

**O ENSINO DE FIGURAS GEOMÉTRICAS ESPACIAIS NOS ANOS
INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL NO CONTEXTO DE
PESQUISA E ENSINO ENVOLVENDO A METODOLOGIA LESSON
STUDY**

*The teaching of spatial geometric figures in the Early Years of Elementary
School in the context of Research and Teaching involving the Lesson Study
methodology*

Suzete de Souza Borelli

Doutora em Ensino de Ciências e Matemática
Universidade Cruzeiro do Sul – São Paulo – Brasil
suzeteborelli@gmail.com
<http://orcid.org/0000-0002-0738-8162>

Priscila Bernardo Martins

Doutora em Ensino de Ciências e Matemática
Universidade Cidade de São Paulo – São Paulo – Brasil
Priscila.bmartins8@gmail.com
<http://orcid.org/0000-0001-6482-4031>

Resumo

Este artigo tem por propósito trazer algumas reflexões sobre a aprendizagem de uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental, envolvendo geometria e suas representações espaciais no plano. Ele foi desenvolvido em um curso de extensão no ano de 2019 em parceria com a Universidade Cruzeiro do Sul e a Secretaria Municipal de Educação de São Paulo, com o objetivo de aprofundar as reflexões dos professores sobre o Currículo da Cidade e os materiais curriculares por ela produzidos. A metodologia de pesquisa utilizada foi a qualitativa com observação participante em um processo de formação envolvendo o Estudo de Aula em uma perspectiva colaborativa. Dentre os resultados encontrados, percebemos que os professores conseguiram identificar as dúvidas de seus alunos em relação ao ensino das representações dos prismas e pirâmides em um plano, a partir de referenciais teóricos que possibilitaram a compreensão das dúvidas apresentadas pelos estudantes sobre esse tema matemático.

Palavras-Chave: Estudos de Aula. Figuras Geométricas Espaciais. Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Pesquisa e Ensino.

Abstract

The purpose of this article is to bring some reflections on the learning of a 5th grade class of elementary school, involving geometry and its spatial representations in the plane. It was developed in an extension course in the year 2019 in partnership with the Universidade Cruzeiro do Sul and the

Municipal Secretariat of Education of São Paulo, aiming to deepen the reflections of teachers about the City Curriculum and the curriculum materials produced by it. The research methodology used was qualitative with participant observation in a training process involving the Classroom Studies in a collaborative perspective. Among the results found, we noticed that the teachers were able to identify their students' doubts about teaching the representation of prisms and pyramids in a plane, based on theoretical references that enabled the understanding of the doubts presented by the students about this mathematical theme.

Keywords: Classroom Studies. Spatial Geometric Figures. Early Elementary School. Research and Teaching

Aspectos introdutórios

Este trabalho é resultado de um Projeto de Pesquisa desenvolvido em parceria entre a Universidade Cruzeiro do Sul e a Secretaria Municipal de Educação de São Paulo com o objetivo de discutir o Currículo da Cidade – Matemática (2017) e acompanhar a sua implementação em sala de aula, por meio de materiais curriculares produzidos pela própria Secretaria – Caderno da Cidade: Saberes e Aprendizagens – Matemática, 5º ano.

Para este processo, escolhemos a metodologia de formação *Lesson Study*, termo utilizado em inglês, mas de origem japonesa. No Japão, a *Lesson Study* ou Estudos de Aula, termo utilizado em alguns países como no Brasil e Portugal, consiste em um processo de desenvolvimento profissional de professores. Essa metodologia de formação caracteriza-se pela organização de grupos colaborativos que serão mediados por pesquisadores, a partir da escolha de temas definidos pelo próprio grupo, cujo foco de análise será a organização, a observação e a tematização da aula, permitindo assim a análise da prática (CURI; MARTINS, 2018).

Este artigo é um recorte do Projeto de Pesquisa desenvolvido e temos como propósito trazer algumas reflexões sobre as aprendizagens dos alunos envolvendo o Eixo Geometria, desenvolvido no ano letivo de 2019 em uma escola da Rede Municipal de Ensino de São Paulo por uma professora do 5º ano do Ensino Fundamental que se propôs a abrir as portas de sua sala de aula para ser filmada, a partir das discussões feitas, obedecendo todas as etapas do Estudo de Aula¹.

Nesse sentido, analisaremos alguns episódios que consideramos relevantes, buscando compreender quais foram os desafios e as contribuições ao utilizar a metodologia Estudos de Aula para as aprendizagens dos estudantes e para o desenvolvimento profissional dos professores que planejaram este trabalho.

¹ Faremos menção Estudos de Aula para se referir à metodologia Lesson Study.

Para a orientação do leitor, organizamos este trabalho da seguinte maneira: na seção 01 será apresentada a metodologia de pesquisa, na seção 02 será apresentado o cenário de pesquisa, em seguida, na seção 03 apresentaremos os Estudos de Aula na turma do 5º ano e por fim, teceremos nossas considerações finais sobre este percurso na seção 04.

A metodologia de pesquisa

Esta pesquisa tem cunho qualitativo e está baseada na observação participante dos 03 (três) pesquisadores, dois estudantes de doutorado e uma de mestrado, que estiveram presentes em todas as etapas do trabalho desenvolvido, o que indica a imersão nas situações propostas, discutindo e acompanhando todo processo formativo.

