

## A GEOMETRIA FRACTAL E A FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA: constructos possíveis

*Fractal geometry and the formation of the mathematics teacher: possible constructs*

**Raniery Costa do Nascimento**  
rany.costa.bcjj@gmail.com

**Lucéli da Fátima Maia da Costa**  
ldfmaiadc@gmail.com

### Resumo

A formação de professores de matemática constantemente vem sendo cada vez mais discutida em pesquisas na área da Educação Matemática. Nesse sentido, apresentamos os resultados de uma pesquisa qualitativa desenvolvida no âmbito do Programa de Iniciação Científica, realizada na Universidade do Estado do Amazonas, no Centro de Estudos Superiores de Parintins, com o objetivo de evidenciar as contribuições da Geometria Fractal para a formação de um professor de matemática. Para construção dos dados, utilizamos um estudo documental dos parâmetros curriculares da Educação Básica e do Projeto Pedagógico do Curso de Licenciatura em Matemática do Centro de Estudos Superiores de Parintins (CESP). Os resultados nos permitiram descrever os conhecimentos de Geometria que são adquiridos pelos licenciandos em Matemática do CESP e compreender como a Geometria Fractal pode se relacionar com alguns conteúdos de matemática da Educação Básica.

**Palavras-Chave:** Formação de Professores. Geometria Euclidiana. Geometria Fractal. Ensino de Matemática. Contextualização.

### Abstract

The training of mathematics teachers has been increasingly discussed in research in Mathematics Education. In this sense, we present the results of a qualitative research developed in the context of scientific initiation, held at the University of the State of Amazonas at the Center for Higher Studies of Parintins, with the objective of evidencing the contributions of Fractal Geometry for the formation of a mathematics teacher. In order to construct the data, we used a documentary study in the curricular parameters of Basic Education and in the Pedagogical Project of the Degree in Mathematics of the Center for Higher Studies of Parintins. The results allowed us to describe how Fractal Geometry relates to some Mathematics contents of Basic Education and what Geometry knowledge is acquired by the Licentiates in Mathematics of the Center during the Course.

**Keywords:** Teacher Training. Fractal Geometry. Mathematics Teaching. Contextualization.

## Introdução

A problemática em torno da formação de um professor envolve aspectos complexos e não pode ser analisada separada das mudanças que ocorrem constantemente na sociedade contemporânea que, inevitavelmente, têm influência no contexto educacional. Particularmente, quando tratamos da formação de professores de matemática, vemos que poucas são as mudanças efetivas. De modo geral, ainda há um predomínio do aspecto teórico sobre o prático, contextualizado, em situações que representam realidades distintas, principalmente aquela onde a escola está inserida. Ao direcionarmos nosso olhar para a Geometria percebemos que, geralmente, há lacunas visíveis desde a formação na licenciatura até o ensino na Educação Básica.

Pensando que o modo de ensinar de um professor reflete muito da sua formação, apresentamos resultados de uma pesquisa qualitativa desenvolvida com o objetivo de evidenciar contribuições da Geometria Fractal para a formação do futuro professor de matemática. O estudo foi desenvolvido no âmbito do Programa de Iniciação Científica (PAIC), realizado na Universidade do Estado do Amazonas (UEA), no Centro de Estudos Superiores de Parintins (CESP), e contou com o apoio da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Amazonas (FAPEAM).

Para pensarmos a formação inicial do professor de matemática, especificamente do CESP, nos preocupamos em entender alguns fatores essenciais a essa formação e o fazemos, inicialmente, a partir das disciplinas que compõem a estrutura curricular da Licenciatura em Matemática, para tentarmos compreender a abrangência e as possibilidades metodológicas para a formação desse futuro professor que podem ser pensadas para o ensino de matemática.

Somos da opinião que para discutir a formação e a prática de um professor de matemática é necessário investigarmos as lacunas por dentro da própria formação. Então, estabelecemos como problema de pesquisa o seguinte questionamento: que contribuições para a formação do futuro professor de matemática podem ser evidenciadas a partir de conhecimentos de Geometria Fractal?

