

ABORDAGENS DE FRAÇÕES NO ENSINO FUNDAMENTAL: UM LEVANTAMENTO NOS ANAIS DO ENEM E EPREM

*Teaching Fraction Approaches in Elementary School:
a survey of the proceedings of ENEM and EPREM*

Fátima Aparecida Queiroz Dionizio
Doutora em Educação
faqdionizio@hotmail.com

Franciele Isabelita Lopes Novak
Mestre em Educação
franciele.isa@hotmail.com

Karolyne Beatriz Pereira Pinto
Licenciada em Pedagogia
karolynebeatrizpereirapinto@gmail.com

Silmara de Almeida Burnat
Licenciada em Pedagogia
sbalmeida1@hotmail.com

Resumo

A preocupação com estratégias que contribuíssem para os processos de ensino e de aprendizagem de frações levou à busca por artigos que contemplassem esse conhecimento no Ensino Fundamental. Assim, a questão que norteou este trabalho foi: de que forma as pesquisas abordam propostas para o ensino de frações no Ensino Fundamental? Para tanto, foi realizado um levantamento de trabalhos publicados nos anais do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) e do Encontro Paranaense de Educação Matemática (EPREM). Constatou-se que há pesquisas que abordam as frações no Ensino Fundamental a partir de estratégias diversificadas e outras que apresentam considerações sobre diferentes fatores relacionados a esse conteúdo. Porém, foram encontrados poucos relatos de práticas consolidadas para efetivação do ensino das frações nos anos iniciais do Ensino Fundamental, o que evidencia que ainda há necessidade de mais trabalhos que ressaltem esses aspectos.

Palavras-Chave: Fração. Ensino e aprendizagem. Estratégias de ensino.

Abstract

Our concern about strategies that might contribute to the teaching-learning process of fractions led us to seek articles that addressed this knowledge in elementary school. Thus, the main question of this

study was: how research approaches proposals for the teaching of fractions in elementary school? To achieve our objective, a survey of papers published in the proceedings of the Mathematical Education National Meeting (ENEM) and the Mathematical Education Paraná Meeting (EPREM). The results showed that there are many studies approaching fractions in elementary school from diversified strategies and others that present considerations regarding different factors related to this content. However, few reports were found of consolidated practices for the effectiveness of the teaching of fraction in the early years of elementary school, which evidences the need for more studies highlighting these aspects.

Keywords: Fraction. Teaching-learning. Teaching strategies.

Introdução

Estudos relacionados às frações, em geral, se apresentam como um desafio aos professores e alunos do Ensino Fundamental. Por isso, diversos autores se preocupam com o ensino desse conteúdo, como Prevê, Schneckemberg, Munhoz (2014), por exemplo, que contextualizam a história das frações e buscam estabelecer uma relação das frações com o cotidiano das crianças por meio de atividades rotineiras. Eles ressaltam que a utilização do lúdico pode contribuir nos processos de ensino e de aprendizagem dos conceitos matemáticos. Outros autores (DUARTE; SCHUNEMANN, 2008; DRUZIAN, 2009) enfocam a importância do jogo por meio das etapas de desenvolvimento cognitivo das crianças, assim como o papel da mediação do professor nas atividades que envolvem jogos e outros recursos didáticos.

As autoras deste trabalho também partiram da necessidade de buscar estratégias que contribuíssem para os processos de ensino e de aprendizagem desse conteúdo em sala de aula, mas de forma a evidenciar o que tem sido proposto em pesquisas dedicadas ao tema, de maneira mais abrangente. Pensando nisso, inicialmente, foi realizada uma busca por artigos que contemplassem o ensino de frações nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Porém, devido à dificuldade de localizar trabalhos para o nível de ensino assinalado, ampliamos a investigação também para os anos finais da etapa de ensino. Assim, partimos da seguinte questão norteadora: de que forma as pesquisas abordam propostas para o ensino de frações no Ensino Fundamental?

Para a realização desta pesquisa, optou-se por fazer um levantamento de trabalhos publicados em eventos relevantes na área da Educação Matemática, sendo escolhidos para tanto, os anais do Encontro Nacional de Educação Matemática - ENEM - e do Encontro Paranaense de Educação Matemática - EPREM. A escolha desses eventos, no que se refere ao ENEM, se deve à sua relevância para o campo da Educação Matemática em âmbito nacional,

e no caso do EPREM, por ser um dos importantes eventos de Educação Matemática do Estado do Paraná, que é a região onde as pesquisadoras residem e desenvolvem seus trabalhos.

Na sequência, apresentamos considerações sobre o trabalho com as frações no Ensino Fundamental e descrevemos os procedimentos metodológicos para a realização da pesquisa e as interpretações e análises que emergiram dos dados, a partir das contribuições teóricas como de Walle (2009), Gravina e Basso (2010), Kishimoto (2011), Pires (2012), Magina e Malaspina (2013) e Luckesi (2014).

O trabalho com as frações no ensino fundamental

Para iniciar o trabalho com frações, Walle (2009) alerta que é necessário que os alunos compreendam que o objeto ou coleção é dividido/compartilhado em porções/partes iguais para assim elaborar o conceito de fração. O autor, ainda, ressalta algumas ideias que são importantes de se considerar no trabalho com frações: 1) as partes fracionárias são porções de tamanhos iguais, podendo ser um objeto ou uma coleção de coisas; 2) as partes fracionárias possuem nomes especiais relacionados à quantidade de partes necessárias para formar o todo; 3) quanto mais partes fracionárias forem usadas para formar um todo, menores elas serão; 4) o denominador é um divisor e o numerador um multiplicador; 5) frações equivalentes são modos de descrever a mesma quantidade usando partes fracionárias de tamanhos diferentes.

A compreensão dessas ideias precisa estar atrelada ao entendimento de que a fração é uma das representações dos números racionais. Conforme Pires (2012), na escola, os números racionais são relacionados à divisão de dois números inteiros, assim, desde que um número apresente um quociente entre dois números quaisquer ele é um número racional. Os números racionais podem ser positivos ou negativos. A autora ressalta que no Ensino Fundamental a abordagem dos números racionais tem o objetivo de fazer com que os alunos percebam que os números naturais são insuficientes na resolução de determinados problemas. Em algumas situações, utilizando apenas os números naturais não conseguiríamos indicar o resultado de uma divisão ou a medida de uma grandeza.

Os números racionais podem ser representados na forma decimal ou fracionária, mas em nosso dia a dia é comum encontrarmos mais os números decimais do que os fracionários. Porém, é necessária a compreensão das crianças também da forma fracionária, conforme ressalta Pires (2012), por sua potencialidade no trabalho com a matemática e porque se torna mais fácil, por exemplo, trabalhar com a representação $\frac{1}{3}$ do que 0,3333... Também é

importante a compreensão de que cada número racional pode ser representado por infinitas escritas fracionárias. Isso porque um dos principais conceitos que as crianças devem compreender na aprendizagem de números racionais é a ideia de equivalência.

