

**CONHECIMENTOS DE PROFESSORES SOBRE AS ESTRATÉGIAS  
MOBILIZADAS POR SEUS ALUNOS AO RESOLVEREM SITUAÇÃO  
ENVOLVENDO A IDEIA DE COTA NA DIVISÃO**

***TEACHER'S KNOWLEDGE ABOUT STRATEGIES MOBILIZED BY  
THEIR STUDENTS WHEN SOLVING SITUATIONS INVOLVING THE  
IDEA OF QUOTA IN THE DIVISION***

**Diná da Silva Correia**  
dina@uesc.br

**Angelica da Fontoura Garcia Silca**  
angelicafontoura@gmail.com

**Maria Elisa Esteves Lopes Galvão**  
elisa.gal.meg@gmail.com

**Resumo**

O objetivo desta investigação é analisar os conhecimentos de professores acerca das estratégias mobilizadas por estudantes ao resolverem situação que envolve a ideia de cota na divisão. O aporte teórico fundamenta-se nos aspectos referentes às estruturas multiplicativas da Teoria dos Campos Conceituais e nos conhecimentos necessários à docência. Trata-se de uma pesquisa qualitativa e desenvolvida a partir da análise de transcrições de áudios que contêm as reflexões explicitadas por duas participantes de uma sessão de grupo de estudos de professores que lecionam matemática para o ensino fundamental. Os dados apontam para a importância de se analisar estratégias dos estudantes para uma possível (re)significação de conhecimentos especializados acerca da classe cota da operação divisão, e a partir desta análise, levar os professores a uma atitude reflexiva em relação ao ensino dos conceitos das operações envolvidas em diferentes situações.

**Palavras-Chave:** Formação de professores. Conhecimento do conteúdo e do estudante. Significados da divisão.

**Abstract**

The objective of this investigation is to analyze teachers' knowledge regarding strategies mobilized by students in resolving division situations involving the idea of quota. The theoretical contribution is

based on the aspects related to the multiplicative structures of the Theory of Conceptual Fields and the knowledge necessary for teaching. This is a qualitative research developed from the analysis of audio transcriptions that contain the reflections made explicit by two participants of a study group for elementary school mathematics teachers. The data points to the importance of analyzing the strategies used by the students for a possible knowledge (re)assignment about the quota class of the division operation, and from this analysis, guide the teachers towards a reflexive attitude regarding the teaching of the concepts of the operations involved in different situations.

**Keywords:** Teachers formation. Content and student knowledge. Division significations

## **Introdução**

Dentro de um ambiente escolar, o professor tem um papel importante tanto na proposta desenvolvida na escola, como na organização do trabalho pedagógico que envolve o planejamento da sua atividade docente diária. No que concerne ao conhecimento matemático, no ato de organizar suas aulas para os anos iniciais é importante o professor levar em consideração todo o processo de alfabetização do seu aluno, o domínio de leitura e interpretação dos textos, bem como o pensamento matemático que o estudante desenvolve na resolução das operações e das situações problema a ele apresentadas, seja em forma de avaliação ou ao expressar-se verbalmente sobre o que lhe é questionado.

As reflexões contínuas acerca desse fazer pedagógico, ao serem compartilhadas nas reuniões coletivas e posteriormente analisadas, podem apresentar um elo entre o ensino da matemática e os conhecimentos profissionais ampliados pelo professor. Nesse âmbito encontra-se a reflexão sobre as estratégias que seus alunos utilizam para resolver situações que envolvem conceitos matemáticos.

Esta pesquisa faz parte de uma pesquisa de doutorado (CORREIA, 2018) e foi desenvolvida em uma sessão de estudos de um grupo de professores que lecionam matemática para os anos iniciais do ensino fundamental de uma escola pública e teve como objetivo principal analisar os conhecimentos dos professores acerca de estratégias identificadas nos registros de estudantes ao resolverem uma situação envolvendo a ideia de cota na operação de divisão.

A escolha da temática se deve ao fato de essa ideia ser uma habilidade descrita na Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018). Esse documento define habilidade como “ [...] um conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica” (BRASIL, 2018, p. 7) e, dentre as habilidades descritas as EF03MA08 e EF04MA07 preveem que o aluno na faixa etária de 8 e 9 anos necessita aprender os dois significados para a

divisão: partição e cota<sup>1</sup>. Para isso, o professor precisa conhecer esses significados. Entretanto, pesquisas como as de Merlini, Magina e Santos (2013) apontam que a situação mais explorada por professores é a de partição e não cota. Nesse contexto, acreditamos que destinar uma sessão de estudos para analisar estratégias de alunos para resolução de situações que, possivelmente, não façam parte do trabalho dos professores pode ajudá-los a ampliar seus conhecimentos tanto a respeito desse conteúdo como de seu ensino.

Para expor o resultado desta pesquisa, iniciamos o texto apresentando a fundamentação teórica que a norteia, baseada nas estruturas multiplicativas (VERGNAUD, 1983, 1990, 2009) e na base de conhecimentos para o ensino dessa temática (BALL; THAMES; PHELPS, 2008). Em seguida, apresentamos os procedimentos metodológicos aqui utilizados e a análise e discussão das informações coletadas para, ao final, tecermos nossas considerações finais.

### **Fundamentação Teórica**

Para discutir os diversos significados da divisão e a ideia de esquema em ação, buscamos apoio na Teoria dos Campos Conceituais, em específico a respeito do campo conceitual multiplicativo ou estruturas multiplicativas (VERGNAUD, 1983, 2009).

