

PROYECTO DE INTERVENCIÓN PARA LA COMPRESIÓN DE LA FUNCIÓN LINEAL

Juan Carlos Pinilla Acevedo

22250645@uagro.mx

Maestría en Docencia de la Matemática

11 de junio de 2023

RESUMEN

En el presente documento se expone un proyecto de intervención en sus dos primeras fases de diagnóstico y diseño, que tiene como objetivo favorecer el aprendizaje con comprensión de la función lineal que corresponde a la unidad de aprendizaje geometría analítica en estudiantes del técnico profesional en seguridad vial. El avance presentado hace énfasis en las necesidades educativas comunes, atendiendo la problemática de conversión entre los diferentes registros de representación de la función lineal mediante el uso de recursos didácticos como una guía instruccional y software de geometría dinámica GeoGebra.

DESCRIPCIÓN DEL DIAGNÓSTICO

En esta primera fase del proyecto de intervención docente se pretende establecer algunas necesidades educativas. Para ello el diagnóstico se obtiene a partir del desarrollo de 5 pasos a decir: primero identificar las problemáticas relevantes en la enseñanza y aprendizaje de un tema específico dentro de los contenidos matemáticos, teniendo en cuenta el contexto, el objetivo, alcance, recursos y tiempo para resolverlo, segundo jerarquizar problemáticas, tercero elegir la problemática a intervenir y resolver, cuarto investigar acerca de dicha problemática y finalmente, como quinto paso el respectivo análisis de los resultados obtenidos.

PASO 1: Identificar problemáticas

Desde mi experiencia docente el tema de la función lineal ha sido tema esencial en los contenidos curriculares de los diferentes programas de la Escuela de Seguridad Vial. Desde ahí se pretende hacer visible las dificultades más sentidas por los estudiantes en el aprendizaje de este tema fundamental en su proceso formativo y profesional. Del mismo

modo en algunos trabajos de intervención académica (Solarte, 2018; González y Flórez, 2018; Pezoa y Morales, 2015) es notorio observar la dificultad que presentan los estudiantes cuando intentan relacionar los parámetros de la función lineal y su correcta interpretación. Situaciones problema como, por ejemplo: “*En un negocio de venta de camisetas un trabajador tiene un sueldo básico diario más una comisión de \$2 dólares por cada camiseta vendida. Un cierto día del mes vendió 15 camisetas y obtuvo un sueldo diario de \$54 dólares*”. Donde deben determinar la expresión matemática que represente la situación del enunciado y su respectivo gráfico. El paso de un registro a otro, en especial de los enunciados al algebraico y gráfico, no permite al estudiante poder resolver problemas de modelación matemática y comunicar sus resultados.

PASO 2: Jerarquizar las problemáticas

En este segundo paso se procede a organizar las problemáticas identificadas, que deben ser intervenidas y solucionadas. Para el caso de la necesidad educativa común e la comprensión de la función lineal se priorizan las siguientes problemáticas:

1. Conceptualizaciones de la función lineal
2. Las estrategias de enseñanza de la función lineal
3. Capacidad cognitiva para resolver problemas de modelación matemática donde interviene la función lineal.
4. Motivación en el aprendizaje de la función lineal

Con relación a las problemáticas 1 y 3 se tuvo encuentra los trabajos realizados por Duval (2004) desde la mirada semiótica y cognitiva de la comprensión de los objetos matemáticos, y los elementos que en ellos intervienen. Con respecto a las problemáticas 2 y 4, estas emergen de la propia experiencia docente en el aula y desde los trabajos de Mora y Ortiz (2015) sobre sobre el reto docente frente a las estrategias didácticas a usar para la enseñanza de la matemática y para el diseño de tareas y Esparcia (2018) acerca de los factores determinantes que inciden en la falta de motivación para aprender.

PASO 3: Seleccionar una problemática a resolver

De acuerdo con el contexto educativo e importancia que tiene el tema en el desempeño laboral del futuro profesional en seguridad vial, se hace necesario solucionar la problemática 3. La idea es optimizar la manera como los estudiantes asumen los enunciados de problemas de modelación matemática de tipo lineal, en mejorar su comprensión, en desarrollar la competencia del pensamiento variacional, así mismo favorecer la competencia comunicativa.

