

## CONCEPÇÕES DE NÚMEROS IRRACIONAIS NA PERSPECTIVA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

### *CONCEPTIONS OF IRRATIONAL NUMBERS FROM THE PERSPECTIVE OF MEANINGFUL LEARNING*

**Mônica Lana da Paz**

Doutora em Educação/UFMG  
IFMG – Campus Ibirité – MG – Brasil  
monica.lana@ifmg.edu.br  
<https://orcid.org/0000-0002-2231-9077>

**José Sérgio Domingues**

Doutor em Engenharia Mecânica/UFMG  
IFMG – Campus Formiga – MG – Brasil  
sergio.domingues@ifmg.edu.br  
<https://orcid.org/0000-0003-1949-1519>

**Kálita Gonçalves da Fonseca**

Licenciada em Matemática/IFMG  
kalitagf8@gmail.com  
<https://orcid.org/0000-0001-7495-3806>

**Marcela Carvalho Gonçalves**

Mestra em Matemática/UNIFEI  
marcela.gcarvalho@gmail.com  
<https://orcid.org/0000-0002-4203-6904>

### **Resumo**

O objetivo deste trabalho foi investigar as concepções de alunos do 1º ano do Ensino Médio sobre os números irracionais. O foco da investigação foi metodologicamente qualitativo. Utilizamos a teoria da aprendizagem significativa de Ausubel (1968) para subsidiar a análise dos dados. Os resultados desta pesquisa apontam os números irracionais associados com: dízimas periódicas, representação decimal, números não exatos, números feios e números negativos. Os alunos não compreendem o significado do estudo dos números irracionais. Os poucos alunos que mencionam a importância do estudo apresentam justificativas fundamentadas na necessidade do conhecimento para passar no vestibular. O estudo dos números irracionais causa desmotivação entre os alunos que, muitas vezes, não atribuem significado a esse conhecimento. Como implicações pedagógicas desse estudo, é preciso considerar como primordiais a atuação do professor em sala de aula. Não se trata apenas de novas metodologias de ensino, mas a maneira como as estratégias adotadas serão utilizadas para banir a aprendizagem baseada na memorização e reprodução.

**Palavras-Chave:** Números irracionais. Aprendizagem significativa. Mapeamento de concepções.

## Abstract

The objective of this study was to investigate the views of students of the 1<sup>st</sup> year of high school on irrational numbers. The focus of the research was methodologically qualitative. We have used the theory of the meaningful learning of Ausubel (1968) to support the data analysis. The results of this research indicate the irrational numbers associated with: periodic decimals, decimal representation, not exact numbers, ugly numbers and negative numbers. The students do not understand the significance of the study of irrational numbers. The few students who have mentioned the importance of the study have presented justifications based on a need for knowledge to pass the entrance exam. The study of irrational numbers causes demotivation among the students, who often do not attach significance to this knowledge. As pedagogical implications of this study, we need to consider as fundamental the role of the teacher in the classroom. These are not only new teaching methodologies, but the way the adopted strategies will be used to banish the learning based on memorization and reproduction.

**Keywords:** Irrational numbers. Meaningful learning. Mapping concepts.

## Introdução

O conceito de números irracionais é um importante aliado no desenvolvimento de conceitos e aplicações matemáticas. A sua importância no ensino de matemática se justifica, também, devido à sua contribuição social. Os números irracionais não são desprovidos de significado na sociedade e estão interligados a diversas áreas do conhecimento e o seu estudo não está limitado a propriedades e operações com radicais. No processo de ensino e aprendizagem desses números é necessário estabelecer relações com outros conjuntos numéricos e conteúdos matemáticos, além de explorar aplicações em outras áreas do conhecimento.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) indicam que

Na perspectiva de que o aluno amplie e aprofunde a noção de número, é importante colocá-lo diante de situações em que os números racionais são insuficientes para resolvê-las, tornando-se necessária a consideração de outros números: os irracionais. Recomenda-se, no entanto, que a abordagem destes últimos não siga uma linha formal, que se evite a identificação do número irracional com um radical e que não se enfatizem os cálculos com radicais, como ocorre tradicionalmente (BRASIL, 1998, p. 83).

Entretanto, o ensino dos números irracionais fica, por vezes, restrito a um tratamento simplificado que desconsidera suas especificidades conceituais.

O importante é que o aluno identifique o número irracional como um número de infinitas casas decimais não periódicas, identifique esse número com um ponto na reta, situado entre dois racionais apropriados, reconheça que esse número não pode ser expresso por uma razão de inteiros; conheça números irracionais obtidos por raízes quadradas e localize alguns na reta numérica, fazendo uso, inclusive, de construções geométricas com régua e compasso. Esse trabalho inicial com os

irracionais tem por finalidade, sobretudo, proporcionar contraexemplos para ampliar a compreensão dos números (BRASIL, 1998, p. 83).

