

ALGUMAS REFLEXÕES SOBRE O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO NO CURRÍCULO DE MATEMÁTICA DA CIDADE DE SÃO PAULO

SOME REFLECTIONS ON THE DEVELOPMENT OF GEOMETRIC THINKING IN THE CITY OF SÃO PAULO MATHEMATICS CURRICULUM

Edda Curi

Doutora em Educação Matemática
Universidade Cruzeiro do Sul - Unicsul

edda.curi@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0001-6347-0251>

Resumo

Este artigo tem como finalidade analisar o Currículo da Cidade de São Paulo no que se refere ao ensino de Geometria, envolvendo figuras planas e espaciais, ao longo dos anos iniciais do Ensino Fundamental. O estudo é realizado com base nas pesquisas de Van Hiele (1986) sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico. Permite articular a pesquisa e o ensino em Educação Matemática. Como metodologia de pesquisa são usados procedimentos de pesquisa documental. O documento analisado foi construído coletivamente, por um grupo formado por professores que ensinam Matemática na rede municipal, alguns gestores e técnicos da Secretaria Municipal de Educação e de assessores. Apresenta uma introdução que aborda o ensino de Matemática e uma lista de objetos do conhecimento com seus respectivos objetivos de aprendizagem e desenvolvimento por ano de escolaridade, além de textos de orientações didáticas baseados em pesquisas, publicados em dois volumes. Entre os resultados destacam-se nos objetivos de aprendizagem e desenvolvimento indicações de propostas para o ensino de Geometria que são promissoras para o desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Palavras-Chave: Pensamento geométrico. Currículo da cidade. Objetivos de aprendizagem e desenvolvimento. Níveis de Van Hiele. Anos iniciais do Ensino Fundamental.

Abstract

This article aims to analyze the Curriculum of the City of São Paulo with regard to the teaching of Geometry, involving plane and spatial figures, throughout the early years of Elementary School. The study is based on research by Van Hiele (1986) on the development of geometric thinking. It allows articulating research and teaching in Mathematics Education. As a research methodology, documentary research procedures are used. The analyzed document was built collectively, by a group formed by teachers who teach Mathematics in the municipal network, some managers and technicians from the Municipal Department of Education and advisors. It presents an introduction that addresses the teaching of Mathematics and a list of knowledge objects with their respective learning and development objectives by year of schooling, in addition to texts of didactic guidelines based on

research, published in two volumes. Among the results stand out in the objectives of learning and development, indications of proposals for the teaching of Geometry that are promising for the development of geometric thinking of students in the early years of Elementary School.

Keywords: Geometric thinking. Curriculum of city. Goals of learning and development. Van Hiele's levels. Beginning of Elementary School.

Introdução

Este artigo tem como finalidade analisar o Currículo de Matemática da Cidade de São Paulo no que se refere ao ensino de Geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental, envolvendo figuras geométricas planas e espaciais. Apoia-se nos estudos de Van Hiele (1986) sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico e a taxonomia revisitada de Benjamim Bloom (apud KRATHWOHL, 2002) e permite uma articulação entre pesquisa e ensino em Educação Matemática.

De acordo com a natureza do objeto estudado (um documento curricular) e da questão que se quer investigar, o instrumento metodológico utilizado para este texto refere-se à análise de documentos, o que caracteriza a pesquisa documental. Cellard (2008) evidencia que uma pesquisa documental se caracteriza quando se utilizam documentos, ou seja, produções e registros que não tiveram tratamento analítico ou que as análises não têm o foco em que se objetiva extrair informações destas fontes. O autor destaca que em uma análise documental, o pesquisador investiga, examina, avalia, usando técnicas apropriadas de manuseio, seguindo procedimentos, organizando dados a serem categorizados e analisados para então elaborar sínteses e conclusões.

O potencial desta escolha metodológica é reafirmado por Cellard (2008) ao indicar que na pesquisa documental a influência do pesquisador é mínima, embora este tenha se envolvido com o documento pesquisado, uma vez que o processo de investigação parte do contexto sócio-histórico da produção do documento, seus elementos constitutivos, o que possibilita uma análise fidedigna pelo constante confronto entre os cenários empírico e teórico, permitindo diferentes e novos olhares sobre o objeto investigado e o consequente aprofundamento de sua compreensão.

Para o procedimento de análise de dados, seguimos Lüdke e André (1986) e Minayo (1998) que destacam o procedimento alicerçado na seleção de segmentos específicos do conteúdo dos documentos a serem analisados, envolvendo um processo indutivo de leitura e numerosas releituras que culmina na construção de categorias de análise.

Com base em Cellard (2008), a análise inicia-se com uma apreciação de alguns elementos relativos ao documento Currículo da Cidade de São Paulo de Matemática como contexto, autores, interesses, confiabilidade, natureza do texto e conceitos chave.

A partir da identificação desses elementos e após várias leituras dos objetivos de aprendizagem e desenvolvimento, foram organizadas as categorias de análise com bases teóricas nos estudos de Van Hiele (1986). A releitura dos objetivos e a análise dos verbos de cada um deles indicaram a necessidade de criação de uma nova categoria, um nível de transição entre o visual e o de análise (VAN HIELE, 1986), que foi denominado de Nível Intermediário. Essa categoria se faz necessária, uma vez que os verbos “representar e desenhar” retratam um nível de transição, entre o nível visual e o de análise, pois à medida que uma criança representa uma figura geométrica ela pode se basear, ao mesmo tempo, no que conhece do visual da figura e ainda nas suas propriedades e características.

