentos sobre o mesmo objeto, além de contribuir com a intuição, a experimentação e a teoria, preconizadas por Nacarato e Santos (2004).

3 Método e procedimentos da RSL

A RSL, de caráter qualitativo, bibliográfico e descritivo (BOGDAN e BIKLEN, 1994; GIL, 2002; TRIVIÑOS, 1987), versa sobre conhecimentos de Trigonometria e a

prática desse ensino por professores que ensinam Matemática. A RSL foi realizada com base em um protocolo planejado de buscas em bases de dados que reunissem ampla produção científica nas áreas de Ensino e Educação: Scientific Electronic Library Online (SciELO), Scopus (Elsevier), Web of Science — Coleção Principal (Clarivate Analytics), Educational Resources Information Center (Eric) e Directory of Open Access Journals (Doaj). Além dessas bases, optamos por incluir o Catálogo de Teses e Dissertações (Capes T&D) para ampliar as possibilidades de obter informações sobre trabalhos científicos defendidos em programas *stricto sensu* no Brasil, e a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), por integrar trabalhos científicos defendidos no exterior e não necessariamente divulgados em artigos ou outras bases de dados. A BDTD conta com mais de 120 instituições cadastradas nessa plataforma (SANTOS e SOUZA, 2016).

A consulta às bases ocorreu em abril de 2022 com o operador booleano ‘and’ para a definição dos *strings*, compostos por descritores na língua inglesa. A finalidade foi atender aos dois objetivos (O1 e O2) da RSL, conforme disposto no quadro 1.

Quadro 1: Strings utilizados nas bases de dados

Objetivos	Strings
O1 - Identificar os conhecimentos dos professores acerca dos conteúdos de Trigonometria e seus requisitos.	math* ⁴ AND trigonometry AND teacher AND knowledge
	math* AND trigonometry AND “content knowledge”
	math* AND sine AND teacher AND knowledge
	math* AND sine AND “content knowledge”
	math* AND cosine AND teacher AND knowledge
	math* AND cosine AND “content knowledge”
	math* AND tangent AND teacher AND knowledge
	math* AND tangent AND “content knowledge”
	math* AND “trigonometric reasons” AND teacher AND knowledge
	math* AND “trigonometric reasons” AND “content knowledge”
O2 - Identificar estratégias de ensino de Trigonometria que vêm sendo implementadas em sala de aula.	math* AND trigonometry AND strategy
	math* AND trigonometry AND didactic
	math* AND sine AND strategy
	math* AND sine AND didactic
	math* AND cosine AND strategy
	math* AND cosine AND didactic
	math* AND tangent AND strategy
	math* AND tangent AND didactic
	math* AND “trigonometric reasons” AND strategy
	math* AND “trigonometric reasons” AND didactic

Fonte: Autoria Própria

A temporalidade da RSL foi determinada para o intervalo entre 2007 a 2021. Esse período não foi aleatório, mas definido pela realização do primeiro International

⁴Utilizamos o caractere (*) como ‘curinga’ para substituir parte da palavra e ampliar as possibilidades de reconhecimento de trabalhos. (POMPEI, 2010)

Conference on Trigonometric Identities and Inverse Trigonometric Functions in Mathematical Sciences — ICTIITFMS, em 2007. Essa conferência reuniu os acadêmicos e pesquisadores educacionais preocupados em compartilhar suas experiências e resultados de pesquisas relacionados aos conceitos de Trigonometria. O ICTIITFMS oportunizou aos pesquisadores, profissionais e educadores um ambiente de discussão a respeito das recentes inovações, tendências, desafios e soluções para o ensino de Trigonometria.

Para selecionar, importar e organizar os trabalhos, utilizamos a planilha eletrônica 'BUSCAD' (MANSUR e ALTOÉ, 2021). Essa planilha auxilia o rastreamento de trabalhos da maioria das bases eleitas para pesquisa, com exceção da Scopus e da Web of Science, nas quais é preciso incorporar manualmente os resultados. Para a Scopus, foram utilizados os seguintes filtros: acesso livre, área da Matemática e artigos em estágio de publicação final. Na Web of Science, os filtros foram: acesso livre e artigos. Essa primeira seleção, em todas as bases, obteve 159 trabalhos após excluídas as repetições e, por sua vez, seguiram para a próxima filtragem da RSL.

Os 159 trabalhos foram submetidos a critérios de inclusão e exclusão aplicados à leitura do título, palavras-chave e resumo. Foram incluídos trabalhos (CI-1) completos e disponíveis e, (CI-2) relacionados à educação básica. Foram excluídos trabalhos que (CE-1) não abordam a Trigonometria relacionada ao ensino da Matemática; (CE-2) não discutem dificuldades ou propostas facilitadoras relacionadas ao ensino de Trigonometria; (CE-3) apresentam a Trigonometria somente como ferramenta; (CE-4) não tratam da atuação do professor relacionado ao ensino de Trigonometria; (CE-5) não evidenciam o processo de ensino de Trigonometria e a ação do professor em sala de aula e; (CE-6) objetivam validar metodologias ou ferramentas para o ensino de Trigonometria. Dos 159 trabalhos, 49 atenderam aos critérios de inclusão e exclusão, e seguiram para avaliação por pares, realizada por dois pesquisadores da área de Educação Matemática, que deveriam responder aos seguintes questionamentos: referente ao O1 — (1) Apresenta ou discute conhecimentos de conteúdo dos professores relacionados à definição de termos ou conceitos trigonométricos?; (2) Apresenta ou discute conhecimentos dos professores relacionados ao ensino de Trigonometria? No que se refere ao O2 — (1) Apresenta estratégias relacionadas ao ensino de conteúdos trigonométricos abordados no ensino da Matemática?; (2) Apresenta propostas que discutem o ensino de conceitos

trigonométricos para além de uma abordagem ferramental? A avaliação por pares resultou em dez trabalhos alinhados com os dois objetivos da RSL, apresentados e descritos a seguir.