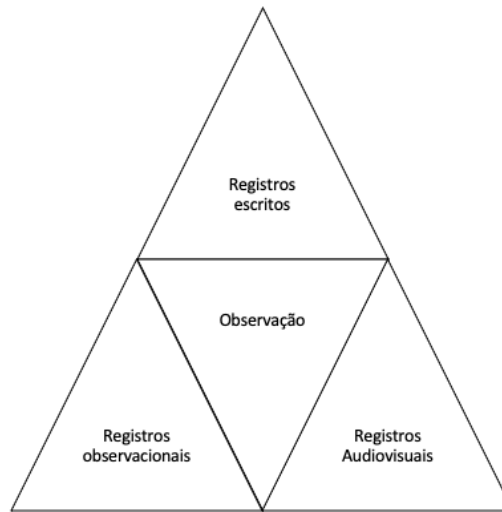
Os pesquisadores revelam aos participantes os objetivos do estudo e vão construindo as suas identidades dentro desse processo, utilizando para isso a análise de documentos que foram produzidos durante a pesquisa, a partir das necessidades indicadas pelo próprio, como por exemplo: a ideia de rede de significados, as ideias fundamentais, entre outras.

Para este processo de pesquisa, é preciso levar em conta 02 (dois) aspectos: o tempo de negociação e a interação entre pesquisadores/pesquisados. O **tempo** é destinado à negociação de significado do projeto e de aproximação entre os participantes, isso acontece em virtude de a pesquisa envolver o comportamento de pessoas e de grupos sociais, que necessitam de um período para construir vínculos afetivos, de respeito e confiança e dessa forma compartilhar objetivos e pontos de vista diferentes, por meio de um diálogo constante (VALLADARES, 2007). A **interação** também é fundamental, uma vez que as observações coletadas pelos pesquisadores dependem do seu comportamento no grupo e das relações que ela estabelece dentro dele (VALLADARES, 2007).

Esse tipo de abordagem foi escolhido por ter características processual e reflexiva, com o objetivo de produzir informações aprofundadas, onde os pesquisadores preocupam-se com os aspectos da realidade que não podem ser quantificados e se concentra na compreensão e explicação da dinâmica das relações que aconteceram, assim como nos fenômenos observados.

Para o desenvolvimento dessa investigação, utilizamos uma multiplicidade de métodos (figura 1), de maneira que o conjunto de dados desse maior segurança na discussão e análise dos resultados, minimizando qualquer distorção que possa acontecer na recolha de dados.

Figura 1 - Triangulação dos dados da pesquisa



Fonte: Dados da Pesquisa (2019)

Assim, as observações que realizamos foram registradas conforme indicado no quadro

1.

Quadro 1 - Técnicas e instrumentos de pesquisas

Técnicas e instrumentos	Aplicação da técnica e instrumentos
<p>Técnica: Observação participante</p> <p>Instrumento: Diário de bordo e grades de observações</p>	Registros pessoais do pesquisador sobre os encontros de formação continuada e sobre as aulas de Matemática observadas na escola.
<p>Técnica: Gravação em áudio</p> <p>Instrumento: gravador de voz</p>	Registros em áudio dos encontros de formação continuada.
<p>Técnica: Gravação em vídeo e fotográfico</p> <p>Instrumento: câmera de vídeo e máquina fotográfica</p>	<p>Registros em vídeo filmagem das aulas de matemática na escola.</p> <p>Registros em fotos dos encontros de formação e das aulas de matemática na escola.</p>

Fonte: Dados da Pesquisa (2019)

Após apresentação dos instrumentos de pesquisa passamos para o tópico seguinte, no qual evidenciamos o cenário do estudo.

Cenário da pesquisa

Em 2017, a Secretaria Municipal de Educação de São Paulo (SME-SP) elaborou colaborativamente o “Currículo da Cidade - Matemática”, juntamente com professores da Rede Municipal, buscando refletir nesse documento os anseios e as necessidades de aprendizagens dos estudantes. O documento curricular foi alinhado com a 3ª versão da Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017) e também com os demais documentos curriculares já produzidos pela própria Rede Municipal, incorporando os conhecimentos historicamente produzidos e ao mesmo tempo as demandas sociais advindas das escolas, tendo representantes de todos os seguimentos: alunos, pais, professores e equipes técnicas das escolas.

Após a publicação do Currículo da Cidade – Matemática, a Secretaria Municipal de Educação demonstrou uma preocupação com a apropriação dos elementos constitutivos do currículo, de modo que os professores pudessem incorporá-los em suas práticas cotidianas. Para isso, foi organizada em 2018, a produção dos Cadernos da Cidade Saberes e Aprendizagens de Matemática - 1º ao 9º ano, nas versões estudantes e professores, buscando materializar os elementos constitutivos do currículo, buscando dialogar com o ensino proposto pelo professor, mas também com as aprendizagens indicadas no currículo para os estudantes.

A partir de todos esses elementos, a Secretaria, em 2019, organiza junto com a Universidade Cruzeiro do Sul, um curso de extensão denominado “Discussões Curriculares: contribuições de um grupo colaborativo para a implementação de um novo currículo de Matemática e o uso de materiais curriculares na rede pública municipal de São Paulo”, sob a responsabilidade da Dra. Edda Curi. A ideia do projeto era levantar a compreensão que os professores tinham a respeito do Currículo e dos materiais curriculares e, ao mesmo tempo, promover reflexões que trouxessem uma maior aproximação por parte dos docentes das concepções que embasavam o próprio Currículo.

O projeto teve seu início em fevereiro de 2019, contando com a participação de 55 (cinquenta e cinco) professores, distribuídos ao longo do Ensino Fundamental, 1º ao 9º ano, 10 (dez) formadores e 01 (uma) coordenadora geral. Os professores eram todos efetivos da Rede municipal e entre os formadores, 01 (um) mestrando e 04 (quatro) doutorandos do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Unicsul e outros 05 (cinco) eram formadores das Diretorias Regionais de Educação do próprio município.