A partir da organização dessas categorias os objetivos de aprendizagem e desenvolvimento foram enquadrados, o que possibilita uma visão do desenvolvimento do pensamento geométrico ao longo dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Apreciação inicial do currículo da Cidade de São Paulo de Matemática

Conforme anunciado no item anterior, esta apreciação parte de algumas constatações sobre o contexto em que o documento foi elaborado. O Currículo da Cidade de São Paulo – Matemática (SÃO PAULO, 2017) foi organizado no contexto de um grupo de trabalho formado por professores que ensinam Matemática na rede pública municipal de São Paulo, alguns técnicos de Diretorias de Ensino e da Secretaria Municipal de Educação de São Paulo com a formação em Matemática que pertenciam a núcleos técnicos de currículo, de formação de professores e de avaliação, além de duas assessoras, educadoras matemáticas com muita experiência em discussões e elaboração de currículo e na formação de professores.

Também fazia parte do contexto da elaboração do documento os materiais curriculares utilizados na rede nos últimos anos para que não houvesse ruptura entre o que era proposto e as novas orientações curriculares. O propósito de não haver grandes rupturas com documentos anteriores era para que os professores percebessem uma continuidade, mas uma evolução no currículo e não uma ruptura, ou seja, “não fazer mais como se fazia” porque mudou a orientação “do governo”.

Na época da elaboração do documento, havia também uma discussão para finalização da Base Nacional Comum Curricular que estava em sua terceira versão e que também deveria servir de apoio para o novo documento curricular.

Dessa forma, o Currículo da Cidade (SÃO PAULO, 2017) foi elaborado com base em documentos curriculares anteriores da própria rede e também se apoiando na BNCC para situar os professores no contexto vigente na época da elaboração, embora a BNCC ainda não estivesse em sua versão definitiva. O documento foi publicado para subsidiar o ensino de Matemática e distribuído a todos os professores que ensinam Matemática na rede municipal de São Paulo. Em sua primeira tiragem, em 2017, foi enviado, pelo menos um exemplar, a todas as escolas dessa rede totalizando 5031 exemplares. Além disso, é um documento de domínio público e encontra-se no Portal da Secretaria Municipal de Educação de São Paulo para acesso irrestrito, na sua segunda versão publicada em 2019.

Nesse contexto histórico e social em que foi elaborado o referido currículo, foi possível perceber as concepções que o orientam como as ideias fundamentais da Matemática, os diferentes tipos de processos e raciocínios matemáticos, entre outras que subsidiam o *corpus* do documento e que fazem parte da visão de seus autores, principalmente das assessoras, evitando interpretações pessoais ou parciais de quem analisa o documento.

Com relação às assessoras, elas tinham vasta experiência na elaboração de materiais curriculares e nas discussões que envolvem currículo e formação de professores. Também estiveram envolvidas com os documentos curriculares anteriores dessa rede, em termos de autoria ou de discussão, e da própria Base Nacional Comum Curricular — BNCC (BRASIL, 2017) participando de grupos de discussão e de análise de algumas versões deste último documento. Assim, o conhecimento sobre os trabalhos e o pensamento das assessoras permitiu fazer a leitura das entrelinhas do documento analisado para este artigo, evitando interpretações errôneas. Como afirma Cellard (2008), é importante conhecer a identidade e as concepções de autores de um documento, o que permite avaliar melhor a credibilidade do mesmo. No caso do currículo analisado, o conhecimento do pensamento das assessoras permitiu perceber a interpretação dada a alguns elementos, identificar a tomada de posições que transparece nas indicações do currículo, compreender descrições, definições e conceituações matemáticas apresentadas. O conhecimento da procedência do texto analisado facilita a averiguação de sua autenticidade e revela confiabilidade.

Uma primeira leitura do texto permite ao leitor se apropriar das informações veiculadas. As posições são claras e objetivas e tomam por base pesquisas atuais em

Educação Matemática. Alguns conceitos foram esclarecidos no documento para que houvesse melhor entendimento. Mesmo com esses esclarecimentos, o documento curricular é complementado por um conjunto de orientações didáticas (organizadas em dois volumes), destinadas aos professores para melhor compreensão do currículo.

Percebe-se uma lógica na organização do Currículo da Cidade (SÃO PAULO, 2017), de acordo com a natureza do documento. Cabe destacar que as referências bibliográficas apresentadas indicam o uso de estudos e pesquisas recentes em Educação Matemática.

O documento, na parte específica do ensino de Matemática, se inicia com uma discussão sobre o ensino e aprendizagem de Matemática, focaliza diferentes estratégias de ensino, apresenta uma estrutura curricular organizada em dois tipos de Eixo. Um deles, denominado de Eixo Estruturante, envolve os grandes temas matemáticos, de acordo com o que é proposto na BNCC (Números, Geometria, Álgebra, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística). O outro, denominado Eixo Articulador, envolve Jogos e Brincadeiras, Processos Matemáticos e Conexões Extramatemáticas, permitindo estabelecer relações tanto intramatemática como extramatemática.