Documentos oficiais como os PCNs apresentam, de forma pontual, a abordagem dos números irracionais. A abordagem dos números irracionais também aparece na Base Nacional Curricular Comum (BNCC) de forma semelhante ao que se apresenta nos PCNs.

Com referência ao Ensino Fundamental – Anos Finais, a expectativa é a de que os alunos resolvam problemas com números naturais, inteiros e racionais, envolvendo as operações fundamentais, com seus diferentes significados, e utilizando estratégias diversas, com compreensão dos processos neles envolvidos. Para que aprofundem a noção de número, é importante colocá-los diante de problemas, sobretudo os geométricos, nos quais os números racionais não são suficientes para resolvê-los, de modo que eles reconheçam a necessidade de outros números: os irracionais (BRASIL, 2018, p. 269).

Nos documentos curriculares oficiais o tratamento dado aos números irracionais “continua sendo o axiomático euclidiano, enquanto outros tipos de abordagem poderiam ser mais aproveitados pelos alunos e professores em sala de aula” (NAKAMURA, 2008, p. 116).

Pesquisas como a de Miguel (1993), Souto (2010), Pommer (2012), entre outras, sinalizam a existência de livros didáticos que não conferem ao conceito de números irracionais a relevância que esse estudo deveria ter, dada a sua importância na matemática e outras áreas do conhecimento, além da superficialidade teórica na apresentação do conteúdo. Para Miguel (1993), os livros didáticos associam os números irracionais a “um amontoado de regras”. Nakamura (2008) destaca que a forma como os números irracionais são apresentados nos livros didáticos representa um obstáculo para a sua aprendizagem. A pesquisa de Penteadó (2004) retrata a fragilidade teórica de professores do ensino médio na abordagem dos números irracionais e menciona, ainda, que os cursos de Licenciatura em Matemática, por vezes, não realizam um tratamento rigoroso e profundo dos fundamentos dos números reais. Corbo (2012) também constatou fragilidades conceituais entre professores da educação básica, ao investigar quais são os conhecimentos necessários ao professor de matemática para o ensino dos números irracionais. Soares, Ferreira e Moreira (1999), por sua vez, destacam a necessidade de readequação do tratamento dos sistemas numéricos nos cursos de Licenciatura em Matemática. Para esses pesquisadores, não é o rigor conceitual nas disciplinas de Análise Real, nos cursos de Licenciatura em Matemática, que resolverá os problemas conceituais dos futuros professores de matemática acerca dos números irracionais. Para Soares, Ferreira e Moreira (1999), é imprescindível considerar que os alunos trazem consigo imagens

conceituais construídas nas suas experiências escolares e que tais imagens não podem ser desconsideradas no tratamento formal do conceito de irracionalidade.

Trabalhar, na Licenciatura, o conceito de número irracional a partir da problematização e do questionamento dessas imagens é seguramente mais eficiente do ponto de vista didático e pedagógico do que simplesmente apresentar as definições corretas e provar formalmente os resultados (SOARES; FERREIRA; MOREIRA, 1999, p. 115).

Desse ponto de vista, os números irracionais merecem um tratamento diferenciado na Licenciatura, considerando a especificidade do trabalho docente na educação básica. Um tratamento que não fique concentrado apenas no enfoque axiomático, no qual o conjunto dos números reais é retratado pelos professores como um corpo ordenado completo e, a partir daí, definem-se outras estruturas e propriedades. Conforme Soares, Ferreira e Moreira (1999), não podemos esquecer de que os alunos da Licenciatura serão professores na educação básica e, portanto, responsáveis por “(...) ajudar as crianças a construir, criticar e reformular seus próprios modelos intuitivos” (p. 116). Souto (2010) também questiona se o formalismo e rigor matemático, tão enfatizados no curso de Licenciatura em Matemática, são características fundamentais para realmente preparar o professor para o trabalho com os números irracionais na educação básica. Ainda no tocante à formação de professores, em pesquisa realizada por Iglioni e Silva (1998), foi constatado que alunos, já prestes a concluir o curso de Licenciatura em Matemática, apresentavam instabilidades concernentes ao conceito de irracionalidade. Resultados semelhantes são apresentados por Zazkis e Sirotic (2007), ao apresentar que o conceito de números irracionais de um grupo de alunos do curso de Licenciatura em Matemática poderia ser equiparado aos conhecimentos que foram elaborados ainda na educação básica.