Os encontros ocorreram aos sábados, com periodicidade quinzenal, nas dependências da Universidade Cruzeiro do Sul, *campus* Liberdade. Os professores foram organizados por ciclo de Aprendizagem, de acordo com o ano de escolaridade em que atuavam – alfabetização (1º ao 3º ano), interdisciplinar (4º ao 6º ano) e autoral (7º ao 9º ano), de maneira que pudessem observar os Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento, ao longo do ciclo em que atuavam e assim estabelecessem uma correlação entre os “conteúdos” propostos e seu aprofundamento ao longo desse período de escolaridade.

Entre um encontro e outro, os professores realizavam tarefas que pudessem revelar as concepções sobre a Matemática e seu ensino; sobre os mitos e as crenças que possuíam em relação à Matemática e seu ensino e leituras de textos produzidos para aprofundamento dos elementos constitutivos do currículo, entre outras atividades, sempre levando em conta as indicações do próprio grupo de professores e dos formadores, a ideia era discutir temas que emergissem do próprio grupo, sempre de forma colaborativa, utilizando para isso a metodologia de formação Estudos de Aula.

A seguir, detalharemos como esse processo de formação aconteceu dentro do Projeto de Pesquisa e na turma do 5º ano.

Os estudos de aula em uma turma do 5º ano

A partir da descrição da organização estrutural do projeto, propusemos que para este curso de extensão fossem incorporadas mais 02 (duas) etapas nessa metodologia formação: a Formação de Formadores e a Divulgação de Resultados, pois grande parte dos formadores não conhecia essa metodologia de formação, e era importante discutir em conjunto a organização e os encaminhamentos dos projetos, de maneira a trazer maior coesão e coerência para as discussões entre os três ciclos de aprendizagens (alfabetização, interdisciplinar e autoral) uma vez que grande parte das discussões seria realizada nesses agrupamentos. Em relação à divulgação dos resultados, também acreditamos que é um momento importante para refletir sobre o processo desenvolvido, produzir sínteses e fazer indicações das dificuldades enfrentadas com possibilidades de novos encaminhamentos, diante de todo processo vivido.

Antes de discorrermos sobre cada uma das etapas, cabe destacar que a metodologia de Estudos de Aula, desenvolvida originalmente no Japão, possui apenas três etapas: o planejamento, a observação da aula e a reflexão sobre a aula. Como vimos para o desenvolvimento deste projeto, inserimos mais estas duas etapas: formação de formadores e a divulgação dos resultados. Esses dois momentos aliados aos demais - o planejamento, a observação da aula e reflexão da aula - trouxeram um estreitamento de relações entre os

participantes, permitindo maior diálogo, negociação de sentido, construção de vínculos de confiança, elementos fundamentais para a formação de grupos colaborativos, sendo assim, mostramos a seguir as etapas adaptadas pelo grupo para o desenvolvimento desse Projeto de Pesquisa.

Na etapa 1 denominada “**formação de formadores**” (**etapa 1**), aconteceram quinzenalmente, a partir de fevereiro, 21 (vinte e um) encontros, todos às quintas feiras, no período das 14h às 16h, com a coordenação do projeto e com a equipe de formadores, de modo que todos pudessem visualizar e acompanhar o desenvolvimento do projeto, além de buscar uma uniformização da linguagem, de maneira que houvesse um mesmo fio de condução do projeto, mas dando a possibilidade para os formadores fazerem adaptações nos seus subgrupos em função das demandas surgidas nele. Cabe ressaltar que esta etapa foi incluída pois apenas três dos formadores já haviam trabalhado com esta metodologia de formação, outros dois conheciam, mas não tinham trabalhado com ela e os outros cinco nunca haviam tido contato com ela.


As reuniões tinham o objetivo de fortalecer o trabalho que seria realizado; para isso, os formadores refletiam sobre o processo formativo, explicitando suas percepções do grupo: dificuldades conceituais sobre o Currículo, sobre os Objetivos de Aprendizagens e desenvolvimento, dúvidas sobre o planejamento das atividades escolhidas, da gestão da sala de aula, refletiam sobre a organização da atividade proposta no material curricular, de maneira a alcançar os objetivos propostos. Isso implicou em uma articulação entre ensino, pesquisa e formação, desenvolvida a partir das próprias demandas levantadas nos encontros com os professores.

As reuniões de **planejamento (etapa 2)** dos Estudos de Aula com os professores ocorreram também quinzenalmente, entre os meses de agosto e setembro de 2019, aos sábados, das 8h30 às 12h30. Cada ciclo de aprendizagem construiu três planejamentos, totalizando nove. Para este artigo, focaremos o planejamento do 5º ano do Ensino Fundamental, que era justamente o grupo em que as duas autoras desse artigo estavam atuando.

Esses planejamentos tiveram como base a preparação de uma aula do “Caderno da Cidade Saberes e Aprendizagens - Matemática”. Assim, os professores escolheram uma atividade desse material curricular que consideravam ser difícil para a compreensão dos alunos e coletivamente por ano, preenchiam uma ficha contendo vários itens que permitiriam que os professores analisassem elementos que o grupo considerava fundamentais para dar suporte ao professor sobre a aula que seria desenvolvida com sua turma, mas que foi pensada

de forma colaborativa por todos os participantes daquele ano. Apresentamos a seguir o modelo utilizado na figura 3:

Figura 3 - Modelo de ficha utilizada no planejamento das aulas



FICHA DO PLANEJAMENTO

Ano
Eixo estruturante
Unidade, sequência e atividade
Objetos de Aprendizagem e Desenvolvimento
Ideias Fundamentais
Tipos de Raciocínios
O que os estudantes precisam saber
Possíveis dúvidas dos alunos e professores
O que fazer
Tempo
Organização da turma
Indicadores de Avaliação

Fonte: Martins (2020)

Para a **observação da aula (etapa 3)**, foi indicado pelo grupo qual o professor que se disponibilizaria a abrir a sua sala para a filmagem da aula que foi planejada coletiva e colaborativamente, com o acompanhamento dos formadores e de outras pessoas que quisessem participar, como, por exemplo, os coordenadores das escolas envolvidas, uma vez que o projeto também teve o cuidado de apresentar a cada uma das escolas participantes seus objetivos e se propôs a fazer devolutivas das observações de aprendizagens dos estudantes percebidas no decorrer desse processo.

