

APROPRIAÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO A PARTIR DE HISTÓRIAS VIRTUAIS:

relações entre cotidiano, pensamento empírico e pensamento conceitual

APPROPRIATION OF THE CONCEPT OF FUNCTION FROM VIRTUAL STORIES:

relations between daily life, empirical thinking and conceptual thinking

Helen Nogueira Messeder

Mestre em Ensino, Filosofia e História das Ciências
Secretaria de Educação do Estado da Bahia – Bahia – Brasil
messederdelta@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-7374-8613>

Hélio da Silva Messeder Neto

Doutor em Ensino, Filosofia e História das Ciências
Universidade Federal da Bahia – Bahia – Brasil
helioneto@ufba.br
<https://orcid.org/0000-0002-6620-2989>

Edilson Fortuna de Moradillo

Doutor em Ensino, Filosofia e História das Ciências
Universidade Federal da Bahia – Bahia – Brasil
edilson@ufba.br
<https://orcid.org/0000-0001-5457-3718>

Resumo

O artigo discute o processo de apropriação do conceito de função através das relações entre o desenvolvimento do pensamento conceitual, o pensamento empírico e o cotidiano por meio de histórias virtuais. Para tanto, foi feita uma pesquisa qualitativa, fundamentada nos pressupostos da Psicologia Histórico-Cultural, com uma turma de 1º ano do Ensino Médio de uma escola situada na cidade de Salvador, Bahia. A categoria encontrada como resultado aponta que o professor deve ter, desde o início do processo de ensino, o objetivo de desenvolver nos alunos o pensamento teórico para melhor compreender e elaborar conceitos, mas nem sempre as situações cotidianas contribuem na elaboração de tais conceitos.

Palavras-Chave: conceito de função. Pensamento empírico. Pensamento conceitual. Cotidiano. Apropriação.

Abstract

The paper discusses the appropriating process of the concept of function through the relationships between the development of conceptual thinking, the empirical thought and daily life through virtual stories. Therefore, a qualitative research was carried out, based on the assumptions of Historical-Cultural Psychology, with a class of 1st grade of high school in a school located in the city of Salvador, Bahia. The category found as a result points out that the teacher should have, since the

beginning of the teaching process, the objective of developing theoretical thinking in students to better understand and elaborate concepts, but everyday situations do not always contribute to the elaboration of such concepts.

Keywords: function concept, empirical thinking, conceptual thinking, daily life, appropriation.

Introdução

O ensino e a aprendizagem da Matemática vêm, há muito tempo, sendo abordados das mais diversas e amplas maneiras. Vemos discussões, por exemplo, acerca dos conteúdos que devem estar presentes no currículo, como o professor deve ensinar, a metodologia mais adequada para cada turma ou grupo social, e de qual maneira o estudante aprende com mais facilidade (ZABALA, 1998).

Em se tratando de Função, existem trabalhos diversos (ZUFFI, 2016; DIAS; MATEUS, 2017; NIRO; KATO, 2020) que trazem a discussão desse conteúdo através de diferentes abordagens. Isso ocorre ao fazer um apanhado histórico para se chegar ao conceito atual de Função, assim como apenas apresentar um tipo de função para tratar de Campos Conceituais, ou ainda ao utilizar a Função para tratar de conteúdos vistos no ensino superior – como é o caso do ensino de integrais e derivadas.

Esse trabalho também tem a Função como objeto, porém, ela se revelará através de histórias elaboradas com o objetivo de investigar o processo de apropriação do conteúdo de Função, isto, à luz da Psicologia Histórico-Cultural. Logo, a partir das nossas análises, percebemos a relação entre o contexto de tais narrativas com o pensamento empírico e o desenvolvimento do pensamento conceitual.

Como já dito anteriormente, Função já é um tema bem explorado por outras pesquisas, então, por que tratar dela novamente? Levando em consideração a importância desse assunto, por entender que a noção de Função está presente desde as questões mais fundamentais, como nas operações de contagem, e até em elementos que se apresentam nas questões mais avançadas – como em cálculos infinitesimais e probabilidade (PONTE, 1990) –, também notamos a necessidade de explorá-lo para além dos seus exemplares.

Quando pensamos em Função é comum lembrar os seus diversos tipos: de 1º e 2º graus, exponencial, logarítmica, modular, constante e trigonométricas. Mas, o que torna todos esses exemplares, de fato, Função, qual é a característica comum que nos possibilita identificá-los como tal?