Em pesquisa realizada por Fischbein, Jehian e Cohen (1995), embora em contexto diferente do brasileiro, constataram-se fragilidades conceituais sobre os números irracionais entre alunos que, aqui no Brasil, corresponderiam aos alunos do Ensino Médio. Tais pesquisadores apontam que os números irracionais não recebem um tratamento adequado na Matemática Elementar e, associado a isso, está o fato de a matemática ensinada na escola básica ser concebida como um conjunto de regras e técnicas.

As pesquisas mencionadas acima mostram que o conceito de números irracionais apresenta fragilidades e inconsistências, tanto para alunos da educação básica e ensino superior, quanto para professores de matemática. Diante desse panorama, investigamos as concepções manifestadas por alunos do 1º ano do Ensino Médio sobre o conceito de números

irracionais. A pesquisa foi realizada com alunos das redes estadual, particular e federal de ensino da cidade de Formiga, localizada no interior de Minas Gerais. Os dois primeiros autores desse trabalho são professores da Rede Federal de Ensino e desenvolvem trabalhos na formação de professores no curso de Licenciatura em Matemática. A partir de suas experiências profissionais, constataram que os alunos que ingressam nesse curso possuem visões equivocadas dos números irracionais. Tal constatação justifica essa investigação, pois acreditamos, a partir da divulgação dessa pesquisa, na oportunidade de proporcionar aos professores de matemática e àqueles que ainda se encontram em processo de formação para a docência, reflexões acerca da importância da construção do conceito de números irracionais. Os resultados dessa pesquisa poderão suscitar novas abordagens para o desenvolvimento de práticas pedagógicas para o trabalho com os números irracionais.

Utilizamos a teoria da aprendizagem significativa de Ausubel (1968) para subsidiar a análise dos dados. A seguir, apresentamos os conceitos primordiais dessa teoria, que sustentaram a análise dos dados. Posteriormente, descrevemos os procedimentos metodológicos utilizados para o desenvolvimento da pesquisa. E, por fim, passamos à análise e interpretação dos dados para dar prosseguimento às considerações finais.

### **Aprendizagem Significativa: um caminho para análise das concepções manifestadas sobre números irracionais**

Ao investigar as concepções manifestadas por alunos do 1º ano do Ensino Médio sobre os números irracionais, utilizamos a teoria da aprendizagem significativa de Ausubel (1968), como fundamentação para análise dos dados recolhidos. Mais especificamente, trata-se de averiguar se as concepções manifestadas pelos alunos permitem inferir que a aprendizagem sobre os números irracionais foi significativa. Cabe esclarecer ao leitor que não temos a pretensão de apresentar um estudo teórico de todos os conceitos que envolvem a aprendizagem significativa, mesmo porque não teríamos espaço para isso, devido à amplitude dessa teoria. Aqui vamos nos ater aos conceitos que são primordiais para subsidiar a análise dos dados da pesquisa e refletir acerca das implicações didático-pedagógicas no processo de ensino e aprendizagem dos números irracionais.

## O conceito de aprendizagem significativa

Conforme apresenta Moreira (2012), é necessário que tenhamos cautela na utilização do termo *aprendizagem significativa*, já que seu uso se tornou indiscriminado. Muitos são os relatos de experiências de práticas de ensino que se dizem subsidiados pela aprendizagem significativa, no entanto, sem a estrutura teórica adequada para a apropriação e utilização do seu conceito.

Para Ausubel (1968), a aprendizagem significativa acontece na interação entre conhecimentos novos e prévios. Em outras palavras, para que a aprendizagem seja significativa é necessário que novos conhecimentos estejam em interação com conhecimentos já incorporados na estrutura cognitiva do sujeito. Para isso, é indispensável que a relação estabelecida com o conhecimento prévio não seja aleatória, mas com conhecimentos que sejam realmente relevantes e significativos, isto é, a interação não é arbitrária. A interação também deve ocorrer de forma substantiva, ou seja, não literal, não ao pé-da-letra, com os conhecimentos prévios do aluno. “Substantividade significa que o que é incorporado à estrutura cognitiva é a substância do novo conhecimento, das novas ideias, não as palavras precisas usadas para expressá-las” (MOREIRA, 2011, p. 26).

Ausubel denominou “subsunçor” o conhecimento prévio, caracterizado como relevante.

O conhecimento prévio serve de matriz ideacional e organizacional para a incorporação, compreensão e fixação de novos conhecimentos quando estes “se ancoram” em conhecimentos especificamente relevantes (subsunçores) preexistentes na estrutura cognitiva. Novas ideias, conceitos, proposições, podem ser aprendidos significativamente (e retidos) na medida em que outras ideias, conceitos, proposições, especificamente relevantes e inclusivos estejam adequadamente claros e disponíveis na estrutura cognitiva do sujeito e funcionem como pontos de “ancoragem” aos primeiros (MOREIRA, 2011, p. 26).