Nessa teoria, o conceito de esquema tem origem na teoria piagetiana. Segundo Santana (2010, p. 11), “quando confrontamos os estudantes com novas situações, eles utilizam os conhecimentos adquiridos em suas experiências passadas, quando estavam com situações mais simples e mais familiares, e tentam adaptá-las às novas situações”. Essas adaptações são observadas nos esquemas de ação construídos por meio das interações feitas pelos estudantes ao resolver as situações às quais são confrontados.

Vergnaud (1983) afirma que o esquema permite o sujeito organizar ações e utilizar os mesmos invariantes frente a situações análogas. Nesse contexto, os invariantes são descritos pelo autor como componentes cognitivos dos esquemas e podem ser implícitos ou explícitos. Os invariantes podem ser observados em esquemas de ação implícitos, que podem ser reconhecidos seja pela análise dos objetos e propriedades da situação ou pelos procedimentos utilizados pelo aprendiz. Nos esquemas explícitos podemos observar os invariantes que estão ligados à concepção e são expressos por diferentes representações simbólicas.

---

<sup>1</sup> A BNCC (BRASIL, 2018) não se utiliza da nomenclatura partição e cota e, sim, partição equitativa e medida. Todavia as ideias envolvidas nos dois significados de divisão são as mesmas descritas pelo referencial teórico aqui utilizado (VERGNAUD, 1983, 1990, 2009).

É importante destacar que, para Vergnaud (1983), o sujeito aprendiz pode utilizar-se de um esquema cujas competências necessárias para resolver a situação já estejam presentes em seu repertório ou não. No primeiro caso, o aprendiz possui um esquema internalizado tornando-se automatizado, no segundo caso, os esquemas de ação internalizados pelo sujeito não lhe garantem o tratamento direto da situação, estimulando-o a construir novos esquemas que lhe permitam resolver a situação proposta.

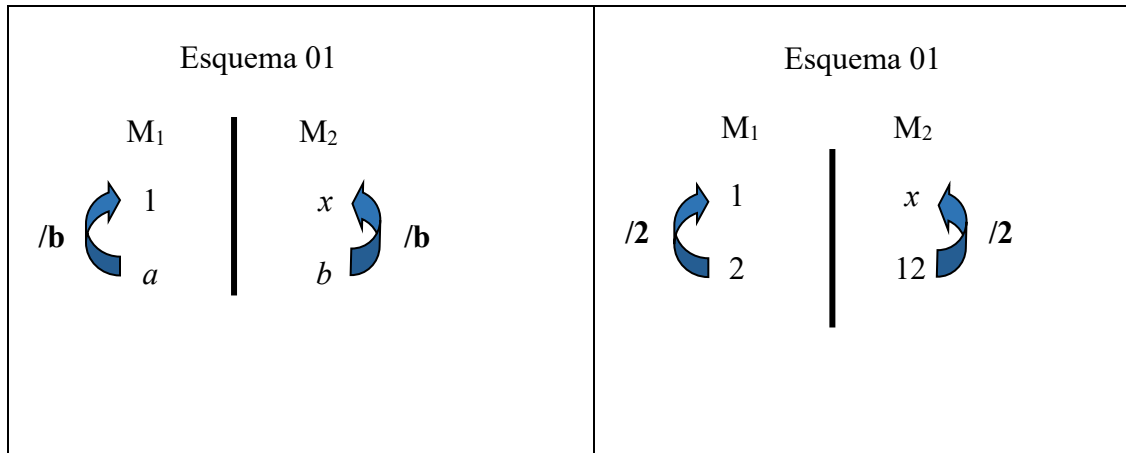
No tocante às situações das estruturas multiplicativas, Vergnaud (1983, p. 128) as considera associadas a um conjunto representativo de problemas e identifica três subgrupos diferentes: (a) isomorfismo de medidas; (b) produto de medidas; e (c) proporcionalidade múltipla. Para esta investigação trataremos de forma sintetizada o subgrupo (a) Isomorfismo de Medidas.

Segundo Vergnaud (1983), o isomorfismo de medidas é uma estrutura que consiste em uma proporção de medidas simples entre duas variáveis, sendo uma relativa à outra e identificadas em situações problema ou simplesmente situações, por meio de quatro subclasses principais: i) multiplicação; (ii) divisão do primeiro tipo (divisão por partes); (iii) divisão do segundo tipo (divisão por quota); e (iv) regra de três: caso geral (quarta proporcional).

Exemplificamos as duas subclasses da divisão: (ii) divisão por partes; (iii) divisão por quotas, analisadas segundo Vergnaud (1983).

Exemplo 1: *Connie quer dividir seus doces com Jane e Susan. Sua mãe lhe deu 12 doces. Quantos doces cada uma receberá?*

O Exemplo 1 trata uma situação envolvendo divisão por partes, que se resume em identificar o valor numérico correspondente ao valor da unidade e pode ser resolvida com a propriedade linear da relação de proporção. Trata-se, portanto, de uma das maneiras sugeridas por Vergnaud (1983) para identificar a taxa que relaciona as medidas denotadas  $M_1$  e  $M_2$ . O autor sugere como resolução a aplicação do operador escalar  $/b$  (dividir por  $b$ ) de acordo com o Esquema 01.