PASO 4: Investigar sobre la problemática seleccionada

La importancia que tiene el pensamiento variacional, en este caso la función lineal, es permitir la aplicabilidad que tiene en diferentes situaciones problemas desde relaciones de dependencia, variación o proporcionalidad. Para Campeón, Aldana & Villa (2018); Pipet (2021) y Muñoz (2019) la modelación matemática permite una mejor comprensión del concepto de función lineal y los elementos que la componen.

Es así como los modelos que describen comportamientos entre dos variables de naturaleza distinta como tiempo, espacio, producción, costo y otras, tienen relevancia para el contexto educativo específico que se quiere intervenir. En el caso de la función lineal y sus características propias tiene un protagonismo fundamental en la conceptualización de los objetos matemáticos. En ese sentido la modelación matemática implica relacionar datos de un problema con los parámetros que constituyen una función lineal, por lo tanto, desde Montaña (2019) se retoma una actividad específica de modelación para poder indagar la realidad de la problemática en forma más detallada y reflexiva.

Se elaboró un diagnóstico basado en apartes del trabajo de Montaña (2019), donde se expone claramente un problema que puede ser resuelto desde la proporcionalidad directa o inversa usando modelación matemática y su estrecha relación con la función lineal. Este tipo de actividad permite al estudiante explorar posibles soluciones y la convergencia de sus resultados. Además interpretar de dos maneras distintas la pendiente y la ordenada al origen y las variables que intervienen y su correlación.

Actividad: De acuerdo con el siguiente enunciado responder las preguntas

Enunciado: El nivel de carga y de descarga de cierto portátil tiene un comportamiento lineal. Los usuarios experimentaron que la batería estando en un 100% de carga se consume por cada 50 minutos en un 1% en estado de reposo.

1. ¿Cómo es la relación entre las variables tiempo y nivel de carga y las variables nivel de descarga y tiempo?
2. ¿Cuáles son las expresiones matemáticas que modelan la situación anterior?
3. ¿Cuánto tarda la batería en descargarse en un 80%?
4. ¿Cuánto tiempo tarda en pasar de una carga del 100% al 80%?
5. ¿Cuánto tiempo debe pasar para que la batería se descargue por completo?
6. Dibuja las representaciones graficas de la situación anterior

En esta actividad en la pregunta 1 se quiere evidenciar la manera como el estudiante entiende el concepto de proporcionalidad directa e inversa y su relación con la pendiente en la función lineal. En la pregunta 2 la idea central es indagar sobre la manera en que los estudiantes pasan de del registro verbal (enunciado) al registro algebraico. Para el caso de las preguntas 3, 4 y 5 busca evidenciar los procesos de relaciona entre magnitudes a partir de la expresión algebraica, así mismo dar cuenta del uso e interpretación que hacen frente al parámetro pendiente, las variables independiente y dependiente y la ordenada al origen. Finalmente, la pregunta 6 apunta a dar cuenta si el estudiante está en capacidad de construir las posibles gráficas relacionando las variables del problema y la manera de hacerlo. De lo anterior se espera que los estudiantes reconozcan problemas de diferentes tipos de proporcionalidad, los elementos que componen modelaciones lineales, realizar diferentes registros de representación y comprender la aplicabilidad que tiene la función lineal en diferentes contextos.

PASO 5: Analizar los resultados obtenidos

La actividad propuesta fue aplicada a 20 estudiantes del Técnico Profesional en Seguridad Vial sección 1 (Ver Tabla 1). Contexto...estudiantes Para el respectivo análisis se tuvieron en cuenta seis categorías: proporcionalidad directa e inversa (C1), registro algebraico (C2), interpretación

de la pendiente (C3), variable independiente y dependiente (C4), ordenada al origen (C5) y registro gráfico (C6).

Tabla 1. Datos de los participantes

Código	Edad	Género	Cargo	Experiencia en años
E1	22	M	Conductor patrulla	2
E2	25	F	Secretaria talento humano	4
E3	30	M	Conductor patrulla	5
E4	19	M	Secretario atención al ciudadano	1
E5	28	M	Auxiliar talento humano	7
E6	27	M	Secretario jurídico	7
E7	21	M	Conductor patrulla	2
E8	29	M	Agente de tránsito	6
E9	24	F	Agente de tránsito	3
E10	25	F	Agente de tránsito	4
E11	31	M	Conductor patrulla	8
E12	35	M	Agente de tránsito	9
E13	30	M	Conductor patrulla	11
E14	22	M	Agente de tránsito	2
E15	26	F	Agente de tránsito	4
E16	28	F	Agente de tránsito	9
E17	23	F	Conductor de patrulla	3
E18	25	M	Secretario Administrativo	3
E19	26	M	Agente de tránsito	5
E20	33	M	Agente de Tránsito	8