A construção de novos conhecimentos é dependente dos subsunçores e a interação estabelecida entre eles (conhecimentos novos e prévios). Por exemplo, pensando nas especificidades da pesquisa aqui apresentada, podemos nos questionar acerca dos subsunçores necessários para um aluno realizar operações com radicais. E ainda, podemos acrescentar quais seriam as possibilidades de desenvolver operações com radicais sem o subsunçor *conceito de números irracionais*. Caso a aprendizagem não tenha se caracterizado como significativa, é possível que tenhamos a resolução de  $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$ , erroneamente. Essa resposta pode indicar que o aluno decorou procedimentos e age mecanicamente para dar a

solução da operação. Nesse caso, a aprendizagem não pode ser caracterizada como significativa, mas mecânica. Um fato é esquecer algo que rapidamente pode ser resgatado, outro fato é não ter consolidado um conhecimento, ou melhor, não ter construído um subsunçor para dar suporte a novas aprendizagens. Na aprendizagem significativa é possível o esquecimento, que não é total, denominado de assimilação obliteradora. Já na aprendizagem mecânica, o sujeito tem a sensação de que nunca aprendeu um determinado conceito, diferindo da aprendizagem significativa, na qual o esquecimento é residual e é possível a reaprendizagem (AUSUBEL, 1968; MOREIRA, 2012).

Vale ressaltar que nossa estrutura cognitiva comporta uma série de subsunçores, alguns que são constantemente acionados e outros que raramente são utilizados. Nessa perspectiva, os subsunçores tratam de conhecimentos que são dinâmicos, podendo ser modificados, evoluídos e, até mesmo, obliterados (MOREIRA; MASINI, 2006).

É importante dizer que não estamos discutindo a necessidade de pré-requisitos no ensino de matemática e, sim, a formação de conceitos (subsunçores) para o estudo dos números irracionais na perspectiva da aprendizagem significativa.

### **Potencialidades da aprendizagem significativa: uma perspectiva de trabalho**

A estrutura cognitiva compreende dois processos, denominados diferenciação progressiva e reconciliação integradora, considerados pontos de partida para orientar a aprendizagem significativa. Na diferenciação progressiva, as ideias mais gerais do conteúdo a ser tratado são introduzidas progressivamente, considerando-se as especificidades e os detalhamentos do assunto apresentado (AUSUBEL, 2003; MOREIRA; MASINI, 2006). Isto é, o professor, ao apresentar os números irracionais, deve partir do que é mais geral para o mais específico. Considere o conceito de números irracionais: sua aquisição diferenciada é progressiva. À medida que o aluno aprende significativamente o que é um número irracional, o subsunçor *conceito de número irracional* torna-se cada vez mais elaborado. É possível que o aluno reconheça os números irracionais de diversas maneiras em variados contextos. Conforme o subsunçor fica cada vez mais refinado, ele pode servir de âncora para a estruturação de significados para novos conhecimentos dentro do campo de estudo dos números irracionais. Esse processo é o que caracteriza a diferenciação progressiva. Entretanto, o ensino não deve se deter na diferenciação progressiva, “(...) mas também explorar, explicitamente, relações entre conceitos e proposições, chamar atenção para

diferenças e similaridades relevantes e reconciliar inconsistências reais ou aparentes” (MOREIRA, 2011, p. 41). Tal procedimento é o que Ausubel (2003) definiu como reconciliação integradora. Através da reconciliação integradora o professor deverá explorar relações entre os números irracionais e outros conjuntos numéricos, bem como identificar similaridades e diferenças, reconciliando e integrando significados.

Apresentamos a diferenciação progressiva e a reconciliação integradora, que são processos que ocorrem simultaneamente, indispensáveis para a construção do conhecimento na aprendizagem significativa. Agora é o momento de discutir as condições para que seja possível promover a aprendizagem significativa. Ausubel (2003) apresenta duas condições consideradas essenciais para que ocorra a aprendizagem significativa. A primeira condição trata-se da utilização de um material que seja potencialmente significativo. Isso significa que o material deve ser lógico, ou seja, possibilite a interação com conhecimentos de maneira não arbitrária e não literal. Em outras palavras, esse material deve estar relacionado a algo que o aluno já conheça. O uso do termo *potencialmente significativo* é utilizado para indicar que o material não pode ser caracterizado como significativo, pois são as pessoas que constroem o significado para o material. Dessa forma, não se pode falar em material significativo ou aula significativa, entre outras tantas “coisas” significativas, pois o significado não se encontra nos materiais, mas nas pessoas. A segunda condição para que ocorra a aprendizagem significativa é que o aluno tenha predisposição para aprender. Tal fato não tem relação direta com motivação para a aprendizagem. O que deve acontecer é a predisposição para diferenciar e integrar novos conhecimentos, interagindo com conhecimentos prévios (AUSUBEL, 2003; MOREIRA, 2012).