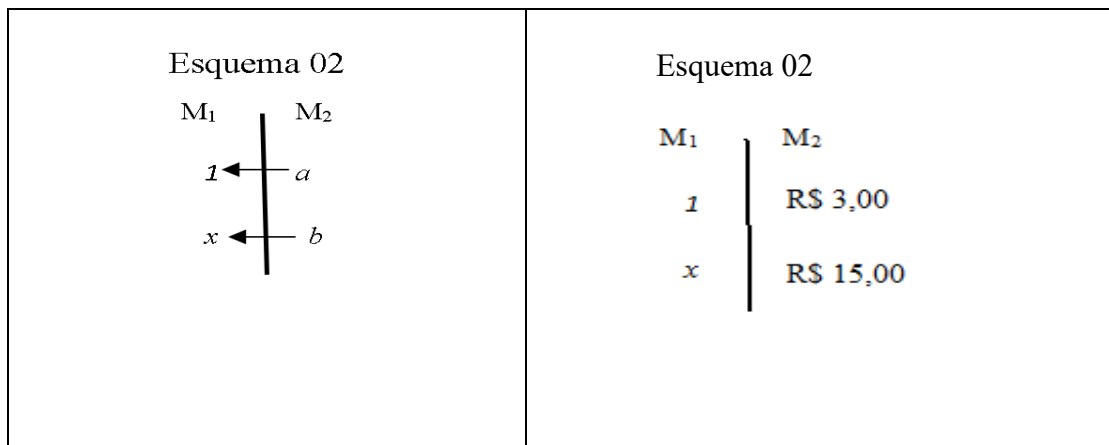


O estudante obterá o resultado identificando a razão entre  $1$  e  $a$  (o número de partes) e usando essa razão para encontrar o número que multiplicado por  $a$  dá o valor  $b$ .

Exemplo 2: Peter tem R\$15,00 para gastar e ele gostaria de comprar carrinhos em miniatura, que custam R\$3,00 cada. Quantos carrinhos ele pode comprar?

No Exemplo 2, a situação apresenta uma forma de divisão que precisa ser identificada pelo estudante sem o número de unidades, que é encontrado ao se fazer a divisão em que o valor de  $x$  representa a quantidade de carrinhos que pode ser comprado.

O Esquema 02 poderá ajudar o estudante nessa compreensão.



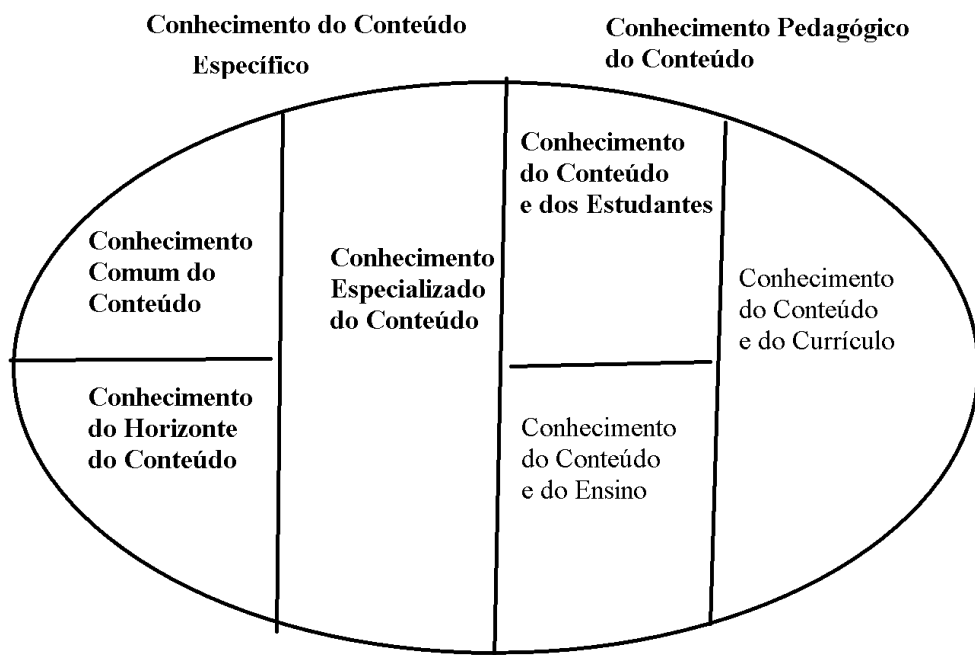
Vergnaud (1983) afirma que é frequente, principalmente quando os números não são inteiros e de baixo valor, as crianças preferirem descobrir quantas vezes  $a$  – *a cota* - cabe dentro de  $b$  (ideia da divisão de cotas), achar o operador escalar e transpô-lo para  $M_1$ , evitando assim o raciocínio de dimensões e coeficientes inversos (VERGNAUD, 1983, p. 132, tradução nossa)<sup>2</sup>.

<sup>2</sup> No original: Frequently, especially when the numbers are not small whole numbers, children prefer to find out how many times  $a$  goes into  $b$ , get the scalar operator, and transpose it in  $M_1$ . This avoids reasoning on inverse quotients of dimensions (VERGNAUD, 1983, p. 132).

Diante disso, destacamos a diferença das duas subclasses da divisão: por partes e por cota. Fundamentados em documentos oficiais como a BNCC (BRASIL, 2018) e estudos como os de Merlini, Magina e Santos (2013), escolhemos como foco a divisão com a ideia de cota. Durante os estudos em grupo realizados com os professores, consideramos a reflexão do professor acerca do processo cognitivo do aluno quanto à resolução de situações envolvendo o tema, denotando, portanto, a relevância deste estudo.