No Currículo da Cidade há uma discussão desses Eixos, com explicitação do que se espera em cada um deles e possibilidades de integração. Os dois tipos de eixo citados se desdobram em objetos do conhecimento e objetivos de aprendizagem e desenvolvimento por ano de escolaridade. Os Objetos do Conhecimento, apresentados em cada Eixo, se referem aos conteúdos matemáticos para aquele ano de escolaridade.

Os Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento são apresentados no Currículo por meio de um verbo no infinitivo, que indica um processo cognitivo, acompanhado de um Objeto de Ensino e um Complemento que pode ser opcional e vir ao final ou no meio do objetivo.

A organização estrutural dos objetivos permite a utilização da taxonomia revisitada de Bloom (apud KRATHWOHL, 2002) e, no Eixo de Geometria, o uso dos níveis do pensamento geométrico destacados nas pesquisas de Van Hiele (1986).

Para este artigo, analisaremos os Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento do Currículo da Cidade – Matemática (2017) que estão alocados no Eixo Estruturante de Geometria, envolvendo figuras planas e espaciais, nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Aportes teóricos

Os aportes teóricos se relacionam aos estudos sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico e sobre a taxonomia de Bloom revisitada.

O modelo do pensamento geométrico tem sua origem em 1957, nas dissertações de doutorado de Dina van Hiele-Geldof e Pierre van Hiele na Universidade de Utrecht, nos Países Baixos. Os autores basearam-se no pressuposto de que o pensamento geométrico ocorre em níveis graduais, conforme a complexidade e que esses níveis não dependem da idade do estudante e sim de sua vivência com os entes geométricos. Dessa forma, defendem que o foco é o aluno, seu pensamento geométrico. O modelo Van Hiele foi construído para figuras geométricas planas, mas é usado também para as figuras geométricas espaciais.

Os autores destacam que a passagem de um nível para o outro depende da exploração que o professor faz em sala de aula das figuras geométricas. Consideram que essa passagem não é homogênea, que o estudante pode estar em um dos níveis para um tipo de conhecimento geométrico e em outro nível para outro tipo, por exemplo.

Consideramos importante que o professor conheça esses níveis e que o planejamento de suas aulas proporcione a evolução do pensamento geométrico, sempre com base nos conhecimentos dos alunos e no currículo.

Os estudos de Van Hiele (1986) apresentam cinco níveis do desenvolvimento do pensamento geométrico: Visualização, Análise, Dedução Informal, Dedução, Rigor. Estes níveis são discutidos a seguir.

O nível *visualização* compreende o reconhecimento das figuras pela imagem, independentemente das propriedades geométricas delineadas. O reconhecimento de uma figura por parte do estudante é feito pela aparência da figura. Nesse nível, o estudante faz a reprodução das figuras de acordo com o que ele vê e/ou já construiu no seu pensamento em relação à figura, mas sem se ater às suas propriedades. Ainda nesse nível, os estudantes se apropriam do vocabulário geométrico básico referente a essa(s) figura(s), usando terminologias específicas. Também associa elementos da natureza ou de arte ou da construção humana a modelos visuais de figuras conhecidas.

Em termos de figuras espaciais, nesse nível os estudantes reconhecem globalmente, por exemplo, que um chapéu de palhaço e uma casquinha de sorvete têm aspectos comuns (uma ponta e uma parte arredondada). Eles podem identificar, de forma global, pela aparência, que essas formas são “parecidas” com a figura geométrica denominada cone. Nesse

tipo de tarefa, a exploração visual ocorre na análise de uma representação da figura (desenho ou mesmo a figura cartonada).

Em se tratando das figuras planas, os estudantes reconhecem pela aparência global, por exemplo, que há figuras circulares e outras poligonais, ou ainda figuras com 3 lados, com 4 lados, com 5 lados. À medida que percebem os aspectos comuns e diferentes entre as representações das figuras planas vão aprendendo também a nomeá-las de acordo com os aspectos observados, embora esse não seja o objetivo principal do ensino de Geometria. No entanto, conhecer os nomes das figuras facilita a comunicação.

O segundo nível, *análise*, propõe o reconhecimento das figuras geométricas por suas partes e propriedades, a partir de atividades empíricas. A caracterização de uma figura geométrica é feita a partir da observação e/ou da experimentação, todavia, nesse nível, os pesquisadores destacam que não há a possibilidade de estabelecer uma relação entre figuras geométricas e suas definições. O avanço para esse nível permite que o estudante não dependa da visualização da representação da figura para identificá-la. As propriedades emergentes dessa análise são usadas para conceituar classes de formas geométricas. Os estudantes podem reconhecer uma figura não só pela sua aparência global, mas também pelas suas partes, explicitando seus elementos, características ou propriedades, como, por exemplo, reconhecer que uma figura geométrica plana que tem 3 lados e um ângulo interno reto (90°) é um triângulo retângulo, mesmo sem observar a figura.

Em relação às figuras espaciais reconhecem, por exemplo, que pirâmides têm uma “ponta” e uma base e que prismas têm duas bases “iguais” e não têm “ponta”. No entanto, ainda não relacionam propriedades de uma figura, apenas reconhecem algumas delas.

