

Codificación de mapas conceptuales y concepciones de los profesores de matemáticas

CRISTINA CARULLA Y PEDRO GÓMEZ

“una empresa docente”, Universidad de los Andes
mcarulla@uniandes.edu.co • pgomez@uniandes.edu.co

En este artículo hacemos una descripción del proceso de investigación que los autores realizamos con motivo del proyecto *El análisis de contenido matemático como herramienta para la construcción de modelos pedagógicos: El caso de la función cuadrática*, apoyado por el IDEP. Esta descripción se centra en la problemática del diseño y utilización de un instrumento de codificación de los mapas conceptuales producidos por grupos de profesores en el marco de un esquema de interacción entre estos profesores y nosotros, como investigadores. El espacio disponible no nos permite presentar en detalle las características del contenido matemático tratado, ni de las herramientas didácticas utilizadas. Buscamos mostrar la forma como nuestra aproximación metodológica evolucionó a lo largo del estudio y el resultado de esta evolución.

El estudio que se reporta aquí surgió de varias experiencias que los autores tuvimos en programas de formación permanente de profesores de matemáticas. En estos programas hemos venido utilizando los mapas conceptuales, los sistemas de representación y el análisis didáctico como herramientas didácticas cuya utilización por parte de los profesores tiene como propósito hacerlos más conscientes de la complejidad del contenido matemático a enseñar, de la complejidad del proceso de aprendizaje de ese contenido matemático y de la complejidad del proceso de enseñanza. No obstante, aunque al finalizar los programas de formación teníamos la sensación de que éstos tenían éxito con respecto a los objetivos expuestos arriba, no podíamos asegurar la validez de esos resultados. Por esa razón, decidimos diseñar un proyecto de investigación en el que se explorara de manera sistemática el papel que pueden jugar estas herramientas didácticas en las concepciones de los profesores, en particular en su consciencia de la complejidad del contenido matemático a enseñar.

Los mapas conceptuales son una herramienta de descripción (en este caso del contenido matemático) que permite aproximarse a esta tarea de una forma no lineal en la que se resaltan las relaciones entre los diferentes elementos de esta descripción. Los sistemas de representación son un concepto propio de la educación matemática que enfatiza el hecho de un objeto matemático puede ser representado de diferentes maneras (con fórmulas o expresiones simbólicas, con gráficas, con tablas, etcétera). La función cuadrática es un tema que aparece en varios lugares de la enseñanza secundaria y que permite un análisis rico en sistemas de representación y conexiones.

Reunimos a un grupo de 30 profesores de matemáticas de secundaria de colegios oficiales del Distrito. Algunos de estos profesores habían ya participado en uno o más de nuestros programas de formación permanente de profesores. Otros habían participado en otros programas de formación permanente ofrecidos por “una empresa docente” con esquemas diferentes de los mencionados arriba y otros trabajaban con nosotros por primera

vez. Organizamos los 30 profesores en grupos de por lo menos dos y máximo seis profesores y desarrollamos un esquema de interacción estructurado en tres módulos: análisis de contenido, de instrucción y de cognitivo. Cada módulo, que duró un mes, estaba compuesto de un seminario inicial, una interacción intermedia y un seminario final. En el seminario inicial nosotros presentábamos las ideas básicas del propósito del módulo y las tareas que esperábamos que ellos realizaran durante el mismo. En la segunda mitad de ese seminario los grupos de profesores realizaban un primer borrador de esa tarea. Dos semanas más tarde, cada uno de los grupos nos visitaba en nuestras oficinas y realizábamos una entrevista individual por grupo en la que el grupo nos presentaba el avance de su trabajo y nosotros reaccionábamos al mismo. Dos semanas más tarde nos reuníamos en el seminario final en el que cada grupo presentaba el resultado de su trabajo a los compañeros. De esta forma, recogimos, para cada grupo tres producciones (seminario inicial, entrevista, seminario final) por módulo. En total, nueve producciones.