A equivalência entre frações refere-se à possibilidade de escritas fracionárias diferentes corresponderem ao mesmo número racional e quando se divide o numerador de cada uma dessas frações equivalentes pelo seu denominador obtém-se uma mesma representação decimal. Por exemplo: $1/2$ e $2/4$ são equivalentes e ambas frações podem ser representadas por 0,5. Essa compreensão se faz necessária, pois diferentemente dos números naturais, no caso das frações, existem relações de equivalência. De acordo com Magina e Malaspina (2013), para as crianças, ser equivalente e igual são duas “coisas” completamente diferentes, por isso a dificuldade em compreenderem que as duas representações fracionárias podem ser iguais quando escritas com termos diferentes.

Conforme Walle (2009), é interessante que as crianças compreendam que as frações podem ter nomes diferentes mesmo representando porções iguais do inteiro, que são as frações equivalentes. Quando estiverem em um nível mais avançado, também é possível levá-las a perceber que se multiplicarem ambos os termos da fração por um mesmo número, terão uma fração equivalente. E ao realizar o processo como a divisão desses termos por um mesmo número, poderão ter uma simplificação da fração.

Magina e Malaspina (2013), também, apontam uma diferença significativa que ocorre em relação aos números naturais na ordenação das frações, pois quanto maior o denominador, menor é a fração quando os numeradores são iguais, por exemplo, $1/2$ é maior que $1/4$, o que contraria o que até então se conhecia no conjunto dos números naturais em que 2 é menor que 4. Essas ideias a respeito das frações são fontes de dificuldades tanto para os alunos quanto para os professores que precisam ensiná-las. Por isso, é importante estar sempre em busca de conhecimentos sobre formas de trabalhar de modo significativo e favorecendo a compreensão dos conceitos inerentes ao tema em estudo.

A escolha de estratégias para o ensino dependerá do nível de aprendizagem das crianças e dos objetivos que o professor pretende alcançar. Para buscar superar as dificuldades que possam surgir no início do trabalho com frações, é interessante partir de problemas sobre os quais a criança seja conduzida a fazer o compartilhamento das soluções com a turma, como também, a manipular objetos ou apresentar as resoluções por meio de desenhos, conforme ressalta Walle (2009). Segundo o autor, há vários modelos para trabalhar frações, como:

- Modelos de região ou de área: podem ser utilizados pedaços de torta circular; regiões retangulares; geoplano; desenhos em malhas quadriculadas ou pontos isométricos; blocos de padrões; dobraduras de papel;
- Modelos de comprimento: tiras de fração; barras de Cuisenaire; reta numérica, tiras de papel dobradas.
- Modelos de conjuntos: conjunto de objetos.

Walle (2009) alerta, ainda, que é durante o processo de solução dos problemas o momento oportuno para que o professor possa introduzir o vocabulário das partes fracionárias, estimulando os alunos a utilizarem os termos “metades, terços, quartos, quintos...” e propondo regularmente comparações entre as partes fracionárias e o todo, deixando o aluno ciente que:

- O número da parte superior *conta*;
- O número de parte inferior diz *o que está sendo contado*.

Ou seja, o número da parte inferior dos termos de uma fração é o *divisor* e o número da parte superior é o *multiplicador*. Os problemas de parte-todo são efetivos para verificar se os alunos compreenderam o significado de numerador e multiplicador. Atividades envolvendo reta numérica também são importantes para desenvolver o senso numérico de fração, ajudando os alunos a refletirem sobre o tamanho de uma fração, sabendo diferenciá-las entre maior e menor e equivalentes, e, assim, elaborar os conceitos fracionários. Além disso, é necessário considerar também que os estudos sobre frações estão conectados a outros conteúdos, como cálculos com frações, decimais e porcentagens, razão e proporção, medidas e probabilidade, conforme evidencia Walle (2009).

Pires (2012) expõe que o ensino dos números racionais em currículos é proposto a partir do 4º ano do Ensino Fundamental, porém é possível desenvolver um trabalho exploratório nos anos anteriores. A autora, ainda, define duas situações com diferentes objetos de estudos, explanando o que a criança deve aprender, com propostas de atividades e formas de como verificar a aprendizagem. Como exemplo, ela apresenta o seguinte objetivo de aprendizagem: compreender o significado do número racional, reconhecendo, representando e utilizando-o no contexto diário, identificando suas representações (fracionária e decimal), sua leitura e escrita e seus diferentes significados em situações-problema e comparações/representações na reta numérica (PIRES, 2012).

Para efetivar tal objetivo, a autora apresenta como proposta de atividades a exploração de situações em que os números naturais não consigam exprimir uma medida, tarefas

envolvendo o reconhecimento de quantidades menores que a unidade, atividades com o sistema monetário, uso de reta numérica e situações problema que envolvam o significado de fração como a relação parte-todo, como, por exemplo, uma barra de chocolate dividida por 3 para 5 crianças. Como formas de avaliação, ela afirma que se pode utilizar propostas que permitam verificar se a criança reconheceu as situações em que apenas os números racionais não são suficientes para resolver os problemas e observar como ela identifica e faz o uso das estratégias trabalhadas.

Dessa forma, a preocupação com o desenvolvimento dos números racionais na perspectiva apresentada pelos autores é o que nos levou a investigar sobre os procedimentos apresentados em artigos científicos sobre o ensino das frações. Sendo assim, passaremos a apresentar os procedimentos metodológicos para o desenvolvimento da pesquisa.

Pesquisas que abordam frações no ensino fundamental

A preocupação inicial das pesquisadoras estava relacionada à busca de trabalhos com sugestões de práticas consolidadas e estratégias para o ensino de frações nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Entretanto, ao definir palavras-chave que estivessem relacionadas a esses aspectos não obtivemos um retorno significativo de pesquisas. Assim, foi feito um levantamento de trabalhos utilizando apenas os termos “frações” e “fração” nos anais das 12 edições do ENEM e das 14 edições do EPREM, realizadas até o ano de 2017 e disponíveis na internet. Foram considerados os trabalhos publicados como Comunicação Científica e como Relato de Experiência nos dois eventos.

O ENEM é um evento consolidado no campo da Educação Matemática no Brasil, com sua primeira edição tendo sido realizada em 1987 na Pontifícia Universidade Católica em São Paulo (PUC/SP). Este evento encontra-se ligado à história da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), a qual foi fundada em 1988, com a realização da 2ª edição do ENEM, que ocorreu em Maringá/PR. As edições seguintes do ENEM, até 1995, ocorreram bianualmente e, após essa data, passaram a ser trienais. Ao realizar a pesquisa nos anais do ENEM, foram localizados 24 trabalhos ao todo, entre Relatos de Experiência e Comunicação Científica, sendo que a distribuição destes trabalhos se deu conforme pode-se observar no Quadro 1.

