ISSN 2177-9309
em teia Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana
Universidade Federal de Pernambuco
Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica EDUMATEC

TANGRAM: A CONTEMPORANEIDADE E CONEXÕES MATEMÁTICAS DESSE JOGO MILENAR

TANGRAM: CONTEMPORANEITY AND MATHEMATICAL CONNECTIONS IN THIS MILLENNIAL GAME

Daniele Simas Pereira Alves
Mestre em Matemática
EM Pastor Ricardo Parise – Rio de Janeiro - Brasil
daniele.simas@gmail.com

Marcela Frantelmo
Licenciatura em Matemática
EEM Guaxindiba – Rio de Janeiro - Brasil
marcelafrontelmo@gmail.com

Liliana Manuela Gaspar Cerveira da Costa[1]
Doutora em Matemática
Colégio Pedro II – Rio de Janeiro - Brasil
lmgccosta@gmail.com

João Domingos Gomes da Silva Junior[1]
Mestre em Matemática
Colégio Pedro II – Rio de Janeiro - Brasil
diofanti@gmail.com

Resumo

A partilha de experiências pedagógicas deve ser uma preocupação de todos os professores. Neste sentido, apresenta-se um relato de uma atividade realizada com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental no Colégio Pedro II. Procuramos elucidar de forma clara nossa proposta pedagógica para que outros colegas possam, assim como nós, propor atividades experimentais para a construção e fixação de conceitos. Usando o jogo como ponto de partida e tendo como preocupação conectar dois temas fundamentais deste grau de ensino da educação básica: geometria e números, conseguimos aliar o lúdico à construção de conhecimento. A atividade foi realizada em duas aulas de 90min, cada, em três momentos: no primeiro, os alunos construíram um Tangram, efetuando dobraduras em uma folha A4; no segundo momento, os alunos foram convidados a refletir e a responder a várias questões que conectam as noções de área e de fração, recorrendo para isso às diferentes peças do Tangram e variando a unidade de área; no terceiro momento, os alunos participaram, em grupo, numa gincana na quadra de esportes. Relataremos as dificuldades, os questionamentos e os resultados obtidos, entre os quais, a constatação de que os alunos participando de atividades que aliam o lúdico à aquisição de conhecimento se tornam mais participativos e consolidam os conceitos de modo efetivo. Mostraremos imagens sobre

[1] NEPEM – Núcleo de Estudos e Pesquisa em Ensino de Matemática.

a aplicação dos diversos momentos da atividade, ressaltando o fato de uma atividade desta natureza ser de enorme importância para o desenvolvimento de várias das inteligências múltiplas, segundo a classificação de Gardner.

Palavras-Chave: Tangram. Quebra-cabeça. Área. Fração. Figuras equivalentes.

Abstract

Sharing pedagogical experiences should be a concern of all teachers. Here we present an activity performed with students from 6th grade of elementary school at Pedro II College. We try to explain our pedagogical proposal clearly, so that other teachers can, like us, propose experimental activities for the construction and fixation of concepts. Using game as a starting point, and with the goal of establish connections between two fundamental themes: geometry and rational numbers, we were able to combine the playful construction of knowledge. The activity was performed in two classes of 90min, each, in three moments: in the first, the students built a Tangram, by folding an A4 sheet of paper; in the second moment, students were invited to reflect and to answer to several questions that connect the notions of area and fraction, using for it different pieces of Tangram and varying the area unit; in the third moment, students participated, in groups, in a team competition on the gym. We will report not only the difficulties, questions and results obtained, but also, show pictures of different moments of the activity, highlighting the fact that an activity of this nature has enormous importance for the development of several of the multiple intelligences, according to Gardner's classification.

Keywords: Tangram. Puzzle. Square. Fraction. equivalent figures.

Introdução

Uma das maiores dificuldades sentidas em sala de aula pelos professores de Matemática reside em estimular e motivar os alunos que se mostram cada vez mais distantes e desinteressados. Numa era digital em que o apelo para a novidade é sistemático, cabe ao professor procurar estratégias que rompam com o paradigma da aula expositiva no sentido de promover uma interação com seus interlocutores da geração Z[2].

A discussão sobre a natureza dinâmica e participativa das aulas, em que o aluno seja ator na construção do conhecimento a adquirir e em que, simultaneamente, desenvolva várias competências e inteligências, iniciou-se em meados do século passado e ainda continua pertinente, tendo como um de seus principais autores Howard Gardner (GARDNER; HATCH 1989; GARDNER, 1994, 1995).

> É da máxima importância reconhecer e estimular todas as variadas inteligências humanas e todas as combinações de inteligências. Nós somos todos tão diferentes, em grande parte, porque possuímos diferentes combinações de inteligências. Se

[2] Em sociologia define-se Geração Z como a geração de pessoas nascidas no período de 1995 e 2010. Nativas digitais, muito familiarizadas com a internet, compartilhamento de todo o tipo de arquivos, manuseamento de celulares, não apenas acessando a redes fixas como móveis e estando, assim, permanentemente conectadas. Suas principais características são: compreensão da tecnologia; abertura social às tecnologias; velocidade e impaciência; interatividade e resiliência.

> reconhecermos isso, penso que teremos pelo menos uma chance melhor de lidar adequadamente com os muitos problemas que enfrentamos neste mundo. (GARDNER, 1987 apud ARMSTRONG, 2001, p. 13).

Na tentativa de buscar alternativas para tornar o ensino de Matemática mais interessante e consequentemente mais atrativo, diversas propostas metodológicas vêm sendo desenvolvidas nos últimos anos. Neste sentido, destacam-se a utilização de material manipulável e jogos, o recurso à tecnologia e a propostas interdisciplinares, entre outras, que são tentativas de, não só produzir e aprimorar o raciocínio lógico-matemático, como também desenvolver o pensamento crítico nos nossos alunos.

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC)

> Nessa fase, precisa ser destacada a importância da comunicação em linguagem Matemática com o uso da linguagem simbólica, da representação e da argumentação. Além dos diferentes recursos didáticos e materiais, como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, calculadoras, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica, é importante incluir a histórica da Matemática como recurso que pode despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática. Entretanto, esses recursos e materiais precisam estar integrados a situações que propiciem a reflexão, contribuindo para a sistematização e a formalização dos conceitos matemáticos (BRASIL, 2018, p. 298).