Com o intuito de construir dados para a sistematização da resposta a esse questionamento e, conseqüentemente, para o alcance do objetivo da pesquisa, realizamos um estudo documental das ementas de Geometria que compõem o Projeto Pedagógico do Curso de Licenciatura em Matemática do CESP, estudamos a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) em conjunto com os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCN+ Ensino Médio) e artigos e livros que tratam do uso da Geometria Fractal em sala de aula,

principalmente da Educação Básica. Vale ressaltar que, também, utilizamos da nossa própria experiência enquanto sujeitos que vivenciam o fenômeno em estudo na condição de acadêmico e professora do referido curso, visando uma melhor compreensão do que está prescrito nos documentos examinados.

A análise dos dados construídos ocorre por triangulação, na perspectiva de Minayo (2010), que nos permite estabelecer relações entre o que obtemos por meio do estudo documental, dos aportes teóricos e da observação das aulas.

Percebemos, ao longo do percurso investigativo, que a utilização da Geometria Fractal no campo da arte, da física, da medicina, está consolidada, mas na Educação Matemática ainda é vista como novidade, pois muitos professores em formação desconhecem sua aplicabilidade no ensino da matemática, principalmente na Educação Básica. Por isso, é importante que os futuros professores adquiram conhecimentos de métodos e objetos matemáticos que os permitam desenvolver um ensino de matemática com aportes investigativos, experimentais e tecnológicos, onde o professor extrapola a dinâmica de exercícios repetitivos e assume o papel de problematizador da realidade e o aluno protagonista de sua aprendizagem.

Apresentamos nas três seções, a seguir, os resultados obtidos durante as quatro etapas realizadas na pesquisa. Na primeira seção, destacamos algumas relações entre a Geometria Fractal e a Educação Básica. Na segunda, evidenciamos o conhecimento geométrico do licenciando em Matemática do CESP, e por fim, apresentamos nossa proposta de inserção do estudo da Geometria Fractal no curso de Licenciatura em Matemática do CESP como disciplina optativa e suas possíveis contribuições na formação de professores de matemática.

### **A Geometria Fractal e a Educação Básica**

Ao pensarmos a Geometria Fractal para a Educação Básica, devemos levar em consideração alguns fatores, tais como: Quais elementos da Geometria Fractal são plausíveis de serem utilizados na Educação Básica? E quais as formas de se explorar esses elementos Fractais em paralelo aos conteúdos da Educação Básica?

Para termos de conhecimento, “a Geometria Fractal é uma linguagem matemática que descreve, analisa e modela as formas encontradas na natureza” (JANOS, 2009, p. 285). O objeto de estudo dessa Geometria são os Fractais que Benoit Mandelbrot (2009, p. 32, tradução nossa), considerado o “pai da Geometria dos Fractais”, define como “um conjunto cuja dimensão de Hausdorff-Besicovitch é estreitamente maior que sua dimensão topológica”. Em termos de definição, encontramos uma variedade de interpretações que, de maneira geral,

possuem o mesmo significado. Em nosso estudo, adotamos a definição dada por Carvalho (2005, p. 18), que compreende um Fractal como “uma figura geométrica em que uma parte se assemelha a toda figura, obtida através de um processo iterativo e que pode ter dimensão não inteira”.

Na Educação Básica, os Fractais podem ser explorados através das “relações numéricas de seus elementos, conforme as iterações sucessivas, [...] despertando ou desenvolvendo o senso estético, pela visualização dos mesmos [...]” (BARBOSA, 2005, p. 71). Nessa perspectiva, procuramos a partir dos Parâmetros Curriculares Nacionais identificar conteúdos de matemática, da Educação Básica, que permitam que o professor de matemática realize um ensino com a utilização dos Fractais.

Atualmente, os direcionamentos para o Ensino Fundamental são encontrados na BNCC, que determina que o ensino da matemática seja realizado de maneira interdisciplinar e contextualizada, tendo como foco a resolução de problemas a partir de situações que façam sentido para o aluno. Nesse cenário, é importante que o professor de matemática disponha de conhecimentos necessários para realizar práticas de acordo com o exigido.

