Possibilidades didático-pedagógicas do software GeoGebra no estudo de conceitos de Cálculo Diferencial e Integral: Perspectivas na formação continuada de professores de matemática

Didactic-pedagogic possibilities of the GeoGebra software in the study of concepts of Differential and Integral Calculus: Perspectives about in-service mathematics teacher education

ANDRICELI RICHIT[1]

ROSANA GIARETTA SGUERRA MISKULIN[2]

Resumo

As reflexões apresentadas neste artigo são fruto de uma pesquisa de mestrado que buscou identificar e compreender os aspectos conceituais e instrumentais do conhecimento da prática docente em um curso à distância de formação de professores de Cálculo Diferencial e Integral. Neste curso, os professores discutiram aspectos pedagógicos das tecnologias digitais nas práticas de sala de aula e desenvolveram competências para uso do software GeoGebra, o qual subsidiou as discussões relacionadas aos principais conceitos de Cálculo: Funções, Limites, Derivadas e Integrais. Acreditamos que o curso online possibilitou que alguns conceitos de Cálculo fossem ressignificados com o software GeoGebra e que se constituísse um espaço de discussão pedagógica envolvendo tecnologias digitais e Cálculo Diferencial e Integral.
Palavras-chave*: Formação Continuada de Professores de Matemática. Software GeoGebra. Cálculo Diferencial e Integral.*

Abstract

The reflections presented in this article are the result of a research that aimed to identify and understand the conceptual and instrumental knowledge of teaching practicing in a distance learning course for in-service teachers of Differential and Integral Calculus. In this course, teachers discussed pedagogical aspects of the use of digital technologies in the classroom practices and developed skills to use the GeoGebra software, which supported the discussions related to the core concepts of Calculus such as functions, limits, derivatives, and integrals. We believe that the online course offered ways to the re-interpretation of Calculus concepts through the use of the GeoGebra software. The course was seen as a space of pedagogical discussion involving the use of digital technologies and Differential and Integral Calculus.
Keywords: *In-service mathematics teacher education; GeoGebra software; Differential and Integral Calculus.*

Introdução

[1] UNESP/Rio Claro-SP – andricelirichit@gmail.com
[2] UNESP/Rio Claro-SP – misk@rc.unesp.br

Atualmente, vivenciamos um momento no âmbito da Educação em que a utilização de diferentes tecnologias na abordagem de conceitos matemáticos tem possibilitado uma abordagem bastante diferenciada e qualitativa, no sentido de que as possibilidades advindas da utilização de softwares entre outros recursos ampliam a investigação matemática a qual envolve representações que perpassam o campo algébrico e caminham para a dimensão gráfica e/ou geométrica (RICHIT, 2010). Assim, acreditamos que a utilização pedagógica de recursos tecnológicos, como o software GeoGebra por exemplo, favorecem a investigação e a experimentação matemática de conceitos de Cálculo Diferencial e Integral (SCUCUGLIA, 2006, RICHIT, 2005, BARBOSA, 2009, JAVARONI, 2007).

É nesse contexto que, entendemos que as tecnologias digitais propiciam investigações matemáticas, pois, com uma única atividade podem emergir outras perguntas, problemas, observação de regularidades, investigações e outros conceitos podem ser retomados ou abordados. Além disso, o professor de Cálculo Diferencial e Integral tem aí uma chance de poder tornar significativo para os estudantes a abordagem de certos conceitos, gerando novas compreensões em função da ampliação das formas de interação aluno-conteúdo, comparando-se com estratégias metodológicas clássicas, que priorizam a abordagem estática do conteúdo. Assim, nas palavras de Richit, Richit e Tomkelski (2009):

> Assinalamos, ainda, que a criação de ambientes de aprendizagem, baseados no uso de tecnologias, pode propiciar distintas abordagens para o conteúdo matemático, contribuindo com a construção do conhecimento dos estudantes. Nesse sentido, cabe ao professor proporcionar aos estudantes tais cenários de aprendizagem, pois é uma forma de privilegiar os diferentes estilos e ritmos de aprendizagem dos alunos (p.6).