Confluindo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), há uma necessidade de propor problemas que estimulem e favoreçam a criatividade. Assim, os jogos constituem uma forma interessante e atrativa já que desenvolvem o raciocínio através de estratégias de resolução e busca de soluções, além de possibilitarem a construção de uma atitude positiva e de aprendizagem diante dos erros.

> Para tanto, o ensino de Matemática prestará sua contribuição à medida que forem exploradas metodologias que priorizem a criação de estratégias, a comprovação, a justificativa, a argumentação, o espírito crítico, e favoreçam a criatividade, o trabalho coletivo, a iniciativa pessoal e a autonomia advinda do desenvolvimento da confiança na própria capacidade de conhecer e enfrentar desafios (BRASIL, 1998, p. 26).

Como exemplo de um material que pode ser utilizado como aliado no ensino de geometria e também como parte da construção e da fixação de muitas outras aprendizagens temos o Tangram chinês.

Neste artigo, relatamos uma atividade proposta para o 6º ano do Ensino Fundamental (EF) do Colégio Pedro II (CP2), campus Engenho Novo II, no Rio de Janeiro. Essa atividade foi realizada em duas aulas de 90min cada. Nela, recorre-se ao Tangram como instrumento base para a fixação e o desenvolvimento de novas habilidades e competências.

Segundo Rubinstein (1999, p. 37), “para a aprendizagem ser significativa, é necessário que se estabeleçam relações entre o conhecimento novo e o conhecimento anterior. Caso contrário, o novo não se sustenta”. Desta forma, foi recorrendo ao Tangram que se procurou trazer “o novo”, sem deixar de lado, é claro, os conteúdos fundamentais para esse segmento, de modo que ambos pudessem se complementar e formar uma base sólida para o conhecimento construído por esses alunos.

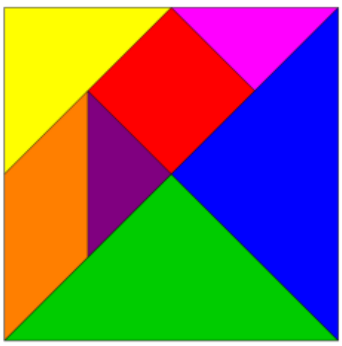
Este jogo é, em geral, empregado para o desenvolvimento de conteúdos que envolvam formas geométricas equivalentes, por isso sua utilização associada ao estudo de frações ainda é um desafio. Foi tendo presente essa limitação que baseamos as atividades propostas. Tais atividades não só auxiliarão na fixação dos conceitos relativos a frações e geometria, como também promoverão uma conexão entre esses dois assuntos.

Na seção 1 fazemos uma brevíssima apresentação do Tangram. Na seção 2, referimos a metodologia usada no desenvolvimento da atividade. Na seção 3, relatamos as atividades propostas e terminamos com uma seção de conclusões finais.

O Jogo Tangram

De acordo com Souza et al. (2003), o Tangram é um quebra-cabeças chinês, de origem milenar, formado por apenas sete peças (cinco triângulos, um quadrado e um paralelogramo) com as quais é possível criar e montar figuras de animais, plantas, pessoas, objetos, letras, números e figuras geométricas. Os relatos existentes dizem que o Tangram foi trazido da China para o Ocidente por volta do século XIX, e em 1818 já era conhecido na América, Alemanha, França, Itália e Áustria (Figura 1).

Figura 1 –Tangram



Fonte: Elaborada pelos autores.

Lendas sobre sua origem são contadas, mas pouco se sabe acerca do inventor e da verdadeira origem do jogo. Uma dessas lendas diz que certo dia, há cerca de 4000 anos, o

Imperador chinês Tan deixou cair um espelho quadrado que se partiu em sete bocados. Apesar de aborrecido com a perda do espelho, Tan descobriu uma forma de se entreter construindo um número considerável de figuras diferentes, usando para isso as sete peças sem as sobrepor, sendo milhares as figuras distintas que se podem construir com todas as peças do Tangram.

Outra lenda conta que "na antiga China, um rapaz resolveu viajar mundo afora e foi se despedir de seu velho mestre. Este lhe deu um simples ladrilho quadrado, dizendo: – Vá e use-o para registrar tudo que vale a pena. O rapaz se foi, mas não tinha ideia de como atender ao pedido do mestre. No meio do caminho, o ladrilho caiu e se quebrou, aparecendo sete figuras. Com as peças o rapaz pôde formar as imagens interessantes que encontrou no caminho". Por motivos óbvios, uma vez que a segunda versão refere uma relação afetiva entre professor e aluno, a nossa escolha para transmitir aos alunos recaiu nela.

Independentemente da forma como se deu seu surgimento, o jogo revela-se especial, sobretudo por ser um recurso versátil e de grande potencial pedagógico, sendo utilizado por professores de matemática, psicólogos e pedagogos.

Apesar de passar uma simplicidade no manuseio, ele se revela um jogo de difícil resolução por exigir muito raciocínio lógico e criatividade. Seu primeiro objetivo consiste em conseguir montar uma determinada forma, usando as sete peças sem sobreposição, permitindo, entre outros, trabalhar conceitos relacionados com áreas, nomeadamente, figuras equivalentes, determinação de expressões que permitem calcular áreas de famílias de polígonos e provar o teorema de Pitágoras. Também pode ser usado para explorar a noção de fração e as operações algébricas com frações.

Metodologia

A metodologia seguida neste trabalho alia a pesquisa bibliográfica à pesquisa-ação. Esta procura unir a pesquisa à ação ou prática, isto é, desenvolver o conhecimento e a compreensão como parte da prática, já aquela é feita a partir do levantamento de referências teóricas previamente analisadas e publicadas.

A pesquisa-ação exige uma estrutura de relação entre os pesquisadores e as pessoas envolvidas no estudo da realidade do tipo participativo/coletivo. Assim, "uma pesquisa pode ser qualificada de pesquisa-ação quando houver realmente uma ação por parte das pessoas implicadas no processo investigativo e estar centrada no agir participativo e na ideologia de ação coletiva" (BALDISSERA, 2001, p. 6).

> A pesquisa-ação é um tipo de pesquisa social que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e os participantes representativos da situação da realidade a ser investigada estão envolvidos de modo cooperativo e participativo (THIOLLENT, 1985, p. 14).