4 Resultados

Para responder aos objetivos propostos dessa RSL, os dez trabalhos selecionados, após a avaliação por pares, encontram-se no quadro 2 a seguir, o qual sintetiza informações sobre eles conforme cada objetivo (O1 e O2), o tipo (artigo ou dissertação), bem como o ano de publicação, os autores, a base de dados e o título.

Quadro 2: Trabalhos de acordo com os objetivos da RSL, tipo, ano, autores e título

Objetivo	Tipo	Ano	Autores	Base de dados	Título
O1	Artigo	2014	Gisela Montiel Espinosa, Gonzalo Jácome Cortés	Scopus	Significado Trigonométrico en el Profesor
O2	Dissertação	2015	Vanessa Cristina Rech Viganó	Capes T&D	Uma Proposta Pedagógica para a Aprendizagem Significativa de Trigonometria
O2	Dissertação	2019	Roberto da Rocha Miranda	Capes T&D	Uma Proposta para o Ensino de Trigonometria a partir do Uso de Quadrinhos como Recurso Didático
O2	Dissertação	2017	Juliane Carla Berlanda	Capes T&D	Mobilizações de Registros de Representação Semiótica no Estudo de Trigonometria no Triângulo Retângulo com o Auxílio do Software Geogebra
O2	Dissertação	2020	Paulo Ferreira da Gama	Capes T&D	Uma Sequência Didática para o Ensino da Função Seno
O2	Dissertação	2018	Zildomar Rodrigues de Medeiros	Capes T&D	O Ensino dos Conceitos Básicos de Trigonometria no Triângulo Retângulo com o Uso do Software Educacional Geogebra
O2	Dissertação	2019	Luiz Carlos Soares da Silva	Capes T&D	O Ensino de Relações Trigonométricas por Atividades
O2	Dissertação	2015	Dimitrie Hristov Sobrinho	Capes T&D	O Ensino de Funções Trigonométricas através da Resolução de Problemas
O2	Dissertação	2011	Severino Carlos Gomes	BDTD	Elaboração e Aplicação de Uma Sequência de Atividades para o Ensino da Trigonometria numa Abordagem Histórica
O2	Artigo	2021	Francesco Laudano	Web of Science	Visual argumentations in teaching trigonometry

Fonte: Autoria Própria

4.1 Trabalho relativo ao objetivo 1 (O1)

Para responder ao objetivo 1 — identificar os conhecimentos dos professores

acerca dos conteúdos de Trigonometria e seus requisitos — encontramos o artigo de Espinosa e Cortés (2014), cujo objetivo foi entender por que os professores estabelecem um significado linear na relação entre ângulo e distância. Para obter os resultados, os autores, analisaram relatórios de professores após a resolução de uma situação-problema que versava sobre o cálculo de distância inacessível. A problemática envolvia uma perspectiva que articulava elementos cognitivos, didáticos e de construção social.

De acordo com Espinosa e Cortés (2014), o ensino estava restrito a manipulações matemáticas desligadas de sentido. Ademais, os objetivos curriculares estavam direcionados a atender às demandas de disciplinas de anos escolares seguintes. Durante a pesquisa, conforme relato dos autores, os professores nomeavam a tangente de diferentes formas (como razão, função, procedimento, fórmula, etc.), acarretando “uma falta de clareza entre a natureza de uma ou outra noção matemática, causada pela ênfase colocada no procedimento matemático e não no conceito.” (ESPINOSA e CORTÉS, 2014, p. 1210). Ressaltam, ainda, que os professores fundamentam seus trabalhos em alguns significados trigonométricos, a exemplo de "linear", como divisão de comprimentos e, como técnica para obter um valor. Além disso, Espinosa e Cortés (2014, p. 1193) observaram que o “sentido linear emerge das atividades reguladas pelo discurso trigonométrico escolar, e que está imerso em um fenômeno que denominamos aritmetização da Trigonometria.”

A investigação de Espinosa e Cortés (2014) remete à importância do conhecimento do conteúdo no processo de formação de professores — inicial ou continuada —, reforçando as ideias de Ball, Thames e Phelps (2008) e Hill *et al.* (2011) sobre o conhecimento do professor para melhorar a aprendizagem de Trigonometria.

4.2 Trabalhos relativos ao objetivo 2 (O2)

Os nove trabalhos alinhados com o objetivo 2 — identificar estratégias de ensino de Trigonometria que vêm sendo implementadas em sala de aula — estão mais conectados com os conhecimentos pedagógicos do conteúdo. O primeiro trabalho refere-se à dissertação de Viganó (2015), de cunho qualitativo e empírico, com o propósito de investigar uma nova estratégia pedagógica ativa para promover a aprendizagem de conceitos de Trigonometria. Para Viganó (2015), a pesquisa desenvolvida a partir do planejamento de uma proposta pedagógica “idealiza compreensão de conceitos trigonométricos com significado e não memorizados.”