Estas producciones tuvieron a la función cuadrática como tema matemático. Las tareas de los profesores consistieron en producir el análisis de contenido (la descripción de la función cuadrática como contenido matemático a enseñar), el análisis de instrucción (la manera como este tema se ha enseñado) y el análisis cognitivo (la descripción de la manera como este tema se aprende). Estas descripciones debían hacerse utilizando una herramienta de análisis y organización, por un lado, y una herramienta de representación por el otro. La herramienta de análisis y organización eran los sistemas de representación: los grupos de profesores debían hacer sus descripciones teniendo a los sistemas de representación como elemento organizador. La herramienta de representación eran los mapas conceptuales: los grupos de profesores debían hacer sus descripciones utilizando mapas conceptuales. Los grupos de profesores podían además presentar ensayos que profundizaran en las ideas que proponían en sus mapas conceptuales y nosotros registramos la información que surgió de la interacción que tuvo lugar en las entrevistas y en los seminarios. Nuestra principal fuente de información fueron, en todo caso, los nueve mapas conceptuales (tres por cada módulo) que presentaron cada uno de los cinco grupos.

Inicialmente nosotros pensamos analizar cada uno de estos mapas conceptuales con base en un mapa de referencia producido por nosotros en el que esperábamos tener registrada toda aquella información que pudiera surgir en cualquiera de los mapas producidos por los profesores. Sin embargo, cuando comenzamos a revisar las producción de los profesores, nos dimos cuenta que era importante analizar los mapas de tal forma que pudiéramos identificar sus principales características. Era importante tener en cuenta su forma y estructura. Pero también nos dimos cuenta de que era importante tener en cuenta el contenido matemático y la manera como se trataba ese contenido matemático. Por esa razón, aplazamos el análisis con base en los mapas de referencia y nos centramos en analizar cada uno de los mapas a partir de un proceso que pasó por varias etapas. En la primera, produjimos, para cada grupo, una tabla en la que en las columnas ubicamos cada uno de los nueve mapas y en las filas identificamos cuatro categorías: estructura, sistemas de representación, operacional-estructural y conexiones. Para cada una de estas categorías identificamos unos "eventos" que caracterizaban el mapa en cuestión o su evolución con respecto al mapa anterior. Registramos los eventos en las casillas correspondientes de la tabla. Cuando terminamos de codificar la información en estas tablas, nos dimos cuenta de que en ellas no era posible registrar varios aspectos de la complejidad de los mapas. En particular, no era posible codificar algunos aspectos del manejo de los sistemas de representación y de las conexiones.

Decidimos entonces hacer un nuevo análisis y codificación de los mapas con base en el número de cajas de cada mapa pertenecientes a cada uno de los sistemas de representación y en el número de conexiones que aparecían en cada mapa. Este proceso de análisis y codificación produjo dos tablas para cada grupo en el que es posible apreciar estos números y sus correspondientes porcentajes. Al hacer las gráficas de estas tablas apreciamos con mayor claridad la manera como cada grupo utilizó los sistemas de representación para hacer sus descripciones y la manera como estas descripciones evolucionaron en el

tiempo. De allí comenzaron a surgir algunas conjeturas acerca de “tipos” de mapas conceptuales que parecían ser más repetitivos que otros a lo largo de los cinco grupos. Cuando regresamos a las tablas originales, nos dimos cuenta que esta manera de codificar la información requería de demasiada interpretación y no permitía necesariamente identificar estos “tipos” de mapas que nosotros percibíamos intuitivamente. Decidimos entonces producir un nuevo esquema de codificación.

Este nuevo esquema de codificación era, de nuevo, una tabla en la que en las columnas ubicamos los nueve mapas conceptuales de un grupo dado y en las filas ubicamos una serie de categorías, con sus correspondientes indicadores. En la primera versión de esta nueva tabla identificamos trece categorías, relacionadas con los sistemas de representación, con el crecimiento y reestructuración del mapa, con la aproximación operacional-estructural y con el tipo de conexiones. No obstante, una vez codificamos y analizamos de nuevo los mapas de los cinco grupos, observamos que algunas de las categorías escogidas y el tipo de indicadores utilizados no permitían una codificación adecuada: se requería aún algo de interpretación y se perdía información importante, mientras que se recogía información que no parecía relevante.

Cuando revisamos esta nueva codificación observamos que debíamos hacer una reflexión más profunda sobre la caracterización general de los mapas conceptuales cuando representan temas matemáticos y sobre las características particulares de estos mapas, teniendo en cuenta el contenido matemático en cuestión (la función cuadrática). Además, buscamos que fuera posible justificar *a priori* la selección de las categorías con las que se haría la codificación.

Encontramos entonces que debíamos tomar los sistemas de representación como eje inicial de análisis. Desde esta perspectiva, las producciones de los profesores podían o no estar organizadas con base en esta herramienta y, cuando, lo están, es posible analizar la estructura interna de los mapas dentro de cada sistema de representación. Esta estructura interna puede ser muy simple (sin cajas o una sola caja), medianamente compleja (algunas cajas, pero poca estructura) o estructurada (la descripción incluye estructuras con tres o más niveles).