Assim, este artigo tem por objetivo apontar perspectivas para a formação continuada de professores de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) quanto as possibilidades didático-pedagógicas do software GeoGebra no estudo do Conceito de Integral, especificamente o conceito de Soma de Riemann[3]. Em minha pesquisa de mestrado, discuti questões

[3] Historicamente, o ponto de partida dos estudos de Riemann foi a questão não resolvida por Dirichlet em 1829: o que significa dizer que uma função é integrável? (TUMELREO e MUSIAL, 2008). Assim, inversamente a Cauchy, "que se restringiu, em suas considerações, a funções que são contínuas, ou, no máximo, seccionalmente contínuas, Riemann não faz outra hipótese sobre a função a ser integrada, além da exigência de que suas "somas de Riemann" convirjam" (TUMELREO e MUSIAL, 2008, p. 154-155). Além disso, Ribeiro (2010) citando Burton (2007) aponta que "[...] que houve uma clara necessidade de se desenvolver uma teoria de integração definida independente da diferenciação, que deveria abraçar

sobre formação de professores enfatizando a noção de *conhecimento da prática* proposta por Cochran-Smith e Lytle (1999). Baseada em minha análise, Richit (2010) sugiro que o curso online contribuiu (1) para que os professores re-interpretassem conceitos de Cálculo com o software GeoGebra e (2) para que se formasse um lócus de discussão pedagógica envolvendo Cálculo e o uso de tecnologias informáticas, contribuindo com a construção do *conhecimento da prática* dos professores envolvidos.

1. Referencial Teórico

Como já mencionamos, este artigo é oriundo de uma pesquisa de mestrado que discutiu a formação de professores de Cálculo Diferencial e Integral sob a perspectiva do *conhecimento da prática* (COCHRAN-SMITH e LYTLE, 1999; RICHIT, 2010,

---

também as funções descontínuas da mesma maneira que as contínuas" (p. 104). A partir dessas considerações, Riemann estabelece critérios para a integrabilidade que caracterizam completamente a classe das funções integráveis. Ainda, de acordo com Tumelero e Musial (2008), Riemann particionou o intervalo *[a; b]* num conjunto finito de pontos. Só que nesse caso, os retângulos formados, não precisavam ter a mesma base, ou seja, a amplitude do intervalo $[x_{i-1}; x_i]$, indicada por $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$, podiam ou não ser diferentes. Essas partições determinam uma decomposição da área *S* em polígonos retangulares. Isto nos motiva a noção de *soma inferior* ou de *soma superior* associado a esta partição de *[a; b]*. Nesse sentido, a soma inferior é o supremo dos polígonos contidos em *S*, ou seja, o maior deles. Denotada por *s*(*f*, *P*), como sendo $s(f,P) = \sum_{i=0}^{n} m_i (x_i - x_{i-1})$, onde $m_i = \inf\{f(x); \quad x_{i-1} \leq x \leq x_i\}$. Na mesma direção, a soma superior é o ínfimo dos polígonos que contém *S*, o menor deles e é denotada por *S*(*f*, *P*), como sendo $S(f,P) = \sum_{i=0}^{n} M_i (x_i - x_{i-1})$ onde $M_i = \sup\{f(x); \quad x_{i-1} \leq x \leq x_i\}$. "*As duas somas definidas acima, são as chamadas somas de Darboux-Riemann*" (TUMELERO e MUSIAL, 2008, p. 155). A partir disso, a integral de Riemann ficou assim definida: Seja *f* uma função definida em *[a; b]*, *L* um número real e $c_i \in [x_{i-1}; x_i]$. Dizemos que: $\sum_{i=1}^{n} f(c_i).\Delta x_i$ tende a *L*, quando max $\Delta x_i \to 0$ e escrevemos $\lim_{\max \Delta x_i} \sum_{i=1}^{n} f(c_i).\Delta x_i = L$ se, para todo $\varepsilon > 0$, existir um $\delta > 0$ que só dependa de ε mas não da particular escolha dos *ci*, tal que: $\left| \sum_{i=1}^{n} f(c_i).\Delta x_i - L \right| < \varepsilon$ para toda partição *P* de *[a; b]*, com max $\Delta x_i < \delta$. Tal número *L*, que quando existe é único, denomina-se *integral* (de Riemann) de *f* em *[a; b]* e indica-se por $\int_a^b f(x)dx$. Então por definição: $\int_a^b f(x)dx = \lim_{\max \Delta x_i} \sum_{i=1}^{n} f(c_i).\Delta x_i = L$. Se $\int_a^b f(x)dx$ existe, então diremos que *f* é *integrável* (segundo Riemann) em *[a; b]*. É comum referir-se a $\int_a^b f(x)dx$ como *integral definida* de *f* em *[a; b] (*TUMELERO e MUSIAL, 2008).