É importante destacar que a passagem do nível de visualização para o nível de análise corresponde a uma grande evolução do pensamento geométrico. Essa passagem envolve a transição de uma forma estática de conceitos para uma mais simbólica. As propriedades geométricas podem ser descritas, ampliando os conceitos já existentes.

Pesquisas realizadas por Pires, Curi e Campos (2000) indicam a possibilidade de existir um nível de transição entre os níveis de visualização e de análise. As autoras destacam que esse nível aparece quando uma criança representa, por exemplo, uma figura geométrica usando os conhecimentos visuais que têm sobre a figura e o conhecimento, mesmo implícito, sobre suas características ou propriedades. Elas relatam que várias crianças participantes da pesquisa desenharam uma caixa de leite (prisma de base quadrada), iniciando seu desenho com o que lembravam do visual da caixa. Depois ficavam olhando para o desenho e sentiam

necessidade de mostrar que aquela figura tinha mais “alguma coisa” e indicavam algumas das faces ocultas, já com base em seu conhecimento, mesmo empírico das características do prisma e das partes dessa figura.

No nível de *Dedução Informal*, o estudante inicia o processo de associação das figuras pelas relações entre propriedades e não apenas por reconhecer uma ou outra propriedade da figura como no nível anterior. O estudante começa a identificar uma definição formal para evoluir nos conceitos geométricos, mas ainda não faz demonstrações, apenas algumas deduções informais.

No nível de dedução informal, os estudantes reconhecem classes de figuras (a dos poliedros, a dos prismas, a das pirâmides, entre outros) e inclusão de classes (todo prisma é um poliedro). Com relação às figuras planas, os estudantes reconhecem que as características mínimas de um quadrado são possuir 4 lados com a mesma medida e 4 ângulos retos ou ainda reconhecem que um quadrado é também um losango (inclusão de classes), por ter 4 lados com a mesma medida e que também é um retângulo por ter 4 ângulos retos.

Nesse nível, os alunos podem realizar atividades investigativas que permitem uma dedução informal, por exemplo, do teorema de Pitágoras. Os estudantes iniciam uma argumentação informal, usando dados empíricos.

Na passagem do Nível de Análise para o Nível de Dedução Informal, o estudante explora e demonstra informalmente propriedades das figuras, sustentado por um sistema lógico e dedutivo. A passagem desses níveis é fundamental para a apropriação de conceitos geométricos por parte dos estudantes e o avanço no desenvolvimento do pensamento geométrico.

No nível de dedução formal, há o entendimento da inter-relação de propriedades entre as figuras geométricas e a construção de demonstrações. Envolve o processo dedutivo.

É pouco explorado no ensino básico, apenas nos anos finais do ensino fundamental (8º e 9º anos) e no ensino médio. Às vezes, o estudante termina o ensino médio sem nunca ter realizado uma dedução formal.

Cabe destacar que a dedução informal faz parte do processo de passagem para o nível de dedução formal.

Na passagem do Nível de Dedução Informal para o Nível de Dedução Formal, o estudante já supera as explorações e investigações mais empíricas, atinge maior rigor matemático e se utiliza de descobertas anteriores, de axiomas e teoremas já conhecidos em relação a algumas figuras geométricas, seus elementos e características.

Por fim, no nível *rigor*, a Geometria é compreendida no plano abstrato, sem a necessidade do uso de materiais concretos e instrumentos de desenho ou de medida; sem apoio de figuras geométricas. Este nível de pensamento geométrico deve ser alcançado após desenvolvimento dos antecedentes e é substancial para viabilizar as estruturas de aprendizagem. No geral é explorado em currículos do Ensino Médio.

Algumas considerações sobre os níveis de Van Hiele

Como já foi dito, os estudos dos Van Hiele (1986) vêm sendo usados também com as figuras geométricas espaciais, pois é possível abordá-las de forma intuitiva e experimental, ampliando para o conhecimento de elementos, propriedades e características, para as relações entre essas propriedades, para definições formais, para deduções informais e formais.

Tanto para as figuras planas como para as espaciais, esses níveis se desenvolvem de forma cíclica, de modo que um conceito adquirido em um nível voltará a se desenvolver no nível subsequente, com outra linguagem, outras características, de maneira que os conhecimentos adquiridos anteriormente possam ser retomados nos níveis posteriores ampliados. Os níveis inferiores constituem-se na base para a construção dos conceitos nos demais.

É importante salientar que cada nível tem sua própria linguagem. Mesmo que um mesmo conceito que esteja bem definido em um nível, a linguagem pode ser ampliada no nível seguinte.

A evolução do pensamento geométrico é referenciada por Parzysz (1991) que afirma que a geometria ensinada progride da observação e manipulação para a demonstração. Ele salienta a importância do desenho e a sua progressão de um nível para outro, devido à compreensão de características e propriedades das figuras geométricas. O autor destaca ainda que nas representações de figuras espaciais o “sabido” predomina sobre o “visto”. O pesquisador salienta que os estudantes procuram representar figuras espaciais com as propriedades que já conhecem em detrimento da representação do objeto como eles imaginam de seu conhecimento visual. Nesse caso, as representações de figuras espaciais passam a ter influência do “sabido” sobre o “visto”.