A continuación, se presentan respuestas dadas por algunos estudiantes

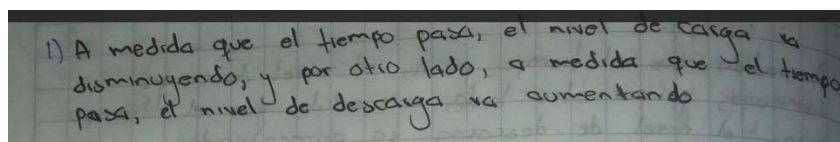


Figura 1. Respuesta estudiante E1

Pregunta 2.
 Para modelar entre tiempo (t) y nivel de carga (C), y entre nivel de descarga (D) y tiempo, se puede utilizar de diversas maneras.
 1. Tiempo y nivel de carga.
 - Modelo lineal se puede utilizar una ecuación lineal.

$$C = mt + b$$
 donde m se representa la tasa de carga y b es una constante que representa la carga inicial.

Figura 2. Respuesta estudiante E3

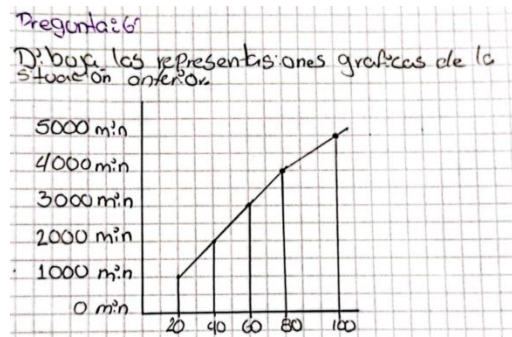


Figura 3. Respuesta estudiante E7

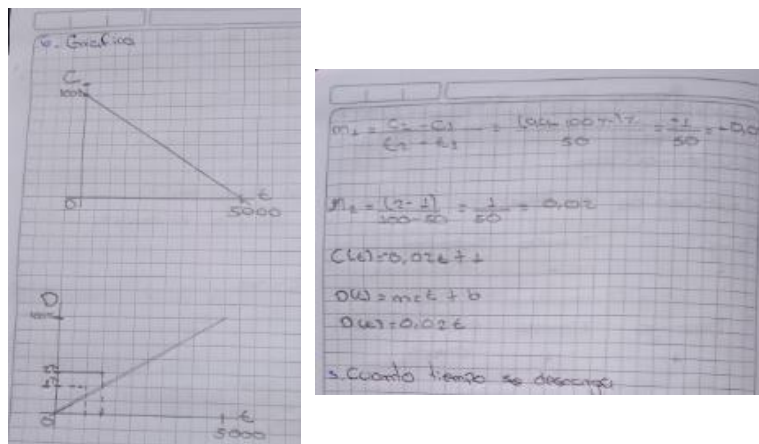


Figura 4. Respuesta estudiante E16

En la tabla 2 se presentan los resultados de la actividad teniendo en cuenta las categorías antes expuestas.

Tabla 2. Resultados individual prueba diagnóstica.

Estudiante	Resultados por categorías						Nivel de Desempeño en %
	C1	C2	C3	C4	C5	C6	
E1	M	B	B	B	B	B	15
E2	M	B	B	B	B	B	15
E3	M	A	B	B	B	B	30
E4	B	B	B	M	M	B	30
E5	B	B	B	M	A	B	35
E6	B	B	B	A	A	B	40
E7	M	M	B	A	B	B	50
E8	A	S	A	A	S	A	85
E9	M	B	M	B	M	B	45
E10	M	B	B	B	B	B	15
E11	B	B	B	M	M	B	35
E12	A	S	M	S	A	A	80
E13	M	M	M	B	B	M	60
E14	M	B	B	M	B	M	45
E15	M	M	M	A	B	B	55
E16	A	M	A	S	S	S	85
E17	B	B	B	B	B	B	10
E18	B	B	B	B	B	B	10
E19	A	S	A	S	S	S	85
E20	B	B	B	M	B	B	15

Niveles de desempeño: S: Superior; A: Alta; M: Media; B: Baja.