Quadro 1 – Trabalhos sobre frações localizados nos anais do ENEM

Fonte	Local e ano	Relatos de Experiência	Comunicação Científica
I ENEM	PUC-SP, 1987, São Paulo	0	0
II ENEM	UEM, 1988, Maringá-PR	0	0
III ENEM	UFRN, 1990, Natal-RN	0	0
IV ENEM	FURB, 1992, Blumenau-SC	0	0
V ENEM	UFS, Aracaju, 1995	0	0
VI ENEM	Rio Grande do Sul, UNISINOS, 1998	0	0
VII ENEM	Rio de Janeiro, 2001, UFRJ	0	1
VIII ENEM	UFPE, 2004	0	2
IX ENEM	Belo Horizonte, 2007	0	2
X ENEM	Salvador, 2010	0	4
XI ENEM	PUC-PR, Curitiba, 2013	4	0
XII ENEM	Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2016	3	8

Fonte: As autoras.

O EPREM teve início no final da década de 1980, com suas primeiras 5 edições sendo realizadas em Curitiba, três antes e duas após a criação da SBEM-PR, que ocorreu em 1995. As 9 demais edições ocorreram em 8 diferentes cidades pelo Paraná, sendo que, duas delas, foram na cidade de Ponta Grossa. As edições e os 14 trabalhos localizados nos anais do EPREM foram detalhados no Quadro 2.

Quadro 2 - Trabalhos sobre frações localizados nos anais do EPREM

Fonte	Local e ano	Relatos de Experiência	Comunicação Científica
I EPREM	Curitiba, Universidade Federal do Paraná, 1989	Anais não se encontravam disponíveis na internet até o encerramento da coleta dos dados	
II EPREM	Curitiba, Universidade Federal do Paraná, 1990		
III EPREM	Curitiba, Universidade Federal do Paraná, 1995		
IV EPREM	Curitiba, Universidade Federal do Paraná, 1996		
V EPREM	Curitiba, Universidade Federal do Paraná, 1999		
VI EPREM	Londrina, Universidade Estadual de Londrina, 2000.		
VII EPREM	Foz do Iguaçu, Universidade Estadual do Oeste do Paraná, 2004	0	0
VIII EPREM	Ponta Grossa, Universidade Estadual de Ponta Grossa, 2004	Anais não se encontravam disponíveis na internet até o encerramento da coleta dos dados	
IX EPREM	Assis Chateaubriand, Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2007		
X EPREM	Guarapuava, Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2009.		
XI EPREM	Apucarana, Faculdade de Apucarana (FAP), 2011		
XII EPREM	Campo Mourão, Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR), 2014	2	0
XIII EPREM	Ponta Grossa, Universidade Estadual de Ponta Grossa, 2015	2	1
XIV EPREM	Cascavel, Universidade Estadual do Oeste do Paraná Local, 2017	5	4

Fonte: As autoras.

Procedendo com a leitura dos resumos e de alguns dos 38 trabalhos na íntegra, constatamos que há 19 pesquisas que apresentam sugestões e estratégias para o ensino de

frações no Ensino Fundamental. Outras 19 pesquisas abordam o uso de livros didáticos, entrevistas com professores e acadêmicos, pesquisas bibliográficas etc. Dessa forma, neste artigo, optamos pela análise e classificação dos temas contemplados nas Comunicações Científicas e nos Relatos de Experiências das 19 pesquisas localizadas nos anais dos dois eventos, ENEM e EPREM, que discorrem sobre estratégias para o ensino das frações.

Optamos por descrever os materiais e/ou as estratégias e classificar os trabalhos em três categorias, conforme a possibilidade de contemplar as abordagens identificadas durante as análises: jogo, uso de *softwares*, outras estratégias. Para a categoria “jogo”, apesar de ser um termo considerado complexo para se definir, conforme evidencia Kishimoto (2011), foram incluídas as pesquisas que abordaram frações a partir do envolvimento de um sistema de regras, que, de acordo com a autora, permite identificar uma estrutura sequencial que especifica sua modalidade. A categoria “uso de *softwares*” foi estabelecida para os trabalhos que consideraram como ferramenta de destaque em suas abordagens o uso de recursos digitais para o ensino e para a aprendizagem de conteúdos de frações. O termo “outras estratégias” foi utilizado para categorizar as pesquisas que apresentam sugestões com uso de recursos que envolvem a utilização de materiais diversos. Algumas pesquisas foram incluídas em mais de uma categoria por explorarem diferentes estratégias ou devido à natureza do recurso utilizado que permite ser compreendido em mais de uma abordagem, conforme se pode observar no Quadro 3.

Quadro 3 – Estratégias para o ensino das frações

Fonte	Formato	Autores	Materiais/estratégias	Jogos	Uso de <i>softwares</i>	Outras estratégias
ENEM	RE	Nascimento, Nascimento e Oliveira (2016)	Dobraduras			X
		Parnoff, Alves, Fantinel e Alves (2016)	Discos fracionários			X
		Silva, Wolf e Burigato (2013)	Discos fracionários			X
		Zabel, Munhoz (2013)	Tangram e receita.	X		X
EPREM	RE	Eberhardt e Scibor (2014)	Dobradura, material cuisenaire e frascos com líquidos			X
		Chott, Góes e Cruz (2015)	Régua de frações, quebra-cabeças	X		X
		Foss e Araújo (2017)	Fitas de papel cartão e canudos plásticos			X
		Turra, Novaes e Largo (2017)	Literatura			X
		Dobzinski, Neves e Matumoto (2017)	Tangram	X		X
ENEM	RE	Lopes, Patricio (2013)	Bafrão, Dominó de frações equivalentes e	X		

			Papa todas			
EPREM	RE	Silva e Giacobbo (2015)	Baralho das frações	X		
ENEM	CC	Moreira, Sá, Alves e Neto (2010)	Calculadora de frações, dominó e trilha da corrida das frações	X	X	
EPREM	RE	Antunes <i>et al.</i> (2017)	Palavras cruzadas no site Hot potatoes	X	X	
		Araújo e Rezende (2014)	Jclíc		X	
	CC	Belinelli, Antunes e Dalto (2015)	Equivalência		X	
		Scherer, Rizz e Rizzi (2017)	Sistema de Tutoria (EAD)		X	
ENEM	CC	Sá, Jesus, Neto, Alves, Rodrigues (2010)	Máquina de calcular digital e Baralho das frações	X	X	
	RE	Bernardi, Megid (2016)	Livro “Frações sem Mistérios” escrito por Luzia Faraco Ramos, Material dourado, Tangram e Jogo da Pizza com Frações e Jogo online Enigma das Frações	X	X	X
		Pasuch, Barboza e Bassani (2013)	Chocolate e discos fracionários e Dominó das frações	X	X	X

Fonte: As autoras.