RICHIT e MISKULIN, 2011).

Para Cochran-Smith e Lytle (1999) existem concepções bastante diferenciadas acerca da aprendizagem dos professores, as quais envolvem imagens variadas de conhecimento; da prática profissional; das relações entre teoria e prática; dos contextos sociais, intelectuais e organizacionais que sustentam o aprendizado do professor; e nos modos que este aprendizado relaciona-se com mudanças educacionais e com os propósitos da escola. Nesse sentido, essas autoras reconhecem três concepções sobre a aprendizagem dos professores: aprendizagem como *conhecimento para a prática (knowledge for practice),* aprendizagem como *conhecimento na prática (knowledge in practice),* e aprendizagem como *conhecimento da prática (knowledge of practice).*

O primeiro tipo de aprendizagem, nomeado de *conhecimento para a prática (knowledge for practice)* parte do pressuposto de que os pesquisadores nas universidades geram conhecimentos e teorias, que são legitimados pela comunidade acadêmica. Essa concepção de aprendizagem se aproxima do paradigma da racionalidade técnica, no qual o domínio de conteúdos, metodologias de ensino, recursos didáticos, teorias de aprendizagem e estratégias de ensino orientam o professor a desenvolver uma prática mais eficaz. O segundo tipo de aprendizagem, o *conhecimento na prática (knowledge in practice)* é entendido como aquele conhecimento essencial ao ensino e é conhecido como conhecimento prático, ou os conhecimentos que "os professores competentes" sabem, pelo fato de já estarem imbuídos em suas práticas ou na reflexão que fazem delas. Ou seja, o *conhecimento na prática* é gerado quando o professor se apropria de conhecimentos imbuídos no trabalho de especialistas e aprofunda seus próprios conhecimentos (COCHRAN-SMITH e LYTLE, 1999; RICHIT, 2010, RICHIT e MISKULIN, 2011).

E para finalizar, a terceira concepção de conhecimento, *conhecimento da prática (knowledge of practice),* a qual se constitui em nossa perspectiva teórica, postula que o conhecimento que os professores necessitam dispor para ensinar, é gerado quando eles consideram suas próprias salas de aula locais para uma investigação intencional, ao mesmo tempo em que consideram o conhecimento e teoria produzidos por outros, material gerador para questionamento e interpretação.

> A base desta concepção *conhecimento da prática* é que professores, ao longo de sua vida, tem papel central e crítico na geração de

> conhecimento sobre a prática, uma vez que suas salas de aula são locais de investigação, e ao conectar seu trabalho nas escolas a questões mais amplas, assumem um ponto de vista crítico na teoria e pesquisa de outros. Redes de professores, comunidades de investigação, e outros coletivos escolares nos quais os professores e outros coletivos escolares nos quais os professores e outros somam esforços para construir conhecimento são o contexto privilegiado para o aprendizado do professor (COCHRAN-SMITH e LYTLE, 1999, p. 273, grifo nosso).

Cochran-Smith e Lytle (1999) sublinham ainda, que a concepção de *conhecimento da prática* se diferencia da idéia de que existam dois tipos distintos de conhecimento de ensino, um que é formal, pois é produzido de acordo com as convenções da pesquisa social, e outro que é prático, produzido na atividade de ensino. Para essas autoras a ideia implícita do *conhecimento da prática* é que

> [...] através da investigação, os professores ao longo de sua vida profissional – de novato a experiente – problematizam seu próprio conhecimento, bem como o conhecimento e a prática de outras, assim se colocando em uma relação diferente com o conhecimento. [...] Ela se baseia, ao contrário, em idéias fundamentalmente diferentes: que a prática é mais que prática, que a investigação é mais que a concretização do conhecimento prático do professor, e que entender as necessidades de conhecimento do ato de ensinar significa transcender a idéia de que a distinção formal-prático engloba o universo dos tipos de conhecimento (p.273-274).

Uma ideia fundamental que subjaz o *conhecimento da prática*, é a de que os professores aprendem colaborativamente, ou seja, o *conhecimento da prática* não é construído individualmente por cada professor e esta aprendizagem ocorre em comunidades de investigação ou em redes. Assim, por meio destas comunidades de investigação, os participantes buscam com os outros construírem um conhecimento significativo local com o objetivo de transformar o ensino, o aprendizado e a escola. Cochran-Smith e Lytle (1999) apontam o trabalho colaborativo em comunidades de investigação como fundamentais para que seja gerado o "conhecimento da prática" através de um processo reflexivo que possa permitir a produção de significados em um longo período de tempo através de comentários, tensões, diferenças e oposições.