(VIGANÓ, 2015, p. 36). Para a autora, é fundamental o professor conhecer seu aluno e dominar os conhecimentos a serem ensinados, pois desse modo, o professor será capaz de selecionar ou construir qualquer metodologia de ensino. Ainda afirma que o professor precisa estudar e se dedicar aos conteúdos que vai ensinar, pois “quanto melhor preparar as aulas e as puser em conformidade com as condições de aprendizagem do aluno, mais facilmente acompanhará as suas ideias, provocará mais respostas e perguntas, e será mais fácil para o aluno estudar.” (VIGANÓ, 2015, p. 36).

A proposta pedagógica foi estruturada para alunos do 2º ano do Ensino Médio visando a promover uma aprendizagem significativa de objetos da Trigonometria, organizada em três blocos de conteúdos na plataforma Moodle: (1) razões seno, cosseno e tangente no triângulo retângulo; (2) essas mesmas razões no círculo trigonométrico; e, (3) funções seno e cosseno com modelagem de situações do cotidiano. No bloco 1, foram trabalhadas atividades investigativas tendo como *background* um problema de cálculo de uma medida inacessível. Discutiu-se nessa atividade o contexto histórico da Trigonometria, como também foram utilizados materiais manipuláveis (régua, transferidor) e o *software* KmPlot. No bloco 2, os conteúdos foram abordados por meio de situações-problema por meio de uma discussão sobre radiano, baseado no áudio “O que é radiano?”, seguida de atividades experimentais — como a criação de um conversor para medidas em graus e radianos —, a construção de um círculo trigonométrico e a confecção de um jogo. O terceiro e último bloco iniciou com a proposta de construção das funções seno e cosseno com auxílio do *software* KmPlot. O objetivo da proposta foi transferir a representação no círculo trigonométrico para o sistema cartesiano, definindo pelo movimento dos gráficos a construção do modelo geral das funções. Para finalizar o bloco de atividades, a autora utilizou planilhas eletrônicas para determinar a função que representava a quantidade de sol em cada dia no ano 2014.

A ideia intrínseca à proposta de Viganó (2015) é a de o aluno se colocar como protagonista e reflexivo diante da construção de seu próprio conhecimento em meio a atividades que promovam aprendizagens que tenham sentido para ele e que não sejam algoritmizadas. Especificamente,

explorando triângulos retângulos, experimentando os efeitos de mudanças dos parâmetros de funções seno e cosseno, construindo círculos trigonométricos, reconhecendo resoluções divergentes ou refletindo sobre modos diferentes de resolver um mesmo problema, entendendo e discutindo

conceitos ao participarem intensamente de uma atividade lúdica e, também, questionando e explicando como resolveram uma tarefa (VIGANÓ, 2015, p. 108).

Os resultados da investigação de Viganó (2015), provenientes das observações em sala de aula, dos registros no Moodle e das análises das produções dos alunos, permitiu-lhe inferir que as atividades estimularam a aprendizagem de conceitos trigonométricos de maneira significativa e não algoritmizada. Esse resultado volta-se à mobilização do conhecimento de conteúdo e alunos, preconizados por Ball, Thames e Phelps (2008), pela contribuição de materiais e atividades potenciais para promover uma aprendizagem ativa e significativa de conceitos de Trigonometria.

O segundo trabalho é uma dissertação de Miranda (2019), com o objetivo de ensinar Trigonometria por meio de histórias em quadrinhos como recurso didático, visando reduzir algumas dificuldades apresentadas pelos docentes, entre elas: (1) a desarticulação das ideias a respeito dos conteúdos de Trigonometria, principalmente, relacionadas ao triângulo retângulo e ao círculo trigonométrico; e, (2) o ensino de conteúdo relacionado à Trigonometria, devido à necessidade de constantes recapitulações de conceitos ligados à interpretação geométrica. Para isso, Miranda (2019) definiu as Histórias em Quadrinhos (HQ), na forma de tirinhas, como recurso didático para desenvolver o ensino de conteúdos da Trigonometria por serem fáceis de ler, são criativas e lúdicas, e estimularem os alunos a refletir sobre o que estão vendo e estudando.

Miranda (2019) elaborou duas sequências didáticas, com oito atividades cada. A primeira sequência propõe atividades de Trigonometria no triângulo retângulo para alunos do 2º ano do Ensino Médio. Após questionamentos sobre o teor de algumas tirinhas, os alunos deveriam resolver propostas alinhadas com a situação dada pelas tirinhas.

Após aplicar as sequências didáticas, Miranda (2019) constatou que houve assimilação de saberes matemáticos com a utilização de HQ do tipo tirinhas. Observou que as imagens ajudaram no processo de aprendizagem por conterem informações complementares ao texto verbal. A pesquisa de Miranda (2019) realça a relevância do conhecimento pedagógico do conteúdo (BALL, THAMES e PHELPS, 2008), para o processo de aprendizagem.

Outra dissertação em consonância com o objetivo 2 desta RSL é de Berlanda

(2017), cuja intenção foi analisar como o registro de representação semiótica é mobilizado por alunos do 1º ano do Ensino Médio de uma escola da rede pública, no contexto da Trigonometria no triângulo retângulo, com auxílio do *software* Geogebra, e por meio de uma sequência de atividades investigativas.

A sequência didática elaborada por Berlanda (2017) evitou a manipulação mecânica das representações algébricas e geométricas relacionada a conteúdos de Trigonometria no triângulo retângulo. A sequência foi dividida em três blocos: no bloco um, foram introduzidas as noções de seno, cosseno e tangente com três atividades; no bloco dois, houve formalização do conceito de razão e de ângulos adjacentes e opostos com cinco atividades e; no bloco três, foram formalizados os conceitos de seno, cosseno e tangente com duas atividades. Os alunos resolveram as atividades com auxílio do *software* Geogebra. Após elaboração, aplicação e análise da sequência, segundo a autora, os alunos conseguiram construir os conceitos de seno, cosseno e tangente.