Esta metodologia agrega várias técnicas de pesquisa, recorre a técnicas de coleta e interpretação de dados, intervenção e solução de problemas, bem como técnicas de dinâmica de grupos. Além disso, em sala de aula se revelou como um instrumento eficiente para o desenvolvimento profissional do professor.

Por ser investigativa e participativa supõe um conjunto de procedimentos técnicos e operativos para o conhecimento da realidade ou um aspecto desta, com o objetivo de transformá-la pela ação coletiva, como também, supõe uma co-implicação no trabalho dos pesquisadores e das pessoas envolvidas no projeto onde se faz intercâmbio, socialização das experiências e conhecimentos teóricos e metodológicos da pesquisa, o que acontece na situação atual, pois duas das pesquisadoras deste grupo de pesquisa são também as professoras que, em sala de aula, realizaram esta experiência.

Tal metodologia torna-se um instrumento valioso, a que os professores podem recorrer, para melhorar o processo de ensino-aprendizagem. Dessa forma, "considerando as limitações atuais da teoria educacional, a pesquisa-ação leva a soluções imediatas para problemas educacionais urgentes, que não podem esperar por soluções teóricas" (ENGEL, 2000, p. 190).

A Atividade

Como referido anteriormente, a atividade que será descrita a seguir foi desenvolvida por duas professoras nas suas respectivas turmas do 6º ano do EF do CP2.

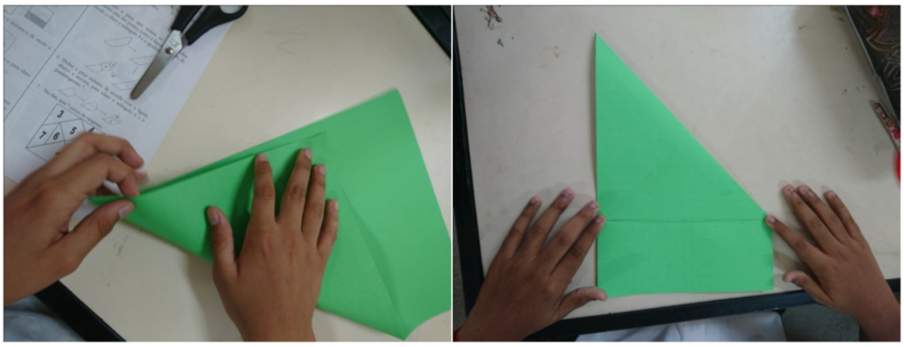
O objetivo principal do trabalho consistiu em fazer com que os alunos determinassem relações entre as áreas das diversas peças do jogo, quando se considera uma dada unidade de área. Após a exploração da construção de figuras equivalentes, finalizou-se a atividade com uma gincana na qual diversos quebra-cabeças foram formados, utilizando para isso as peças do Tangram.

A atividade desmembrou-se em três momentos: a construção do Tangram pelos alunos, o estudo das relações entre as áreas das peças e a gincana realizada com a montagem dos quebra-cabeças, sendo os dois primeiros realizados em ambiente de sala de aula e o terceiro em ambiente externo (na quadra do colégio).

Destaca-se que um elemento facilitador e promotor do sucesso desta atividade é o fato de à partida os alunos já estarem familiarizados com o conceito de fração, números decimais e área de algumas figuras planas. A retomada desses conceitos durante a atividade foi importante, pois serviu para rever e consolidar conceitos fundamentais.

Seguindo o roteiro da atividade, iniciou-se a aula com uma breve explanação sobre o quebra-cabeça chinês e por apresentar uma das lendas associadas à origem do Tangram. Em seguida, tendo por base a proposta apresentada pela Escola Superior de Educação de Viseu[3], passou-se ao primeiro momento: a confecção das peças do jogo (Figura 2).

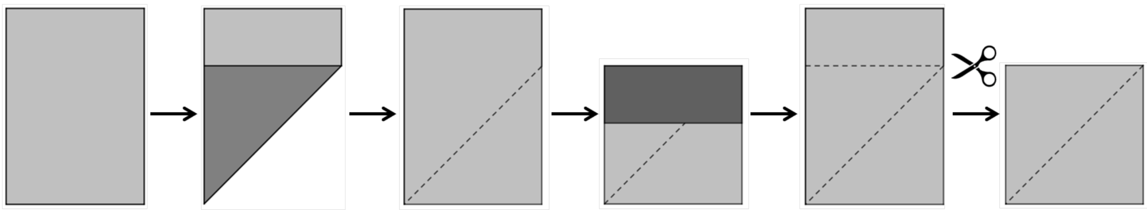
Figura 2 – Alunos obtendo o maior quadrado possível a partir da folha A4



Fonte: Fotografia tirada pelos autores.

Inicialmente, cada aluno recebeu uma folha colorida de papel A4. Como a folha é retangular, perguntou-se qual o procedimento a tomar para conseguir obter, a partir dela, o maior quadrado possível. Alguns alunos sugeriram o procedimento que lhes foi proposto posteriormente na ficha de trabalho e que utiliza dobraduras e recortes (Figura 3).

Figura 3 – Construção do maior quadrado possível com uma folha A4

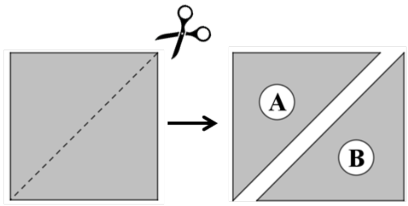


Fonte: Elaborada pelos autores.

[3] https://bit.ly/2svRmho

Com o quadrado em mãos pôde iniciar-se a subdivisão e consequentemente obter as peças que formam o Tangram, dando lugar ao segundo momento da atividade: refletir sobre as medidas das áreas das peças. Para isso, foi solicitado que os alunos dobrassem o quadrado ao meio e o recortassem sobre a dobra de modo a obter dois triângulos A e B (Figura 4).

Figura 4 – Divisão do quadrado do Tangram em dois triângulos iguais



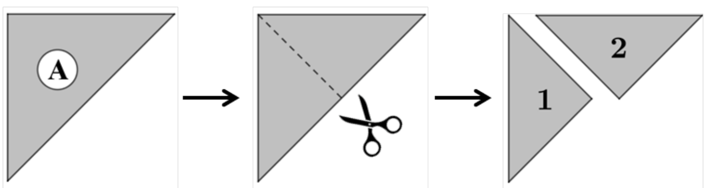
Fonte: Elaborada pelos autores.