Dentre os trabalhos incluídos na categoria “jogo”, elencamos alguns para explicar como os autores contemplaram o uso de jogos para explorar o ensino das frações. Lopes e Patrício (2013) descrevem três jogos para a abordagem das frações: o bafrão, que é um jogo com 24 cartas constituídas com frações resultantes da combinação dos números de dois dados e um coringa; o dominó de frações equivalentes, em que as peças do dominó convencional foram substituídas por representações fracionárias e suas correspondentes representações gráficas, e o papa todas de frações que é composto por um baralho com 32 cartas e uma tabela com tiras de frações. Nesta pesquisa, os autores descrevem como podem ser desenvolvidos os três jogos, mas relatam brevemente a realização de apenas um deles em uma turma de 7º ano do Ensino Fundamental, que é o bafrão, informando que houve o envolvimento e a aprendizagem dos alunos por meio da realização desta atividade lúdica.

Silva e Giacobbo (2015) abordam os jogos como um recurso metodológico e enfatizam a importância de se trabalhar com os significados das frações. As autoras partem da constatação das dificuldades de aprendizagem sobre frações pelos alunos e da busca de uma alternativa de ensino desse conhecimento de forma lúdica. Por isso, desenvolveram o jogo “Baralho de Frações”. As cartas deste baralho foram compostas por problemas envolvendo os diferentes significados das frações, os quais foram problematizados e resolvidos junto com os

alunos de uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental, durante o desenvolvimento do projeto Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID). As autoras ressaltaram a importância da contextualização e problematização dos problemas e a socialização possibilitada pelo jogo. Esses significados são os mesmos evidenciados por Pires (2012), embora elas tomem como referência os Parâmetros Curriculares Nacionais. Também, cabe destacar a potencialidade do momento de problematização para que o professor possa explorar outros conceitos relacionados à fração, conforme Walle (2009) ressalta. E esses aspectos parecem ter sido bem aproveitados no decorrer da atividade relatada por Silva e Giacobbo (2015).

Tanto Pires (2012) quanto Magina e Malaspina (2013) deixam evidente a importância de se trabalhar com os significados das frações. Para contextualizar os conhecimentos fracionários, as autoras se pautam em alguns significados das frações, com base nos trabalhos de Kieren (1975)¹, porém há algumas diferenças na forma como expressam estes significados. Os significados de parte-todo, quociente e operador multiplicativo são interpretados de forma semelhante pelas autoras. A fração como parte-todo ocorre quando se trabalha com um todo dividido em n partes iguais, em que cada parte pode ser representada como $1/n$. Nesse significado de frações é comum fazer uso da dupla contagem, em que acima do traço refere-se ao número de partes a serem consideradas e abaixo do traço, o total de partes que um todo está dividido. A fração como quociente está relacionada aos casos em que a divisão entre dois números inteiros se manifesta, sendo que nessas situações, conforme Cavalcanti e Guimarães (2008), o quociente tem duas variáveis, das quais uma corresponde ao numerador e outra ao denominador, que não poderá ser zero.

O significado da fração que Magina e Malaspina (2013) expressam como medida é apresentado por Pires (2012) como significado de razão, embora tenham como referência estruturas semelhantes de problemas. Em ambos os casos, as autoras buscam enfatizar a importância de se abordar diferentes significados das frações, tendo em vista que eles requerem tipos de raciocínios diferentes dos estudantes. O significado medida/razão ocorre quando se trabalha com a relação entre duas variáveis, com nas probabilidades. Magina e Malaspina (2013, p. 102) apresentam, dentre problemas que envolvem esse significado de fração, o seguinte exemplo: “Temos um baralho com 6 cartas sobre a mesa. Dessas cartas, 4

¹ KIEREN, T. E. On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers. In: LESH, R. (Org.). Number and measurement: paper from a research workshop. Columbus, Ohio: ERIC/MEAC, 1975, p.101-144.

são coringa. Escreva em forma de fração a chance de alguém tirar um coringa sem ver”. E um dos exemplos apresentados por Pires (2012, p. 305), é: “Dois de cada três habitantes de uma cidade são imigrantes. A razão $\frac{2}{3}$ representa essa relação”.

Pires (2012, p. 305) ainda aborda o significado das frações enquanto “medida” no sentido de “representar a medida de uma grandeza, tomando como unidade de medida outra grandeza de mesma natureza”, como exemplo, 1 minuto de uma hora, podendo ser expresso por $\frac{1}{60}$. Em relação às obras consideradas, apenas Magina e Malaspina (2013) apontam o significado da fração como número, em que não se trabalha com grandezas específicas, mas sim, com a noção de que as frações são números racionais. Um exemplo é quando se pede para colocar, por exemplo, $\frac{1}{2}$ na reta numérica. Magina e Malaspina (2013) salientam ainda que é necessário que os alunos se apropriem da lógica que envolve esse assunto. É importante considerar, também, o que Pires (2012) alerta em relação ao fato de que não se espera que as crianças façam a distinção entre esses significados, mas sim que explorem as frações em diferentes contextos.

Dentre os trabalhos encontrados nos dois eventos, um total de oito apresentou explorações com “uso de *softwares*”. A essa categoria, se consideraram os apontamentos de Gravina e Basso (2010, p. 14) a respeito desse recurso em que

A tecnologia digital coloca à nossa disposição ferramentas interativas que incorporam sistemas dinâmicos de representação na forma de objetos concreto-abstratos. São concretos porque existem na tela do computador e podem ser manipulados e são abstratos porque respondem às nossas elaborações e construções mentais.

Moreira, Sá, Alves e Neto (2010) utilizaram o *software* “calculadora virtual” para um trabalho envolvendo situações problemas de adição e de subtração de frações com alunos do 6º ano. Essa ferramenta virtual trazia a oportunidade de o aluno verificar de modo rápido o resultado das operações efetuadas sob as formas fracionária e decimal. A abordagem corrobora Pires (2012) que afirma a importância em tratar da compreensão desses tipos de representações numéricas de modo a instigar o aluno a perceber que, por vezes, a representação fracionária pode ser mais atraente que a decimal para a resolução de um problema matemático.

Outra abordagem que trouxe destaque para o uso de *softwares* foi de Antunes *et al.* (2017). Ao apresentar como sugestão para um resgate de conhecimentos prévios dos alunos a utilização de um problema envolvendo a receita de um bolo de cenoura, os autores o articularam ao uso do *software* chamado “Hot Potatoes”. Trata-se de um recurso que permite

a criação de palavras cruzadas para preenchimento *on-line* ou mesmo a impressão para preenchimento manual. Foram elaboradas situações-problemas curtas envolvendo a receita do bolo, em que a resolução consistia no preenchimento de uma palavra na cruzadinha que permitiria resgatar conhecimentos prévios sobre as frações adquiridos ao longo da escolaridade pelos alunos. Por exemplo, uma das situações problemas apresentadas foi: “Reduzindo ao meio a quantidade dos ingredientes utilizados para fazer o Bolo de Cenoura a quantidade de fermento passará a ser de.....colher(es)?” (ANTUNES et al., 2017, p. 09).