Os resultados da investigação permitiram que Berlanda (2017) reforçassem o uso do Geogebra como estratégia para o ensinar Trigonometria por possibilitar manipulação, visualização e interpretação de conceitos trigonométricos. Destacamos que a investigação de Berlanda (2017) não discute os conhecimentos do conteúdo relacionados ao professor, sublinhando tão somente uma discussão de estratégias didático-pedagógicas não relacionadas a outros conhecimentos necessários ao professor no processo de ensino.

O quarto trabalho alinhado com o segundo objetivo da RSL é de autoria de Gama (2020) com intuito de estudar o processo de ensino e aprendizagem da função seno para alunos do 2º ano do Ensino Médio por meio de uma sequência didática e seguindo o modelo das Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual (UARC). A sequência didática foi elaborada contendo oito UARC, com conteúdo inicial em função de Euler e finalizada com a construção do gráfico da função seno.


O estudo de Gama (2020) constatou que a sequência didática trouxe contribuições para o aluno, o professor e o saber. Relacionado ao aluno, a sequência permitiu identificar os conhecimentos prévios, bem como levantar hipóteses e ter atenção ao contexto sociocultural; para o professor, possibilitou reestruturar o conteúdo, aperfeiçoar os conhecimentos específicos referentes a conceitos da Trigonometria, favorecer o pensamento crítico e reflexivo, gerando mais autonomia

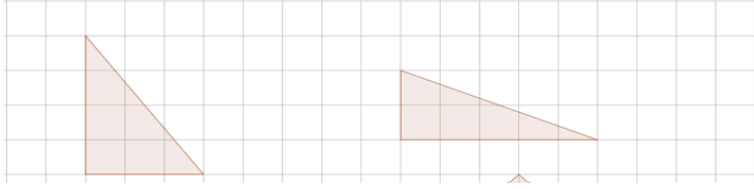
para utilizar os recursos em sala de aula, como o livro didático; em termos de saber, a sequência auxiliou a identificar aprimoramento dos saberes ensinados.


O quinto trabalho, de autoria de Medeiros (2018), buscou investigar como ocorreu a construção de conceitos básicos da Trigonometria no triângulo retângulo, com auxílio do *software* Geogebra. Foi realizado por meio de uma sequência didática, na perspectiva da Teoria das Situações Didáticas de Brousseau, da Teoria de Transposição Didática de Chevallard e do uso de tecnologias da informação e comunicação (TIC). A sequência didática considerou elementos baseados em sua pesquisa: gêneses históricas, obstáculos epistemológicos relacionados a conceitos, análise de propostas curriculares e de livros didáticos. Uma atividade da sequência está retratada nas Figuras 1 e 2 a seguir.

Figura 1: Atividade 1- o triângulo retângulo

Materiais e recursos: Folha impressa, caneta, computador e o software GeoGebra

1.1. Usando a ferramenta  Polígono construa no GeoGebra os triângulos do quadro abaixo.



1.2. Usando a ferramenta  Ângulo determine os ângulos internos de cada triângulo.

1.3. O que esses triângulos têm em comum?

1.4. Como são denominados tais triângulos em relação aos ângulos internos?

1.5. Como são chamados os lados que compõem os ângulos retos?

1.6. Como é denominado o maior lado de tais triângulos?

Fonte: Medeiros (2018, p. 127)

Figura 2: Atividade 5 - a tangente

Materiais e recursos: Computador, software GeoGebra, lápis, caneta e calculadora

Procedimentos:

Considerando o triângulo retângulo construído no GeoGebra:

a) Escolha uma medida para o ângulo α .

b) Mantendo o ângulo α fixo, mova o controle deslizante **c** e obtenha sete triângulos retângulos com tamanhos diferentes e preencha o quadro abaixo.
(Obs: Considere apenas 4 casas decimais no resultado)

Triângulo ABC	Ângulo α	Cateto oposto ao ângulo α (C.O.)	Cateto adjacente ao ângulo α (C.A.)	$\frac{C.O.}{C.A.}$
Triângulo 1				
Triângulo 2				
Triângulo 3				
Triângulo 4				
Triângulo 5				
Triângulo 6				
Triângulo 7				

c) Você verificou alguma regularidade nos valores da razão $\frac{C.O.}{C.A.}$? Justifique sua resposta.

Fonte: Medeiros (2018, p. 132)

A motivação de Medeiros (2018) para desenvolver a pesquisa foi a dificuldade dos professores ensinar Trigonometria. O estudo revelou que a sequência didática aplicada para alunos do 9º ano do ensino básico favoreceu a construção dos conceitos, em especial, as razões trigonométricas. A sequência didática também contribuiu para desenvolver a capacidade de os alunos investigarem mais. Ademais o uso do Geogebra facilitou a construção dos conceitos trigonométricos, mediante indícios da transição do "saber sábio para o saber escolar via recursos tecnológicos" (MEDEIROS, 2018, p.119).