Neste momento, questionamentos aos alunos foram realizados: o que podemos afirmar sobre os dois triângulos obtidos? Que fração do quadrado, cada um dos triângulos representa?

Os alunos não apresentaram dificuldade em responder a tais questionamentos, tendo como respostas que os triângulos são iguais (congruentes) e que cada um corresponde à metade ou $\frac{1}{2}$ do quadrado.

Continuando a atividade, tomou-se então um dos triângulos, por exemplo, o triângulo A, unindo os dois vértices do lado maior do triângulo realizou-se nova dobradura e efetuou-se o corte sobre a dobra, obtendo dois triângulos menores (1) e (2) (Figura 5).

Figura 5 – Divisão do triângulo A nos triângulos 1 e 2



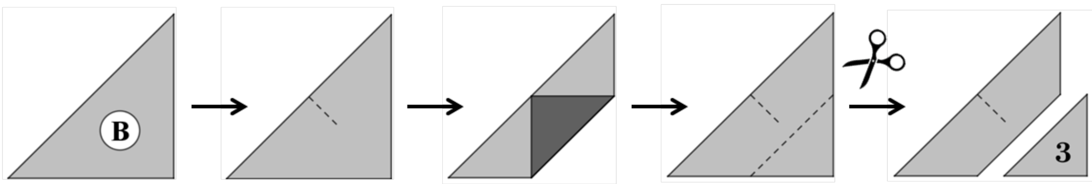
Fonte: Elaborada pelos autores.

De posse dos dois triângulos (1 e 2), novos questionamentos foram feitos, a saber: que fração do triângulo que os gerou representa cada um destes triângulos? Que fração do quadrado inicial representa cada um dos novos triângulos?

As respostas dos alunos foram que os triângulos 1 e 2 são iguais e, por isso, representam a metade ou $\frac{1}{2}$ de cada um dos triângulos A e B e correspondem à quarta parte ou $\frac{1}{4}$ do quadrado inicial.

Retornando ao triângulo B, marcou-se o ponto médio do lado maior desse triângulo e uniu-se o vértice oposto a esse mesmo lado, ao ponto médio marcado anteriormente. Desta forma, foi obtida mais uma dobra, sobre a qual foi feito um corte gerando um triângulo (3) e um trapézio isósceles (Figura 6).

Figura 6 – Divisão do triângulo B no triângulo 3 e em um trapézio isósceles



Fonte: Elaborada pelos autores.

Novamente, questionamentos foram feitos: qual a relação entre as áreas do triângulo 3 com o triângulo B? Qual a relação das áreas do triângulo 3 com o quadrado inicial? Quantas vezes o triângulo 3 cabe no triângulo B?

Os alunos apresentaram um pouco de dificuldade em responder à segunda pergunta. Percebemos que tal dificuldade deveu-se ao fato da dobradura e do recorte terem sido realizados de uma forma diferente das anteriores.

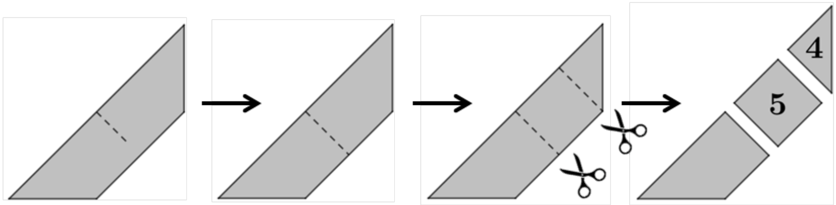
Sendo assim, foi sugerido aos alunos que recorressem à sobreposição de figuras para procurar encontrar a relação numérica existente entre as áreas desses triângulos. Somente após os testes realizados eles conseguiram observar que o triângulo 3 corresponde à quarta parte da área ou $\frac{1}{4}$ do triângulo B.

Em relação à terceira pergunta, os alunos conseguiram observar de forma mais rápida que o triângulo 3 corresponde à oitava parte ou $\frac{1}{8}$ do quadrado.

Prosseguindo com a atividade, passou-se a estudar o trapézio obtido. Sobrepondo os lados não paralelos do trapézio isósceles, dobrou-se o mesmo ao meio e depois, efetuou-se o corte pela dobra, obtendo-se assim dois trapézios retângulos congruentes.

Num desses trapézios retângulos, faz-se uma dobra, marcando a altura pelo ponto médio da base maior e faz-se o corte sobre a dobra, dividindo o trapézio em um triângulo (4) e um quadrado (5) (Figura 7).

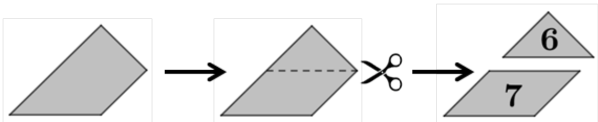
Figura 7 – Divisão do trapézio no triângulo 4, no quadrado 5 e em um trapézio retângulo



Fonte: Elaborada pelos autores.

No outro trapézio retângulo obtido, foi feita uma dobra unindo o vértice da base maior cujo ângulo interno é reto ao vértice oposto da base menor. Recortou-se sobre a dobra, obtendo um triângulo (6) e um paralelogramo (7) (Figura 8).

Figura 8 – Divisão do trapézio retângulo no triângulo 6 e no paralelogramo 7

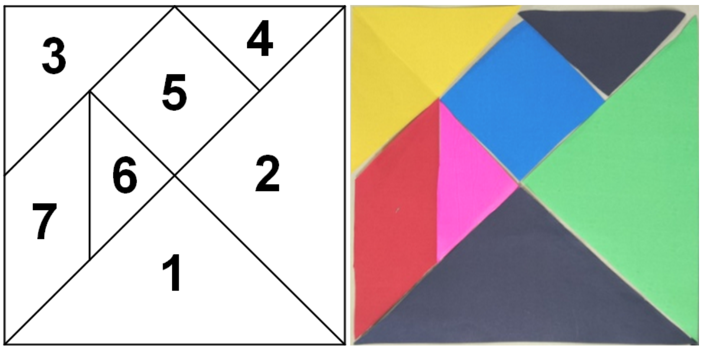


Fonte: Elaborada pelos autores.

Deste modo foram obtidas, através de dobraduras e recortes, as 7 peças que formam o Tangram. Vale ressaltar a importância dos dois momentos referidos terem decorrido concomitantemente, afinal tais momentos se complementam durante o desenvolvimento da atividade.