Pires, Curi e Campos (2000) discutem a questão da representação por meio de desenhos de objetos geométricos, com base em Parzysz (1991). Segundo as autoras, na medida em que os estudantes organizam a representação de uma figura geométrica utilizam os

conhecimentos de características e propriedades de figuras geométricas, o que Parzysz (1991) denomina de “o sabido”, em harmonia com a imagem que possuem do objeto - “o visto”, denominação usada também por Parzysz (1991). Este último autor discute o que considera o conflito entre o visto e o sabido na representação de figuras geométricas.

Pires (2012) afirma que para que a progressão entre os níveis aconteça, conforme se deseja, as estratégias metodológicas, os materiais didáticos, o conteúdo e o vocabulário devem ser adequados ao nível de pensamento geométrico do estudante.

Nos últimos anos há alguns questionamentos quanto à hierarquia dos níveis dos Van Hiele (1986), pois a aprendizagem das crianças e jovens não ocorre de forma tão linear.

Segundo Pires (2012, p. 194), esses níveis “não são tão estanques e estão sujeitos a maior ou menor estimulação das crianças por situações que envolvem a experimentação do espaço e das formas geométricas”.

Embora, a autora faça comentários sobre a hierarquia entre os níveis, ela enfatiza a importância dos estudos dos Van Hiele (1986) na construção de sequências de ensino que envolvem a Geometria Espacial e a Geometria Plana.

Apesar das críticas, considera-se que o modelo Van Hiele (1986) pode colaborar com o professor para o planejamento das aulas, para a seleção de conteúdos e ainda para auxiliar na identificação dos conhecimentos prévios e das dificuldades dos estudantes.

No que se refere aos anos iniciais do ensino fundamental é muito importante que se avance nos níveis do pensamento geométrico, focalizando não somente o nível de visualização, pois além de abordar figuras geométricas de forma intuitiva e visual, é fundamental ampliar o conhecimento das crianças sobre elementos, propriedades e características, e algumas relações entre essas propriedades para que os estudantes se apropriem e reconheçam figuras geométricas por suas partes e propriedades, a partir de atividades empíricas, sem apoio visual. São esses tipos de abordagens que serão investigadas no Currículo da Cidade.

A Taxonomia de Bloom revisitada

A Taxonomia de Bloom, originada em 1956, é de domínio cognitivo, estruturada em níveis de complexidade que se originam no mais simples e vão ao mais complexo. Essa organização leva em conta que para adquirir uma habilidade de um nível superior, o estudante deve ter se apropriado da habilidade do nível anterior. Além disso, o autor afirma que somente

após conhecer um determinado assunto, o estudante poderá compreendê-lo e aplicá-lo. Dessa forma, a taxonomia apresenta um esquema de organização hierárquica dos processos cognitivos, em função dos seus níveis de complexidade e objetivos do desenvolvimento cognitivo. Isso caracteriza uma relação de inclusão entre os níveis que são organizados em termos de complexidades dos processos mentais.

Embora essa teoria fosse utilizada por muitos anos, com a evolução da educação, houve necessidade de uma releitura dos pressupostos teóricos e uma nova organização dessa taxonomia.

Um grupo liderado por Krathwohl tentou reestruturar a taxonomia original de acordo com novos conhecimentos incorporados à educação nos quarenta e poucos anos de existência dos estudos de Bloom. Krathwohl (2002), ao analisar a relação direta entre verbo e substantivo, percebeu que verbos e substantivos deveriam pertencer a dimensões separadas na qual os substantivos formariam a base para a dimensão conhecimento (o que) e verbo para a dimensão relacionada aos aspectos cognitivos (como). Essa separação de substantivos e verbos, conhecimento e aspectos cognitivos, deu um caráter bidimensional à taxonomia original e direcionou todo o trabalho de revisão.

A lógica da taxonomia é baseada em uma estrutura em que o tipo de conhecimento é designado por substantivos e os processos cognitivos para atingi-los, indicados por verbos. Os objetivos são categorizados de acordo com as ações para aprender ou desenvolver determinados conhecimentos, reunindo processos mentais diversos como de percepção, memória, juízo ou diversos raciocínios. Essa taxonomia revisada vem sendo utilizada, no Brasil, nos últimos anos como instrumento para pesquisas em currículo e avaliação e ainda em Matrizes de Avaliação elaboradas pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas - Inep.

A seguir, será apresentada uma adaptação da autora deste artigo para a estrutura do processo cognitivo na taxonomia de Bloom – revisada, destacando os verbos e suas explicitações.