Após a observação da aula, os formadores reuniam-se para escolher os episódios das aulas que seriam levados para a **reflexão (etapa 4)**, reportando-se aos aspectos que foram indicados no planejamento, verificando se atingiram ou não os objetivos propostos, e trazendo as indicações do próprio grupo para a melhoria do planejamento e das próprias observações feitas pelo grupo.

Para o fechamento do trabalho, incluímos mais uma etapa nesse trabalho, **divulgação dos dados (etapa 5)**, buscando dar visibilidade às aprendizagens dos professores nesse processo, mas também mostrar para a própria Secretaria Municipal de Educação e para as próprias escolas dos participantes os resultados dessa trajetória, seja em relação a

aprendizagens do conteúdo, da própria metodologia de formação, mas principalmente das aprendizagens dos estudantes e dos professores. A seguir apresentaremos o Estudo de Aula em uma turma do 5º ano

O estudo de aula no 5º ano do Ensino Fundamental

O trabalho desenvolvido no Projeto de Pesquisa foi organizado em 05 (cinco) etapas, mas para este artigo detalharemos o planejamento, a observação e a reflexão, que aconteceu no Ciclo Interdisciplinar, onde o foco eram os professores do 5º ano.

O planejamento da atividade do 5º ano foi organizada inicialmente pelas professoras do 5º ano e posteriormente socializado e discutido com todo o grupo do Ciclo Interdisciplinar, de maneira que todos pudessem contribuir com seus conhecimentos e experiências de ensino, levantando possíveis dúvidas e perguntas dos estudantes, antecipando intervenções dos professores em função das dúvidas levantadas e trazendo indicadores de avaliação de maneira a tornar visível o alcance dos objetivos propostos e o preenchimento da ficha de planejamento, instrumento organizado pelo grupo para o acompanhamento dessa etapa da formação.

A seguir, apresentamos a atividade escolhida pelos professores para ser planejada e desenvolvida em sala de aula: Unidade 2, sequência 1, atividade 1, do Caderno da Cidade: Saberes e Atividade, conforme figura adiante.

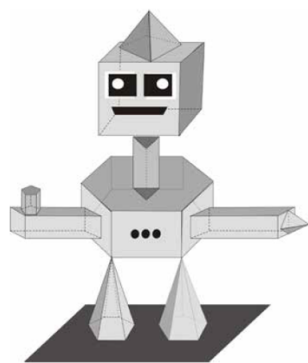
Figura 4 - Atividade do 5º ano

Nesta sequência, você irá aprofundar seus conhecimentos em geometria, discutindo características, similaridades e diferenças entre prismas e pirâmides, acompanhando as aventuras de Leticia com o brinquedo de seu irmão e com os desafios que ela fez a Talita.

ATIVIDADE 1

O irmãozinho de Leticia ganhou um brinquedo de montar de presente de aniversário. Ele pediu para Leticia e Talita ensinarem como montá-lo. Para ensinar, as amigas leram no manual de instrução a apresentação das peças. Veja o que descobriram. Este brinquedo é composto por 10 peças coloridas:

- 6 prismas e 4 pirâmides. Com elas, você pode montar o robô:



As amigas exploraram as peças e perceberam que havia diferença no formato das bases:

Entre os prismas, havia um com base triangular, três com base quadrangular, um com base pentagonal e um com base hexagonal.

1) Desenhe representações dos prismas encontrados por Leticia e Talita.

Entre as pirâmides, encontraram uma com base triangular, outra com base quadrada, outra com base pentagonal e a última com base hexagonal.

2) Desenhe representações das pirâmides encontradas por Leticia e Talita.

Fonte: Caderno da Cidade Saberes e Aprendizagens do 5º ano – Livro do professor (2019, p. 44).

Trata-se de uma atividade que envolve o Eixo Estruturante Geometria, cujo Objetivo de Aprendizagem e Desenvolvimento (EF05M15) é analisar, a partir de suas características, similaridades e diferenças entre poliedros (prismas, pirâmides e outros), nomeá-los e classificá-los. A ideia fundamental da Matemática é a representação que possibilita o uso da linguagem matemática, a construção de formas e de itinerários entre outras. Discutimos também o tipo de raciocínio que permeou a atividade, que foi o espacial, que Battista (2007) define como a possibilidade de gerar imagens, operar e transformar com as imagens e colocar essas imagens a serviço de outras operações mentais.

Além disso, as professoras levantaram os conhecimentos prévios que os estudantes deveriam saber para a realização da atividade: saber as características dos poliedros, distinguir figuras espaciais das planas, compreender que as faces dos poliedros são formadas por figuras planas, os poliedros por serem figuras espaciais sempre possuem volume, saber identificar a nomenclatura das partes dos poliedros – arestas, vértices e faces.

Os professores também levantaram as possíveis dúvidas dos estudantes em função dos conhecimentos e experiências que já possuíam: retomar o que venha a ser poliedro e polígono,

se as figuras que rolam são ou não poliedros e identificar e distinguir lado de aresta e identificar aresta de base.