Visando obter um jogo com peças coloridas, foi solicitado que, após a construção e antes de iniciarmos o próximo passo da atividade, os alunos trocassem entre si as peças do Tangram. (Figura 9).

Figura 9 – Peças do Tangram construídas pelos alunos



Fonte: Elaborada pelos autores e fotografia tirada pelos autores.

De posse dos Tangrans, os alunos juntaram-se em duplas para realizar a parte da atividade em que tinham que responder a um questionário que lhes fora entregue.

A questão 1 possui uma imagem de um Tangram com todas as peças numeradas de 1 a 7. Os alunos devem identificar a figura geométrica de cada peça e escrever o nome correspondente no espaço determinado (Figura 10).

Figura 10 – Atividade 1 realizada pelos alunos

1. Orientando-se pela numeração das peças como na imagem abaixo, nomeie-as de acordo com o polígono que cada uma delas representa:

1 - ______________________
2 - ______________________
3 - ______________________
4 - ______________________
5 - ______________________
6 - ______________________
7 - ______________________

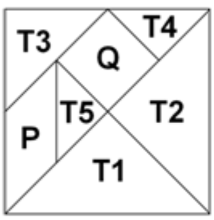
Fonte: Elaborada pelos autores.

Os alunos não apresentaram dificuldade em identificar as figuras geométricas, pois já possuíam conhecimento prévio sobre todas elas. Também foi solicitado que as figuras iguais fossem identificadas, o mesmo acontecendo com as figuras semelhantes, em que teriam que ter atenção ao tamanho, a fim de diferenciá-las.

Na questão 2, o Tangram apresentado tem suas peças identificadas seguindo o padrão da seguinte forma: Triângulos T1, T2, T3, T4 e T5; Quadrado Q e Paralelogramo P. Aqui, os alunos deveriam verificar quantas vezes o triângulo pequeno, T5, "cabe" nas peças T2, T3, Q, P e no Tangram completo (Figura 11). Para isso poderiam recorrer à sobreposição das peças ou ter como referência o que tinha sido visto anteriormente quando construíram o Tangram.

Figura 11 – Atividade 2 realizada pelos alunos

2. Recubra cada peça do Tangram e escreva quantas vezes o triângulo pequeno (T5) "cabe" no:



a) T2 - ______________________
b) T3 - ______________________
c) Q - ______________________
d) P - ______________________
e) Tangram todo - ______________________

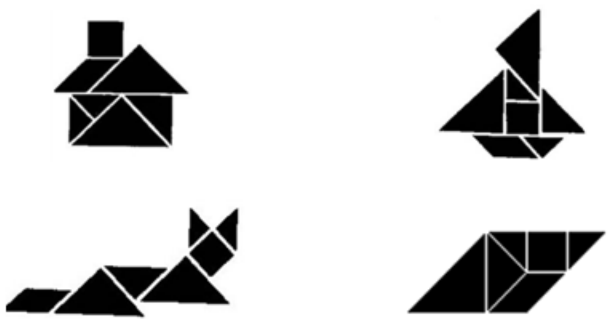
Fonte: Elaborada pelos autores.

Nesta questão, os alunos estabeleceram, sem grande dificuldade, a relação entre as áreas do triângulo T5 e os triângulos T2 e T3, uma vez que no ato da confecção do Tangram foi observado como se estabeleciam algumas das relações. Para o quadrado Q, o paralelogramo P e o Tangram completo alguns alunos precisaram de auxílio da professora, uma vez que a sobreposição de tais figuras não era de simples visualização.

Na questão 3, são apresentadas quatro figuras montadas com algumas peças do Tangram. Os alunos começaram por montar todas as figuras e, em seguida, utilizando o triângulo pequeno (T5) como unidade de área, determinaram a área de cada uma delas (Figura 12).

Figura 12 – Atividade 3 realizada pelos alunos

3. Ainda considerando o triângulo pequeno como unidade de área, construa as figuras abaixo e, em seguida, defina a área de cada uma.



Fonte: Elaborada pelos autores.

Durante a montagem das três primeiras figuras, os alunos perceberam que estavam a usar todas as peças do Tangram e, por isso, concluíram facilmente que a área das figuras seria a mesma e que seu valor já tinha sido determinado na atividade anterior. No entanto, na última figura, o paralelogramo, não foram utilizadas todas as peças, ficando uma delas de fora da construção. Assim, os alunos rapidamente perceberam que teriam de determinar a área da peça restante e subtraí-la da área do Tangram completo.

A proposta apresentada na questão 4 consiste em observar o que acontece com a medida da área quando a unidade varia. Tendo por base o Tangram da questão 2, onde as figuras já estão numeradas, os alunos devem verificar quantas vezes o quadrado Q “cabe” nas peças T1, T5, P e no Tangram completo (Figura 13).

Figura 13 – Atividade 4 realizada pelos alunos

4. Usando a figura do tangram do exercício 2 e tomando a área Q como unidade de área, determine a área:

a) da peça T1 - ______________________ b) da peça T5 - ______________________

c) da peça P - ______________________ d) do Tangram todo - ______________________

Fonte: Elaborada pelos autores.

Como neste caso a unidade de área era o quadrado Q, os alunos apresentaram alguma dificuldade na determinação das demais áreas, uma vez que a sobreposição do quadrado nas outras peças não ocorria perfeitamente.

A maioria dos alunos enxerga as figuras como estáticas e apresenta alguma resistência em as transladar ou rotacionar para fazer observações. Nesse momento, fez-se necessária a intervenção da professora para auxiliar os alunos. Observando a relação do quadrado Q com o triângulo pequeno T5, tem-se que a área de T5 corresponde à metade ou $\frac{1}{2}$ da área de Q, ou seja, $T5 = \frac{Q}{2}$., relação esta que também pode ser vista da forma, Q corresponde a duas vezes a área de T5, ou seja, $Q = 2T5$.

Estabelecida a relação entre as áreas do triângulo T5 e do quadrado Q e, com o auxílio das relações observadas na questão 2, podem determinar-se as áreas de T1, P e do Tangram todo. Alguns alunos conseguiram estabelecer o pedido, recorrendo a metade da área respectiva encontrada no exercício dois, uma vez que foi observado que $Q = 2T5$. No entanto, outros preferiram fazer a sobreposição das figuras, mesmo compreendendo a relação estabelecida entre as áreas de T5 e Q.