Além da Teoria dos Campos Conceituais esta investigação se referenciou na pesquisa de Ball, Thames e Phelps (2008), que foi utilizada para analisar os dados aqui apresentados. Ball, Thames e Phelps (2008) propõem, portanto, categorias distintas de conhecimentos para o ensino, conforme o esquema exposto a seguir.

**Figura 1 – Base de Conhecimento Matemático para o Ensino**



Fonte: Adaptado e traduzido de Ball, Thames e Phelps (2008, p. 403).

Neste estudo, nos ateremos a analisar o conhecimento de duas professoras acerca do conhecimento especializado do conteúdo e conhecimento do conteúdo e dos estudantes observados nas manifestações das docentes sobre as estratégias mobilizadas pelos estudantes ao resolverem uma situação matemática.

O conhecimento especializado do conteúdo, segundo Ball, Thames e Phelps (2008), é

um tipo de conhecimento que apresenta habilidades matemáticas exclusivas do professor e possibilita a compreensão das estratégias utilizadas pelos estudantes na resolução de situações, enquanto que o conhecimento do conteúdo e dos estudantes é um tipo de conhecimento pedagógico, segundo os autores, que pressupõe uma articulação do conhecimento especializado do conteúdo com aquilo que os alunos apresentam a respeito dele e o que é necessário para ajudá-los nas suas dificuldades no domínio que, nesse estudo, é no ensino das estruturas multiplicativas. Essa articulação proporciona ao professor reconhecer os erros dos estudantes e mobilizar a capacidade de analisá-los do ponto de vista matemático.

Por exemplo, quando interpretam situações que envolvem uma situação envolvendo a ideia de cota: *João tem 30 figurinhas e vai dar 5 figurinhas para cada um dos seus amigos. Quantos amigos de João ganharão figurinhas?*, é importante que o professor compreenda quais estratégias o aluno utilizará para resolvê-la. Na situação tem-se o valor do todo (30 figurinhas) e deseja-se encontrar quantas cotas (cotas de 5 figurinhas) se podem obter com essa quantidade (divide-se 30 figurinhas por 5 figurinhas para obter o número  $x$  de amigos – o número de cotas na divisão por cotas). Nesse contexto, o professor deve também compreender as aproximações e as diferenças entre os dois tipos de situações que envolvem a divisão – por partes e cota – que lhe possibilita analisar as estratégias utilizadas por seus estudantes para sua resolução e justificar corretamente, do ponto de vista matemático, as escolhas utilizadas por eles – conhecimento especializado da divisão, segundo Ball, Thames e Phelps (2008). Isso justifica a escolha do conhecimento especializado do conteúdo e do conhecimento do conteúdo e do estudante como foco do nosso estudo.

### **Aspectos Metodológicos**

Bogdan e Biklen (1994) consideram diferentes aspectos relacionados a uma pesquisa qualitativa: i) a fonte de dados é o ambiente natural; ii) os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que pelos resultados ou produtos e iii) o processo de condução de investigação qualitativa reflete uma espécie de diálogo entre os investigadores e os respectivos participantes. A coleta de dados deste trabalho ocorreu no ambiente de um grupo de estudo formado na escola onde os professores atuam.

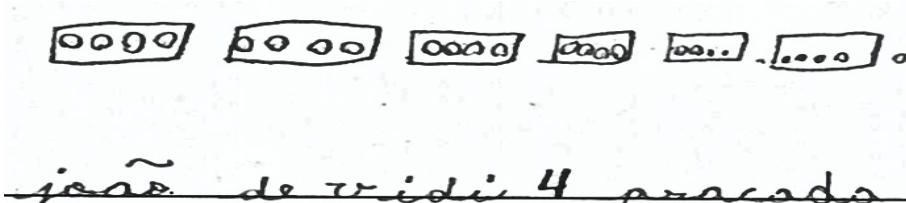
Esse grupo foi criado a partir de uma formação continuada que tinha, como abordagem, o ensino das estruturas multiplicativas, e que acontecia na escola envolvendo todos os professores que ensinavam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. Ao se estabelecer horários compatíveis a todos, 10 dos professores participantes desta formação

aceitaram o convite para participar de forma concomitante, de sessões de estudos com o intuito de aprimorar os conhecimentos, dentre eles, o desempenho dos seus estudantes, seus erros e acertos na aplicação das atividades propostas pelos organizadores da formação continuada. Em cada sessão de estudos, os depoimentos foram gravados e transcritos em sua íntegra. Investigamos, portanto, um recorte de uma das sessões sobre o conhecimento docente com base nos registros da discussão gerada e a partir da análise das reflexões explicitadas por duas professoras participantes desta sessão, acerca das estratégias em forma de desenhos pictóricos, utilizadas por três estudantes, ao resolver uma situação de divisão por cota, foram retiradas do protocolo de pesquisa e exibidos em *slides* para a análise do grupo durante a sessão. A cada tela exposta, eram geradas as discussões e as reflexões das professoras acerca da imagem a elas apresentadas.