Suponha que o aluno não tenha o subsunçor *conceito de números irracionais*. Como, então, trabalhar contextos que envolvam números irracionais sem o subsunçor necessário para o desenvolvimento do estudo? Ausubel (1968) explica que quando não há os subsunçores necessários, ou mesmo se eles estiverem obliterados, faremos uso dos organizadores prévios.

Organizador prévio é um recurso instrucional apresentado em um nível mais alto de abstração, generalidade e inclusividade em relação ao material de aprendizagem. Não é uma visão geral, um sumário ou um resumo que geralmente estão no mesmo nível de abstração do material a ser aprendido. Pode ser um enunciado, uma pergunta, uma situação-problema, uma demonstração, um filme, uma leitura introdutória, uma simulação. Pode ser também uma aula que precede um conjunto de outras aulas. As possibilidades são muitas, mas a condição é que preceda a apresentação do material de aprendizagem e que seja mais abrangente, geral e inclusivo do que este (MOREIRA, 2012, p. 39).

Conforme aborda Moreira (2012), os organizadores prévios podem servir de auxílio na ausência de subsunçores, mas nem sempre são eficazes.

Além dos organizadores prévios, não podemos deixar de mencionar a linguagem como um importante facilitador da aprendizagem, na perspectiva de Ausubel (1968). Para o aluno captar significados é necessário o uso da linguagem através do diálogo entre professor e aluno. “As palavras são signos linguísticos e delas dependemos para ensinar qualquer corpo organizado de conhecimentos em situação formal de ensino que é a proposta subjacente à teoria da aprendizagem significativa” (MOREIRA, 2012, p. 51).

Aqui poderíamos nos deter a discutir uma série de conceitos que se relacionam a como promover a aprendizagem significativa. Detemo-nos em discutir subsunçores essenciais (relevantes) para o desenvolvimento da investigação proposta. Para finalizar, queremos enfatizar que além da compreensão teórica sobre aprendizagem significativa, é necessário que o professor assuma uma nova postura no processo de ensino e aprendizagem. Novas metodologias de ensino articuladas às teorias diversas não são suficientes para garantir uma aprendizagem significativa (MOREIRA, 2012). Uma aula expositiva tradicional pode facilitar a aprendizagem significativa, dependendo da maneira como o professor conduz sua aula. Ele é o mediador que promove a aprendizagem significativa, seja qual for sua metodologia de ensino.

Para a análise de dados, interpretamos se a aprendizagem acerca dos números irracionais foi significativa, na perspectiva da teoria de Ausubel, entre os alunos pesquisados. Posteriormente discutiremos as implicações pedagógicas desse estudo.

### **Trajetória metodológica da pesquisa**

Essa investigação trata-se de uma pesquisa qualitativa com abordagem interpretativa. “Isso significa que pesquisadores estudam as coisas em seus locais naturais, tentando dar sentido ou interpretar os fenômenos em termos dos significados que as pessoas atribuem a eles” (DENZIN; LINCOLN, 2000, p. 3). Nossa atenção durante a investigação estava direcionada aos possíveis significados que os alunos construíram para os números irracionais em termos da teoria da aprendizagem significativa. Em outras palavras, investigamos se as concepções manifestadas pelos alunos revelam que a aprendizagem sobre os números irracionais foi significativa.

Para a coleta de dados, nos dirigimos às escolas que oferecem o ensino médio em Formiga – MG, especificamente as redes de ensino particular, estadual e federal. O questionário foi o instrumento utilizado para a produção de dados objetivando mapear as concepções dos alunos sobre os números irracionais. O uso do questionário foi mais apropriado considerando-se a acessibilidade aos alunos. Devido ao considerável número de elementos da população de alunos que estão matriculados no 1º ano do ensino médio, optou-se por analisar os dados a partir de uma amostra estratificada de 400 estudantes, que representa 40% do total de alunos matriculados.

A estratificação da amostra foi realizada com base na proporção que cada esfera educacional representa em relação à população. Os dados, considerados e calculados, estão descritos na Tabela 1.