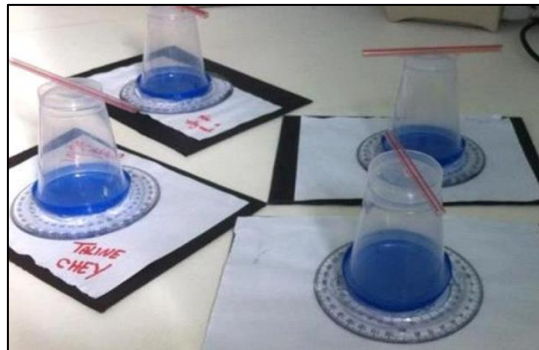
O sexto trabalho, de autoria de Silva (2019), teve a finalidade de verificar como atividades pedagógicas podem contribuir para a construção do conhecimento de relações trigonométricas em uma turma de 9º ano, na perspectiva do método da (re)descoberta. Antes de tudo, porém, fez um estudo preliminar com alunos do 1º ano do Ensino Médio por meio de um questionário, o qual o auxiliou na elaboração da sequência didática a ser aplicada aos alunos do 9º ano. A sequência didática foi estruturada na forma de jogos, visando a proporcionar mais interação entre os alunos e estímulo ao cálculo mental, assim como trazer propostas lúdicas para sala de aula. A sequência didática possui 11 atividades, começando da classificação de triângulos quanto aos ângulos, até a relação entre o raio da circunferência circunscrita a um triângulo e a lei dos senos. Após a aplicação da sequência didática, Silva (2019) constatou que a proposta possibilitou uma compreensão mais ampla das relações trigonométricas, na perspectiva do ensino por atividades, pois houve evolução na construção do conhecimento.

A dissertação de Sobrinho (2015) foi o sétimo trabalho selecionado nesta RSL. Sobrinho (2015) critica o processo de ensino no qual alunos são submetidos somente à resolução de problemas repetitivos. O trabalho investigou contribuições da metodologia de resolução de problemas para o ensino e a aprendizagem de funções trigonométricas e o desenvolvimento do raciocínio matemático com alunos de 2º ano do Ensino Médio.

Sobrinho (2015) propôs aos alunos uma primeira questão: generalização do conceito de razão trigonométrica começando com o triângulo retângulo e, posteriormente, analisar a razão no ciclo trigonométrico. Essa primeira atividade envolveu medição de distâncias inacessíveis e os alunos construíram um teodolito (Figura 3) para auxiliá-los a compreender a questão e o cálculo da altura torre da

matriz da cidade.

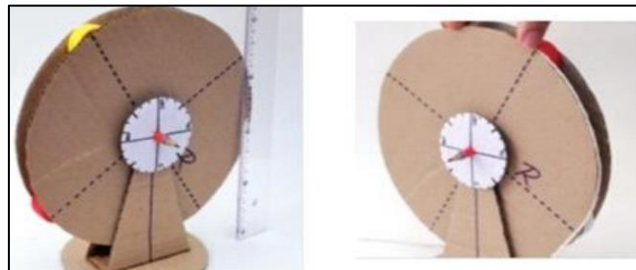
Figura 3: Teodolito construído pelos alunos



Fonte: Sobrinho (2015, p. 56).

Sobrinho (2015) propôs, como segunda atividade, aplicar o conceito de razão trigonométrica por meio de um problema de medição do comprimento da sombra de uma estaca fixa ao solo baseado na metodologia de Polya, como estratégia pedagógica. Por último, o autor sugeriu a atividade de estudo das funções trigonométricas. Para isso, os alunos construíram uma roda gigante (Figura 4) para estudar as propriedades das funções com base no círculo trigonométrico.

Figura 4: Roda gigante



Fonte: Sobrinho (2015, p. 50).

Nessa proposta, os alunos deveriam construir rodas gigantes de papelão para fazer as medições. Ao realizarem as medições, eles conseguiram analisar e generalizar sobre os valores encontrados nos quadrantes, percebendo diferenças e similaridades. Após a tabulação dos dados, observaram também o comportamento do gráfico das funções, analisando máximos e mínimos das funções e sua periodicidade.

Entretanto, o autor observou que os alunos não lembravam como resolver o problema proposto na primeira atividade, conteúdo já estudado no 9º ano do ensino fundamental, e isso provavelmente ocorreu pela forma como o conceito foi construído com os alunos em anos escolares anteriores. Contudo, ao resolver a segunda atividade, Sobrinho (2015) observou que os alunos conseguiram entender o conceito de razão trigonométrica e na terceira atividade, eles entenderam o conceito de função

trigonométrica ao fazer atividades que estimulavam a compreensão por meio da transição do conceito de função trigonométrica no círculo trigonométrico para o plano cartesiano. Ao desenvolver esse estudo, Sobrinho (2015) constatou que os alunos compreenderam os conceitos matemáticos estudados. Para ele, a utilização de problemas não rotineiros contribuiu para um envolvimento maior e melhora a aprendizagem, sendo que os resultados revelaram apreensão do conceito de razão trigonométrica e de função trigonométrica pelos alunos participantes.

De acordo com Sobrinho (2015), os conceitos dos objetos trigonométricos foram compreendidos facilmente pelos alunos, sendo notória a preocupação dele em tornar esses conteúdos mais pedagogicamente ensináveis, por meio de testagem de estratégias, como sugere Shulman (1986) ao definir o conhecimento pedagógico do conteúdo.

O oitavo trabalho, de autoria de Gomes (2011), teve como objetivo elaborar e validar uma sequência didática para estimular o ensino de Trigonometria baseado em uma abordagem histórica. A proposta foi aplicada em um curso de formação de professores. Com base em suas percepções e na pesquisa realizada, Gomes (2011) discutiu ao longo do texto a insegurança do professor em ensinar Trigonometria, justificada por problemas em sua formação e na maneira como esse conteúdo é apresentado no livro didático — conceitos mal definidos e ausência de problemas conceituais atraentes.