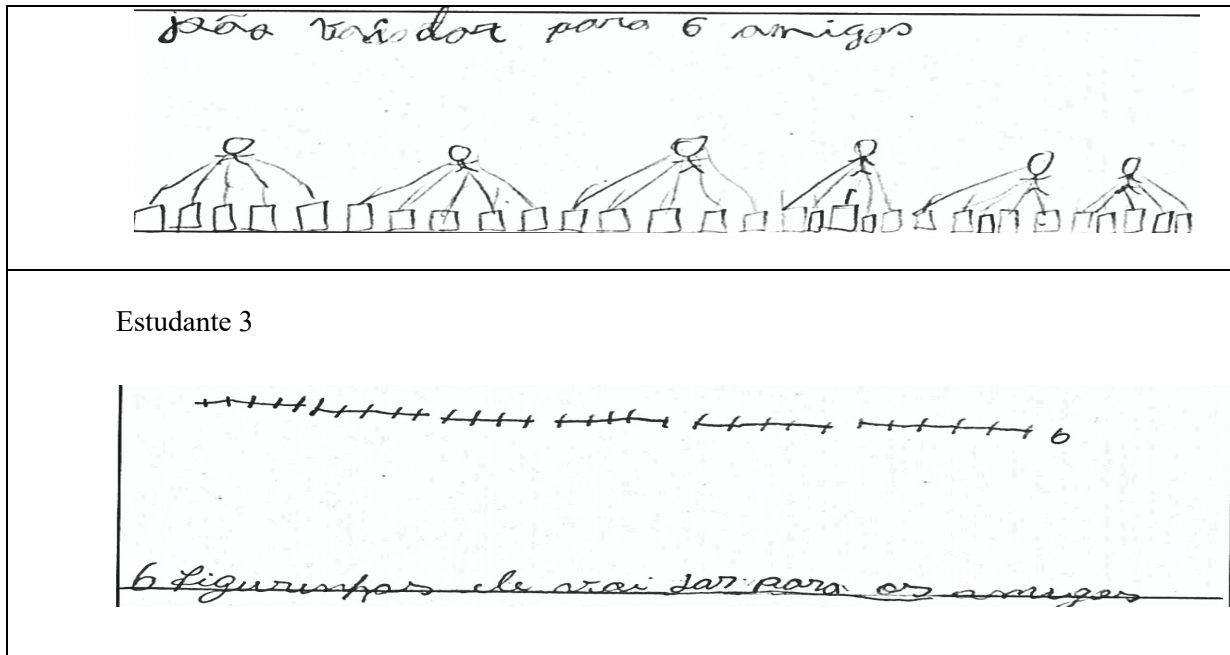
Para preservar a identidade das participantes, escolhemos nomes fictícios: Alice e Raissa. As duas professoras cursaram Pedagogia, lecionavam para o quinto ano do Ensino Fundamental e são igualmente experientes: Alice tinha 18 anos e Raissa 16 anos de experiência até o momento deste estudo.

A Figura 2 apresenta a situação e os registros em forma de desenhos propostas por 3 estudantes que foram apresentadas para análise do grupo em forma de *slides*.

**Figura 2** – Registros feitos por 3 estudantes do 5º ano, ao resolverem situação envolvendo divisão por cotas

<p>Situação: João tem 30 figurinhas e vai dar 5 figurinhas para cada um dos seus amigos. Quantos amigos de João ganharão figurinhas?</p>	
Estudante 1	
Estudante 2	





Fonte: Acervo pessoal.

O Estudante 01 desenha as “bolinhas” que considera como sendo as figurinhas, equivocando-se na quantidade delas, pois agrupou 24 em 6 grupos, sendo 4 em cada grupo restando 2 sem agrupar. Acreditamos que a quantidade 6 foi identificada como resultado desta divisão ( $30 \div 5 = 6$ ). Como a quantidade de figurinhas a serem distribuídas era 5 (cotas) e não estavam desenhadas todas, ele separou apenas 4 para cada amigo de João, confirmando na sua resposta “João dividi 4 pra cada”.

O Estudante 2 desenha todas as 30 figurinhas e os 6 amigos (resultado da divisão  $30 \div 5 = 6$ ) e distribui de forma equitativa as 5 figurinhas para cada um, confirmando em sua resposta: “João vai dar para 6 amigos”. O estudante 3 desenhou “tracinhos” representando as 30 figurinhas e separou em grupo de 5 e ao final escreveu o algarismo 6 ao lado, o que dá a entender ser o resultado das quantidades de cotas de 5 figurinhas, porém sua resposta escrita mostra que ele confundiu quantidade de figurinhas com quantidade de amigos.

### Análise e Discussão dos Dados

Reiteramos que esta investigação tem como objetivo apresentar reflexões sobre os conhecimentos das professoras participantes desse estudo, contidas em seus depoimentos acerca das estratégias mobilizadas pelos alunos ao resolverem situação envolvendo a ideia de cota na operação de divisão. Para isso, em uma sessão do grupo de estudos, apresentamos os registros das estratégias dos estudantes 1, 2 e 3 em forma de *slides*. Após a transcrição dos áudios com depoimentos das professoras Alice e Raíssa e da pesquisadora fizemos a análise

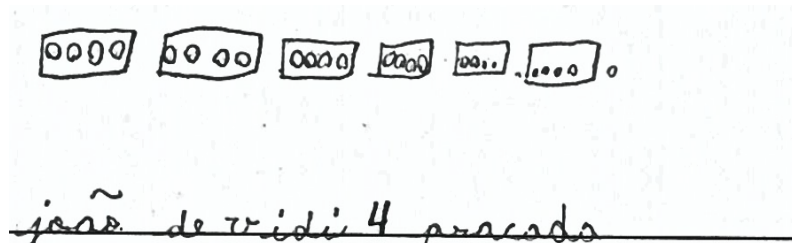
do conhecimento do conteúdo e do estudante proposto por Ball, Thames e Phelps (2008) e observados pelas participantes do estudo.