O termo “Função” nos remete a fatores que possuem relações de dependência uns com os outros, ou seja, algo ou alguém que está em função de um outro objeto ou pessoa. Segundo

Caraça (2000), a essência do pensamento funcional seria estudada considerando as relações e entes relacionados de um isolado:

Sejam A e B dois componentes dum isolado; entre eles existem relações de dependência. Consideramos uma dessas relações; nelas podemos distinguir dois sentidos, um de A para B e outro de B para A; diremos, do primeiro sentido, que tem antecedente A e conseqüente B, do segundo, que tem antecedente B e conseqüente A; distingui-lo-emos respectivamente pelas notações: sentido de relação $A \rightarrow B$ e sentido de relação $B \rightarrow A$ (CARAÇA, 2000, p. 106).

A partir desta citação, é possível perceber que surge alguma noção de relações entre objetos, que não são, necessariamente, representados nem por variáveis, nem por números e nem por expressões algébricas. Este é um exemplo importante para mostrar que existem situações nas quais é possível discutir problemas relacionados à matemática sem estarmos restritos à linguagem propriamente matemática.

Roratto (2009) diz que essa situação poderia nos levar a pensar, por exemplo, que A é uma determinada espécie animal que é predadora da espécie B, portanto a relação de dependência $A \rightarrow B$ significaria que A se alimenta de B. Esse tipo de abordagem ajudaria no processo de aprendizagem, pois daria “condições ao estudante de perceber as idéias básicas por trás do conceito matemático, contribuindo, efetivamente, para a construção do conceito de Função e desligando-se da visão puramente algébrica e de manipulação de fórmulas” (RORATTO, 2009, p. 50).

O estudo de Função, a partir da compreensão da variável, foi muito importante, pois possibilitou que relações de dependência entre elementos de conjuntos distintos fossem representados de outra forma, não apenas por tabelas ou até mesmo por extenso, e também foi um avanço no sentido de pensar numa fórmula geral que represente tais relações. Vejamos a versão mais recente do conceito de Função, apresentada por Lejeune Dirichlet (1805 - 1859) e citada por Braga (2006):

Se uma variável y está relacionada com uma variável x de tal modo que, sempre que é dado um valor numérico a x , existe uma regra segundo a qual um valor único de y fica determinado, então diz-se que y é função da variável x (BRAGA, 2006, p. 18).

Neste conceito estão presentes elementos de dois conjuntos distintos, sendo um deles uma variável independente e outro uma variável dependente, revelando-se a partir de uma regra dada. Contudo, esses elementos não existiam em todos os conceitos sobre Função, na verdade ainda não se tratava do conceito propriamente dito, mas da ideia do que seria Função,

a sua essência. Desde as primeiras conjecturas sobre o que futuramente seria chamado de “Função”, existia a dependência entre dois objetos que, de alguma maneira, se relacionavam, independentemente de uma variável.

É inegável a importância que a variável teve no desenvolvimento do estudo de Funções, pois ela consegue sintetizar a ideia do conjunto, ao mesmo tempo que representa cada um dos elementos que o compõem. Contudo, não é nela que reside a característica principal da Função, ou seja, a **relação entre fenômenos**. Desde as primeiras conjecturas sobre o que viria a ser Função, a relação entre dois entes se faz presente, sejam eles grandezas ou conjuntos.

Comumente, a Função é definida como a relação entre grandezas ou conjuntos, mas o termo **grandezas** pode ser entendido como aquilo que pode ser medido, e geralmente está vinculado às informações numéricas ou geométricas, estabelecendo comparações entre objetos, sejam de igualdade ou desigualdade (PANOSSIAN, 2014). Já quando se fala em **conjuntos**, trata-se de características específicas de situações tipicamente matemáticas, logo, entende-se como sendo uma coleção de objetos ou de seres matemáticos (elementos) em número finito ou infinito, sendo a pertença ao conjunto definido por uma propriedade característica¹.

Diferentemente das definições anteriores – as quais são encontradas em outras pesquisas e concebem as funções como instrumentos para resolver problemas de variações, relacionando grandezas, como o tempo e o espaço (PONTE, 1990), ou como correspondência entre variáveis (BRITO; ALMEIDA, 2005) –, quando falamos na relação entre fenômenos entendemos que estes não estão relacionados às questões tipicamente matemáticas, nem aquelas que podem ser comparadas a partir de medições. Essa relação pode ser entre entes de naturezas distintas, como pessoas e objetos, mas não necessariamente entre tempo e velocidade, por exemplo. Portanto, o fenômeno está relacionado a um conjunto de elementos que possuem alguma característica em comum, mas que não precisam ser entendidos como grandezas e nem expressos como tal.