**Tabela 1 – Apresentação dos dados da estratificação da amostra**

Esfera educacional	Nº de alunos	Proporção	Elementos na amostra
Federal	109	11%	44
Particular	118	12%	48
Estadual	778	77%	308

Fonte: Elaborado pelos autores

Após a determinação da amostra, realizamos a aplicação do questionário para mapear as concepções dos alunos sobre os números irracionais. O questionário apresentava questões abertas que contemplavam os seguintes aspectos: indagavam se os alunos gostavam de matemática e a razão de sua opção; a identificação de números irracionais; a conceituação de números irracionais e a importância de seu estudo; o reconhecimento de aplicações dos números irracionais; as operações com radicais e representação de conjuntos numéricos em diagramas. A aplicação dos questionários foi realizada em sala de aula. Os alunos tiveram o prazo de 50 minutos para responder individualmente às questões propostas. Antes de iniciar a aplicação dos questionários, relatamos aos alunos as especificidades e possíveis contribuições da investigação proposta e, além disso, destacamos que os questionários não seriam identificados. Tais atitudes se justificam na tentativa de que os alunos participassem ativamente da atividade.

## Manifestações de concepções dos alunos sobre os números irracionais

Não é nosso propósito especificar o número de erros ou acertos dos alunos por redes de ensino. Muito menos, queremos aqui identificar tendências nas respostas, como: diferenças de gênero, diferenças entre redes de ensino, comparações entre gostar ou não de matemática entre outras tendências que poderiam surgir a partir das respostas. Os dados apresentam muitas possibilidades e poderiam ser explorados de maneiras distintas, porém o propósito desta pesquisa se restringiu em mapear as concepções de números irracionais entre os alunos investigados. Destacaremos aqui exclusivamente as respostas que permitiram discutir a problemática proposta na perspectiva da aprendizagem significativa. Vamos resgatar os trechos que foram relevantes para mapear as concepções de números irracionais entre os investigados. Muitas foram as respostas inconsistentes e, por vezes, não davam sinalizações sobre possíveis entendimentos sobre os números irracionais.

Os resultados apontavam que 40% dos alunos pesquisados gostavam de matemática. Já esperávamos que a maior referência entre os alunos fosse pela aversão a essa disciplina. Tal fato não nos surpreendeu, tendo em vista os mitos históricos que divulgam a matemática como algo difícil e compreensível apenas para os dotados de maior inteligência.

Constatamos, a partir das respostas apresentadas pelos alunos, que o fato de não gostar de matemática estava associado às concepções que eles traziam sobre o que é matemática e as relações construídas no decorrer do processo de aprendizagem.

Um aspecto sinalizado entre os alunos se refere às dificuldades apresentadas com a matemática. Eles acabavam rotulando a si mesmos como “burros”. João<sup>1</sup> relatou que não gostava de matemática “porque era burro”. André evidenciou que o desprazer com a matemática está na sua dificuldade de aprendizagem e expressou seu desapontamento: “não gosto porque é ruim e eu sou burro e não dou conta de aprender. Eu tento e não consigo! Matemática me deixa estressado. Vou falar a verdade: não curto”.

Relações insatisfatórias com professores de matemática também foram reveladas entre os alunos. Joana apontou que: “gostava de matemática e agora não gosta mais, por causa de alguns professores”. Luan se manifestou: “não gosto de matemática porque a professora é chata”. As marcas deixadas da relação estabelecida com o professor, associadas ao fato de não gostar de matemática, também são expressas por Joaquim, ao dizer que: “não gosto de

---

<sup>1</sup> Utilizamos pseudônimos para os alunos, no intuito de preservar sua identidade.

matemática, pois tenho dificuldade na matéria e, na minha infância, uma professora fez com que eu não gostasse de matemática”.

É importante ressaltar que, mesmo se o aluno não gostar de matemática, é possível que a aprendizagem seja significativa. Uma condição para a aprendizagem significativa é que o aluno tenha predisposição para aprender. Isso não está diretamente associado ao fato de gostar de matemática ou estar motivado para a sua aprendizagem. De acordo com a teoria da aprendizagem significativa de Ausubel, a predisposição para aprender implica no desejo do aluno em estabelecer relações entre os novos conhecimentos e os subsunçores já existentes na sua estrutura cognitiva (MOREIRA, 2012).

Também emergiram dos registros dos alunos concepções que reduzem a matemática a cálculos. Pablo contou que “não gosta de matemática porque, não gosta de fazer cálculos”. Mateus sinalizou sua preferência pela área de humanas, ao apontar a matemática relacionada a cálculos: “tenho dificuldade em realizar cálculos e, então, prefiro a área de humanas”. Joana, além de reduzir a matemática a cálculos, também não conferia sentido à sua aprendizagem: “precisa esforçar muito a mente e há muitos cálculos e jeitos cada vez mais difíceis de resolver os problemas matemáticos e a maior parte deles não usaremos para nada em nossa vida”.