Para análise e discussão dos dados, trataremos de forma separada os registros e os depoimentos gerados ao longo das discussões sobre cada um deles.

Situação aplicada aos estudantes:

*João tem 30 figurinhas e vai dar 5 figurinhas para cada um dos seus amigos. Quantos amigos de João ganharão figurinhas?*

**Figura 3** - Registro feito pelo estudante 01



Fonte: Acervo pessoal.

Depoimentos explicitados pelas professoras Alice e Raíssa com a intervenção da pesquisadora quanto ao estudante 01

Essa é uma situação envolvendo divisão .... (pesquisadora)

*Divisão por cota. Ele já deu o todo e já especificou o quanto desse todo.* (completa professora Alice)

*Ele fez errado esse aí. Não está errado?* (professora Alice)

Sim. Mas vamos analisar o esquema em si. (pesquisadora)

*Ele fez o agrupamento. Ele agrupou.* (professora Alice)

Ele fez o agrupamento de quanto? (pesquisadora)

*Ele, ao invés de agrupar de cinco, agrupou de quatro.* (professora Alice)

Mas agrupou. A ideia da cota está aí? (pesquisadora)

*A ideia tá, mas a interpretação que ele fez está errada.* (professora Alice)

*Agrupou de quatro e sobrou uma bolinha lá fora.* (professora Alice)

Vocês elaboraram alguma hipótese para o que ocorreu? (pesquisadora)

*Estou pensando agora.... acho que ele pode ter feito mentalmente, achou o seis e, quando representou, se equivocou.* (professora Alice)

*Verdade, não tinha pensado nisso.* (professora Raíssa)

E a resposta do aluno? (pesquisadora)

*João dividiu quatro pra cada uma das seis pessoas, mas não disse qual seria a resposta. Nós é que estamos interpretando assim.* (professoras Alice e outra participante lendo juntas)

*O raciocínio que ele teve de cota valeu, porém ele não colocou os valores de cada um, não prestou atenção ao enunciado, nas grandezas.* (professora Alice)

O depoimento da professora Alice: *acho que ele pode ter feito mentalmente* foi uma forma de avaliar o conhecimento do estudante, sobre o que ele sabe acerca da situação apresentada. O uso do cálculo mental é estimulado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998, p. 114) quando descreve que *é fundamental desenvolver, nos ciclos finais, um trabalho sistematizado de cálculo que inclua a construção e análise de vários procedimentos, tendo em vista que eles se relacionam e se complementam. O cálculo escrito, para ser compreendido, apoia-se no cálculo mental, nas estimativas e aproximações.*

Correa (2004, p. 145) reforça a importância do uso do cálculo mental, quando declara:

Durante muito tempo, o cálculo mental foi negligenciado pelo currículo escolar, tendo sido, muitas vezes, sinônimo de memorização mecânica de fatos numéricos. No entanto, a descrição de estratégias de cálculo mental utilizadas pelos indivíduos para resolver operações aritméticas presentes em situações de seu cotidiano revela que, longe de ser efetuado apenas pela simples evocação de fatos numéricos, o cálculo oral utiliza-se de diversos invariantes lógico-matemáticos, muitos deles presentes no uso do algoritmo escrito.

Destacamos também nesta análise que o papel da professora Alice foi central, quando reconheceu que a situação envolvia a ideia de divisão por cota, iniciou a discussão e as demais professoras concordaram posteriormente com ela. No fim dessa discussão, a pesquisadora chamou a atenção do grupo para o fato de que estratégias erradas podem fornecer informações acerca de aspectos que ainda não foram compreendidos, quando declarou:

*Observei que a principal dificuldade do aluno foi, aparentemente, a representação do seu esquema de ação. É importante atentarmos para isso, ao analisar o que ele fez, e isso faz com que possamos elaborar melhor um esquema de intervenção que venha ao encontro das suas dificuldades.* (pesquisadora)

Corroboramos Garcia Silva, Miranda e Pietropaolo (2016, p. 6) quando afirmam, baseados nos estudos de Ball, Thames e Phelps (2008), que

Um conhecimento necessário para compreender quais são os erros comuns dos estudantes e que permita aos professores a proposição de estratégias de ensino adequadas à superação desses erros, é o que capacita esse professor a identificar e analisar situações que levam os alunos a valer-se de indícios linguísticos presentes no texto para realizar os cálculos que produzem a solução.

Portanto, o conhecimento do conteúdo e do estudante, defendido por Ball, Thames e Phelps (2008), proporciona ao professor que ensina matemática o reconhecimento de erros dos estudantes, como identificamos nessa discussão, quando interpretam situações que envolvem a operação de divisão por cota, foco do nosso estudo.

O próximo registro apresenta a resposta do estudante 02 para resolução da situação, conforme mostra a Figura 4

**Figura 4** - Registro feito pelo estudante



Fonte: Acervo pessoal.

Os depoimentos explicitados pelas professoras Alice e Raíssa com a intervenção da pesquisadora quanto ao estudante 02 estão descritos a seguir.