A partir da análise do conteúdo das situações problema, pode-se compreender que quatro dentre os cinco significados de frações propostos por Magina e Malaspina (2013) e por Pires (2012) estiveram presentes no trabalho. O significado de fração como medida/razão, em que se trabalha com a medida entre duas variáveis, foi constatado no seguinte problema: “Se o quilo de farinha custa cinco reais então o gasto com farinha para fazer o bolo sugerido pela receita foi de” (ANTUNES et al., 2017, p. 09). O significado de fração como quociente foi observado, por exemplo, na situação: “A família de Márcia é composta por cinco pessoas e para que todos levassem lanche em porções iguais para o trabalho ela dividiu o bolo em 15 pedaços. Quantos pedaços cada familiar recebeu?” (ANTUNES et al., 2017, p. 09).

O significado de fração como operador multiplicativo, no qual um valor escalar é aplicado em certa quantidade, foi verificado na situação:

Márcia resolveu fazer o bolo baseada na receita anteriormente descrita, mas não possui uma xícara que comporte 200 ml como a sugerida na receita. Possui uma xícara que comporta 100 ml. Quantas xícaras de farinha Márcia precisará para que obtenha um bolo com as mesmas características do bolo sugerido pela receita? (ANTUNES et al., 2017, p. 08-09).

Por fim, o significado de fração como parte-todo também foi explorado em mais de uma situação problema em que os alunos precisavam dividir o todo (o bolo de cenoura) de diferentes formas.

Araújo e Rezende (2014) apresentam parcialmente em um relato de experiência com alunos do 6º ano uma sequência de atividades sobre frações. As autoras destacam a utilização do *software Jclíc* e de atividades com uso do lápis e papel. Nesse trabalho, mencionam que a sequência didática completa buscou contemplar os cinco significados de fração amparadas em Magina e Malaspina (2013).

Belinelli, Antunes e Dalto (2015) relatam uma pesquisa envolvendo atividades sobre frações equivalentes com o *software* chamado “Equivalência” feita com uma aluna do 6º ano. O trabalho corrobora uma das sugestões de Walle (2009) a respeito dos tipos de abordagens

para o ensino de frações, sobre o uso de regiões ou áreas. Esses modelos valem-se de representações pictóricas como círculos ou regiões retangulares, por exemplo, para que, dentre as ideias importantes a serem trabalhadas, os alunos compreendam que as frações equivalentes são modos diferentes de escrever a mesma quantidade.

Scherer, Rizzi e Rizzi (2017) apresentam o atual estágio de desenvolvimento de um sistema de tutoria online que trataria do ensino de frações. Comentam que cada módulo de atividades desenvolvidas segue a sequência: desafio, explicação e atividade. Por se tratar de um sistema em desenvolvimento, não se pode analisar a respeito dos significados envolvendo as atividades sobre frações e quais conteúdos seriam explorados.

Um aspecto comum nos trabalhos categorizados como “outras estratégias” refere-se à importância atribuída ao lúdico na sala de aula, em busca da realização de atividades prazerosas e levando à efetiva construção do conhecimento pelos estudantes. É o caso, por exemplo, dos trabalhos de Silva, Wolf e Burigato (2013) e Parnoff, Alves, Fantinel e Alves (2016) que apresentam relatos de suas experiências por meio de sequências didáticas para o ensino da adição em frações utilizando os discos fracionários, que auxiliaram na resolução das atividades. Silva, Wolf e Burigato (2013) afirmam que uma aula planejada por sequência didática contribui para o trabalho com frações, pois assim conseguiram perceber dificuldades apresentadas pelos educandos, as quais em aulas expositivas não seriam detectadas. Parnoff, Alves, Fantinel e Alves (2016) ressaltam que o uso do material por si só não é eficaz, ele não excluiu a intervenção do professor como mediador por meio de questionamentos e reflexões contribuindo para o raciocínio dos educandos.

Zabel e Munhoz (2013) também apresentam o ensino das frações de uma maneira diferenciada, buscando a construção dos conhecimentos dos estudantes de forma prazerosa, abordando frações de uma quantidade, números mistos, frações impróprias, frações equivalentes, comparação de frações e simplificação de frações. Os autores trazem também a indicação de outras estratégias, como: utilização do Tangram, a receita culinária e a manipulação de papéis divididos, que também fizeram parte do projeto. Com a realização da atividade, eles concluem a importância de desenvolver aulas diferenciadas, pois tornam-se mais significativas e produtivas tanto para o professor quanto para os alunos.

Outro exemplo é o trabalho de Pasuch, Barboza e Bassani (2013), que relata que por meio do lúdico o aluno consegue entender e relacionar os conteúdos abordados, pois ele aprende interagindo com os colegas e com o professor. O projeto foi desenvolvido por meio de uma oficina sobre frações, realizada após atividades diagnósticas, em que conheceram o

nível de compreensão em relação a frações. A partir desta constatação, os alunos foram divididos em grupos; com um guia de atividades de registros, eles manipularam materiais como chocolates e discos de frações para os auxiliarem na resolução. Outra atividade desenvolvida foi o jogo dominó das frações que teve como objetivo verificar se os alunos conseguiam identificar o número racional em suas diferentes representações: decimal, fracionária e geométrica.

Evidenciamos como aspecto comum em relação às pesquisas, o reconhecimento pelos autores das estratégias de ensino como uma forma lúdica de abordar as frações. Vale considerar que a ludicidade pode efetivamente contribuir neste processo, entretanto, esta é uma tarefa definida pelo estado interno de quem está realizando a atividade. Segundo Luckesi (2014, p. 15), “De fato, por si, uma atividade não é lúdica nem ‘não-lúdica’. Pode ser, ou não, a depender do estado de ânimo de quem está participando, assim como da circunstância em que participa da atividade”.

Assim, o fator determinante para a ludicidade será o sujeito, por isso o fato de os trabalhos mencionarem o uso de jogos é uma proposta significativa, mas que merece melhor detalhamento sobre o envolvimento dos estudantes nesse processo. No trabalho de Lopes e Patrício (2013), por exemplo, não houve muito detalhamento sobre como foi a participação dos estudantes, e no de Silva e Giacobbo (2015), embora tenham apresentado a atividade como um jogo, suas considerações enfatizaram as dificuldades e/ou facilidades para resolver os problemas e não necessariamente a interação dos estudantes com o jogo, o que também não possibilita uma clareza sobre esse aspecto. Não se pode deixar de considerar também que não é apenas por meio de jogos e brincadeiras que este trabalho pode se tornar lúdico.

Ao abordar os jogos no processo de ensino, é interessante considerar ainda outro aspecto que Luckesi (2014) evidencia referente ao educador, que além de ser um orientador, também é um acompanhante do aprendiz e por isso é importante que ele possa vivenciar o que irá propor para saber como se sente e ter uma melhor noção de como os estudantes poderão se sentir com a proposta. No caso dos jogos, é fundamental que os professores conheçam sua dinâmica não apenas lendo sobre eles, mas realizando-os efetivamente e refletindo sobre como será sua proposta, como os estudantes poderão se sentir e o que poderão aprender no decorrer do jogo.