Os registros dos alunos evidenciam ideias equivocadas quanto ao reconhecimento dos números irracionais. Cabe dizer que os alunos, de modo geral, apresentaram concepções inconsistentes sobre a definição dos números irracionais. Eles foram associados, erroneamente, às dízimas periódicas. Nos dizeres de Simone: “são números que não são inteiros e sim dízimas”. Como Simone, Luana destaca “são números que dão dízimas periódicas infinitas”. Constatamos o conceito de número irracional associado, basicamente, à representação decimal, o que pode ser exemplificado no registro de Beatriz: “são números compostos de vírgula e, mesmo que tenha raiz e fração, quando resolvidos, também resultam em vírgula”. Nas respostas do questionário aplicado, destacamos ainda o registro de Gabriel que caracteriza os números irracionais como aqueles que não são exatos: “quando a divisão não dá um número exato”.

Os números irracionais também foram caracterizados como “números feios”, ou seja, uma linguagem utilizada pelos alunos para retratarem que não apresentavam familiaridade com o conjunto numérico em questão. O extrato a seguir elucida a concepção de José, dos números irracionais como algo estranho: “são aqueles números feios como a dízima periódica, as raízes que não dão certo”.

Entre as respostas do questionário também apareceram registros que identificavam os números irracionais como números negativos, como pode ser observado no registro de Vinicius: “são números que não tem raízes e são negativos”.

Refletiu-se, nas respostas dos alunos, a falta de sentido para o estudo dos números irracionais expressas com falas do tipo “números que representam coisas que não existem”. Além disso, foi manifestada a inutilidade do conhecimento para o cotidiano e expressões “não tem utilidade pra nada na vida” foram constantes entre os alunos.

Um olhar imediatista do conhecimento também é revelado entre os alunos, ao justificarem a importância de estudar o conjunto dos números irracionais para passar em concursos e/ou vestibulares. Indicações como “vou precisar para fazer um vestibular ou um concurso” foram sinalizadas diversas vezes entre os alunos.

Tais constatações nos revelam que são incompreensíveis, entre os discentes, as aplicações dos números irracionais. De um lado estão os alunos que não conferem significados para o estudo (conhecimento inútil) e, de outro lado, os alunos que declaram a importância dos números irracionais (conhecimento útil – imediatista – vestibular/concurso), mas ambos não reconhecem suas aplicações em outras áreas do conhecimento.

Partindo da teoria de Ausubel, tentamos reconhecer, nos registros dos alunos, não as ausências conceituais acerca dos números irracionais, mas as ideias que estivessem ancoradas em conhecimentos prévios, que sinalizassem concepções sobre os números irracionais.

Os registros dos alunos revelaram que eles não produziam significados para os números irracionais. Tal situação pode indicar a fragilidade de conhecimentos prévios para ancorar a aprendizagem de novos conhecimentos. Além disso, constatamos que eles não conseguiam representar os números irracionais algebricamente.

Segundo a teoria da aprendizagem significativa, os alunos aprendem a partir do que já sabem. E, portanto, quando solicitados a resolverem operações com radicais, os resultados apresentados indicavam a incompreensão do conceito de números irracionais e suas propriedades. Detectamos que aqueles que apresentaram soluções corretas para as operações apresentadas não conseguiam estabelecer relações com o conceito de números irracionais e, muito menos, suas aplicações e relevância para estudos posteriores. Isso pode indicar que, embora, tenham realizado as operações corretamente, o que se destaca é uma aprendizagem mecânica na execução da tarefa. Cabe dizer que a aprendizagem significativa e a aprendizagem mecânica não são dicotômicas. Entretanto, para que ocorra a passagem da aprendizagem mecânica para a aprendizagem significativa, é necessário que os alunos tenham

os subsunçores adequados e, associado a isso, tenham predisposição para aprender (MOREIRA, 2012).

Alguns alunos apontaram diferenças entre os números racionais e irracionais a partir de caracterizações comumente encontradas nos livros didáticos. Os poucos registros (oito, precisamente) apresentados por eles sinalizavam os números irracionais como aqueles que não podem ser escritos na forma de fração ou aqueles que possuem representação decimal infinita e não periódica. Verificamos ser ausente, entre os alunos, a interpretação geométrica dos números irracionais. No que diz respeito à representação de conjuntos numéricos, não reconhecem o diagrama de Venn.

Partindo da teoria de Ausubel, defendemos que o estabelecimento de relações com conhecimentos prévios é determinante para a construção de novos conhecimentos. Os resultados dessa pesquisa evidenciam a fragilidade conceitual dos números irracionais entre os alunos pesquisados. Em síntese, eles não apresentam subsunçores que permitam quaisquer trabalhos que envolvam os números irracionais.

### **Considerações finais**

Esse trabalho foi realizado com o objetivo de investigar as concepções de alunos do 1º ano do Ensino Médio sobre os números irracionais, sob a perspectiva da aprendizagem significativa. Os resultados da pesquisa apontam os números irracionais associados com: dízimas periódicas, representação decimal, números não exatos, números feios e números negativos. Os alunos não compreendem o significado do estudo dos números irracionais. Alguns poucos que mencionam a importância do estudo apresentam justificativas fundamentadas na necessidade do conhecimento para passar no vestibular.