A Geometria Fractal pode permitir ao professor de matemática realizar contextualizações com assuntos variados da sociedade contemporânea, uma vez que possui um campo de diálogo amplo com outras áreas da Ciência e com outros ramos da Matemática, porém, é preciso certo cuidado ao utilizá-la na Educação Básica, pois é considerada complexa devido à particularidade de suas definições e elementos. Não se trata aqui de fazermos alusão ao ensino de Geometria Fractal como disciplina na Educação Básica, mas de o professor de Matemática, ao menos, possuir noções elementares sobre seus elementos para poder ampliar as possibilidades de diálogo com outras áreas do conhecimento e de apresentar situações-problemas em contextos que façam sentido para seus alunos.

A complexidade dos Fractais advém das múltiplas dimensões dos fenômenos por eles representados como as formas da natureza e os fenômenos físicos, que por meio da Geometria Euclidiana são apresentados, geralmente, como formas perfeitas, uma abstração do real. O efeito maléfico dessas representações não é muito discutido no contexto da formação de professores, mas deveria, pois, daí podem se originar dificuldades à aprendizagem matemática como um todo e, de modo particular, à Geometria.

As formas perfeitas estudadas pela Geometria Euclidiana, mesmo na licenciatura, não dão conta de representar formas com dimensão não inteira, fragmentadas, geradas por infinitas repetições como as que surgem em situações estudadas no Cálculo Diferencial e Integral. A Geometria Fractal, na Licenciatura em Matemática, abre possibilidades

interdisciplinares à aprendizagem matemática a partir do diálogo com a disciplina de Cálculo, por exemplo. Mas, no contexto investigado, isso não ocorre, “constata-se um discurso descolado da prática, quando é papel da educação escolar, tanto na Educação Básica como na Educação Superior, promover a cultura científica como superação do senso comum” (BERKENBROCK-ROSITO, 2014, p. 145).

Na Geometria Fractal, podemos classificar os processos iterativos em dois tipos: a iteração algébrica e a geométrica. O primeiro tipo apresenta uma gama de possibilidades ao trabalho interdisciplinar, no Ensino Médio, por exemplo. É muito aplicado na Biologia, por ecologistas, para determinar/estudar o crescimento populacional – modelo de Verhulst.

O segundo tipo pode ser utilizado desde os anos finais do Ensino Fundamental pois a iteração geométrica abre possibilidades de diálogo da Geometria/Matemática com a Arte, com a Geografia e a Ciência da Natureza por meio da modelagem matemática e da resolução de problemas implícitos na necessidade de descrição, representação e interpretação de situações dessas áreas de conhecimento (CARVALHO, 2005).

Nosso estudo teórico permitiu que evidenciássemos alguns elementos básicos da Geometria Fractal que são plausíveis de serem utilizados em sala de aula na perspectiva do ensino de Matemática proposto na BNCC (resolução de problemas), tendo em vista que, geralmente, a exploração dos Fractais na Educação Básica “são a nível de aprendizagem do ensino médio[...], deixando em aberto as possibilidades no Ensino Fundamental (BARBOSA, 2005, p. 71). Desse estudo teórico destacamos como convenientes os aspectos: perímetro, processo de iteração e a autossimilaridade como elementos que abrem possibilidade para o trabalho interdisciplinar e contextualizado da Matemática, isto porque permitem a exploração de potenciação, de áreas e perímetros, relação entre números fracionários, tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio.

Nosso estudo também nos permitiu identificar dentre os objetos matemáticos (conteúdos de matemática) propostos para a área de Matemática na BNCC, especificamente, anos finais do Ensino Fundamental, aqueles que podem ser trabalhados em paralelo com os elementos da Geometria Fractal destacados anteriormente. Desse estudo elaboramos um quadro que evidencia possibilidades de ensino onde, a partir do conhecimento dos elementos Fractais destacados, surjam situações que contextualizam objetos matemáticos ensinados na Educação Básica.

QUADRO 1 - Possíveis relações entre elementos de Geometria Fractal e objetos matemáticos do Ensino Fundamental

<b>Elementos de Geometria Fractal</b>	<b>Unidade Temática BNCC/Ano</b>	<b>Objetos Matemáticos do Ensino Fundamental</b>
Perímetro	Grandezas e Medidas (6º ano)	Problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, área etc.
	Grandezas e Medidas (7º ano)	Problemas envolvendo medições
Processo Iterativo	Probabilidade e Estatística (6º ano)	Leitura e interpretação de tabelas e gráficos [..]
		Coleta de dados, organização e registro
		Construção de diferentes tipos de gráficos para representá-los e interpretação das informações
	Álgebra (7º ano)	Linguagem algébrica
Autossimilaridade	Geometria (7º ano)	Simetrias de translação, rotação e reflexão
	Álgebra (8º ano)	Sequências recursivas e não recursivas
	Geometria (8º ano)	Transformações geométricas: simetrias de translação, reflexão e rotação

Fonte: Arquivo do pesquisador.