Deste modo, o aprendizado dos professores por meio da participação em investigações sistemáticas e intencionais sobre a prática (comunidades de investigações, redes ou cursos de formação) propicia a colaboração, reconsiderando o que era antes dado, desafiando as estruturas da escola e a dinâmica de sala de aula. Mais além, o objetivo é a compreensão, a articulação e obviamente, a transformação das práticas e das relações sociais, trazendo mudanças fundamentais à sala de aula e ecologia escolar.

De acordo com Cochran-Smith e Lytle (1999), em comunidades de investigação os participantes realizam investigações orais ao dar sentido ao trabalho cotidiano da escola por meio de uma conversa organizada e por objetivos compartilhados pelo grupo. Do mesmo modo, ao explorarem questões e práticas em vários contextos, examinando casos particulares, os resultados principais decorrentes destas investigações orais são a compreensão ampliada do universo dos participantes.

> Em iniciativas de aprendizado de professores que derivam da concepção de conhecimento da prática, o objetivo da pesquisa-ação ou comunidades de investigação ou redes de professores é fornecer o contexto social e intelectual no qual os professores ao longo de sua vida profissional assumem perspectivas críticas sobre suas próprias suposições, bem como sobre a pesquisa de outros, além de construir conjuntamente conhecimento local para conectar seu trabalho a questões sociais mais amplas (COCHRAN-SMITH e LYTLE, 1999, p. 283).

Sumarizando, essa relação dialética entre teoria e prática que culmina na perspectiva teórica *conhecimento da prática* de Cochran-Smith e Lytle (1999) evidencia que quando os professores trabalham em comunidades de investigação (redes ou cursos de formação continuada), entram em uma "busca comum" de significados em suas vidas profissionais por meio de maneiras distintas de descrever, discutir e debater sobre os processos de ensino e aprendizagem inerentes a sua prática pedagógica. Na sequência apresentamos a metodologia por nós utilizada.

2. Metodologia

A metodologia por nós utilizada pautou-se na metodologia de pesquisa qualitativa com caráter interpretativo (MARTINS e BICUDO, 1989; BOGDAN e BIKLEN, 1982).

Os dados analisados e discutidos foram consituídos no Curso de Extensão universitário à distância intitulado *"Tecnologias da Informação e Comunicação na formação continuada de professores que ensinam Cálculo Diferencial e Integral I"* e foi oferecido pela Pró-Reitoria de Extensão – PROEX/UNESP-RIO CLARO. A plataforma de ensino à distância TelEduc[4] e o software computacional GeoGebra[5] possibilitaram o desenvolvimento do Curso que contou com professores atuantes no ensino superior e ministrantes da disciplina Cálculo Diferencial e Integral I.

---

[4] Disponível em: http://www.teleduc.org.br/
[5] Disponível em http://www.geogebra.org/cms/

O Curso de Extensão abordou a inserção das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) no contexto da Educação Matemática, a partir de reflexões teórico-metodológicas sobre teóricos e pesquisadores, que têm como foco em seus estudos as TIC. Além disso, este Curso foi desenvolvido considerando a estreita relação entre teoria e prática, com ênfase na unidade conceitual existente entre as dimensões pedagógicas e matemáticas, objetivando proporcionar subsídios teórico-metodológicos para a reflexão sobre as possibilidades, e limites advindos da implementação e da disseminação das TIC no âmbito da Educação Matemática, mais especificamente, com professores atuantes no Ensino Superior e ministrantes da disciplina Cálculo Diferencial e Integral I (CDI I).

Acrescentamos ainda que o Curso contou com treze encontros síncronos (comunicação em tempo real), com duração de três (3) horas, no qual os participantes, juntamente com os professores responsáveis pelo Curso (incluindo a primeira e segunda autora deste artigo), discutiram criticamente a temática: Tecnologias da Informação e Comunicação no âmbito da sala de aula de Cálculo Diferencial e Integral, assim como desenvolveram e discutiram atividades no software GeoGebra e textos relacionados à prática dos professores participantes, privilegiando os conceitos matemáticos de Cálculo Diferencial e Integral I: Funções, Limites, Derivadas e Integrais. As interações entre os participantes do Curso de Extensão ocorreram por meio das diferentes ferramentas do TelEduc, quer seja de maneira síncrona por meio da ferramenta Bate-Papo *(chat)*, previamente agendados, ou de maneira assíncrona por meio das ferramentas Portfólio, Fóruns de Discussão e Correio Eletrônico. Outros dados sobre os professores participantes foram obtidos pela ficha de inscrição, Perfil do TelEduc e questionário final (realizado após o término do Curso). Na próxima seção trazemos alguns resultados de nossa investigação.