A partir desse levantamento, os professores foram incentivados a refletirem sobre o que fazer nessas situações. Assim, fizeram algumas indicações para o desenvolvimento da aula: importante levar os sólidos geométricos para que os alunos em grupos pudessem observar as peças que formam o robô, recuperar a definição de prisma e pirâmide, observando os sólidos geométricos, e retomar, sempre que necessário, as características das pirâmides e prismas e se for preciso com o apoio dos sólidos, entre outros.

Para isso, os professores sugeriram que os estudantes deveriam ser organizados em 02 (dois) momentos: no coletivo para as orientações iniciais e depois em pequenos grupos para o desenvolvimento da atividade e indicaram como previsão da duração 02 (duas) horas / aulas.

Por fim, fizeram a indicação de como avaliar para que pudessem observar o alcance do ensino, se os objetivos de aprendizagens foram ou não alcançados. Para isso, sugeriram observar se os estudantes conseguem diferenciar prisma de pirâmides e como estratégia indicaram um jogo de adivinhação para identificar o sólido a partir de suas características, o jogo foi indicado para ser realizado oralmente.

Tendo o planejamento realizado, o grupo de professores levantou critérios para a escolha de uma das turmas para seria observada, filmada. O critério estabelecido pelo grupo foi que o professor seria aquele que acompanhou todo o processo de planejamento. Esclarecemos que o foco da análise não será a conduta de ensino do professor, mas sim analisar o alcance do que foi planejado, ou seja, tudo o que foi pensado antes da execução da aula.

As 03 (três) professoras que atuavam no 5º ano dispuseram-se a participar da filmagem, demonstrando confiabilidade no grupo, pois em outros projetos de pesquisa que já realizamos, percebemos que nem sempre o professor quer expor sua aula para ser filmada, pois acreditam que serão avaliados pela sua conduta em sala de aula, o que não é a intenção desse processo de formação, mas sim analisarmos a nossa forma de planejarmos e aprimorarmos nossos conhecimentos sobre o próprio conteúdo que será trabalho, as formas de organizá-los para ensinar e o alcance das intervenções que foram feitas em função do que foi planejado.

Na observação da aula planejada, as 03 (três) formadoras do ciclo interdisciplinar foram acompanhar a aula, conforme a data e horário combinado com a professora, com os alunos e com a equipe pedagógica da escola. Assim, para garantirmos o anonimato da professora que se dispôs a abrir a sua sala para observação da aula, atribuímos um nome

fictício e também apresentamos uma breve descrição de sua formação acadêmica e profissional, indicando a escola a qual pertencia dentro da Rede Municipal de São Paulo, incluindo a identificação da escola.

A professora “D” atuava no 5º ano do Ensino Fundamental na Escola Municipal EMEF Nilo Peçanha, localizada na Zona Norte de São Paulo. Concluiu o curso de Pedagogia em 2003. Em 2016, concluiu a Pós-Graduação a nível de Especialização em Alfabetização e Letramento. Atuava como professora há 15 (quinze) anos, mas há 06 (seis) anos como professora efetiva da Rede Municipal de Educação de São Paulo. Participou de outros programas de formação continuada, sendo a Implementação do novo Currículo da Cidade de São Paulo (2018) e Sondagens de Matemática (2017) um dos últimos cursos que fez.

A atividade que será analisada foi desenvolvida no dia 18 de setembro de 2019, no período da tarde, com a anuência dada pela equipe técnica na semana anterior, após serem apresentados ao projeto. Nesse dia da conversa com o diretor e coordenadora, também fomos até a sala que seria filmada e acompanhada, nos apresentamos para os estudantes e percebemos que as crianças não ficaram ansiosas, pois estavam acostumados a receberem observadores na sala de aula, uma vez que a escola participa de outro projeto financiado por uma instituição privada e frequentemente adentra às salas de aula.

Na data marcada, fomos as 03 (três) formadoras do grupo interdisciplinar acompanhar a filmagem, mas antes do início da aula a professora explicou que havia feito uma mudança no planejamento, ao invés de organizar a turma em dupla, organizou-os em grupo, pois a escola só dispunha de 05 (cinco) caixas de sólidos geométricos, material que servira de apoio à realização da atividade, conforme planejamento, e também porque ela acreditava que essa forma de trabalho favoreceria a troca de conhecimento e o compartilhamento de informações.

A professora D, ao iniciar a aula, informa que os estudantes irão aprofundar seus conhecimentos sobre as figuras geométricas espaciais. Informa também que eles deveriam utilizar os conhecimentos que já possuíam sobre as nomenclaturas e as características das figuras espaciais. Em seguida apresenta a atividade para os estudantes, solicitando que observassem o robô. Esclarece que deveriam representar por meio de desenhos as partes que compõem o robô, conforme indicado no Caderno da Cidade: Saberes e Aprendizagens.

Antes dos estudantes iniciarem a atividade, a professora retoma alguns conceitos, lembrando que as figuras geométricas espaciais podem ser organizadas em pelo menos 02 (dois) grupos: corpos redondos (cones, cilindros e esferas) e os não redondos (prismas, pirâmides e outros poliedros) e retoma ainda a nomenclaturas das figuras espaciais e suas características como por exemplo os elementos constitutivos: vértice, arestas e faces. A

professora manteve a atenção dos estudantes e sustentou o planejamento tal qual o que foi organizado pelo grupo.

A partir das orientações, os estudantes começaram a manusear os sólidos geométricos e indicaram as suas nomenclaturas, por exemplo: este é um cubo e mostravam uns para os outros o cubo, depois mostravam quais eram as arestas, quais eram as faces e quais eram os vértices. Essas discussões serviriam de apoio para as representações que os estudantes deveriam realizar, de acordo com a proposta da atividade.