Nos trabalhos analisados, os autores avaliaram positivamente as estratégias de ensino desenvolvidas, pois perceberam nelas formas de contribuir para a superação das dificuldades dos alunos no trabalho com frações. Assim, inferimos que a utilização de estratégias

diversificadas nos processos de ensino das frações pode contribuir para a aprendizagem dos estudantes.

A respeito dos anos iniciais do Ensino Fundamental, foram localizados apenas 5 trabalhos que abordam estratégias para o ensino de frações, dentre as 19 pesquisas relatadas. Eberhardt e Scibor (2014) apresentam como resultado de uma oficina realizada com professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental a amenização de impasses quanto à carência de conhecimento de metodologias diferenciadas para o trabalho com esse conteúdo. As pesquisadoras apresentaram diferentes sugestões, como o uso de dobradura, material cuisenaire e mesmo o uso de frascos com líquidos durante a oficina ministrada. Turra, Novaes e Largo (2017) fizeram uso da literatura imersa em uma sequência didática sobre frações, com base na história da bruxinha Nita. Criaram um recurso chamado “mala misteriosa”, o que cativou e chamou a atenção dos alunos. Dentre os significados de frações abordados nessa pesquisa, contemplam as frações como parte-todo (medida), quociente, razão e operador multiplicativo.

Dobzinski, Neves e Matumoto (2017) chamam a atenção para o uso do Tangram. Por se tratar de um material manipulável, esse quebra-cabeça chinês é rico em possibilidades para o caso das frações e foi utilizado como recurso potencializador para o trabalho com a equivalência de frações. Sá, Jesus, Neto, Alves, Rodrigues (2010) descrevem uma atividade com o uso da máquina de calcular digital e com o baralho das frações. Por fim, Bernardi, Megid (2016) exploram o livro “Frações sem Mistérios” escrito por Luzia Faraco Ramos, o Material dourado, Tangram e o Jogo da Pizza com Frações, bem como o Jogo online Enigma das Frações.

Consideramos poucas as pesquisas que dedicam ao estudo de frações para os anos iniciais do Ensino Fundamental, se compararmos com o total de trabalhos localizados. Algumas delas, embora relatem abordagens interessantes, parecem ter maior preocupação com as estratégias de ensino em si, nem sempre explorando de forma aprofundada os conceitos fracionários que as atividades possibilitam. Entendemos que as estratégias de ensino são muito importantes nesse processo, mas não se pode perder de vista o objetivo principal que é o aprendizado dos conceitos geométricos pelos estudantes, conforme alertam Walle (2009), Pires (2012) e Magina e Malaspina (2013).

Embora nossas análises tenham se concentrado nos trabalhos que se voltam ao estudo de estratégias para o ensino das frações, no Quadro 4 pode-se observar os dezenove trabalhos que apresentam outras abordagens das frações.

Quadro 4 - Outras abordagens das frações

Fonte	Total		Autores	Estratégias de pesquisa
ENEM	15	CC	Bordin, Lyra, Menoncini (2016)	Análise do conceito de frações numéricas em livro didático
			Carvalho, Santos e Attie (2016)	Pesquisa nos livros didáticos indicados pelo Plano Nacional do Livro Didático
			Silva, Freire e Canova (2016)	Análise de livros didáticos fundamentando-se na Teoria dos Campos Conceituais e na classificação dos significados de frações proposta pelos PCN
			Santana e Lira (2016)	Pesquisa ação com alunos do EJA após uma intervenção pedagógica para a identificar a reconstrução sobre fração
			Costa e Sá (2007)	Aplicação de questionários e realização de intervenção pedagógica com alunos de 5ª série ²
			Amato (2001)	Realização de uma sequência de atividades com crianças entre 10 e 11 anos
			Bezerra (2004)	Aplicação de questionários e realização de intervenção pedagógica com alunos de 3ª e 4ª série ³
			Silva e Sales (2016)	Análise de documentos oficiais e entrevista sobre como um professor ensina a soma de frações com denominadores diferentes
			Silva, Pires e Sá (2010)	Aplicação de formulário com docentes de matemática sobre como ensinam frações
			Justulin e Pirola (2010)	Análise de provas de alunos do Ensino Médio
			Cavalcanti, Santos e Jofili (2007)	Aplicação de questionário para alunos de 6ª e 8ª série ⁴ e professores dos anos iniciais
			Cruz e Spinillo (2004)	Aplicação de atividades e realização de entrevistas com crianças de 2ª e 3ª série ⁵
			Júnior, Auarek (2016)	Investigação sobre etnomatemática e práticas de numeramento para o ensino de frações na EJA, por meio de diários de campo; questionários; observações em sala; fotos; depoimentos; entrevistas.
Junior e Silva (2016)	Análise das percepções e conhecimentos de professoras após a realização de formação continuada			
Brandão e Ribeiro (2016)	Discussão filosófica sobre adição de frações com denominadores diferentes			
EPREM	4	RE	Koetz, Lusitani e Colombo (2017)	Entrevistas com professoras dos Anos Iniciais
			Celestino (2017)	Resgate histórico sobre as frações
		CC	Carneiro e Araman (2017)	Entrevistas com professores tanto dos Anos Iniciais quanto dos Anos Finais do Ensino Fundamental
			Teodoro (2017)	Registros escritos dos alunos do 6º ano do Ensino Fundamental

Fonte: As autoras.

São trabalhos que analisam livros didáticos, buscando compreender como o conteúdo é apresentado. Relatam intervenções pedagógicas junto aos alunos, verificando suas contribuições para a aprendizagem das frações, mas sem descrever os procedimentos

² Correspondente ao 6º ano.

³ Correspondentes ao 4º e 5º anos respectivamente.

⁴ Correspondentes ao 7º e 9º anos respectivamente.

⁵ Correspondentes ao 3º e 4º anos respectivamente.

utilizados. Outras pesquisas foram realizadas por meio da aplicação de formulários, questionários e entrevistas com alunos e professores do Ensino Fundamental e da Educação de Jovens e Adultos (EJA). E ainda, abordam temas mais específicos como formação continuada dos professores, a etnomatemática como prática do numeramento matemático, uma discussão filosófica e um resgate histórico sobre as frações. Dentre as 19 pesquisas com outras abordagens sobre frações, há apenas 6 que se voltam aos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Considerações finais

Constatamos com esta pesquisa que os trabalhos presentes nos anais do ENEM e do EPREM, até o ano de 2017, evidenciam diferentes estratégias ao abordarem as frações no Ensino Fundamental. Dentre os 38 trabalhos localizados, metade se volta à apresentação de encaminhamentos didáticos e ao uso de recursos diversos para o ensino do conteúdo. Entendemos que essa forma de abordar as frações contribui, não apenas para o avanço de pesquisas sobre o tema, mas também, para o trabalho dos professores em sala de aula. Entretanto, ainda há lacunas em relação ao relato de práticas consolidadas para efetivação do ensino das frações nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

No decorrer deste artigo, além das considerações sobre as estratégias que podem ser realizadas para o ensino das frações no Ensino Fundamental com base nas pesquisas, de forma mais abrangente, fomos apresentando questões que podem se voltar ao início da abordagem desse conhecimento nas escolas. Para trabalhar com as crianças, dentre algumas abordagens, destaca-se a utilização de materiais manipuláveis e representações diversas, que possa levar as crianças a trabalhar com diferentes representações das frações. É importante diversificar os materiais manipuláveis, além de tiras quadradas, inserir figuras circulares, triangulares, hexagonais entre outras, como também, figuras em que as partes possam ter formas diferentes e mesma área. A criança também precisa buscar soluções, a partir de atividades em que ela tenha a oportunidade de repartir as figuras em partes iguais e não apenas recebê-las prontas. O trabalho com materiais em diferentes formatos também é recomendado por Walle (2009), pois ao trabalhar com modelos diferentes, os alunos acreditam estar diante de uma atividade diferente, embora ela possa ser a mesma, o que auxilia na compreensão das ideias envolvidas.