Figura 1 - Estrutura do processo cognitivo de Bloom

1. Lembrar: Se relaciona ao reconhecimento imediato de ideias e conteúdos. Representado pelos verbos: Reconhecer, Identificar, Recordar e Reproduzir. Reconhecer/Identificar se relaciona a distinguir e selecionar uma determinada informação. Reproduzir ou recordar está mais relacionado à busca por uma informação já memorizada.
2. Compreender: Se relaciona a uma conexão entre o conhecimento novo e o conhecimento já adquirido. A informação é compreendida quando o estudante consegue reproduzi-la com suas “próprias palavras”. Representado pelos verbos: Interpretar, Exemplificar, Classificar, Resumir, Inferir, Comparar e Explicar.
3. Aplicar: Se relaciona ao uso de um procedimento numa determinada situação. Pode envolver a aplicação de um conhecimento em uma nova situação. Representado pelos verbos: Executar, Aplicar, Implementar, Resolver, Calcular, Explorar, Investigar.
4. Analisar: Se relaciona à divisão de uma informação em partes relevantes e irrelevantes, importantes e menos importantes e entender a inter-relação existente entre as partes. Representado pelos verbos: Diferenciar, Organizar, Atribuir, Concluir, Analisar.
5. Avaliar: Se relaciona a julgamentos com base em critérios e padrões qualitativos e quantitativos ou de eficiência e eficácia. Representado pelos verbos: Avaliar, Criticar, Checar.
6. Criar: Se relaciona à criação de uma nova visão, uma nova solução, estrutura ou modelo utilizando conhecimentos e habilidades já adquiridos. Envolve ideias novas e originais, produtos e métodos, interdisciplinaridade e interdependência de conceitos. Representado pelos verbos: Generalizar, Planejar e Produzir.

Fonte: Krathwohl (2002) – adaptado pela autora do artigo

A análise desse quadro mostra que há várias relações com o desenvolvimento do pensamento geométrico proposto por Van Hiele (1986). Para este artigo serão apresentadas nas análises algumas relações entre esses dois estudos, no que se refere aos primeiros níveis detalhados em cada um dos trabalhos, pois estes níveis é que são desenvolvidos nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Análise do currículo da cidade

Neste item será apresentada a análise dos Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento relativos à Geometria, envolvendo figuras espaciais e planas, nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Como já foi dito, a análise de objetivos educacionais é preocupação de pesquisadores desde a década de 1940 e foi concretizada em produções científicas como a Taxonomia de Bloom, revisada no início do século XXI (ANDERSON; KRATHWOHL et al., 2001; KRATHWOHL, 2002).

Os Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento no Currículo da Cidade podem ser analisados a partir dessa taxonomia, pois são expressos por um verbo, um substantivo que representa o objeto do conhecimento e às vezes um complemento que adjetiva o substantivo. O verbo indica o processo cognitivo mobilizado para construir os conhecimentos previstos, dando pistas para o nível de pensamento geométrico. O complemento pode indicar também o nível de pensamento geométrico, dando pistas para identificar se o objetivo envolve a representação de uma figura geométrica, ou apenas suas características sem apoio visual.

No documento, o Objetivo de Aprendizagem e Desenvolvimento é indicado por uma sigla em que aparece o segmento de ensino (EF), acompanhado do ano de escolaridade (XX), da inicial do componente curricular M e do número do objetivo XX, como, por exemplo EF01M20, significa Ensino Fundamental, 1º ano, objetivo de Matemática número 20.

Segundo do documento Orientações Didáticas para o Currículo da Cidade – Matemática, os objetivos de aprendizagem de geometria do Currículo da Cidade, envolvendo figuras geométricas, apontam para uma análise figurativa, segundo Alsina, Burguês e Fortuny (1987), com estudo de figuras e suas propriedades independente de suas medidas, do seu tamanho ou outra qualidade.

Cabe destacar que os Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento que, embora possam ter potencialidades para desenvolverem um determinado nível do pensamento geométrico, dependendo da metodologia adotada pelo professor para ensinar os estudantes, podem não ser concretizados nesse nível.

Outro ponto importante é que, no documento analisado, um objetivo às vezes apresenta mais de um verbo e cada verbo envolve um nível diferente de pensamento geométrico ou mesmo um nível de transição.

Na análise dos processos cognitivos indicados pelos verbos presente nos objetivos de aprendizagem e dos complementos quando pertinente, foram identificados os três primeiros níveis do pensamento geométrico, além do nível intermediário de transição entre os níveis visual e de análise.

Os verbos identificar, explorar, associar quando se referem às representações de figuras geométricas estão no nível de visualização, ou seja, o processo cognitivo utilizado para construção de conhecimentos se apoia efetivamente na representação das figuras geométricas, em sua exploração e na identificação visual de objetos ou elementos. Como foi visto nos aportes teóricos, um determinado objeto do conhecimento pode estar no nível de visualização mesmo nos anos mais adiantados, quando explorado pela primeira vez. Esse

nível corresponde ao nível 1 da taxonomia de Bloom revisitada, que se relaciona com os verbos reconhecer, identificar, recordar, reproduzir.

Como já foi dito, na pesquisa envolvendo o Currículo da Cidade, sentiu-se a necessidade de criar um nível intermediário de transição entre os níveis visual e de análise. Os verbos representar e desenhar indicam um nível de transição, entre o nível visual e o de análise, pois quando uma criança representa uma figura geométrica ela pode se basear, ao mesmo tempo, no que conhece do visual da figura e ainda nas suas propriedades e características. Segundo Pires, Curi e Campos (2000), às vezes, as crianças representam figuras geométricas espaciais usando ao mesmo tempo alguns conhecimentos visuais e outros de propriedades das figuras que já interiorizaram, representando, por exemplo, a face oculta de um cubo, mostrando que o cubo “tem coisas que não se vê” na sua representação em uma folha de papel (no plano).