Ao acompanhar as discussões dos grupos, percebemos que esta etapa de manipulação dos sólidos geométricos contribuiu para que os estudantes pudessem visualizar as peças que compunham o robô e que seriam representadas por meio de desenhos. Vejamos um diálogo entre eles, como exemplo:

Professora: Qual peça você pegou?

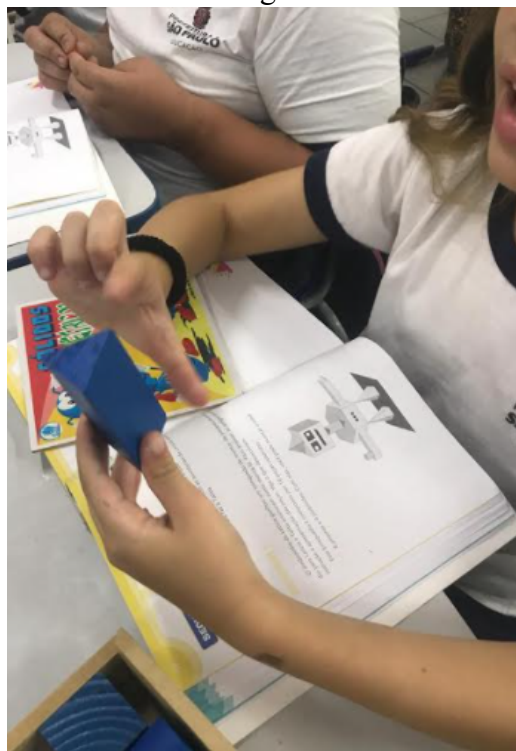
Estudante A: um prisma de base triangular

Professora: você sabe como são chamadas as partes que compõem este sólido?

Estudante A responde mostrando que as “linhas laterais” são chamadas de arestas, os “bicos” de vértices e as “laterais”, mostrando com a mão são as faces.

Vejamos a figura 5 a seguir:

Figura 5: Aluna descrevendo o nome e a composição das partes de um prisma de base triangular



Fonte: Dados da Pesquisa (2019).

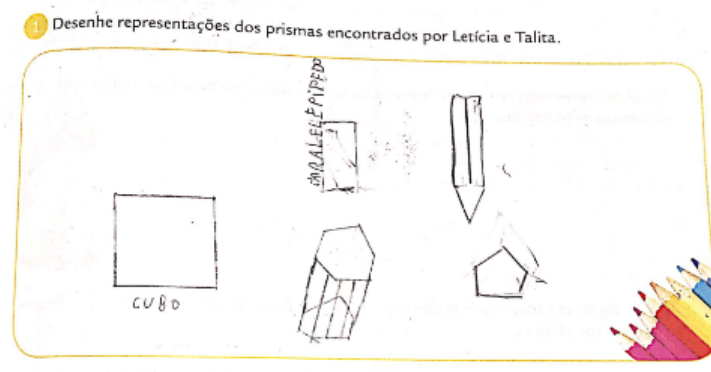
Percebemos que a manipulação dos sólidos e as discussões nos grupos sobre as características das figuras ajudaram no processo de representação dos sólidos, mostrando um avanço no conhecimento, pois passaram da manipulação dessas figuras para a sua representação, corroborando Pais (1996, p. 68):

A representação dos conceitos geométricos por um desenho é um recurso didático mais fortemente consolidado no ensino e na aprendizagem da geometria. Quer seja na representação de figuras planas ou espaciais, o desenho..., uma passagem quase que obrigatória no processo de conceitualização geométrica.

Durante o trabalho realizado e captado pela filmagem, a professora e as observadoras andaram pela sala atentas às perguntas e às afirmações que eram feitas pelos alunos nos grupos, que reconheceram que as faces laterais dos prismas são formadas por triângulos e as faces dos prismas são formadas por quadriláteros. A observação a partir da manipulação ajudou os estudantes a perceberem algumas regularidades desses sólidos geométricos.

Ao percorrer a sala, a professora percebeu que um dos estudantes representou algumas partes do robô por figuras planas. Ele representou cabeça por um quadrado, quando deveria ter representado um cubo, os braços por um retângulo, quando deveria ter desenhado um paralelepípedo, ou prisma de base retangular e o corpo que representou um prisma de base hexagonal. conforme a figura 6:

Figura 6 - Representação do objeto geométrico espacial feito por um estudante



Fonte: Dados da Pesquisa (2019).

A professora ao observar o desenho feito pelo estudante, faz alguns questionamentos:

Professora: O que você representou aqui, apontando para o quadrado?

Estudante: a cabeça.

Professora: Pegue o sólido que representa a cabeça.

Desse modo, o estudante pega dentre os sólidos, o cubo. O diálogo continua.

Professora para o grupo de estudantes: como podemos representar este sólido? Nesse momento, após um pequeno silêncio, uma das estudantes do grupo, mostra o cubo que ela desenhou.

A professora questiona o estudante A: O desenho está igual ou diferente?

Estudante A: Igual, ela representou o cubo.

A professora insiste: o desenho está igual ao seu?