O uso de estratégias de ensino que possibilitem uma aprendizagem consolidada sobre os conceitos inerentes às frações se faz necessário desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. É nessa fase de ensino que se inicia a sistematização desse conhecimento na

escola e, por isso, a importância de pesquisas que levem em consideração as especificidades do conteúdo, da aprendizagem das crianças e de estratégias de ensino específicas sobre frações nessa faixa etária. Algumas formas de abordar as frações se mostraram semelhantes tanto nos anos iniciais, quanto nos anos finais do Ensino Fundamental, como a atenção atribuída à ludicidade nesse processo e a preocupação com conceitos como os significados da equivalência de frações. Como nosso trabalho apresenta um recorte relacionado aos anais do ENEM e do EPREM, até o ano de 2017, é possível dar continuidade nessa proposta de pesquisa, para saber se os mesmos encaminhamentos ocorrem em outras fontes de dados.

Referências

- AMATO, S. A. Frações como uma extensão do Sistema numérico. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7, 2001, Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro: Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2001, p. 1-10.
- ANTUNES, F. C. A. *et al.* Palavras cruzadas como instrumento facilitador para a identificação de conhecimentos prévios. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 14, 2017, Cascavel. **Anais...** Cascavel: Unioeste, 2017, p. 1-11.
- ARAÚJO, A.; REZENDE, V. Os cinco significados de fração e o software JCLIC: relato de uma proposta com alunos de 6º ano. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12, 2014, Campo Mourão. **Anais...** Campo Mourão: UNESPAR, 2014, p. 1-12.
- BELINELLI, E. O.; ANTUNES, T. P.; DALTO, J. O. Ensino de Frações por meio da equivalência de estímulos. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13, 2015, Ponta Grossa. **Anais...** Ponta Grossa: UEPG, 2015, p. 1-10.
- BERNARDI, T. P.; MEGID, M. A. B. A. O ensino de frações no ensino fundamental i: livros paradidáticos, culinária, jogos e tecnologias. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12, 2016, São Paulo. **Anais...** São Paulo-SP, 2016, p. 1-12.
- BEZERRA, F. J. B. Construindo a representação da fração: abordagem tradicional versus abordagem conceitual. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8, 2004, Recife. **Anais...** Recife: Universidade Federal de Pernambuco, 2004, p. 1-10.
- BORDIN, L.; LYRA, L. R.; MENONCINI, L. A presença das etapas de identificação, fissuração e superação de obstáculos de aprendizagem no ensino de frações no livro didático. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12, 2016, São Paulo. **Anais...** São Paulo: Universidade Cruzeiro do Sul, 2016, p. 1-10.

- BRANDÃO, C. L. F.; RIBEIRO, M. M. C. L. O estudo das adições de frações com denominadores diferentes através das representações gráficas. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12, 2016, São Paulo. **Anais...** São Paulo: Universidade Cruzeiro do Sul, 2016, p. 1-10.
- CARNEIRO, L. F. G.; ARAMAN, E. M. O. Concepções de professores da educação básica sobre o ensino de frações: considerações preliminares. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 14, 2017, Cascavel. **Anais...** Cascavel: Unioeste, 2017, p.1-10.
- CARVALHO, L. O.; SANTOS, T. F.; ATTIE, J. P. Processos de argumentação no ensino fundamental: frações e potências. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12, 2016, São Paulo. **Anais...** São Paulo: Universidade Cruzeiro do Sul, 2016, p. 1-10.
- CAVALCANTI, E. M. S.; GUIMARÃES, G. L. Os significados de fração em livros didáticos das séries iniciais. In: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2., 2008, Recife. **Anais...** 2º SIPEMAT. Recife: Sipemat, 2008.
- CAVALCANTI, J. D. B.; SANTOS, M. C.; JÓFILI, Z. M. S. Um olhar sobre alguns obstáculos que permeiam a aula de matemática: um exemplo com frações. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 09, 2007, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte: Universidade de Belo Horizonte - UNI-BH, 2007, p. 1-10.
- CELESTINO, K. G. As frações em algumas civilizações antigas. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 14, 2017, Cascavel. **Anais...** Cascavel: Unioeste, 2017, p.1-16.
- CHOTT, V. C.; GÓES, A. R. T.; CRUZ, J. M. Uma experiência didática no ensino e aprendizado de frações por meio da expressão gráfica In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13, 2015, Ponta Grossa. **Anais...** Ponta Grossa, 2015, p. 1-11
- COSTA, A. C.; SÁ, P. F. Operações com frações X dificuldade na resolução de problemas. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 09, 2007, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte: Universidade de Belo Horizonte - UNI-BH, 2007, p. 1-10.
- CRUZ, M. S. S.; SPINILLO, A. G. A resolução de adição de frações por crianças através do referencial de metade. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8, 2004, Recife. **Anais...** Recife: Universidade Federal de Pernambuco, 2004, p. 1-10.
- DOBZINSKI, A.; NEVES, I. R. J.; MATUMOTO, L. T. O estudo de frações através do material didático manipulável tangram. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 14, 2017, Cascavel. **Anais...** Cascavel: Unioeste, 2017, p. 1-10.