Os verbos reconhecer, classificar, associar, descrever, analisar, planificar, compor e decompor referem-se ao nível 2 de análise, em que os objetivos permitem reconhecer figuras geométricas por suas partes e propriedades, sua caracterização, sem necessidade de visualização. Esse nível envolve a compreensão e se relaciona à taxonomia de Bloom revisitada no nível 2, que corresponde a uma conexão entre o conhecimento novo e o conhecimento já adquirido. Os verbos investigar e explorar encontram-se no nível de dedução informal e permitem o início de um processo que envolve relações entre propriedades e não apenas o reconhecimento de uma ou outra propriedade da figura como no nível anterior. Esse nível se relaciona à taxonomia de Bloom no que corresponde à aplicação de um conhecimento em uma nova situação.

A tabela 1, a seguir, apresenta a quantidade de objetivos referentes às figuras geométricas por ano de escolaridade e a distribuição desses objetivos por nível de desenvolvimento do pensamento geométrico.

Tabela 1 – Distribuição dos objetivos por ano de escolaridade e nível de pensamento

Ano	Quantidade de objetivos	Visualização	geométrico		
			Transição	Análise	Dedução Informal
1	4	3	1	0	0
2	3	1	2	0	0
3	4	1	2	1	0
4	5	2	1	2	0
5	9	3	1	3	2

Fonte: Currículo da Cidade (SÃO PAULO, 2017)

Uma análise dessa tabela mostra a evolução dos níveis do pensamento geométrico ano a ano, o surgimento do nível intermediário de transição em todos os anos de escolaridade, o aparecimento do nível de análise a partir do 3º ano e do nível de dedução informal no 5º ano. Mostra ainda que o nível visual permanece nos 5 anos de escolaridade. Uma análise do Currículo da Cidade mostra que nos objetivos de nível visual, o que muda é o objeto estudado. No geral, quando aparece pela primeira vez, a exploração da figura é visual.

Tomando por base os estudos de Parzysys (1991) sobre o “conflito do visto e do sabido”, em representações de figuras geométricas, os objetivos referentes à elaboração de representação são colocados em um nível de transição entre o de visualização e de análise, pois considera-se que ao representar a figura os estudantes já se utilizam de alguns conhecimentos empíricos sobre as características da figura.

A análise do Currículo da Cidade mostra que, no geral, os objetivos que exploram a representação apresentam mais de um verbo que apontam, na maioria das vezes, para tarefas de nível visual.

Nos três primeiros anos, o documento curricular destaca a exploração de formas presentes no cotidiano e suas similaridades ou diferenças com algumas figuras geométricas. Explora representações de figuras geométricas espaciais, permitindo sua visualização e identificação de algumas características.

A partir do 3º ano há identificação de alguns elementos das figuras geométricas planas e espaciais, há exploração de planificações de algumas figuras espaciais e identificação de figuras planas como faces de figuras espaciais.

No 4º e 5º anos os objetivos permitem um avanço do desenvolvimento do pensamento geométrico, com o estudo dos corpos redondos, elementos, planificações, comparações entre

figuras geométricas espaciais. No 5º ano o avanço se dá em investigações sobre relações vértices, faces e arestas e na abordagem de figuras geométricas a partir da análise de suas propriedades e características.

A seguir, são apresentados alguns quadros com exemplos de objetivos, elencados no Currículo da Cidade, para cada ano de escolaridade, nos diferentes níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico.

Quadro 1 - Nível Visualização

Nível	Ano de escolaridade	Objetivo
Visualização	1º ano	Identificar entre objetos do cotidiano, os que se parecem com algumas figuras espaciais (blocos retangulares, cubos, esferas, cones e cilindros).
	2º ano	Identificar entre objetos do cotidiano, os que se parecem com algumas figuras espaciais (blocos retangulares, cubos, pirâmides, outros prismas, esferas, cones e cilindros) destacando similaridades e diferenças.
	3º ano	Explorar em representações figurais elementos de figuras geométricas espaciais (vértices, faces e arestas) e de figuras planas (lados, vértices e ângulo)
	4º ano	Explorar ângulos retos e não retos em representações de figuras poligonais utilizando diferentes procedimentos, com ou sem tecnologias digitais.
	5º ano	Reconhecer simetria de reflexão em figuras ou em pares de figuras geométricas planas e identificar eixo de simetria.

Fonte: Currículo da Cidade de Matemática (SÃO PAULO, 2017)

Quadro 2 - Nível Intermediário

Nível	Ano de escolaridade	Objetivo
Intermediário	1º ano	Representar objetos do cotidiano parecidos com algumas figuras geométricas espaciais por meio de desenhos.
	2º ano	Explorar oralmente similaridades e diferenças entre figuras geométricas planas (triângulos, quadrados, retângulos e círculos), representá-las e reconhecer algumas de suas características como as que são poligonais e as que não são poligonais.
	3º ano	Explorar similaridades e diferenças entre pirâmides, cubos, blocos retangulares, cones, cilindros e esferas, descrevê-las, representá-las e identificar seus elementos.
	4º ano	Explorar similaridades e diferenças entre pirâmides (com bases triangulares inclusive), cubos, blocos

		retangulares e outros prismas, cones, cilindros e esferas, descrevê-las, representá-las e identificar seus elementos.
	5º ano	Identificar uma circunferência e seus elementos (diâmetro, raio e centro) e representá-la.

Fonte: Currículo da Cidade de Matemática (SÃO PAULO, 2017).