En la tabla 3 se presentan resultados por categorías con el propósito de analizar el comportamiento de cada categoría en el grupo de participantes y dar cuenta de las particularidades evidenciadas en las respuestas dadas por los estudiantes.

Tabla 3. Resultados por categorías

Categoría	S	A	M	B
C1	0	4	9	7
C2	3	1	4	12
C3	0	3	4	13
C4	3	4	5	8
C5	3	3	3	11
C6	2	2	2	14

Niveles de desempeño: S: Superior; A: Alta; M: Media; B: Baja.

De acuerdo con los resultados de la prueba diagnóstica se tiene que el 60% de los participantes obtuvo desempeño bajo, siendo las categorías C2, C3, C4 y C5 donde se presenta una problemática para la comprensión de la función lineal. Con respecto a la C2 las causas obedecen a dificultades en relacionar datos del enunciado con los parámetros de la función lineal. Por su parte la C3 los estudiantes entienden la relación que tiene la pendiente con la inclinación de la recta, sin embargo, se presenta un conflicto cognitivo en identificarla en problemas verbales que describen un comportamiento lineal y su interpretación ligada a la C1.

En la C5 algunos estudiantes en sus registros se infirió un problema de tipo conceptual frente a la ordenada al origen como valor constante y de condición inicial que asume la variable dependiente, que les impidió identificarla dentro del enunciado. Finalmente, en la C6 la problemática evidenciada hace referencia por una parte a la estrecha relación que tiene esta categoría con la C2 provocando en los estudiantes una situación de incapacidad cognitiva para optar por otras maneras de resolver el asunto, es decir construir tablas de valores que emergen del enunciado del problema y que les permita construir el gráfico.

DISEÑO DE LA PROPUESTA DE INTERVENCIÓN PARA LA COMPRENSIÓN DE LA FUNCION LINEAL

En investigaciones sobre propuestas didácticas de modelación matemática apoyadas por GeoGebra para la comprensión de la función lineal (Aguilar 2015; Barón, 2020; Caicedo, 2021; González y Flórez, 2018) en términos generales proponen actividades encaminadas a el desarrollo del pensamiento variacional, aproximaciones a la generalización y la comprensión de las propiedades de la función lineal; a desarrollar habilidades argumentativas y de comunicación de resultados e interpretación de datos inmersos en problemas de modelación. En ese sentido en la Figura 5 se presenta un esquema general que permite visualizar la propuesta de manera conjunta con la idea central de potenciar habilidades cognitivas que permita en los estudiantes alcanzar un aprendizaje con comprensión y ser más competentes en su desempeño profesional como futuros técnicos en seguridad vial.

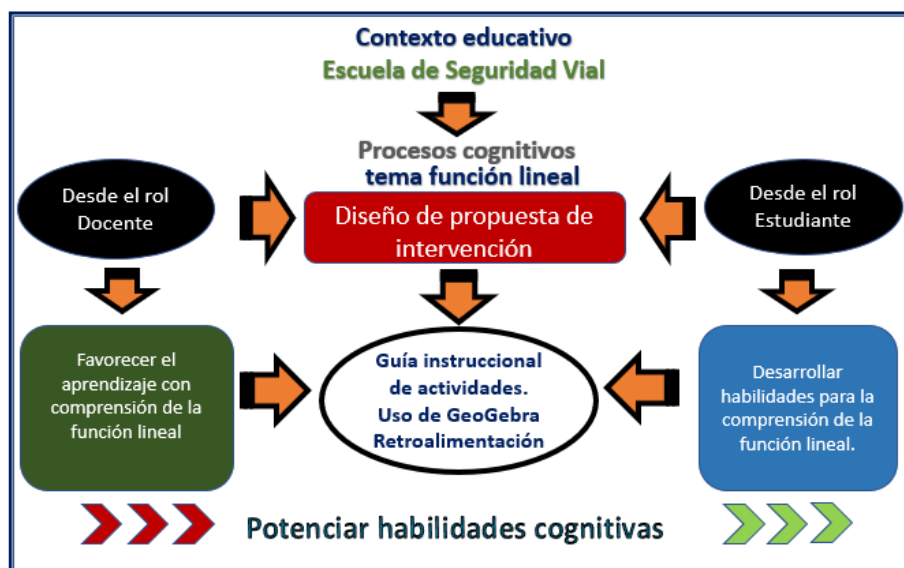


Figura 5. Esquema general propuesta de intervención
Fuente: elaboración propia

GUIA INSTRUCCIONAL PARA EL APRENDIZAJE DE LA FUNCION LINEAL

Asignatura: Fundamentos de matemáticas

Unidad de aprendizaje: Geometría analítica

Contenidos: la función lineal, parámetros de la función lineal, proporcionalidad, modelación lineal.