- DRUZIAN, M. E. B. Jogos como recurso didático no ensino aprendizagem de frações. **VIDYA – Revista Eletrônica da Universidade Franciscana de Santa Maria**, Santa Maria, v. 27, n. 1, p. 67-78, jan./jun. 2009.
- DUARTE, R.; SCHÜNEMANN, H. A utilização de jogos matemáticos para o ensino de frações. **Acta Científica**. Ciências Humanas, v. 2, n. 15, p. 65-75. 2008.
- EBERHARDT, D. I.; SCIBOR, S. A construção do conceito de número e frações: oficina para professores dos anos iniciais do ensino fundamental. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12, 2014, Campo Mourão. **Anais...** Campo Mourão, 2014, p.1-9
- FOSS, A. M.; ARAÚJO, L. C. "Um breve relato sobre uma experimentação de materiais manipuláveis no ensino de matemática". In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 14, 2017, Cascavel. **Anais...** Cascavel: Unioeste, 2017, p.1-10.
- GRAVINA, M. A; BASSO, E. Geometria Dinâmica na Escola. In: _____. **Matemática, Mídias Digitais e Didática: tripé para formação de professores de Matemática**. Porto Alegre: UFRGS, 2010. p. 37-60.
- JÚNIOR, F. E. L; AUAREK, W. A. O ensino de frações na educação de jovens e adultos: um diálogo com a Etnomatemática e práticas de Numeramento. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12, 2016, São Paulo. **Anais...** São Paulo: Universidade Cruzeiro do Sul, 2016, p. 1-10.
- JÚNIOR, F. J. S; SILVA, A. F. G. Percepções e conhecimentos de professores que lecionam matemática para os anos iniciais acerca do ensino de frações. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12, 2016, São Paulo. **Anais...** São Paulo: Universidade Cruzeiro do Sul, 2016, p. 1-10.
- JUSTULIN, A. M; PIROLA, N. A. As atitudes em relação à matemática e a solução de problemas e exercícios envolvendo frações. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10, 2010, Salvador. **Anais...** Ilhéus: Via Litterarum, 2010, p. 1-10.
- KISHIMOTO, T. M. O Jogo e a educação infantil. In: _____ (Org.). **Jogo, Brinquedo, Brincadeira e a Educação**. 14. ed. São Paulo: Cortez, 2011. p. 15-48.
- KOETZ, M. C.; LUSITANI, K. G.; COLOMBO, J. A. A. Experiências de bolsistas pibid no ambiente escolar: uma perspectiva a partir do ensino de frações. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 14, 2017, Cascavel. **Anais...** Cascavel: Unioeste, 2017, p.1-13.
- LOPES, A. T.; PATRICIO, R. S. O uso de jogos no ensino de fração. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11, 2013, Curitiba. **Anais...** Curitiba: PUC/PR, 2013, p. 1-10.

LUCKESI, D. C. Ludicidade e a formação do educador. Universidade Estadual da Bahia/Faculdade de Educação. **Revista entreideias**, Salvador, v. 3, n. 2, p. 13-23, jul./dez. 2014.

MAGINA, S.; MALASPINA, M. C. O. A fração nos Anos Iniciais: uma perspectiva para seu ensino. In: SMOLE, K. S.; MUNIZ, C. A. (orgs.). **A matemática em sala de aula**: reflexões e propostas para os anos iniciais do Ensino Fundamental. Porto Alegre: Penso, 2013. p. 89-114.

MOREIRA, I. M. B.; SÁ, P. F.; ALVES, F. J. C.; NETO, A. J. B. Adição e subtração de frações com denominadores diferentes a partir de situações-problemas. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10, 2010, Salvador. **Anais...** Ilhéus: Via Litterarum, 2010, p. 1-10.

PARNOFF, L. K.; ALVES, L. L.; FANTINEL, P. C.; ALVES, A. M. M. Adição de frações através dos discos fracionários. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12, 2016, São Paulo. **Anais...** São Paulo: Universidade Cruzeiro do Sul, 2016, p. 1-10.

PASUCH, A.; BARBOSA, J. V.; BASSANI, L. T. A utilização do lúdico no processo de ensino-aprendizagem de frações. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11, 2013, Curitiba. **Anais...** Curitiba: PUC/PR, 2013, p. 1-10.

PIRES, C. M. C. **Educação Matemática**: conversas com professores dos anos iniciais. São Paulo: Zé-Zapt Editora, 2012. p. 297-319.

PREVÊ, D. T.; SHENECKEMBERG, C. M.; MUNHOZ, R. H. Lúdico no Ensino de Frações. Universidade do Estado de Santa Catarina – UDESC. **Boletim online de Educação Matemática (BoEM)**, Joinville, v. 2, n. 2, p. 88-99, jan./jul. 2014.

SÁ, P. F.; JESUS, A. C. N.; NETO, A. J. B.; ALVES, F. J. C.; RODRIGUES, I. F. Adição e subtração de frações com calculadora virtual. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10, 2010, Salvador. **Anais...** Ilhéus: Via Litterarum, 2010, p. 1-10.

SANTANA, H. S.; LIRA, M. R. “Os preços estão na hora da morte” – tema gerador no ensino de frações e números decimais na educação de jovens e adultos. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12, 2016, São Paulo. **Anais...** São Paulo: Universidade Cruzeiro do Sul, 2016, p. 1-10.

SCHERER, L. P.; RIZZI, C. B.; RIZZI, R. L. Desenvolvendo um sistema tutor inteligente sobre frações. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 14, 2017, Cascavel. **Anais...** Cascavel: Unioeste, 2017, p. 1-10.

SILVA, A. F. G.; FREIRE, J. C. O.; CANOVA, R. F. Um estudo das frações presentes em livros didáticos na perspectiva da teoria dos campos conceituais. In: ENCONTRO

NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12, 2016, São Paulo. **Anais...** São Paulo: Universidade Cruzeiro do Sul, 2016, p. 1-10.

SILVA, D. R. R.; SALES, A. Prática didática do professor do 5º ano: um estudo sobre o ensino de adição de frações em uma escola municipal de Campo Grande, MS. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12, 2016, São Paulo. **Anais...** São Paulo: Universidade Cruzeiro do Sul, 2016, p. 1-10.

SILVA, D. R. R.; WOLF, M. H. M.; BURIGATO, S. M. M. S. Prática matemática: uma sequência didática para o ensino e aprendizagem de frações. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11, 2013, Curitiba. **Anais...** Curitiba: PUC/PR, 2013, p. 1-10.

SILVA, J. P.; GIACOBBO, E. M. Baralho de Frações: uma atividade desenvolvida no 6º ano do Ensino Fundamental. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13, 2015, Ponta Grossa. **Anais...** Ponta Grossa: UEPG, 2015, p. 1-10.

SILVA, N. S. M.; PIRES, E. C. P. S.; SÁ, P. F. O ensino de frações segundo a opinião docente. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10, 2010, Salvador. **Anais...** Ilhéus: Via Litterarum, 2010, p. 1-10.

TEODORO, F. P. Aspectos matemáticos revelados nas produções escritas de alunos com operações de frações. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 14, 2017, Cascavel. **Anais...** Cascavel: Unioeste, 2017, p.1-15.

TURRA, F. F. R.; NOVAES, B. W. D.; LARGO, V. A mala misteriosa: uma sequência de atividades para o ensino de frações. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 14, 2017, Cascavel. **Anais...** Cascavel: Unioeste, 2017, p.1-10

WALLE, J. A. V. **Matemática no Ensino Fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução de Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

ZABEL, M.; MUNHOZ, R. H. Ensino das frações de uma maneira diferenciada. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11, 2013, Curitiba. **Anais...** Curitiba: PUC/PR, 2013, p. 1-10.

*Recebido em 01 de outubro de 2019
Aprovado em 09 de dezembro de 2019*