Nesse trabalho, Gomes (2011) utilizou como estratégia de ensino a história da Matemática, materializada em um caderno com cinco atividades com desenhos, mapas, construções geométricas e uso de máquinas de calcular. As atividades envolveram polígonos regulares inscritos na circunferência; cálculo de comprimentos de cordas; transformação de corda em seno; radiano como unidade de medida angular e; seno na circunferência unitária (Figura 5).

A proposta de Gomes foi a de aliar o estudo de Trigonometria com a história da Matemática em um curso de formação de professores, dividido em duas etapas: a primeira, para familiarizar os professores com as ferramentas (régua, compasso e *software* Geogebra) e construções geométricas; e a segunda parte, aplicar as atividades propostas. As principais dificuldades observadas por Gomes (2011) foram: falta de habilidade na manipulação de instrumentos de construções geométricas, dificuldades na manipulação de algoritmos algébricos, conhecimentos geométricos

insuficientes, dificuldades na integração de conceitos geométricos e algébricos para formulação de objetos trigonométricos. Após aplicação da atividade, Gomes (2011) validou propostas que estimulassem os professores à apreensão de estratégias para ensinar Trigonometria articuladas com a história, priorizando o enfoque geométrico para o estudo trigonométrico.

Figura 5: Resumo das atividades do caderno

Atividade	Título	Objetivos	Assuntos abordados
1 ^a	Explorando polígonos regulares inscritos na circunferência	Relembrar conceitos, elementos e propriedades dos polígonos regulares inscritos em uma circunferência.	Circunferência e polígonos regulares.
2 ^a	Calculando os comprimentos de algumas cordas	Investigar relação entre as medidas do ângulo central e do lado de polígonos inscritos em uma circunferência. Ainda, determinar o comprimento de algumas cordas.	Circunferência, polígonos regulares, teorema de Pitágoras, triângulos isósceles e equilátero.
3 ^a	A transformação da corda em seno	Calcular o seno de um ângulo através do valor da meia-corda.	Triângulos, mediatriz de um segmento e seno.
4 ^a	O radiano como unidade de medida angular	Conceituar o radiano como unidade de medida e compará-lo com o grau.	Circunferência, triângulos isósceles e equilátero e unidades de medidas de arcos.
5 ^a	O seno na circunferência unitária	Conceituar o seno na circunferência trigonométrica e estabelecer propriedades do seno através do seu gráfico.	Circunferência, projeções ortogonais e seno.

Fonte: Gomes (2011, p. 36)

No nono e último trabalho analisado, Laudano (2021) que construiu um caminho de conhecimento de Trigonometria, com apoio na geometria euclidiana, por meio da investigação e do uso do *software* Geogebra. O autor discutiu a dificuldade para o ensinar Trigonometria para alunos e professores, porque, muitas vezes, ela é apresentada com ênfase na Álgebra e omissão de demonstrações matemáticas, acarretando falta de interesse dos alunos. Laudano (2021) esclarece que esses dois aspectos também são relevantes para o ensino, contudo não podem ser exclusivos para o processo de aprendizagem de Trigonometria. Ela apresentou um percurso geométrico para a Trigonometria que permite desenvolver aplicações.

Laudano (2021) adotou proposta metodológica em investigação e a desenvolveu por meio do ensino a distância, em que as atividades foram sugeridas em formato de oficina, tendo o professor como facilitador. Os alunos trabalharam em pequenos grupos e participaram ativamente nas oficinas, cujos temas foram: os conceitos de razões trigonométricas, triângulos retos, funções trigonométricas, identidades trigonométricas e equações trigonométricas. A proposta das oficinas envolveu a construção de ideias matemáticas baseadas em problemas reais pela

discussão de conceitos. Ao final de cada oficina, os alunos eram avaliados considerando a capacidade de formular os teoremas estudados, em especial, as relações trigonométricas e a capacidade de resolver problemas aplicados. Ele observou progresso na aprendizagem, de acordo com a classificação de Van Hiele. Além disso, Laudano (2021) destacou que as oficinas contribuíram para o desenvolver o raciocínio geométrico no campo didático por meio das oficinas.

5 À guisa de conclusão e indicação de investigação futuras

A importância da Trigonometria para a Matemática e outras áreas da Ciência, ao lado da constatação pela comunidade científica específica de pouca apreensão desse conteúdo por alunos, motivou uma investigação a respeito de conhecimentos trigonométricos e de estratégias de ensino por professores. A revisão foi levada a efeito por um protocolo com descritores na língua inglesa aplicados em bases com extenso acervo científico nas áreas de Ensino e Educação, tendo como marco temporal o período de 2007 a 2021.

A revisão identificou um único trabalho alinhado ao objetivo de identificar conhecimentos especializados de professores em conteúdos de Trigonometria e outros nove em conformidade com o propósito de identificar estratégias para ensiná-la. Essa quantidade permite afirmar que há uma baixa divulgação do tema em artigos, dissertações e teses, tendo em vista sua importância e existência de conferência internacional com periodicidade anual para compartilhamento de experiências e de resultados de investigações relacionadas às recentes inovações, tendências, desafios e soluções para o ensino de Trigonometria.

Segundo o trabalho com o objetivo de identificar conhecimentos de professores acerca do conteúdo de Trigonometria, os professores têm algumas lacunas relacionadas ao conhecimento dos conceitos trigonométricos, impactando diretamente no processo de ensino. As dificuldades e os erros apresentados pelos professores foram apontadas como provenientes de sua formação acadêmica porque se preocupam mais com procedimentos de resolução ao invés de construir conceitos.