A proposta da questão 5 consiste em pedir para montar quadrados utilizando apenas duas, três, quatro, cinco, seis ou sete peças do Tangram (Figura 14). Após a montagem dos quadrados, os alunos registraram as peças que foram utilizadas em cada um dos itens.

Figura 14 – Atividade 5 realizada pelos alunos

5. Forme um quadrado usando apenas a quantidade de peças do tangram estebelecida em cada item e registre as peças utilizadas em sua construção:

a) Duas peças; b) Três peças; c) Quatro peças; d) Cinco peças; e) Seis peças; f) Sete peças.

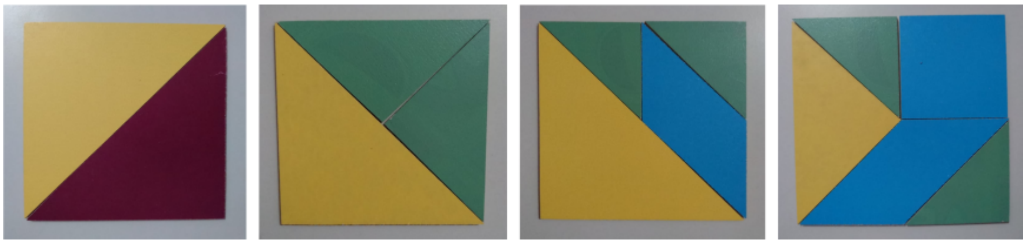
Fonte: Elaborada pelos autores.

Não se registrou dificuldade por parte dos alunos na montagem de um quadrado utilizando duas ou três peças. Já para a montagem de um quadrado utilizando quatro ou cinco peças foi sentida certa dificuldade, principalmente no de cinco peças.

É impossível montar um quadrado usando seis peças do Tangram. Esta situação foi colocada propositadamente nesta atividade, já que é um momento gerador de discussão entre os alunos e permite mostrar que nem todos os problemas colocados são possíveis. Para maiores informações e justificativas sobre essa impossibilidade, sugerimos o artigo de Novaes et al. (2014).

Para os alunos do 6º ano, a explicação teórica da impossibilidade da construção do quadrado de seis peças será inviável, pois envolve números irracionais, conteúdo ainda não visto pelos mesmos (Figura 15).

Figura 15 – Construções feitas pelos alunos na atividade 5



Fonte: Fotografia tirada pelos autores.

No entanto, pode referir-se que há apenas uma possibilidade de construção usando 5 peças, essa construção não envolve nenhum dos dois triângulos maiores (T1 e T2). O lado deste quadrado é igual ao lado maior de T3, que é igual ao menor lado de T1. A área do quadrado construído usando 6 peças terá que ser maior do que a do construído com 5 peças e menor do que a do quadrado do Tangram completo, cujo lado é igual ao maior lado de T1.

Assim, o lado do quadrado construído com 6 peças terá que ser menor que o do Tangram e maior do que a metade da diagonal do quadrado inicial. Por experimentação, consegue-se verificar que não é possível encontrar tal comprimento.

O reconhecimento de que o quadrado formado por sete peças é o próprio Tangram, foi imediata pelos alunos.

Na questão 6, considera-se como unidade de área o triângulo médio T3 (Figura 16).

Figura 16 – Atividade 6 realizada pelos alunos

6. Usando o triângulo médio (T3) como unidade de área descubra a área de cada peça do Tangram.

a) T1 - ________________________________ b) T5 - ________________________________

c) P - ________________________________ d) Q - ________________________________

e) Do Tangram todo - ________________________________

Fonte: Elaborada pelos autores.

Também aqui, alguns alunos apresentaram dificuldade em estabelecer relações entre a área de T3 e as demais figuras, sendo necessário recorrer mais uma vez à questão 2 e verificar que a área do triângulo pequeno T5 corresponde à metade ou $\frac{1}{2}$ da área do triângulo médio T3, ou seja, $T5 = \frac{T3}{2}$., relação esta que também pode ser vista da forma: a área de T3 corresponde a duas vezes a área de T5, ou seja, $T3 = 2T5$. Estabelecida esta relação e com o auxílio das relações anteriormente observadas, os alunos conseguiram determinar as áreas de T1, de P, de Q e do Tangram todo.

Na questão 7 é apresentada uma figura que parece ser a silhueta de uma mulher e pede-se aos alunos para calcular a área da figura proposta, tendo como unidade de área a área da figura T2 representada pelo triângulo maior (Figura 17).

Figura 17 – Atividade 7 realizada pelos alunos

7. Disponha as peças necessárias para montar a figura. Use o triângulo grande como unidade de área, em seguida determine a área da figura. *Para facilitar use a ideia de frações.

Fonte: Elaborada pelos autores.

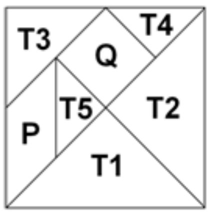
Os alunos necessitaram de auxílio para a realização desta atividade já que precisavam comparar cada uma das peças apresentadas no desenho com a figura T2, que seria a unidade base para se calcular a área da mesma. Assim, os alunos teriam que notar quantos triângulos T2 formavam a figura da silhueta da mulher, constituída por 1 quadrado Q, dois triângulos T5, um triângulo T3 e um triângulo T2. Atendendo a que na atividade 3 os alunos trabalharam com a comparação de figuras, de imediato notaram que um quadrado Q é equivalente a dois triângulos

T5 e que a união desses triângulos T5 com o quadrado Q equivale a um triângulo T2. Além disso, o triângulo T3 é metade do triângulo T2, então, no total têm-se 2 triângulos maiores e metade de um triângulo maior que no caso é a peça T3. Assim, escreveram o número misto para representar a área da figura da mulher, $2\frac{1}{2}$, ou a fração imprópria $\frac{5}{2}$.

A questão 8 consite em calcular a área das figuras que formam o Tangram, tomando para unidade o cm² e sabendo que o quadrado de formação do Tangram tem 10 cm de lado. Novamente, os alunos devem comparar as relações existentes entre as figuras para que as áreas sejam estabelecidas partindo da área do quadrado de formação do Tangram (Figura 18).

Figura 18 – Atividade 8 realizada pelos alunos

8. Se partirmos de um quadrado de lado 10 cm para criarmos um Tangram, qual será o valor da área de cada um dos sete polígonos obtidos?