O que se percebe é a falta de subsunçores para dar sequência a estudos que envolvam os números irracionais. E ainda, os alunos demonstraram passividade para expressar suas ideias no questionário aplicado. As respostas, de maneira geral, foram inconsistentes.

O estudo dos números irracionais causa desmotivação entre os alunos que, muitas vezes, não atribuem significado a esse conhecimento. O grau de abstração necessário para construção do conceito de números irracionais contribui para o desinteresse dos alunos. Mais do que isso, a forma de abordagem tradicional nos livros didáticos não instiga a curiosidade e as perspectivas de aplicação de tais números. Outro ponto a destacar é a atuação do professor

na utilização de materiais potencialmente significativos e que favoreçam a aprendizagem significativa.

Como implicações pedagógicas desse estudo, é preciso considerar como primordial a atuação do professor em sala de aula. Não se trata apenas de novas metodologias de ensino, mas a maneira como as estratégias adotadas serão utilizadas para banir a aprendizagem baseada na memorização e reprodução.

## Referências

- AUSUBEL, D. **Educational Psychology: A Cognitive View**. New York, Holt, Rinehart and Winston, 1968.
- AUSUBEL, D. **Aquisição e retenção de conhecimentos: Uma perspectiva cognitiva**. Lisboa: Editora Plátano, 2003.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.
- BRASIL. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- CORBO, Olga. **Um estudo sobre os conhecimentos necessários ao professor de matemática para a exploração de noções concernentes aos números irracionais na Educação Básica**. 2012. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2012.
- DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. The discipline and practice of qualitative research. In: DENZIN, Norman K.; LINCOLN, Yvonna S. **Handbook of Qualitative Research**. Thousand Oaks: Sage, 2000. p. 1-36.
- FISCHBEIN, E.; JEHIAM, R.; COHEN, D. The concept of irrational numbers in high-school students and prospective teachers. **Educational Studies in Mathematics**, n. 29, p. 29-44, 1995.
- IGLIORI, S. B. C.; SILVA, B. A. D. Conhecimento de concepções prévias dos estudantes sobre números reais: um suporte para melhoria do ensino-aprendizagem. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 21., 1998, Caxambu. **Anais...** Rio de Janeiro: ANPED, 1998. p. 10-20.
- MIGUEL, Antônio. **Três estudos sobre história e educação matemática**. 1993. Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP, 1993. Disponível em: <<http://www.repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/253114>>. Acesso em: 18 fev. 2019.
- MOREIRA, Marco Antônio. Aprendizagem significativa: um conceito subjacente. **Aprendizagem Significativa em Revista**, v. 1, n. 3, p. 25-46, 2011.

MOREIRA, Marco Antônio. Al final, que és aprendizaje significativo? **Qurriculum (La Laguna)**, v. 25, p. 29-56, 2012.

MOREIRA, Marco Antônio; MASINI, Elcie F. Salzano. **Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel**. São Paulo: Centauro, 2006.

NAKAMURA, K. **Conjunto dos Números Irracionais: a trajetória de um conteúdo não incorporado às práticas escolares**. 2008. Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2008. Disponível em: [http://www.pucsp.br/pos/edmat/mp/NAKAMURA\\_keiji.html](http://www.pucsp.br/pos/edmat/mp/NAKAMURA_keiji.html). Acesso em: 12 fev. 2018.

PENTEADO, C. B. **Concepções do professor do ensino médio relativas à densidade do conjunto dos números reais e suas reações frente a procedimentos para a abordagem desta propriedade**. 2004. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Faculdade de Educação, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2004.

POMMER, Wagner Marcelo. **A construção de significados de números irracionais no ensino básico: uma proposta de abordagem envolvendo os eixos constituintes dos números reais**. 2012. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-graduação em Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012.

SOARES, E. F. E.; FERREIRA, M. C. C.; MOREIRA, P. C. Números reais: concepções dos licenciandos e formação Matemática na licenciatura. **Zetetiké**, Campinas, v. 7, n. 12, p. 95–117, jul/dez, 1999.

SOUTO, A. M. **Análise dos conceitos de Número Irracional e Número Real em Livros Didáticos da Educação Básica**. 2010. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) - Instituto de Matemática – IM, Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ, 2010.

ZAZKIS, A.; SIROTIC, N. Irrational Numbers: The Gap between Formal and Intuitive Knowledge, **Educational Studies in Mathematics**, v. 65, n. 1, p. 49-76, 2007.

*Recebido em 26 de abril de 2020  
Aprovado em 25 de março de 2021*