3. O Software GeoGebra como *locus* de discussão pedagógica sobre Conceitos de Cálculo Diferencial e Integral

Conforme explicitado na seção 2, nossa experiência com o software GeoGebra ocorreu durante o desenvolvimento do Curso de Extensão *"Tecnologias da Informação e Comunicação na formação continuada de professores que ensinam Cálculo Diferencial e Integral I"*, por meio de interações síncronas (*chat*) no ambiente virtual TelEduc.

Durante o andamento do mesmo, quatro conjuntos de atividades foram elaboradas e desenvolvidas no ambiente computacional GeoGebra. Estas atividades envolviam conceitos de Funções, Limites, Derivadas e Integrais. Nosso foco neste artigo está no encontro em que as atividades sobre Integrais foram desenvolvidas e onde trabalhamos com a idéia de Soma de Riemann. Assim, nosso intuito ao desenvolver esta atividade era identificar e compreender possíveis relações que se estabeleceriam a respeito da utilização dos recursos tecnológicos dos professores envolvidos em suas práticas pedagógicas na sala de aula de Cálculo. As atividades desenvolvidas no software GeoGebra foram de cunho investigativos (roteiros), pois envolviam questionamentos e reflexões dos professores e demais participantes do Curso a respeito das interações destes com o software, conteúdo e as representações gráficas/ e ou geométricas. Na sequência, apresentamos parte do roteiro da atividade por nós elaborada e que subsidiou as discussões sobre Integral de Funções e alguns resultados.

3.1. Roteiro de Atividade sobre Integral de Funções e Discussão de Alguns Resultados

Nesta seção apresentamos um recorte do roteiro de atividade desenvolvida junto aos professores participantes do Curso de Extensão envolvendo o conceito de Integral de Funções. Richit (2010) propôs aos professores um roteiro de atividade envolvendo Somas de Riemann. Contudo, trazemos neste artigo, a atividade três[6] (3) suprimida que compunha este roteiro.

Atividade 3 – Calculando a área limitada por uma função e o eixo x por meio da soma de retângulos (Integral de Riemann)

1) Seja *g* a função definida por $g(x) = x^2+1$ no intervalo [0,4].

2) Faça o seu gráfico no intervalo [0,4] . (**OBS:** Para construir o gráfico da função *g* no intervalo dado, utilize o comando função[x^2+1,0,4]).

3) Um possível procedimento para o cálculo desta área constitui-se na inserção de retângulos abaixo da função. Insira abaixo da função quatro retângulos (n=4). ***Importante:*** Para inserir os retângulos abaixo da função entre com os seguintes comandos:

$g(x) = x^2+1$

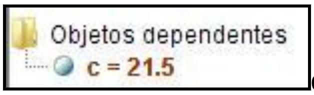
a = 0 (extremo esquerdo do intervalo)

[6] Colocamos apenas parte do roteiro desta atividade, por restrição do tamanho do artigo.

b = 4 (extremo direito do intervalo)

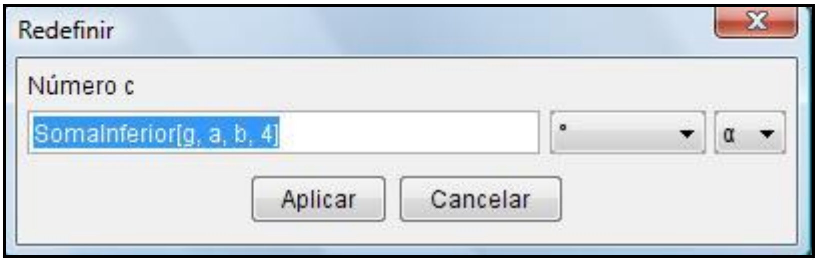
n=4 (número de retângulos)

SomaInferior[g,a,b,n]

Nota: Para inserir outros valores para n não é necessário todos os comandos anteriores. Basta ir até a janela algébrica e clicar sobre o valor da área quando n=4, provavelmente deva ser representado pela constante c. Clique sobre 

e selecione a opção 

ou Renomear (versão 3.2 do GeoGebra). A seguir abrirá a janela:



Lembre-se que nesse comando, o último valor entre colchetes representa o número de retângulos. Para calcular o valor da área para n qualquer, basta substituir o último valor "n" pelo n desejado e clicar em aplicar. Além disso, ao entrar com os parâmetros a,b,n, estes aparecerão na janela algébrica. Para exibí-los na janela gráfica, basta clicar com o botão direito do mouse sobre os mesmos e selecionar a opção **Exibir objeto.** Ao selecionar a opção **Exibir objeto**, os parâmetros aparecerão na janela gráfica do GeoGebra. Feito isso, é possível utilizar também a opção **Animação Ativada** (versão 3.2 do GeoGebra), e variar todos os parâmetros, definindo intervalo, incremento, etc. Existe alguma restrição para o valor de n?

4) Determine a base, a altura e área de cada retângulo, quando n=4.

Retângulo	Base	Altura	Área
Retângulo 1			
Retângulo 2			
Retângulo 3			
Retângulo 4			

Na sequência da atividade, os professores foram desafiados a inserir retângulos acima da curva, usando os comandos que estavam explícitos no roteiro da atividade. Assim, durante as interações síncronas no *chat* do TelEduc, os professores fizeram algumas relações entre a atividade em pauta e o texto discutido no *chat* da aula anterior, onde estes discutiram o capítulo 3 da dissertação de Scucuglia[7] (2006) em que o autor supracitado trabalhando com duplas de estudantes demonstraram o Teorema Fundamental do Cálculo com o auxílio de calculadoras gráficas (por meio do programa AREA).

Deste modo, ao realizarem a investigação no software GeoGebra, os professores perceberam que o modo como o GeoGebra interpretava a idéia de "soma e retângulo superior" e "soma e retângulo inferior" eram diferentes dos apontados por Scucuglia em seu estudo. Assim, considerando a função dada na atividade e plotando o gráfico (Figura 1), os professores observaram que a soma superior estava relacionada aos retângulos acima da curva, ou seja, referiam-se ao y_i de cada intervalo $[x_{i-1}, x_i]$, sendo este valor correspondente a altura de cada retângulo e também os pontos de máximo local (SCUCUGLIA e RICHIT, 2011).

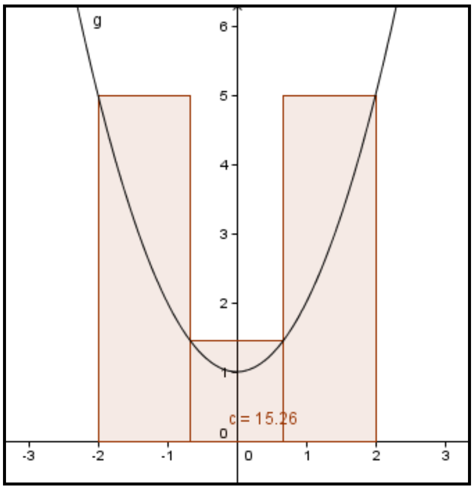


FIGURA 1: Área da curva dada inserindo três retângulos acima da curva

Estendendo as discussões no *chat*, professores e os responsáveis pelo Curso de Extensão compararam *soma superior* e *soma a direita* do programa AREA da calculadora gráfica utilizada no estudo de Scucuglia (2006) com o software GeoGebra. Um dos professores salientou que a calculadora gráfica era limitada em comparação ao GeoGebra.

[7] Referência completa: SCUCUGLIA, R. **A Investigação do Teorema Fundamental do Cálculo com Calculadoras Gráficas.** 145 f. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006.

Sim, fiz o teste, no GeoGebra: somainferior, no intervalo de -4 a 4. Na parte decrescente os rectângulos tem altura à direita, na parte crescente os rectângulos tem altura à esquerda. Para dizer o programa já dá conta disso. Provavelmente a calculadora não tem essa opção por digo seja o problema de eficiência da calculadora.

Em contrapartida, outro professor comentou que talvez a forma como *soma superior* e *soma inferior* eram executadas no GeoGebra poderiam gerar algum tipo de confusão, já que esse tipo de abordagem não constituia uma abordagem tradicional no ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral.

Mas a soma inferior que fazemos usualmente não é essa que o GeoGebra faz. Porque usamos sempre o mesmo extremo. Se começar com o esquerdo então faz tudo com o esquerdo. Não misturamos como ocorre no GeoGebra.