T1 - ____________________ T5 - ____________________

T2 - ____________________ Q - ____________________

T3 - ____________________ P - ____________________

T4 - ____________________ Tangram completo - __________

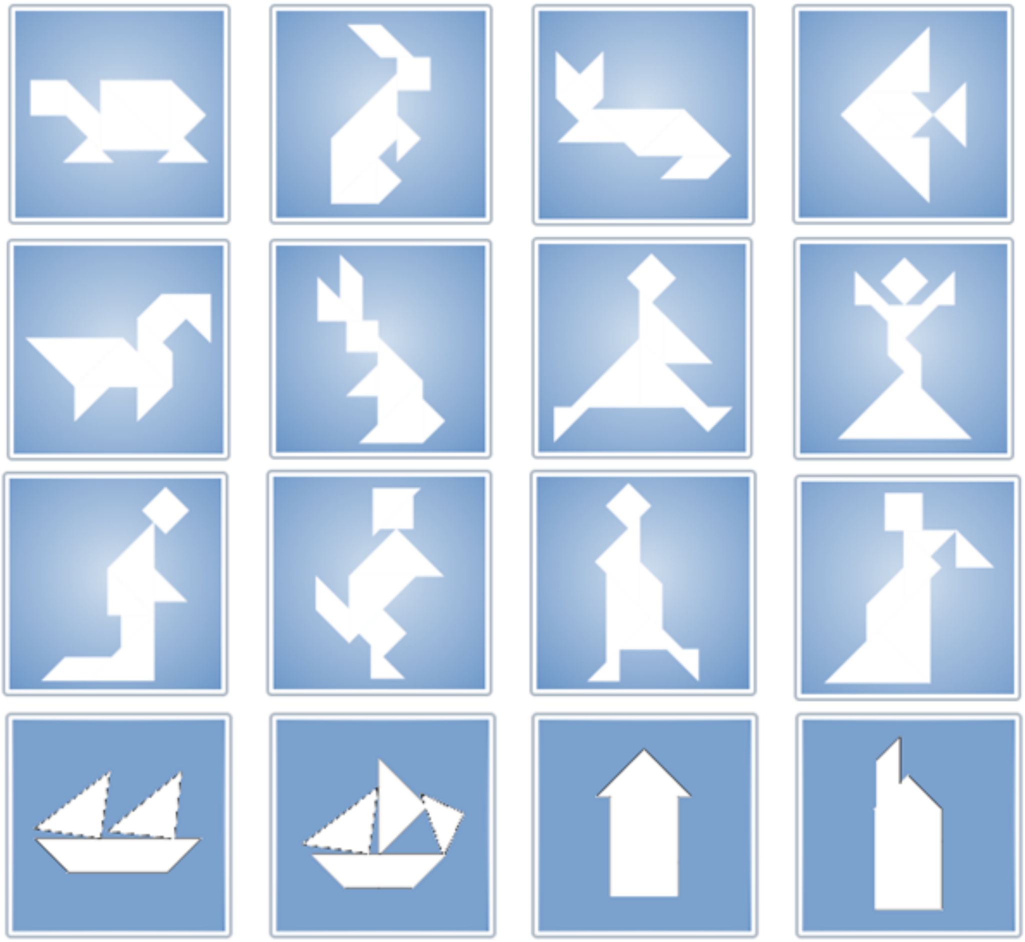
Fonte: Elaborada pelos autores.

Os alunos apresentaram dificuldade no entendimento de que se o lado do quadrado que formou o Tangram media 10 cm, então o Tangram teria área igual a 100cm². Só a partir dessa percepção ficou mais nítido o entendimento das figuras restantes, já que conseguiram entender as figuras T1 e T2 como sendo metade do Tangram pelo que, juntas, teriam 50cm² de área e a área de cada uma seria igual a 25cm². A figua T3 é metade de T2, então sua área é de 12,5cm². As figuras T5 e T4 são metades de T3, então a área de cada uma é 6,25cm². A figura Q equivale a duas T5 então sua área tambem é 12,5cm², acontecendo o mesmo com a figura P.

A última questão, 9, consiste em utilizar todas as peças que formam o Tangram para realizar a montagem de várias figuras apresentadas (Figura 19). Os alunos divertiram-se a montar as diversas figuras e não apresentaram grande dificuldade para executar a tarefa proposta.

Figura 19 – Atividade 9 realizada pelos alunos

9. Construa as figuras a seguir utilizando as sete peças do Tangram:



Fonte: Elaborada pelos autores.

Após a conclusão da ficha de trabalho procedeu-se à realização do terceiro momento da atividade: a gincana. Esta fase foi realizada na quadra da escola, onde previamente se tinham desenhados os contornos de sete figuras (Figura 20).

Figura 20 – Contornos de alguns dos quebra-cabeças para a gingana na quadra

Fonte: Foto tirada pelos autores.

A gincana envolveu a parte teórica e prática no estudo do Tangram; na teoria, relativa ao estudo de áreas com o Tangram, e na prática, na montagem dos quebra-cabeças. Os alunos foram organizados em quartetos para montar os quebra-cabeças. A gincana consistia em cada grupo montar um quebra-cabeça o mais rápido possível. Após a montagem de um dos quebra-cabeças, por um dos grupos, a professora confere se está correta e autoriza a desmontagem do quebra-cabeça. O grupo que encerrou a primeira montagem deve seguir para um segundo quebra-cabeça, que já tivesse sido montado por outro grupo e conferido pela professora. Os grupos vão trocando os quebra-cabeças entre eles, e assim sucessivamente até completarem a montagem de todos os quebra-cabeças.

O grupo que montasse os sete quebra-cabeças em menos tempo seria o ganhador da gincana. A gincana foi realizada sob a supervisão e orientação da professora que registrou as informações de cada grupo em uma tabela.