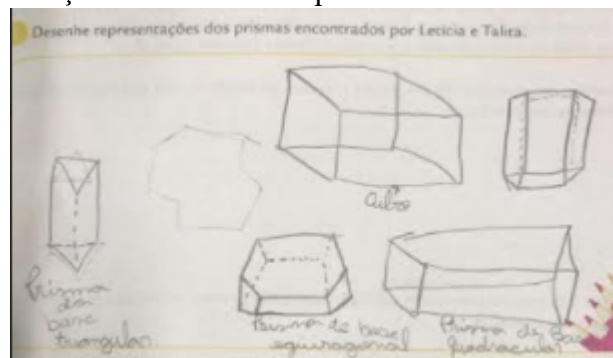
O estudante olha novamente o desenho e não consegue perceber nenhuma diferença, ou seja, para ele a representação correspondia às partes dos robôs da figura apresentada na atividade. A professora, diante disso, solicita que ele manipule novamente o cubo, o paralelepípedo e o prisma de base pentagonal e verifique se as representações feitas correspondiam ao objeto manipulado. Para dar apoio ao estudante, a professora questiona:

Professora: Vocês concordam com a afirmação do colega A?

Estudante B: Não, este aqui, não é um quadrado, é um cubo — mostrando o cubo. E complementa: Veja como eu fiz — mostrando o desenho que ele fez, em perspectiva.

Vejamos a figura 7:

Figura 7 - Representação do aluno B dos prismas encontrados no desenho do robô.



Fonte: Dados da Pesquisa.

Como podemos observar, não é fácil para as crianças observar que as faces das figuras espaciais são compostas por figuras planas. O que eles muitas vezes conseguem abstrair é observar apenas uma das partes que compõem esta figura. Nesse sentido recorremos a Pais (1996), quando ele traz que a representação na geometria espacial se utiliza do recurso da perspectiva:

Este uso da perspectiva que serve para colocar em evidência a terceira dimensão do objeto representado, é uma das maiores dificuldades encontradas pelos alunos nas aprendizagens dos conceitos espaciais. Neste sentido, Bonafe (1988) analisa em detalhes as dificuldades do ensino da geometria espacial, quando o aluno ainda não tem imagens mentais suficientemente operacionais para decodificar um desenho em perspectiva (PAIS, 1996, p. 68-69).

Parzysz (1988) também afirma que os estudantes podem entrar em conflito entre 02 (dois) aspectos distintos: o que vê e o que sabe sobre o objeto que será representado, ou melhor, o estudante desenhou o que viu, representando uma das faces do cubo, isto é, o quadrado, mas não conseguiu desenhar o que sabia que a figura representava, ou seja, um cubo. O mesmo aconteceu com o braço e uma das mãos do robô que foi representado apenas por um retângulo e por um pentágono, não pela perspectiva de um paralelepípedo e de um prisma de base pentagonal.

A intervenção da professora, dando voz aos colegas do grupo, fazendo com que trocassem informações sobre o objeto de estudo – as figuras espaciais e suas representações – mostra-se suficiente para que o aluno estabelecesse uma comparação entre os desenhos feitos e o robô. O material disponibilizado pela professora foi um apoio para que os alunos realizassem a atividade e os retomassem sempre que houvesse uma dúvida em sua representação.

Considerações sobre a observação da aula pelas pesquisadoras

Durante a observação da aula, a professora nunca dava respostas aos estudantes, mas devolvia a pergunta para um aluno ou para o grupo, ou formulava novas questões para que os estudantes pudessem buscar a resposta para suas dúvidas ou mesmo para confirmar a observação apresentada sobre algumas das características das figuras espaciais.

A professora incentivou o tempo todo a comunicação entre eles, favorecendo a sistematização das informações, que foi feita nos próprios grupos e validada por ela, pois solicitava que comparassem suas representações, chamando a atenção se elas se pareciam ou não com o sólido apresentado. Isso possibilitou que os estudantes observassem se os desenhos representados fizeram ou não o uso da perspectiva, contribuindo para que eles percebessem a diferenciação entre as representações das figuras planas e das espaciais, principalmente em relação às pirâmides e aos prismas, como também das partes que as compõem.

Observamos também que a professora também adaptou a situação de avaliação, transformando a proposta individual em coletiva, ou seja, um grupo descreveria as características de um sólido para que outro grupo descobrisse de qual sólido se tratava.

Percebemos que os estudantes gostaram de realizar essa atividade avaliativa e demonstraram bastante conhecimento ao fazê-lo, tanto para descrever as características dos sólidos – prisma e pirâmides - quanto para descobrir a qual sólido a descrição se alinhava.

A reflexão da aula no grupo de pesquisa

Para a reflexão, utilizamos como parâmetro o planejamento da própria aula e alguns episódios que as observadoras consideraram importante trazer para o grupo: a do estudante que fez o desenho de um quadrado, acreditando que ele representa um cubo e o outro discutindo a dificuldade de alguns estudantes em representar as figuras espaciais, pelo fato dos estudantes precisarem utilizar a perspectiva para representá-las.

Na discussão do “cubo ser um quadrado” indicado na fala do estudante a reflexão recaiu sobre quais seriam as possibilidades de intervenção que poderiam ser propostas, já que isso não foi previsto no planejamento. Os professores indicaram a retomada conceitual das características do cubo: ele é uma figura espacial, um poliedro regular; composto por 06 (seis) faces quadrangulares; 08 (oito) vértices e 12 (doze) arestas. Se este poliedro tem todas essas características, seria interessante devolver a pergunta dizendo: será que a representação do quadrado corresponde a todas estas características apresentadas?

O grupo assistiu os episódios selecionados e destacou a importância das perguntas formuladas pela professora e pelas formadoras, que inicialmente deveriam apenas observar, mas como a professora não poderia estar em todos os grupos ao mesmo tempo e as observadoras estavam circulando também pelos grupos, elas acabaram também fazendo novas perguntas permitindo novas reflexões aos estudantes. No entanto, esta intervenção não é prevista no Estudo de Aula. Mas, o que ocorreu com o aluno A também acabou acontecendo em outro grupo em que das observadoras estavam acompanhando. A observadora pediu para que o estudante observasse novamente o cubo (manipulasse o sólido geométrico - cubo) e verificasse quantas faces no formato quadrangular ele possuía. Elas estão representadas no seu desenho? Ele diz não, então, o que é preciso fazer?