Como é possível perceber nesses exemplos, alguns apresentam mais de um verbo e focalizam propostas para o nível visual e de representação, que foram alocadas no nível de transição.

Quadro 3 - Nível Análise

Nível	Ano de escolaridade	Objetivo
Análise	1º ano	NÃO HÁ
	2º ano	NÃO HÁ
	3º ano	Reconhecer planificações (moldes) de figuras geométricas espaciais como cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro.
	4º ano	Associar uma planificação a uma figura geométrica espacial correspondente (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone e cilindro)
	5º ano	Analisar, a partir de suas características, similaridades e diferenças entre poliedros (prismas, pirâmides e outros), nomeá-los e representá-los.

Fonte: Currículo da Cidade de Matemática (SÃO PAULO, 2017)

Quadro 4 - Dedução Informal

Nível	Ano de escolaridade	Objetivo
Dedução Informal	1º ano	Não há
	2º ano	Não há
	3º ano	Não há
	4º ano	Não há
	5º ano	Investigar relações entre o número de faces, de vértices e de arestas de um poliedro.

Fonte: Currículo da Cidade de Matemática (SÃO PAULO, 2017).

Considerações finais

A análise realizada permite concluir que os Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento têm potencial para a evolução do pensamento geométrico dos estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Também é possível concluir que os objetivos propostos no currículo apresentam níveis de desafios diferentes, iniciando com propostas mais

simples e adequadas ao ano de escolaridade e avançando no decorrer dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Pode-se considerar que objetivos analisados são promissores para o desenvolvimento do raciocínio matemático ao longo do tempo e incentivam a exploração, a justificação, a análise, a representação. No entanto, é preciso lançar mão só de atividades pontuais, mas de sequências de ensino que possibilitam despertar a ampliação do pensamento geométrico da criança.

Cabe destacar que a potencialidade dos objetivos para o desenvolvimento do pensamento geométrico não é assegurada em sala de aula, apenas por estarem apresentados no currículo. Ela depende das atividades propostas pelos professores, do seu planejamento, da abordagem, da metodologia utilizada e das intervenções realizadas. Esse fato foi observado em projetos de pesquisa desenvolvidos ao longo dos últimos anos pela autora deste artigo que mostram algumas dificuldades dos professores no planejamento de atividades envolvendo os objetivos de aprendizagem e desenvolvimento apresentados no Currículo da Cidade, como na tese de doutorado de Martins (2020) intitulada “Potencialidades dos Estudos de Aula para a formação continuada de um grupo de professores que ensinam matemática na rede municipal de São Paulo no contexto de uma pesquisa envolvendo implementação curricular”.

Essas dificuldades apontadas em pesquisas desenvolvidas por esta autora e seu grupo de pesquisa são decorrentes de lacunas nos conhecimentos matemáticos, nos conhecimentos didáticos dos conteúdos matemáticos e nos conhecimentos sobre metodologias de ensino de Matemática, além das crenças e concepções dos professores sobre a Matemática e seu ensino.

Referências

ALSINA, C.; BURGUÊS, C.; FORTUNY, J. **Invitación a la didáctica de la geometría**. Madrid: Síntesis, 1987.

ANDERSON, L.W. (Ed.); KRATHWOHL, D. R. (Ed.); AIRASIAN, P. W.; CRUIKSHANK, K. A.; MAYER, R. E.; PINTRICH, P. R.; RATHS, J.; WITTRICK, M.C. **A taxonomy for learning, teaching, and assessing: a revision of Bloom’s Taxonomy of Educational Objectives** (Complete edition). New York: Longman, 2001.

CELLARD, A. A análise documental. In: POUPART, J. et al. **A pesquisa qualitativa: enfoques epistemológicos e metodológicos**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2008. p. 295-316.

KRATHWOHL, D. R. A revision of Bloom’s taxonomy: an overview. **Theory in Practice**, v. 41, n. 4, p. 212-218, 2002.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MARTINS, P. B. **Potencialidades dos estudos de aula para a formação continuada de um grupo de professores que ensinam matemática na rede municipal de São Paulo no contexto de uma pesquisa envolvendo implementação curricular**. 2020. 251f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2020.

MINAYO, M. C. S. **O desafio do conhecimento: pesquisa qualitativa em saúde**. São Paulo: HUCITEC, 1998.

PARZYSZ, B. Representation of space and student's conceptions at high school level. **Educational Studies in Mathematics**, New York, v. 22, n. 6, p. 575-593, 1991.

PIRES, C. M. C. **Educação Matemática: conversas com professores dos anos iniciais**. São Paulo: Zapt Editora, 2012.

PIRES, C. M. C.; CURTI, E.; CAMPOS, T. M. M. **Espaço e forma: a construção de noções geométricas pelas crianças das quatro séries iniciais do Ensino Fundamental**. São Paulo: PROEM, 2000.

SÃO PAULO (Município). Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica. **Currículo da Cidade: Matemática**. São Paulo: SME/ COPED, 2017.

SÃO PAULO (Município). Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica. **Orientações Didáticas do Currículo da Cidade: Matemática: volume 2**. São Paulo: SME/COPED, 2018.

VAN HIELE, P. **Structure and Insight: a Theory of Mathematics Education**. Orlando: Academic Press, 1986.

*Recebido em 17 de maio de 2021
Aprovado em 24 de junho de 2021*