Os professores responsáveis pelo Curso buscaram esclarecer esta questão levantada pelo professor argumentando que o conceito de Soma de Riemann toma um ponto arbitrário no intervalo $[x_{i-1}, x_i]$. Nesse sentido, os professores responsáveis pelo Curso esclareceram que *soma superior* e *soma inferior* na verdade estão relacionadas ao fato de y_i ser ponto de máximo e mínimo local. Do mesmo modo, explicaram que soma a esquerda e soma a direita estão relacionadas ao fato de y_i ser o valor de supremo ou ínfimo de cada sub-intervalo. Contudo, professores responsáveis pelo Curso e professores participantes entraram em consenso no que diz respeito ao fato de que a maioria dos livros de introdução ao Cálculo Diferencial e Integral fazem uso apenas das somas a direita ou das somas superiores, o que, do nosso ponto de vista, possa causar confusões conceituais com relação a y_i ser um ponto arbitrário nos sub-intervalos $[x_{i-1}, x_i]$. Finalmente, concluíram que o GeoGebra não apresenta erro conceitual nesse sentido.

Ainda nessa perspectiva, alguns professores apontaram que as Somas de Riemann são ordinariamente utilizadas para o cálculo de Integrais Definidas considerando-se $\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} f(y_i)(x_i - x_{i-1})$. Enfatizaram que: “o tipo de aproximação não importa, na verdade, pois o objetivo principal é calcular a integral”. Em contrapartida, professores responsáveis pelo Curso e professores participantes reconheceram que “é muito importante investigar o processo de soma por que isto revela tanto detalhes sobre a aprendizagem do conceito como links a outros teoremas e conceitos”. Destarte, o software GeoGebra constituiu-se em *locus* de discussão pedagógica sobre o conceito de

Soma de Riemann e contribuiu com a superação de algumas confusões conceituais de professores e na construção do *conhecimento da prática*.

Num a outra ocasião do Curso, nós evidenciamos que professores reconhecem que o uso de softwares e ambientes virtuais são ferramentas importantes para a interação entre professores e para a aprendizagem de estudantes. Para os professores participantes do curso *online* aqui discutido, as tecnologias informáticas possibilitam articular diferentes representações matemáticas, as quais são fundamentais para compreensão de conceitos.

Ainda nessa direção, um dos professores argumentou que a utilização de ambientes computacionais pode atenuar um pouco o caos na abordagem de alguns conceitos de Cálculo, pois, por meio das tecnologias, é possível realizar algumas simulações e estas podem contribuir com a compreensão e construção dos conceitos por parte dos alunos.

> *<u>O conceito de limite é caótico</u>. <u>A definição epsilon-delta é a origem do caos</u>. Formalmente não se entende: dizer "para qualquer epsilon > 0 deve existir um delta > 0, tal que $\left|f(x)-L\right|$ < epsilon sempre que 0 < $\left|x-a\right|$ < delta." A primeira parte da frase diz que a existência do epsilon vai implicar a existência de um delta, enquanto que na última parte da frase diz que sempre que tivermos um delta satisfazendo determinadas condições, a existência de épsilon está garantida". <u>Uma ambigüidade e contradição enormes. Este facto é motivo do caos. Acho que as TICs podem atenuar esse caos com as diferentes possibilidades de simulação: os alunos podem ensaiar, como se fosse um jogo: será que para cada delta, tão pequeno que seja, vou encontrar um épsilon correspondente? Portanto, quem ganha o jogo, já percebe o conceito formal de limite</u>.*

Considerações Finais

Os professores participantes apontaram que o referido Curso de extensão além de propiciar momentos de formação no contexto das tecnologias digitais, ainda possibilitou a eles que novas abordagens aos conteúdos de Cálculo pudessem ser trabalhadas durante o mesmo, e relembrar alguns conceitos fundamentais referentes ao CDI I (RICHIT, 2010, SCUCUGLIA e RICHIT, 2011). Também, possibilitou a eles ampliar ou re-significar conceitos de Cálculo já estudados, levando-se em conta recursos das tecnologias digitais. Para nós, essa mudança de ponto de vista é um indicativo da construção do *conhecimento da prática* do professor no contexto das tecnologias digitais, onde estes professores estão conectando seu próprio ensino com a aprendizagem e sua própria aprendizagem com o ensino (COCHRAN-SMITH; LYTLE, 1999).