Objetivo general: Favorecer el aprendizaje con comprensión de la función lineal en estudiantes del Técnico Profesional de Seguridad Vial

Aprendizajes esperados:

- Identifica los elementos de la función lineal en problemas verbales. (C3, C4, C5).
- Interpreta la pendiente y la ordenada al origen en un problema de modelación matemática de tipo lineal. (C1, C3, C5).
- Realiza registros algebraicos y gráficos de problemas verbales de la función lineal. (C2, C6).
- Argumenta y valida los resultados obtenidos con la ayuda de GeoGebra. (C1, C2, C3, C4, C5, C6).

Forma de trabajo:

- Primera sesión: 2 horas de trabajo individual
- Segunda sesión: 2 horas de trabajo en equipos de 3 estudiantes
- Retroalimentación después de cada sesión que permita reflexionar y realizar los ajustes necesarios para la siguiente sesión.

Recursos: Hojas milimetradas, colores, lápiz, borrador, escuadradas, Tablero, Guía instruccional de actividades, dispositivo móvil (portátil, Tablet), sitio web de GeoGebra. Carpeta drive de evidencias.

SESION 1: Una actividad, siete reactivos y la respectiva retroalimentación.

ACTIVIDAD

Ingresa al applet <https://www.geogebra.org/m/bpysfrue> y responde las siguientes preguntas

- Al mover el deslizador tarifa base ¿Qué sucede con la gráfica?, ¿Qué sucede si el consumo de gigas es cero? Y ¿Qué sucede si se consumen 10 gigas?
- Al mover el deslizador valor por giga ¿Qué sucede con la gráfica? ¿Qué sucede si la tarifa base es cero? Y ¿Qué sucede si la tarifa base es 10 mil pesos?
- Al mover el deslizador gigas ¿Qué sucede con la gráfica?, ¿Qué sucede si el consumo de gigas es 20 y el valor por giga es 4 mil pesos? Y ¿Qué sucede si la tarifa es cero y hay consumo de gigas?
- De acuerdo con el enunciado del problema completa la siguiente tabla de datos si el valor de cada giga es de 1500 pesos y la tarifa fija es de 10 mil pesos.

PRECIO PLAN EN MILES DE PESOS									
GIGAS DEL PLAN									

- Realiza el gráfico del inciso D.
- Realiza el gráfico si la tarifa fija es cero y el valor de cada giga consumida es de 2500 pesos. ¿Cuánto se pagaría por un plan de 50 gigas?
- Plantea un enunciado de tal manera que el precio del plan de 50 gigas sea más

económico que el plan del inciso F. Luego realiza la gráfica. ¿Qué tuviste en cuenta para que el plan fuese más económico? ¿Gráficamente es posible determinar porque tu plan es más económico que el plan del inciso F? Argumenta tu respuesta.

Retroalimentación: Una vez subidas las actividades realizadas por los estudiantes a la carpeta drive, se procederá a proyectar cada una de las preguntas planteadas y algunas de las respuestas dadas, con el fin de confrontar entre lo hecho por los estudiantes y algunos aprendizajes esperados para esta sesión. Luego se evidenciarán las imprecisiones o errores cometidos para encausarlos hacia una mejor comprensión del tema. Finalmente visualizar los estudiantes que mejor desempeño obtuvieron para ser signados como líderes de equipo para la segunda sesión

SESION 2: Una actividad, 5 reactivos y la respectiva retroalimentación.

ACTIVIDAD

De acuerdo con los siguientes enunciados realiza las siguientes acciones:

Enunciado 1: El costo de producción de una tapa bocas tiene unos Costos Fijos (CF) mensuales de 84 mil pesos y unos Costos Variables (CV) de 250 pesos por cada tapa bocas producido.

Enunciado 2: Juan compró un taxi por un valor de 40 millones de pesos y espera poder trabajarlo 20 años y luego sea chatarrizado. Cada año el taxi se deprecia un 8% sobre el precio de compra.