El segundo atributo que consideramos fueron las conexiones. Clasificamos las conexiones en *básicas* (aquellas que definen la estructura interna básica de un sub-mapa que describe un aspecto particular), *internas* (cuando son conexiones entre cajas pertenecientes a un mismo sistema de representación), *implícitas* y *explícitas* (dependiendo de que la conexión se haga con una flecha o con una descripción dentro de la caja correspondiente), y *externas* (cuando representan conexiones entre dos o más sistemas de representación). Resaltamos en este atributo aquellas conexiones que involucran sistemas de representación diferentes del simbólico o el gráfico.

El tercer atributo tiene que ver con características propias del tema matemático en cuestión. En este caso observamos el número de formas simbólicas tratadas y la existencia de conexiones entre estas formas simbólicas. Por otra parte, codificamos también aquellos casos en los que el mapa se construía a partir de la ecuación cuadrática, y aquellos casos en los que los procedimientos de manipulación simbólica (e.g., completación de cuadrados, factorización, etcétera) se trataban ya sea como objetos o como relaciones entre cajas.

Esta última organización con base en los atributos estructurales nos permitió realizar una codificación final. Sin embargo, es evidente que el número de atributos y el número de valores de los atributos implica una gran cantidad de posibles combinaciones y, por consiguiente, de posibles mapas. No obstante, el análisis de las características de los atributos y del esquema de interacción que se realizó con los profesores, nos permitió identificar un número reducido de mapas posibles con una estructura de evolución que es coherente *a priori* con las características del tema matemático tratado. La figura 1 muestra estos mapas posibles. Su estructura de evolución está representada por los números con los que se describen las cajas.

Los cuatro grupos se diferencian por el número de sistemas de representación estructurados (con tres o más niveles, el código E). En el grupo 2, los mapas pueden o no estar

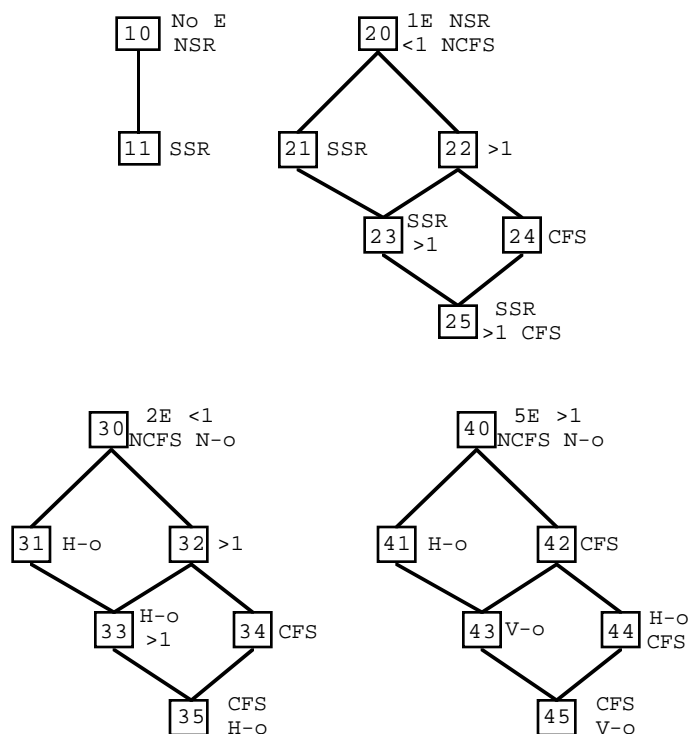


Figura N° 1. Estructura de mapas posibles

organizados con base en sistemas de representación (NSR y SSR). Además, pueden tener menos de una forma simbólica o más de una (<1 y >1). Finalmente pueden presentar o no conexiones entre las formas simbólicas (NCFs y CFS). En el grupo 3, los mapas tienen 2 o 3 sistemas de representación y pueden presentar ninguna conexión con otros sistemas de representación o pueden presentar algunas (N-o y H-o). Finalmente en el grupo 4 se encuentran los cinco sistemas de representación, hay más de una forma simbólica y los mapas se caracterizan por el número de conexiones con otros sistemas de representación (N-o, H-o y V-o). Con base en esta estructuración de los mapas posibles, pudimos clasificar las producciones de los profesores, clasificación que se presenta en la tabla 1.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	S1A	A1	S1B	S2A	A2	S2B	S3A	A3	S3B
G1	34	35-R	44-R		45-R				
G2	10-C	10-C			11	43*		43-R	43-F
G3	20-O		22		23	23	32*		
G4	20-CO	20-CF	45-F	45-R	45-F				
G5	32-CO	32*-R			44	44			45