As possíveis relações indicadas no quadro 1 se baseiam nas possibilidades de exploração da Geometria Fractal em sala de aula propostas por Barbosa, citadas anteriormente.

As relações numéricas no decorrer das iterações podem ser exploradas na Unidade Temática de Grandezas e Medidas, de modo que o professor pode apresentar alguns fractais mais simples para que sejam calculados os seus perímetros em um determinado nível de iteração, utilizando multiplicações e adições, sem fazer uso de fórmulas prontas. Na Unidade Temática Álgebra, pode ser explorada a ideia de linguagem algébrica, onde o professor pode através dos níveis de iteração construir a “fórmula algébrica” desse fractal para calcular seu perímetro em um determinado nível de iteração.

O visual complexo e repetitivo dos Fractais pode ajudar na exploração do conteúdo de sequências recursivas e não recursivas permitindo ao professor criar sequências numéricas utilizando o resultado do cálculo de perímetros em determinados níveis de iteração, e relacionar essa sequência com a imagem do fractal.

O senso estético pode ser explorado na Unidade Temática Geometria no conteúdo de transformações geométricas e na Unidade Temática Probabilidade e Estatística, de modo que o aluno, ao estudar coleta de dados e organização, poderá construir tabelas e gráficos, que relacionem, por exemplo, o valor do perímetro com seu respectivo nível de iteração, podendo verificar as mudanças visuais decorrentes dessas iterações.

É válido destacar que, na sua origem, os Fractais não foram pensados para o contexto escolar: “estas figuras geométricas nunca tiveram quaisquer hipóteses de entrar no campo do ensino, mal passando de espantinho ‘moderno’ que mesmo a título de exemplo, era demasiado específico para merecer qualquer tipo de atenção” (MANDELBROT, 1989, p. 19). Passadas décadas de sua sistematização, a Geometria Fractal continua desconhecida em muitos contextos de formação de professores de matemática e, principalmente, em ambientes escolares da Educação Básica, mesmo já sendo de conhecimento público que os fractais possuem, também, um aspecto simples, concreto e intuitivo que possibilita seu uso na Educação Básica.

Há vários estudos como o de Barbosa (2005), Carvalho (2005) e Moraes (2007) que mostram possibilidades de uso da Geometria Fractal como um recurso a mais para o ensino de matemática, não como substituta ou negação da Geometria Euclidiana, mas como uma ampliação dessa. Para Carvalho (2005, p. 41), “a Geometria Fractal é tão aproximação quanto à euclidiana. Fica evidente que esta aproximação é bem melhor que a anterior, na descrição de formas naturais, mas não é e nem pode ser encarada para todos os problemas” do ensino de Matemática em qualquer nível de escolaridade.

Na perspectiva de complementaridade, realizamos em paralelo ao estudo da BNCC o estudo dos PCN+ Ensino Médio, pois a Base Nacional Comum Curricular do Ensino Médio ainda não foi definida em sua totalidade, então, encontramos nos PCN+ Ensino Médio, no tangente a conteúdos, os direcionamentos para o ensino da matemática no Ensino Médio. Decorrente desse estudo, realizamos a construção de um segundo quadro, que evidencia elementos básicos da Geometria Fractal que podem ser usados em diálogo com conteúdos do Ensino Médio.

QUADRO 2 - Possíveis relações entre elementos de Geometria Fractal com as Unidades Temáticas do Ensino Médio

<b>Elemento da Geometria Fractal</b>	<b>Temas estruturadores</b>	<b>Unidades Temáticas</b>
Perímetro	Análise de Dados	Contagem
	Álgebra: números e funções	Sequências numéricas
		Função exponencial ou logarítmica
Autossimilaridade	Geometria e Medidas	Geometria Plana: Semelhança e congruência, representação de figuras
Processo iterativo	Análise de Dados	Estatística: análise de dados
	Álgebra: números e funções	Noção de função
		Função exponencial ou logarítmica

Fonte: Arquivo do Pesquisador

As relações numéricas no decorrer das iterações podem ser exploradas nas Unidades Temáticas: contagem, sequências numéricas, estatística: análise de dados, noção de função, função exponencial ou logarítmica.