O resultado dos nove trabalhos como apelo à identificação de estratégias de ensino de Trigonometria foi diversificado. Houve variedade de estratégias pedagógicas para o ensino — história em quadrinhos, jogos, história da matemática,

TIC, resolução de problemas, situações didáticas, entre outras. Os autores desses trabalhos demonstraram preocupação em relatar abordagens pedagógicas de conteúdos da Trigonometria, não enfatizando a formação conceitual do professor ou discussão sobre os conceitos trigonométricos. A maioria dos trabalhos foram apoiados no uso de *software* de geometria dinâmica, outros em material manipulável e planilhas eletrônicas, principalmente.

Pela importância do tema para a comunidade escolar e acadêmico-científica, recomendamos investigações que examinem ampla e profundamente os conhecimentos já existentes e criem novas estratégias para ensinar Trigonometria no ensino básico.

Referências

ALAJMI, Amal Hussain. Addressing computational estimation in the Kuwaiti curriculum: Teachers' views. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v.12, n. 4, p. 263-283, aug. 2009.

ALAJMI, Amal Hussain. How do elementary textbooks address fractions? A review of mathematics textbooks in the USA, Japan, and Kuwait. **Educational Studies in Mathematics**, v. 79, n. 2, p. 239-261, feb. 2012.

BALL, Deborah Loewenberg; THAMES, Mark Hoover; PHELPS, Geoffrey Charles. Content Knowledge for teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Education**, v. 59, n. 5, p. 389-407, nov. 2008.

BERLANDA, Juliane Carla. **Mobilizações de Registros de Representação Semiótica no Estudo de Trigonometria no Triângulo Retângulo com o Auxílio do Software Geogebra**. 2017. 175f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) — Centro de Ciências Naturais e Exatas. Universidade Federal de Santa Maria. Santa Maria.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Formação de professores do Ensino Médio, Etapa II – Caderno V: Matemática**. Curitiba: UFPR/Setor de Educação, 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. Brasília: MEC/ SEB, 2000.

BISOGNIN, Eleni; BISOGNIN, Vanilde. Modelagem Matemática: uma análise do conhecimento matemático para o ensino. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 12, n. 2, p. 1-19, 2021.

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari Knopp. **Investigação Qualitativa em Educação: Uma introdução à teoria e aos métodos**. Tradução de Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

CABRAL, Camila Inês Ribeiro. **Utilização do Geogebra no processo de ensino**

aprendizagem das funções trigonométricas seno e cosseno. 2015. 44f. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Ensino de Matemática no Ensino Médio) — Universidade Federal de Santa Maria. Santa Maria.

ESCOLANO, Rafael; GAIRÍN, José María. Modelos de medida para la enseñanza del número racional en Educación Primaria. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, Colombia, v. 1, p. 17-35, mar. 2005.

ESPINOSA, Gisela Montiel; CORTÉS, Gonzalo Jácome. Significado Trigonométrico en el Profesor. **Bolema**, Rio Claro, v. 28, n. 50, p.1193-1216. dez. 2014.

FARIAS, Severina Andréa Dantas de. **Ensino-aprendizagem de Triângulos**: um estudo de caso no curso de licenciatura em matemática a distância. 2014. 213f. Tese (Doutorado em Educação) — Centro de Educação. Universidade Federal da Paraíba, Paraíba.

FIORENTINI, Dario. Rumos da Educação Matemática: o professore as mudanças didáticas e curriculares. In: SEMINÁRIO DE AVALIAÇÃO DAS FEIRAS CATARINENSES DE MATEMÁTICA, 2., 2002, Brusque. **Anais**. Brusque: FURB, 2002, p. 13-20.

GAMA, Paulo Ferreira da. **Uma sequência didática para o ensino da função seno**. 2020. 214f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) — Centro de Ciências Sociais e Educação. Universidade do Estado do Pará. Belém.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GOMES, Severino Carlos. **Elaboração e Aplicação de Uma Sequência de Atividades para o Ensino da Trigonometria numa Abordagem Histórica**. 2011. 93f. Dissertação (Mestrado em Ciências Naturais e Matemática) — Centro de Ciências Exatas e da Terra. Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal.

HILL, Heather; BLUNK, Merrie; CHARALAMBOUS, Charalambos; LEWIS, Jennifer; PHELPS, Geoffrey; SLEEP, Laurie; BALL, Deborah Loewenberg. Mathematical Knowledge for Teaching and the Mathematical Quality of Instruction: An Exploratory Study. **Cognition and Instruction**, v. 26, p. 430-511, oct. 2008.

HILL, Heather; BALL, Deborah Loewenberg; BASS, Hyman; BLUNK, Merrie; BRACH, Katie; CHARALAMBOUS, Charalambos; COLE, Yaa; DEAN, Carolyn; DELANEY, Seán; ESKELSON, Sam; GOFFNEY, Imani Masters; LEWIS, Jennifer; PHELPS, Geoffrey; SLEEP, Laurie; THAMES, Mark; ZOPF, Deborah. Measuring the Mathematical quality of instruction: Learning Mathematics for Teaching Project. **Journal for Mathematics Teacher Education**, v. 14, n. 1, p. 25-47, 2011.

KLINE, Morris. **O fracasso da matemática moderna**. São Paulo: Ibrasa, 1976.

LAUDANO, Francesco. Visual argumentations in teaching trigonometry. **Annales Mathematicae et Informaticae**, Hungria, v. 54, p. 183–193, 2021.