*Ele fez os bonequinhos e desenhou as figurinhas. Foi mais criativo. (professora Raíssa)*  
*E esse daí acertou. (professora Alice)*

*Cinco figurinhas pra cada. (professora Raíssa)*

*Ele respondeu ainda "João vai dar para 6 amigos". Seis amigos vão receber as figurinhas. (professora Alice)*

*Vocês conseguem perceber a ideia de cota nesse esquema? Ele agrupou as figurinhas ou ele distribuiu? (pesquisadora)*

*Ele agrupou, porque ele botou 5 e 5 e foi pegando, puxando. Desenhou as 30 figurinhas. Ele agrupou. (professora Alice)*

*Como ele conseguiu esses seis amigos? (pesquisadora)*

*Pra mim, esse já tem a noção da multiplicação, do algoritmo. Ele não representou ali, mas ele já sabe que existe um número que, multiplicado por 5, vai dar 30* (referindo-se ao cálculo mental). (professora Alice).

*Interessante, porque a maioria dos alunos está resolvendo a situação dessa forma, por mais que já se ensinou o algoritmo, mas eles estão indo por essa forma aí* (referindo-se aos desenhos). *Essa questão caiu na prova e quase todos resolveram com bonequinhos, com agrupamento de bolinhas... Conseguem achar a resposta, mas ainda é dessa forma que resolvem.* (professora Raíssa)

A discussão gerada no grupo de estudos sobre a visão das professoras Alice e Raíssa acerca dos registros dos estudantes 01 e 02 nos leva a afirmar que elas entendiam que os dois estudantes interpretaram a situação corretamente, bem como a operação sugerida para sua resolução que era a divisão e que se utilizaram do conhecimento específico da operação multiplicação, da representação em forma de agrupamentos e utilizando do cálculo mental, obtendo assim a resposta ao que fora questionado. No entanto, na fala da professora Raíssa ao final, o registro pictórico apenas não traduz o conhecimento do estudante sobre a divisão que, a seu ver, esta operação está atrelada com a resolução do algoritmo que a representa.

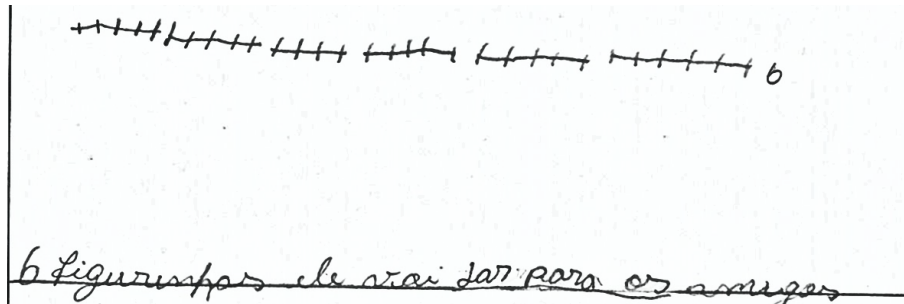
No fim da discussão, a pesquisadora retomou o fato de que o estudante poderia, inicialmente, ter agrupado, para depois indicar os amigos e, isso, só saberíamos se fossem feitas entrevistas com ele. Esse é um aspecto importante a ser observado pelo professor, que precisa também ser um investigador na sala de aula.

A pesquisadora procurou chamar a atenção dos participantes para uma possível representação da ideia de cota na divisão, mas o grupo de professores mostrou estar fortemente preocupado em priorizar os procedimentos de cálculo, como mostram os depoimentos: *esse já tem a noção da multiplicação, do algoritmo* ou *por mais que já ensinou o algoritmo, mas eles estão indo por essa forma aí* (referindo-se aos desenhos).

Uma das maneiras sugeridas por Vergnaud (1988), quando o professor pretende utilizar a sua abordagem para intervir na busca de uma resolução de uma situação de divisão por cota, é o uso de um procedimento escalar numa situação e para qualquer tarefa de valor desconhecido. O autor enfatiza que a complexidade das situações depende da sua estrutura, do contexto envolvido, das características numéricas dos seus dados e da sua apresentação; mas o significado desses fatores depende basicamente do nível cognitivo dos estudantes. Essa compreensão torna-se necessária no momento de analisar o registro utilizado pelo estudante, ao resolver uma situação.

Apresentamos para o grupo o registro do estudante 3 na resolução da situação, conforme Figura 5

**Figura 5** – Registro da resposta do estudante 3



Fonte: Acervo pessoal.

Os depoimentos explicitados pelas professoras Alice e Raíssa com a intervenção da pesquisadora quanto ao estudante 3 estão descritos a seguir

*Esse daí já é cota. Ele agrupou. Botou os tracinhos e fez os agrupamentos de 5 em 5. Ele separou as figurinhas e contou quantos grupos ele conseguiu formar com aquela quantidade. (professora Alice)*

*A criança, quando sabe mais ou menos a noção da leitura, ela lê e vê ali duas grandezas e ali ela vai saber que vai ter que agrupar. Ela sempre pega o maior, coloca na quantidade e vai, se tá pedindo ali figurinhas. Vou pegar de quantas em quantas? Aí pegou de 5 em 5. Ele deu a resposta em grupo, ele não deu a respostas em amigos. Ele contou os grupos. Os grupos representam cada amigo. (professora Alice)*

A professora Alice parece reconhecer que o esquema de ação utilizado pelo estudante 3 se aproximava da ideia de cota. Além disso, essa professora reconhece que o registro do estudante 3 foi apresentado na mesma forma como resposta ao que lhe foi perguntado, ou seja, ~~6 figurinhas de vai dar para os amigos~~ não está correto, pois a pergunta feita foi *quantos amigos de João ganhariam as figurinhas*, o que foi observado pela professora Alice: *Ele deu a resposta em grupo, ele não deu a respostas em amigos*, mesmo que a ideia da cota estivesse sendo registrada no desenho do estudante e observada pela professora Alice.