Podemos realizar a contagem dos segmentos em fractais mais simples, contagem do que é retirado ou adicionado durante o processo de construção, explorando também a noção de função realizando relações práticas entre os valores números dos segmentos durante o processo de construção. Já a função exponencial e logarítmica pode ser explorada no próprio crescimento e decréscimo dos valores numéricos referentes ao perímetro e à área dos Fractais.

As sequências numéricas podem ser trabalhadas da mesma forma que foi apresentado para sequências recursivas e não recursivas, porém, no Ensino Médio podemos ampliar um pouco essa relação, de modo que dentro de sequências numéricas encontramos as Progressões, que possuem relação direta com o cálculo de perímetro e área de alguns fractais. Dessa forma, o professor pode, a partir dos resultados de perímetro e área, perceber que esses valores crescem ou decrescem em Progressão Geométrica.

Na Unidade Temática Análise de Dados podemos exercitar a coleta e a organização de dados em tabelas e gráficos, que relacionem, por exemplo, o valor do perímetro do Fractal com seu respectivo nível de iteração.

O senso estético pode ser explorado na Unidade Temática Geometria Plana: Semelhança e congruência, representação de figuras.

Diante de todas as possibilidades de utilização da Geometria Fractal na Educação Básica, realizamos um estudo para conhecermos mais sobre conhecimentos geométricos dos licenciandos em matemática do CESP para percebermos que tipo de conhecimento de geometria está sendo desenvolvido na licenciatura, pois estes serão essenciais na atividade docente dos futuros professores.

### **O Conhecimento Geométrico do Licenciando em Matemática do CESP**

Com o intuito de conhecermos mais sobre os conhecimentos geométricos adquiridos pelos futuros professores de matemática do CESP, verificamos as possíveis habilidades em geometria que esses licenciandos poderão desenvolver ao longo do curso. Para tanto, analisamos as ementas das disciplinas de Geometria Analítica, Geometria I, Geometria II, Desenho Geométrico e Geometria Descritiva; disciplinas essas que compõem o Projeto Pedagógico de Curso (PPC) do curso de Licenciatura em Matemática do CESP, ação que se traduz em estudo documental que, de acordo com Gil (2008, p. 157), pode “proporcionar ao pesquisador dados em quantidade e qualidade suficiente para evitar a perda de tempo[...]” na busca de outras fontes.

Da análise das ementas, destacamos como características principais do conhecimento que pode ser adquirido pelos licenciandos a habilidade de resolução de problemas, habilidade de desenho com a utilização de instrumentos e o conhecimento de geometria de natureza euclidiana.

O desenvolvimento da habilidade de resolução de problemas é uma das principais indicações presentes nas ementas estudadas. No entanto, no desenvolvimento das disciplinas, essa habilidade se limita à resolução de problemas matemáticos na perspectiva da aplicação de fórmulas e teoremas estudados, traduzindo-se, de acordo com Onuchic (2013), em exercício e não em resolução de problemas, pois estão apenas praticando algo que já foi estudado, algo conhecido. Para Costa (2018, p. 39), a resolução de problemas como prática se caracteriza pela utilização do “exercício mecânico para reforçar conteúdos já ensinados”. De forma geral, essa perspectiva de prática, apesar de tradicional, não é em sua totalidade ruim, de modo que reconhecemos “a importância da reconhecimento para a ativação e a potencialização dos conhecimentos, trazidos *a priori* pelos estudantes, para a constituição de sua aprendizagem (JUNIOR; ONUCHIC, 2015, p. 959, grifo do autor).

A Geometria II é a única disciplina que indica que o licenciando deve desenvolver a habilidade de resolver problemas do cotidiano, ou seja, “orientar-se no espaço, ler mapas,

estimar e comparar distâncias percorridas, reconhecer propriedade de formas geométricas básicas, saber usar diferentes unidades de medida[...]” (UEA, 2013, p. 98).