Outro ponto de destaque na escolha dos episódios foi a dificuldade dos estudantes em representar os prismas e as pirâmides, ou seja, de desenhar as figuras tridimensionais em suas representações planas, como apontadas por Bonafe (apud PAIS, 1996), ao afirmar que para uma aprendizagem ser significativa o estudante precisa articular as propriedades dos objetos espaciais com as propriedades planas do desenho que será representado. Se o estudante for representar, por exemplo, um cubo, é preciso que ele conheça a sua composição: é composto por 06 (seis) “quadrados” que os ângulos de suas faces são retos e que precisará perceber que na sua representação plana, esses ângulos não serão mais retos, interferindo assim na sua representação gráfica.

A partir desses 02 (dois) aspectos, os professores solicitaram indicações de leitura para que pudessem aprofundar seus conhecimentos sobre essas dificuldades, o que contribuiria para novas perspectivas para olhar o ensino, visto que estes saberes não se dão de maneira espontânea por parte dos estudantes. As formadoras indicaram: “Figuras Geométricas Espaciais”, de Martins e Curi (2017), publicado no documento “Orientações Didáticas do Currículo da Cidade - Matemática”, destacando o teórico Parzys² (1988), e o “Espaço e forma: a construção de noções geométricas pelas crianças das quatro séries iniciais do ensino fundamental” de Pires (2001).

Cabe também destacar que a professora D organizou um pequeno relato, trazendo as suas impressões sobre a aula. Disse que tentou ser fiel ao planejamento organizado pelo grupo, uma vez que a ideia era trazer elementos de reflexão sobre as estratégias que foram discutidas durante os encontros no projeto.

Considerações finais

Este Estudo de Aula trouxe algumas contribuições importantes para os estudantes envolvidos, pois observamos que eles já possuíam muitos conhecimentos sobre as características das pirâmides e dos prismas, conheciam seus elementos: arestas, faces, base e vértices, permitindo que distinguíssem com certa facilidade prismas de pirâmides, a partir da manipulação dos sólidos geométricos.

No entanto, todo esse conhecimento sobre as características dos prismas e das pirâmides nem sempre contribuiu para a representação dessas figuras, uma vez que elas devem ser desenhadas em perspectiva, o que exige que os estudantes devem fazer adaptações entre o que sabem e o que precisará ser representado.

Os professores também perceberam a necessidade de aprofundamento sobre este conteúdo para ensinarem melhor, pois nunca haviam parado para pensar sobre essa dificuldade de representação das figuras espaciais no plano.

Entendemos que em todo o desenvolvimento do Projeto afloraram algumas características importantes como: diálogo, negociação, confiança, autonomia, espontaneidade, respeito mútuo, aspectos que foram determinantes para que os professores pudessem perceber as dúvidas e dificuldades que poderiam surgir, mesmo tendo um percurso de planejamento de ensino que consideramos bem delineado, mas que a imprevisibilidade na sala de aula mostrou

² Bernard Parzys, um estudioso que investigou o modo de os estudantes representarem um objeto geométrico por meio de um desenho, buscando organizar a representação e as propriedades que conhecem (o sabido) de forma compatível com a imagem mental que eles têm do objeto (o visto).

que nem sempre tudo será possível de ser planejado. No entanto, pudemos constatar que a professora D deu aos estudantes orientações para que, entre eles, pudessem resolver as 02 (duas) dificuldades apresentadas, o cubo ser representado por um quadrado, como também um paralelepípedo ser apresentado como um retângulo.

Referências

BATTISTA, M. The development of geometric and spatial thinking. In: LESTER, F. (Ed.). *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*. Reston, VA: NCTM, 2007. pp. 843-908.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: educação é a base**. Brasília, DF: MEC, 2017.

CURI, E.; MARTINS, P. B. Contribuições e desafios de um projeto de pesquisa que envolve grupos colaborativos e a metodologia Lesson Study. **Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Tecnologia: REBCT**, Ponta Grossa, v. 11, n. 2, p. 268-287, 2018.

PAIS, C. L. Intuição, experiência e teoria geométrica. **Zetetike**, São Paulo, v. 4, n. 6, p. 65-74, 1996.

PARZYSZ, B. Knowing vs. Seeing: problems of the plane representation of space geometry figure. **Educational Studies in Mathematics**, n. 19, p. 79-92, 1988.

PIRES, C. M. C. **Espaço e forma: a construção de noções geométricas pelas crianças das quatro séries iniciais do ensino fundamental**. São Paulo: PROEM, 2001. v. 1. p. 286.

SÃO PAULO (Município). Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica. **Currículo da Cidade: Ensino Fundamental: Matemática**. São Paulo: SME/COPED, 2017.

SÃO PAULO (Município). Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica. **Orientações Didáticas do Currículo da Cidade: Matemática: volume 1**. São Paulo: SME/COPED, 2018.

SÃO PAULO (Município). Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica. **Orientações Didáticas do Currículo da Cidade: Matemática: volume 2**. São Paulo: SME/COPED, 2018.

SÃO PAULO (Município). Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica. **Caderno da Cidade: Saberes e Aprendizagens - Matemática**. São Paulo: SME/COPED, 2019.

VALLADARES, L. Os dez mandamentos da observação participante. **Revista Brasileira de Ciências Sociais**, São Paulo, v. 22, n. 63. 2007. Disponível em:

http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_issuetoc&pid=0102-690920070001. Acesso em: 28 dez. 2018.

Recebido em 14 de maio de 2021
Aprovado em 06 de junho de 2021