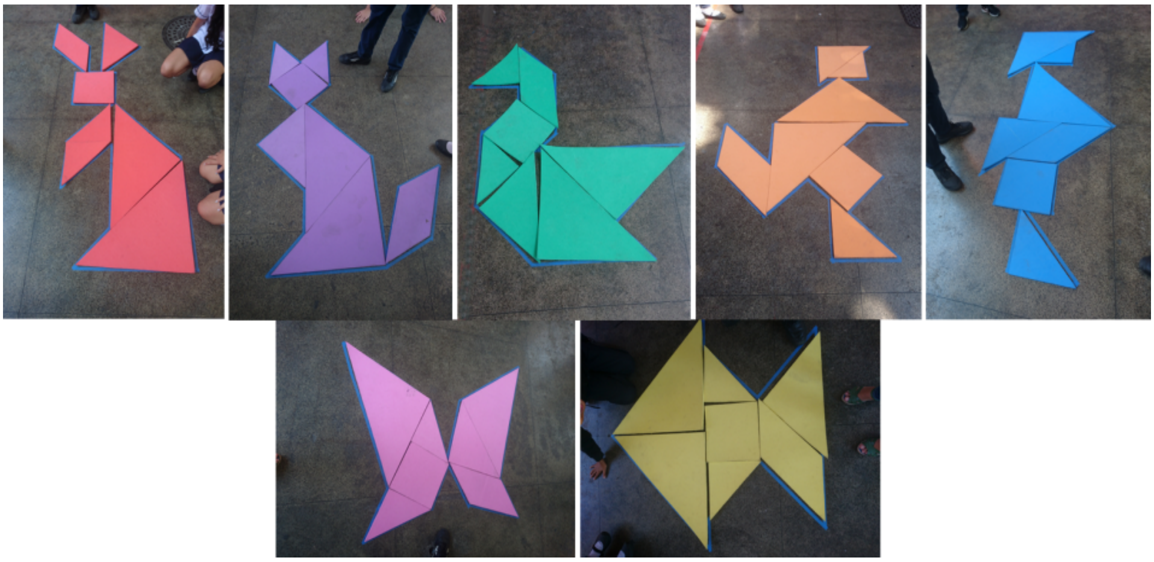
Por ser uma atividade recreativa, fora da sala de aula, num espaço pouco provável de ser utilizado em uma aula de matemática, a gincana despertou em todos os alunos o interesse em participar. Como em qualquer gincana, existe a busca pela vitória e os alunos ficaram extremamente empolgados e envolvidos na montagem dos quebra-cabeças o mais rápido possível para poder vencer. Isso ocorreu, embora não tivesse sido adotado qualquer tipo de premiação durante a sua execução (Figura 21).

Figura 21 – Alunos montando os quebra-cabeças de tangram durante a gincana

Fonte: Foto tirada pelos autores.

O quebra-cabeça que os alunos sentiram maior dificuldade foi o da figura do peixe, em seguida da borboleta e do cisne (Figura 22). Nos demais quebra-cabeças os alunos não sentiram muita dificuldade. Quanto mais simples o recorte da figura, maior a dificuldade sentida na sua execução.

Figura 22 – Quebra-cabeças montandos pelos alunos



Fonte: Foto tirada pelos autores.

Conclusão

O Tangram como recurso didático pode ser explorado por todos os níveis de ensino, ou seja, pode ser utilizado como um puzzle desde os primeiros contatos com figuras geométricas até como exemplo de aplicação do corpo $Q[\sqrt{2}]$ em cursos de Álgebra no ensino superior.

Permite estabelecer ligações entre álgebra e geometria, tornando concretos alguns conceitos de difícil entendimento, como é o caso de número fracionário. Vale ressaltar que o Tangram tem relevante importância no desenvolvimento do raciocínio e da criatividade.

Pode ser usado não apenas na aula de Matemática, mas também como uma atividade interdisciplinar, com a particularidade de, como patente na atividade proposta, ajudar a desenvolver algumas das inteligências múltiplas de Gardner: a Lógica Matemática, Espacial Visual (comparando figuras, a noção de espaço na gincana), Verbo-linguística (ler/interpretar e comunicar conclusões), Corporal-Cinestésica (a motricidade fina com as dobraduras), Intrapessoal (paciência, perseverança) e Interpessoal (trabalho em grupo).

Após a realização das atividades, desde a construção do Tangram até a montagem das figuras apresentadas na atividade, pudemos observar que os alunos de forma lúdica, e muito participativa, consolidaram os conceitos relacionados com áreas de figuras planas. Puderam confirmar que figuras com formatos diversificados podem possuir o mesmo valor de área, observaram a variação que ocorre com a medida da área de uma dada figura quando se varia a unidade de área e tiveram contato com uma maneira diferente de construir o conhecimento na aula de Matemática, aliando conhecimento com diversão. E para os professores envolvidos, a gratificação de promover a aquisição de conteúdos de forma mais agradável e simples para o entendimento dos alunos e poder contribuir para que mais alunos se interessem em aprender Matemática.

Referências

ARMSTRONG, T. **Inteligências múltiplas na sala de aula**. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2001.

BALDISSERA, A. Pesquisa-ação: uma metodologia do "conhecer" e do "agir" coletivo. **Sociedade em Debate**, Pelotas, v. 7, n. 2, p. 5-25, agosto/2001.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília. MEC/SEF, 1998.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília. MEC/SEF, 2018.

ENGEL, G. I. Pesquisa-ação. **Educar**, Curitiba, Editora da UFPR, n. 16, p. 181 – 191, 2000.

ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO DE VISEU. **Construção do Tangram**. Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1º Ciclo. Disponível em: https://bit.ly/2svRmho. Acesso em: 18 jan. 2018.

GARDNER, H. **Estruturas da mente**: a teoria das inteligências múltiplas. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1994.

GARDNER, H. **Inteligências múltiplas**: a teoria na prática. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1995.

GARDNER, H.; HATCH, T. Multiple Intelligences go to school: Educational Implications of the Theory of Multiple Intelligences. **Educational Researches**, American Educational Research Association, Vol. 18, Nº 8. Novembro, 1989. p. 4 – 10.

NOVAES, J. A.; SILVA JUNIOR, C. M. da; NOVAES, A. M. Tangram: por que não se pode construir um quadrado utilizando exatamente 6 de suas peças? **Boletim GEPEM**, nº 65, jul./dez. 2014.

RUBINSTEIN, E. **Psicopedagogia**: Uma Prática, Diferentes Estilos. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1999.

SOUZA, E. R. et al. **A matemática das sete peças do Tangram**. 3. ed. São Paulo: Centro de Aperfeiçoamento do Ensino de Matemática. IME/USP, 2003.

THIOLLENT, M. **Metodologia da Pesquisa-Ação**. 14. ed. São Paulo: Cortez, 1985.