Resolver problemas requer o desenvolvimento de etapas sequenciais para que o conhecimento matemático aconteça no processo da busca de solução para a questão apresentada. Tais etapas - compreensão do problema, elaboração do plano ou estratégias, execução do plano e retrospecto ou avaliação (POLYA, 1995) - nem sempre são contempladas no desenvolvimento das disciplinas de geometria estudadas no CESP. Se a resolução de problemas fosse trabalhada seguindo as etapas propostas por Polya, poderia auxiliar o licenciando no desenvolvimento de estratégias tanto para resolução dos problemas matemáticos mais complexos que envolvam conceitos geométricos, como também resolver problemas geométricos no contexto prático da vida.

A habilidade de desenho com a utilização de instrumentos é uma indicação presente em duas disciplinas: inicialmente em Geometria II, e depois com um foco mais aprofundado e específico na disciplina de Desenho Geométrico. Na prática, geralmente, durante a Geometria II essa habilidade não chega a ser desenvolvida, o que acaba deixando a responsabilidade total ao Desenho Geométrico.

Entendemos que o desenho é de grande importância para o desenvolvimento do pensamento geométrico. Ao desenhar utilizando os instrumentos de desenho (régua, transferidor, compasso), os licenciandos podem reforçar seus conhecimentos sobre as propriedades de figuras geométricas planas e espaciais, de modo que “no momento em que se constrói uma figura geométrica é importante que se tenha organização nas etapas de construção, raciocínio lógico para acompanhar as etapas, abstração e criatividade para que possa relacionar o que está sendo construído com as propriedades existentes” (SANTOS, 2016, p. 28).

Ao construir um triângulo e desenhar suas medianas, utilizando régua e compasso, por exemplo, os alunos podem perceber de forma prática a existência do Baricentro – ponto de encontro/intersecção das três medianas – em qualquer que seja o triângulo utilizado e não somente a memorização de uma definição como é feito na Geometria I. Outras propriedades também podem ser relacionadas durante a construção como as bissetrizes e os ângulos retos.

Do ponto de vista da formação, o conhecimento sobre os instrumentos básicos de desenho é essencial para um professor de matemática, “pois o professor deve mostrar a utilidade dos instrumentos de desenho em sala de aula relacionando-os com as propriedades inerentes às figuras geométricas” (SANTOS, 2016, p. 29). O uso do compasso pode auxiliar

na compreensão de raio de circunferência, o transferidor serve para desenvolver a noção de medida de ângulos e dá visibilidade à noção de grau.

A carga horária total destinada ao estudo das disciplinas de geometria no curso é de 270 horas, que são exclusivamente voltadas ao estudo de geometria de natureza euclidiana, o que implica na principal característica do conhecimento adquirido pelo licenciando: o conhecimento de geometria de natureza euclidiana. Apesar das disciplinas trabalharem especificamente apenas pressupostos euclidianos, em nenhuma ementa consta como conteúdo os postulados de Euclides, ficando a discussão desse tópico a critério de cada professor.

### **A Geometria Fractal na Formação do Professor de Matemática do CESP**

Entendemos que estudar apenas a Geometria Euclidiana pode contribuir com desenvolvimento de lacunas na formação inicial dos professores de matemática, pois pode limitar os licenciandos na realização de contextualizações com base em ideias geométricas, porém não descartamos a importância da Geometria Euclidiana, porque

[...] seu estudo é essencial no desenvolvimento do pensamento geométrico e matemático. Mas é importante ressaltar que, como qualquer ramo da Ciência e/ou Matemática, este tratamento também possui um grau de abrangência limitado e seria contra o seu próprio princípio não tentar abrir/expor novas possibilidades, como descrever objetos naturais (CARVALHO, 2005, p. 15).

A geometria é um dos pilares da formação do professor de Matemática. Na Licenciatura em Matemática do CESP, o estudo da geometria se fundamenta, prioritariamente, nos princípios euclidianos que não são suficientes para a elaboração de modelos matemáticos que representem, por exemplo, formas da natureza e fenômenos sociais (MIRANDA et al., 2008) pois, se observamos atentamente no caso particular da natureza, “as nuvens não são esferas, as montanhas não são cones, as costas não são círculos e as cascas não são suaves/lisas, nem o relâmpago viaja em linha reta” (MANDELBROT, 2009, p. 14).