A partir das discussões geradas nesta sessão de estudos, as participantes, e sobretudo a professora Alice, explicitaram ter conhecimentos das estratégias utilizadas pelos estudantes, registradas nas suas representações pictóricas quando resolviam uma situação envolvendo a ideia da divisão por cotas. Destacamos a possibilidade de avançar nesse entendimento, pois isso favoreceria conhecer os processos pelos quais os pensamentos dos seus estudantes se desenvolvem na resolução das situações com a operação de divisão. Esse é um tipo de conhecimento que Ball, Thames e Phelps (2008) denominam de conhecimento do conteúdo e

dos estudantes e definem como um domínio específico que articula o conhecimento dos conteúdos com o conhecimento sobre os alunos, em relação ao tópico matemático estudado (no caso, a divisão).

Vergnaud (2009, p. 15) afirma que o conhecimento aprofundado do conteúdo a ensinar permite ao professor compreender melhor os processos de resolução utilizados pelos alunos e as suas dificuldades. A professora Alice demonstra compreender o processo de resolução e descreve, ao analisar o registro do estudante 3: *Esse daí já é cota. Ele agrupou. Botou os tracinhos e fez os agrupamentos de 5 em 5 ou pra mim, esse já tem a noção da multiplicação, do algoritmo.* Ou ainda, referindo-se ao registro do estudante 2: *Ele não representou ali (referindo-se ao desenho), mas ele já sabe que existe um número que multiplicado por 5 que vai dar 30 (cálculo mental).*

Diante disso, é possível constatar, nesse episódio, por meio dos depoimentos das professoras, a importância de uma análise apurada dos registros organizados pelos estudantes e, com isso, propiciar uma atitude reflexiva em relação ao ensino dos conceitos das operações envolvidas nas situações a eles apresentadas.

### **Considerações Finais**

Nossa compreensão acerca deste estudo é que o conhecimento especializado das estruturas multiplicativas e, em especial, da operação divisão e uma de suas classes (cota), ao ser analisado à luz dos depoimentos de duas professoras, refletindo com seus pares sobre as estratégias que seus estudantes representaram de forma pictórica ao resolver uma situação envolvendo o tema, as conduziu a uma (re)significação das categorias de conhecimento observadas por Ball, Thames e Phelps (2008), sobretudo ao conhecimento especializado do conteúdo e do estudante. A partir das discussões e reflexões sobre essa temática, entendemos que podemos avançar com estudos *como* os professores necessitam saber aquele conteúdo, acrescido de *o que mais* os professores necessitam saber e *como* e *onde* eles poderiam usar tal conhecimento na prática.

### **Referências**

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Education**, Sage Publications, Michigan. v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em Educação** Tradutores: Maria João Sara dos Santos e Telmo Baptista. Portugal: Porto Editora, 1994.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_-versaofinal\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_-versaofinal_site.pdf). Acesso em: 09 dez. 2019.

CORREA, J. A resolução oral de tarefas de divisão por crianças. **Estudos de Psicologia**, Universidade Federal do Rio de Janeiro, RJ, v. 9, n. 1, p. 145-155, 2004.

CORREIA, D. S. **O desenvolvimento profissional de professores que ensinam as estruturas multiplicativas**. 2018. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera de São Paulo-UNIAN, São Paulo, 2018

GARCIA SILVA, A. F.; MIRANDA, M.; PIETROPAULO, R. C. Constituição de um Grupo de Estudo na própria Escola: caminho para a (re)construção dos conhecimentos profissionais. **Com a Palavra o Professor**, Vitória da Conquista (BA), v. 1, n. 1, out. - dez./ 2016.

MERLINI, V. L.; MAGINA, S. M. P.; SANTOS, A. Estrutura multiplicativa: um estudo comparativo entre o que a professora elabora e o desempenho dos estudantes. **Actas del VII CIBEM- Congreso Iberoamericano de Educación Matemática**. ISSN 2301-0797. Montevideo, Uruguay, 2013, pp 2708-2715.

SANTANA, E. R. DOS S. **Estruturas Aditivas: o suporte didático influencia a aprendizagem do estudante?** 2010. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.

VERGNAUD, G. Multiplicative structures. In: LESH, R.; LANDAU, M. **Acquisition of mathematics concepts and processes**. New York: Academic Press, 1983, pp. 127-174.

VERGNAUD, G. Multiplicative Structures. In: HIEBERT, H.; BEHR, M. (Eds.) **Research Agenda in Mathematics Education, Number Concepts and Operations in the Middle Grades**. Hillsdale: Lawrence Erlbaum, 1988. p. 141–161.

VERGNAUD, G. Epistemologia e psicologia da educação matemática. In: KILPATRICK, J.; NESHER, P. (Eds.). **Mathematics and cognition**. Cambridge: Cambridge University Press, 1990. pp. 2–17.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escolar elementar**. Curitiba: Ed. da UFPR, 2009.