A. Completar la tabla para cada enunciado

Problema	Proporcionalidad (Directa o Inversa)	Valor de la Pendiente	Valor de la ordenada al origen	Variable independiente	Variable dependiente
Enunciado 1					
Enunciado 2					

¿Cuáles son los costos fijos en el mes quinto? Y ¿en el mes noveno?

¿Cuál es el costo de producción si se fabricaron 3500 tapa bocas?

¿De acuerdo con el problema es factible que Juan trabaje los 20 años? Argumenten su respuesta.

¿Cuántos años podrá trabajar Juan su taxi si se depreciara al 2% sobre el precio de compra por año?

- B. Si la función lineal es de la forma $f(x) = mx + b$ siendo m el valor de la pendiente y b el valor de la ordenada al origen. Escribir las posibles expresiones algebraicas que representan cada enunciado.

Enunciado 1: _____

Enunciado 2: _____

- C. Realizar los posibles gráficos de cada enunciado de manera manual y luego en GeoGebra.
- D. Plantear un enunciado de proporcionalidad directa y otro de proporcionalidad inversa. Luego representarlos de manera algebraica y gráfica usando GeoGebra.

Retroalimentación: Una vez subidas la actividad realizada por los estudiantes al drive, se procederá a plantear la siguiente pregunta. Después de lo realizado en las dos sesiones. ¿Creen haber mejorado sus habilidades cognitivas en la solución de problemas de modelación matemática donde interviene la función lineal? Argumenten ampliamente la respuesta. Se proyectará los resultados de la actividad y se hará un balance general de la intervención académica en relación con el objetivo general y los aprendizajes esperados.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Aguilar, A. (2015). Metodología con el software GeoGebra para desarrollar la capacidad de comunica y representa ideas matemáticas con funciones lineales. [Tesis de Maestría en Ciencias de la Educación con Mención en Didáctica de la Enseñanza de las Matemáticas en Educación Secundaria, Universidad de Piura]. Perú.
- Barón, G. (2020). Modelación matemática mediada por el software GeoGebra en la aplicación de funciones lineales, para la solución de problemas en el contexto del manejo ambiental. [Tesis de Maestría en Educación en Tecnología, Universidad Distrital Francisco José de Caldas]. Bogotá.
- Caicedo, M. (2021). Proceso de aprendizaje de la función lineal con estudiantes de grado noveno mediante la mediación de GeoGebra. [Tesis de Maestría en Educación Énfasis en Educación Matemática, Universidad del Valle]. Cali.
- Campeón, M., Aldana, E & Villa, J (2018) Ingeniería didáctica para el aprendizaje de la función lineal mediante la modelación de situaciones. Sophia, 14 (2), 115-126

- Duval, R. (2004). *Los problemas fundamentales en el aprendizaje de las matemáticas y las formas superiores del desarrollo cognitivo: Curso del Doctorado en Educación con énfasis en Educación Matemática*, Universidad del Valle, 1999.
- Esparcia, A. (2018). La desmotivación escolar. *Campus Educación, Revista Digital Docente*, 3(9),42-46.
- González, J y Flórez, J. (2018). La modelación matemática y la construcción de la covariación lineal. V Encuentro de Educación Matemática, Universidad Distrital Francisco José de Caldas. *EDEM*, (5), 42-48.
- Montaño, Carold. (2019). Algunas dificultades en la comprensión de la función lineal asociadas a la conversión entre los registros gráfico y algebraico en grado noveno. [Trabajo de grado licenciatura en educación básica con énfasis en matemáticas, Universidad del Valle]. Cali.
- Mora Zuluaga, A., & Ortiz Buitrago, J. (2015). Capacidades didácticas en el diseño de tareas con modelación matemática en la formación inicial de profesores. *Perspectiva Educacional, Formación de Profesores*, 54(1), 110-130.
- Muñoz, C. (2019). Matemáticas y educación sexual mediante modelación de ecuación de la recta. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 12(4), 23-40.
- Pezoa, M y Morales, A. (2015). el rol de la modelación en una situación que resignifica el concepto de función. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias*, 11 (2), 52-64.
- Pipet, N (2021). Caminando en línea recta. *Campo de Prácticas*, 211-265.
- Solarte, D. (2018). Una propuesta de aula para la enseñanza del concepto de función lineal y afín desde lo variacional. [Tesis de Maestría en Enseñanza de la Matemática, Universidad Tecnológica de Pereira].