Os fractais permitem representações mais próximas do mundo natural, o que possibilita uma visão geométrica mais ampla, pois, “ter conhecimento de elementos da Geometria Fractal amplia as possibilidades de o professor de matemática desenvolver uma prática docente interdisciplinar, pois essa geometria possui um vasto campo de diálogo com conceitos matemáticos de diversas áreas [...]” (NASCIMENTO; COSTA; FONSECA, 2018, p. 6).

A partir da lacuna percebida na formação do licenciando em Matemática, referente aos conhecimentos geométricos, estruturamos uma proposta de ementa com tópicos de Geometria Fractal que foi apresentada e aprovada pelo colegiado de Matemática do CESP a ser incorporada ao PPC como disciplina optativa. A disciplina proposta é intitulada Noções de Geometria Fractal.

A construção dessa Ementa decorre da análise dos dados da pesquisa que foi realizada pelo princípio da triangulação que, de acordo com Denzin (1988, p. 318, tradução nossa), permite “o emprego e combinação de várias metodologias de pesquisa no estudo de um mesmo fenômeno”. Assim, triangulamos os resultados obtidos no estudo da BNCC e dos PCN+ Ensino Médio, do estudo das ementas das cinco disciplinas que trabalham Geometria no Curso de Licenciatura em Matemática no CESP, e do estudo realizado em artigos e livros que tratam da utilização da Geometria Fractal em sala de aula.

O objetivo geral dessa disciplina é compreender os elementos básicos da Geometria Fractal que podem ser usados na Educação Básica. De forma específica, é esperado que os licenciandos possuam, ao concluir essa disciplina, noções do que é uma geometria não-euclidiana, conheçam a origem e os elementos da Geometria Fractal e, por fim, sejam capazes de estabelecer relações entre elementos básicos dos Fractais e conteúdos matemáticos da Educação Básica.

### **Considerações Finais**

Nesse artigo, nos propomos discutir possíveis contribuições da Geometria Fractal à formação de um professor de Matemática. Nesse percurso, buscamos conhecer o quê de geometria os licenciandos em Matemática do CESP estudam e quais indicações para o ensino de geometria encontramos em documentos oficiais. Percebemos que a formação de um professor de matemática é um processo complexo, que envolve etapas desenvolvidas na graduação que não se findam com a conclusão do curso, pois, constantemente, o professor necessita se atualizar e adequar suas estratégias de ensino ao desenvolvimento e às demandas da sociedade. Os conhecimentos geométricos adquiridos na licenciatura são um exemplo disso. Isto porque com o avanço da tecnologia, saber apenas Geometria Euclidiana pode ser um fator limitante à contextualização dos conteúdos matemáticos.

A pesquisa nos permitiu conhecer aspectos do conhecimento geométrico adquirido pelos licenciandos em matemática do CESP e nos chamou atenção o fato de, na licenciatura, haver cinco disciplinas que se propõem desenvolver apenas conhecimentos euclidianos e que não há estudos sobre geometrias não-euclidianas.

Percebemos também que o conhecimento sobre Fractais permite que o professor possa estabelecer boas relações entre os elementos/características dos Fractais com conteúdos da Educação Básica, ampliando a visão e o entendimento dos objetos matemáticos para além de uma única disciplina, pois a Geometria Fractal pode ser trabalhada em qualquer nível de ensino bem como ser manipulada de várias formas: dobraduras de papel, meios visuais, tecnológicos etc.; seu conhecimento abre possibilidades para o trato com diferentes objetos matemáticos.

A Geometria Fractal pode ser bem explorada pelo professor de matemática, inclusive de forma interdisciplinar, recorrendo a uma variedade de fontes que apresentam metodologias e propostas de ensino da matemática por meio dos Fractais como a modelagem matemática e a resolução de problemas.

Os resultados obtidos indicam que na licenciatura em matemática é desenvolvida uma forte base em Geometria Euclidiana que garante ao licenciando um aporte teórico sólido sobre esse assunto, porém, sem um direcionamento para que ele desenvolva práticas docentes que utilizem ideias geométricas para a contextualização de conteúdos matemáticos de outros ramos da matemática.