Pela perspectiva de Cochran-Smith e Lytle (1999), o papel assumido pelos professores é de co-construtores de conhecimento, e criadores de currículo, assentes em suas próprias posturas de teóricos, ativistas e líderes escolares, ou em outras palavras, o que ocorre dentro da sala de aula é alterado e transformado quando o enfoque de prática do docente fundamente o contexto intelectual, social e cultural de ensino. Por meio do Fórum de Discussão do TelEduc, um dos professores enfatizou:

> *Vejo as Tecnologias, em especial os softwares, como ferramentas que podem se tornar instrumentos de aprendizagem. Dessa forma, se tornam mais uma estratégia que pode ser utilizada pelo professor em seu trabalho diário. E sendo esse trabalho bem planejado com o uso das tecnologias poderá auxiliar no desenvolvimento da aprendizagem e no interesse do estudante.*

Assim, encerramos este artigo sugerindo que o processo de formação do professor é importante, para que ele possa enfrentar as complexidades cotidianas referentes à sua prática pedagógica no contexto das tecnologias digitais. E pela perspectiva de Cochran-Smith e Lytle (1999), os professores do Curso de Extensão: “Tecnologias da Informação e Comunicação na formação continuada de professores que ensinam Cálculo Diferencial e Integral I” construíram *conhecimento da prática*, pois os aspectos que se mostraram da análise dos dados apontam que eles refletiram sobre a prática e, as posturas e concepções destes são sempre oriundas de suas salas de aula de Cálculo.

Referências

BARBOSA, Sandra Malta. **Tecnologias da informação e comunicação, função composta e regra da cadeia.** 2009. 199 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2009.

BOGDAN, Robert C.; BIKLEN, Sari Knopp. **Qualitative research for education:** an introduction to theory and methods. Boston, Allyn and Bacon. 1982. Cap. 1, p. 1-53: Fundactions of qualitative research in education: an introduction.

COCHRAN-SMITH, Marilyn, & LYTLE, Susan. (1999). Relationship of Knowledge and Practice: Teacher Learning in Communities. In A. Iran-Nejad & C. D. Pearson (Eds.), *Review of research in education* (Vol. 24, pp. 249-306). Washington, DC: American Educational Research Association.

GUIDORIZZI, H. L. Um curso de cálculo. 5.ed. São Paulo: LTC, 2001.

JAVARONI, Sueli Liberatti**. Abordagem geométrica: possibilidades para o ensino e aprendizagem de Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias**. 2007. 231 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2007.

MARTINS, Joel.; BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. **A pesquisa qualitativa em psicologia:** fundamentos e recursos básicos. São Paulo: Moraes/Educ. 1989.

RIBEIRO, Marcos Vinícius. **O ensino do conceito de integral, em sala de aula, com recursos da história da matemática e da resolução de problemas.** 324 f. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2010.

RICHIT, Andriceli ; RICHIT, Adriana ; TOMKELSKI, Mauri Luis . Representações Matemáticas e Algébricas no Software GeoGebra. In: VI Congreso Iberoamericano de Educación Matemática, 2009, Puerto Montt. Anais do VI Congreso Iberoamericano de Educación Matemática, 2009. v. 01. p. 2078-2083.

RICHIT, Andriceli. **Aspectos Conceituais e Instrumentais do Conhecimento da Prática do Professor de Cálculo Diferencial e Integral no Contexto das Tecnologias Digitais.** 243 f. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2010.

RICHIT, Andriceli; MISKULIN, Rosana Giaretta Sguerra. Processos de Formação Continuada do Professor de Cálculo Diferencial e Integral no Contexto das Tecnologias Digitais na Perspectiva do Conhecimento da Prática. In XIII CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – CIAEM, 13., Recife, PE. **Anais...**, 2011. p1-12. **ISBN: 978-85-63823-01-4**

SCUCUGLIA, Ricardo. **A Investigação do Teorema Fundamental do Cálculo com Calculadoras Gráficas.** 145 f. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006.

SCUCUGLIA, Ricardo; RICHIT, Andriceli. O Papel das Tecnologias Informáticas na Investigação do Conceito de Soma de Riemann. In XI CONGRESSO ESTADUAL PAULISTA SOBRE FORMAÇÃO DE EDUCADORES e I CONGRESSO NACIONAL DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES, Águas de Lindóia, SP. **Anais...**, 2011. p.350-350 (Resumo). **ISSN: 2236-9708.**

TUMELERO, Gilson; MUSIAL, Marieli. Surgimento da Integral. **Luminária**, União da Vitória, vol. 1, n. 9, p. 149-158, 2008.