MANSUR, Daniel Redinz; ALTOÉ, Renan Oliveira. Ferramenta Tecnológica para Realização de Revisão de Literatura em Pesquisas Científicas. **Revista Eletrônica**

Sala de Aula em Foco, Vitória, v. 10, n. 1, p. 8-28, 2021.

MARTIN, Michael; MULLIS, Ina; BEATON, Albert; GONZALEZ, Eugenio; SMITH, Teresa; KELLY, Dana. Mathematics achievement in the middle school years: IEA's Third International Mathematics and Science Study (TIMSS). **Center for the Study of Testing, Evaluation, and Educational Policy**, Boston, p. 1-211, June 1997.

MEDEIROS, Zildomar Rodrigues de. **O ensino dos conceitos básicos de trigonometria no triângulo retângulo com o uso do software educacional GeoGebra**. 2018. 142f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) — Centro de Ciências Sociais e Educação. Universidade do Estado do Pará. Belém.

MIRANDA, Roberto da Rocha. **Uma proposta para o ensino de trigonometria a partir do uso de quadrinhos como recurso didático**. 2019. 132f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Matemática) — Centro de Ciências. Universidade Federal do Ceará. Fortaleza.

NACARATO, Adair Mendes. A definição de seno apresentada nos livros didáticos de matemática no século XX. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 5., 2003, Rio Claro. **Anais do V SNHM**. Rio Claro: UNESP, 2003, p. 205-213.

NACARATO, Adair Mendes; SANTOS, Renato Tim dos. Espaços alternativos de formação: quando graduandos em matemática e professores em exercício compartilham experiências sobre o ensino de trigonometria. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 6, n. 2, p. 63-90, 2004.

OLIVEIRA, Francisco Canindé de. **Dificuldades no processo de ensino aprendizagem de trigonometria por meio de atividades**. 2006. 74f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) — Centro de Ciências Exatas e da Terra. Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal.

PATRIARCA, Fábio Henrique. **Contribuições do Programa M@tmídias para a Integração de Tecnologias às aulas de Trigonometria no Ensino Médio**. 2016. 199f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) — Universidade Anhanguera de São Paulo. São Paulo.

PEREIRA, Celia Alves; SANDMANN, André. **Dificuldades do ensino da álgebra no ensino fundamental: algumas considerações**. 2015. 15f. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Educação: Métodos e Técnicas de Ensino) — Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Medianeira.

POMPEI, Luciano de Melo. Descritores ou palavras-chave nas bases de dados de artigos científicos. **FEMINA**, São Paulo, v. 38, n. 5, p. 231-232, 2010.

RANGEL, Leticia; GIRALDO, Victor Augusto; MACULAN, Nelson. Matemática elementar e conhecimento de matemática para o ensino: um estudo colaborativo sobre números racionais. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 14, 2015, Chiapas, **Anais do XIV CIAEM**. Chiapas: Universidad del Valle de México. p. 1-10.

REYS, Barbara; CHVAL, Kathryn Bouchard; DINGMAN, Shannon; MCNAUGHT,

Melissa; REGIS, Troy; TOGASHI, Junko. Grade-Level Learning Expectations: A New Challenge for Elementary Mathematics Teachers. **Teaching Children Mathematics**, v. 14, n. 1, p. 6-11, aug. 2007.

SANTOS, Kátia Gonçalves dos; SOUZA, Luciana Gonçalves Silva. A importância do IBICT para a divulgação científica brasileira. **Bibliotecas Universitárias: pesquisas, experiências e perspectivas**, Belo Horizonte, v. 3, n. 2, p. 3-18, jul./dez. 2016.

SCHMIDT, William; MCKNIGHT, Curtis; RAIZEN, Senta. **A splintered vision: An investigation of U.S. science and mathematics education**. Kluwer, 1997.

SHULMAN, Lee. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational researcher**, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

SHULMAN, Lee. Conhecimento e ensino: fundamentos para a nova reforma. Tradução de Leda Beck. **Cadernos Cenpec**, São Paulo, v. 4, n. 2, p. 196-229, dez. 2014.

SILVA, Luiz Carlos Soares da. **O Ensino de Relações Trigonométricas por Atividades**. 2019. 357f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) — Centro de Ciências Sociais e Educação. Universidade do Estado do Pará, Belém.

SOBRINHO, Dimitrie Hristov. **O ensino de funções trigonométricas através da resolução de problemas**. 2015. 115f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) — Centro de Ciências Exatas e de Tecnologias. Universidade Federal de São Carlos. Sorocaba.

SOUSA, Helenita de Jesus de; COUTO, Maria Elizabete Sousa. Desenvolvimento profissional de professores: um olhar para o ensino de Estatística nos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 12, n. 3, p. 1-25, 2021.

SOUZA, Maria Alice Veiga Ferreira de; POWELL, Arthur Belford. How do textbooks from Brazil, the United States, and Japan deal with fractions? **Acta Scientiae**, Canoas, v. 23, n. 4, p. 77-111, jul./aug. 2021.

TRIVIÑOS, Augusto Nivaldo Silva. **Introdução à Pesquisa em Ciências Sociais: a pesquisa qualitativa em Educação**. São Paulo: Atlas, 1987.

VIGANÓ, Vanessa Cristina Rech. **Uma proposta pedagógica para a aprendizagem significativa de trigonometria**. 2015. 144f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) — Universidade de Caxias do Sul. Caxias do Sul.

VYGOTSKY, Lev Semenovitch. **A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**. 4. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

VIGOTSKI, Lev Semenovitch. **Pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes. 1993.