Assim, inferimos que a Geometria Fractal pode contribuir significativamente na formação inicial de professores de matemática, de modo que o professor de matemática, aliando seu conhecimento de Geometria Euclidiana a algumas noções sobre fractais, pode com facilidade realizar boas contextualizações e tornar algumas aulas mais interessantes e atrativas aos alunos.

## Referências

BARBOSA, R. M. **Descobrimo a Geometria Fractal**: para a sala de aula. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

BERKENBROCK-ROSITO, M. M. A história tecida em retalhos: uma prática formativa de professores e pesquisadores à luz da interdisciplinaridade e da transdisciplinaridade. In: BERKENBROCK-ROSITO, M. M.; HAAS, C. M. **Interdisciplinaridade e transdisciplinaridade**: políticas e práticas de formação de professores. Rio de Janeiro: Wak, 2014. p. 143-176.

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnologia. **PCN+ Ensino Médio**: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciência da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, SEMTEC, 2002.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular (BNCC). **Educação é a Base**. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME; 2017. Disponível em: <<http://basenacionalcomumcurricular.mec.gov.br>>. Acesso em: 22 nov. 2018

CARVALHO, H. C. **Geometria Fractal**: perspectivas e possibilidades para o ensino de matemática. 2005. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Universidade Federal do Pará, UFPA, Belém, 2005.

COSTA, L. F. M. **Metodologia do Ensino da Matemática**: fragmentos possíveis. Manaus: BK Editora, 2018.

DENZIN, N. K. Triangulation in educational research. In: KEEVES, J. P. (Ed). **Educational research, methodology, and measurement**. An international handbook. Oxford: Pergamon Press, 1988. p. 318-322.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. São Paulo: Atlas, 2008.

JANOS, M. **Matemática e Natureza**. São Paulo: Livraria da Física Ed., 2009.

JUNIOR, L. C. L.; ONUCHIC, L. R. Ensino e Aprendizagem de Matemática Através da Resolução de Problemas Como Prática Sociointeracionista. **Rev. Bolema**. Rio Claro. v. 29, n. 53, p. 955-978, 2015.

MANDELROT, B. B. **Objectos Fractais**. Lisboa: Gradiva, 1989.

MANDELROT, B. B. **La Geometría Fractal de la Naturaleza**. Barcelona: Tusquet Editores, 2009.

MINAYO, M. C. S. Introdução. In: MINAYO, M. C. S.; ASSIS, S. G.; SOUZA, E. R. (org.). **Avaliação por triangulação de métodos**: Abordagem de Programas Sociais. Rio de Janeiro: Fiocruz, 2010. p. 19-51.

MIRANDA, J. G. V. et al. Geometria fractal: propriedades e características de fractais ideais. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 30, n. 2, p. 1-10, 2008. Disponível em: [www.sbfisica.org.br](http://www.sbfisica.org.br), Acesso em: 23 fev. 2018.

MORAES, C. C. **A Geometria dos Fractais aplicada na 6ª série do Ensino Fundamental**. 2007. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Desenvolvimento Regional – Universidade de Santa Cruz do Sul, Santa Cruz do Sul, 2007.

NASCIMENTO, R. C.; COSTA, L. F. M.; FONSECA, J. C. M. A Geometria Fractal e a Formação do Professor de Matemática: encontros possíveis. In: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. 5. 2018. Belém, **Anais Eletrônicos**. Belém: UFOPA, 2018. 1 CD – ROM

ONUCHIC, L. R. A resolução de problemas na educação matemática: onde estamos? E para onde vamos? **Rev. Espaço Pedagógico**, Passo Fundo, v. 20, n. 1, p. 88-104, 2013.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**: um novo aspecto do método matemático. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

SANTOS, W. L. Q. **Desenho Geométrico**: a régua e o compasso como recurso didático na compreensão de propriedades de Polígono Regulares. 2016. Monografia (Licenciatura em Matemática) - Universidade Federal da Paraíba, Rio Tinto, 2016.

UEA. **Projeto Pedagógico do Curso de Matemática**. Manaus: Universidade do Estado do Amazonas. Manaus, 2013.