Tabla N° 1. Evolución de producciones de los profesores

La tabla presenta en las filas la codificación de cada uno de los mapas de cada uno de los cinco grupos de profesores. En las columnas se identifican los nueve mapas producidos por cada grupo. Las casillas vacías significan que el mapa correspondiente es equivalente al mapa de la casilla anterior. La segunda fila identifica los momentos de la interacción (SiA: para el primer seminario del módulo i y SiB: para el segundo seminario; Aj para la

reunión de asesoría del módulo j). Los números en las casillas identifican la caja correspondiente a la estructura de mapas posibles presentada en la figura 1. Las letras que aparecen al lado del número significan lo siguiente: O y R, cuando las técnicas de manipulación simbólica se presentan como objetos o como relaciones; C, cuando la descripción se construye con base en la ecuación cuadrática.

Con base en los resultados presentados en la tabla 1, podemos producir algunas reflexiones. En primera instancia, resulta evidente que hay diferencias en las producciones de los grupos. Hay grupos que comienzan con producciones relativamente avanzadas (como el 5) y otros que comienzan en el primer nivel de la estructura (como el 2). Es muy posible que estas diferencias sean producto de la capacitación previa que hayan recibido estos profesores antes de comenzar a trabajar en este proyecto. En segundo lugar, es evidente que en todos los grupos hubo evolución y, por lo tanto, se corrobora la hipótesis inicial del estudio, en el sentido que el tipo de interacción realizada con los profesores puede generar una mayor consciencia sobre la complejidad del contenido matemático a enseñar. Esta evolución también se puede justificar a partir del conocimiento que cada grupo tuvo de las producciones de los otros grupos, pero este efecto no fue uniforme. Tercero, en algunos grupos se evidencia que hay “concepciones arraigadas” que no cambiaron fácilmente en el tiempo, aun cuando recibían información adicional que les sugería posibles caminos de acción. Este tipo de concepciones se observan por ejemplo en los grupos dos y tres. Cuarto, se observan diferencias en la estabilidad de las estructuras. Mientras que algunos grupos mantienen su aproximación más o menos constante y su trabajo se centra en la mejora de las producciones anteriores (como el caso de los grupos 1 y 5), hay otros grupos en los que se observan re-organizaciones estructurales en sus producción (como el caso de los grupos 2, 3 y 4). Quinto, el esquema de codificación resultado de este estudio parece ser una caracterización apropiada (al menos para el caso de las producción consideradas) de las concepciones de los profesores sobre la función cuadrática. Esto se evidencia en el hecho de que de la gran cantidad de mapas posibles, las producciones de los profesores se restringen a unas pocas. La evolución de estas producciones parecen seguir el camino sugerido por la estructura de atributos propuesta anteriormente. Esta evolución se puede caracterizar por unos caminos de evolución representativos con respecto al manejo de los sistemas de representación, al manejo de la dualidad operacional-estructural y al manejo de las conexiones entre sistemas de representación.

Aunque los mapas conceptuales son una herramienta que se usa cada vez con más frecuencia en la enseñanza, no existen muchos instrumentos que permitan analizar las producciones hechas con base en ella. En particular, los instrumentos existentes tienden a ser de carácter general y no tienen en cuenta el contenido matemático que se pretende describir. Esperamos que el instrumento desarrollado en este estudio puede ser utilidad para otros investigadores. Por otro lado, el estudio propone una caracterización de las concepciones de los profesores sobre la función cuadrática. Aunque, estas concepciones y su evolución son consecuencia, al menos parcialmente, del esquema de interacción utilizado, esperamos que puedan servir de base para otros estudios que permitan profundizar en esta caracterización. Finalmente, el estudio muestra, con base en las producciones de los profesores que participaron en él, que la utilización de los mapas conceptuales, de los sistemas de representación y del análisis didáctico pueden aportar a crear espacios en los que las concepciones de los profesores evolucionen hacia una mayor consciencia de la complejidad del contenido matemático a enseñar.