É importante deixar claro o que entendemos como sendo o conceito de Função, uma vez que as histórias virtuais elaboradas pretendiam discutir as relações entre fenômenos, e quais eram esses fenômenos, em situações que aparentemente não possuem relação com a matemática.

¹ CONJUNTO. *In*: DICIONÁRIO Aurélio de Português Online. [S.l.: s.n.], 2018. Disponível na Internet: <https://dicionariodoaurelio.com/conjunto>. Data de acesso: 23 jan. 2019.

Deste modo, buscando compreender como os estudantes se apropriam do conceito de Função, pudemos discutir os obstáculos encontrados para o desenvolvimento do pensamento conceitual quando as narrativas estavam muito próximas de situações do cotidiano e do pensamento empírico.

Afinal, o que é história virtual?

Antes de apresentar as histórias virtuais, precisamos entender quais são as bases que as sustentam teoricamente, visto que não se trata de um tipo qualquer de enredo. Sendo assim, para tratarmos das histórias virtuais, é necessário abordarmos a Atividade Orientadora de Ensino (AOE), pois a primeira está contida na segunda.

Para discutirmos a AOE, partiremos do pressuposto que a escola, por excelência, é o espaço de aprendizagem responsável por transmitir às futuras gerações o conhecimento já produzido pela humanidade. No núcleo das escolas estão presentes os sujeitos que ensinam (professores), os sujeitos que aprendem (alunos) e as atividades organizadas pelos professores – a última com intencionalidade para fazer com que os estudantes se apropriem dos conhecimentos elaborados ao longo da história pelo gênero humano.

A materialização da intencionalidade se dá por meio das atividades orientadoras de ensino (MOURA; SFORNI; ARAÚJO, 2011). E a atividade orientadora de ensino, segundo Moura (1997), é toda atividade que tem como premissa dar condições aos sujeitos para que eles interajam, a partir de um conteúdo, negociando significados, isto com o objetivo de coletivamente resolver uma situação-problema.

As situações-problemas, por sua vez, podem fazer parte de qualquer tarefa, seja ela baseada no marxismo ou não. Porém, o que diferencia as situações-problema que se apresentam nas atividades que propomos são, justamente, as concepções de ensino que fundamentam teoricamente tais tarefas, sendo elas: o materialismo histórico-dialético e a abordagem histórico-cultural (MOURA; SFORNI; ARAÚJO, 2011).

Ao utilizar a situação-problema (...) não procuramos apenas a lógica do objeto – do conteúdo – ou a do sujeito – seus interesses e dinâmica. Contemplamos os dois movimentos: o do sujeito e o do objeto. Isso não significa apenas agrupá-los como dois aspectos importantes a ser levados em conta na organização do ensino, mas considerá-los em uma unidade. Essa unidade está presente no movimento de produção [do] conhecimento e também de sua apropriação pelos sujeitos (MOURA; SFORNI; ARAÚJO, 2011, p. 41).

Falar sobre a essência do objeto – neste caso, a essência dos conceitos – significa “se apropriar dos objetos ou dos fenômenos que são produto do desenvolvimento histórico, é necessário desenvolver em relação a eles uma atividade que reproduza, pela sua forma, **os traços essenciais da atividade encarnada**, acumulada no objeto” (LEONTIEV, 1978, p. 268, grifo nosso). Portanto, significa mostrar que o conteúdo também é um problema a ser resolvido, de modo que os sujeitos percebam a necessidade de tais conceitos. O ideal é que, durante o processo, os estudantes entendam o conhecimento como parte da sua vida real e não apenas como uma condição externa, utilizável somente para satisfazer o momento de avaliação na escola (CEDRO; MOURA, 2007).

Em vista disso, a AOE nos ajuda a compreender a essência dos conceitos, uma vez que, através dela, é possível materializar os conteúdos e os objetivos de ensino neste tipo de tarefa. Logo, por ter a história dos conceitos como ponto de partida, “(e)sse processo de revelação da essência do objeto vai ao encontro da criação do contexto de descoberta que caracteriza o espaço de aprendizagem” (CEDRO; MOURA, 2007, p. 42).

Desta maneira, compreender a AOE nos possibilita entender e utilizar a história virtual do conceito, pois se trata da materialização de um dos tipos de situação desencadeadora de aprendizagem. Porém, deixemos claro que, quando falamos em materialização desse tipo de atividade, não estamos tratando de um problema prático, mas sim de um problema de aprendizagem (MOURA et al., 2010).

Sendo assim, compreende-se a história virtual do conceito como um recurso metodológico ou uma estratégia didática que põe em prática os pressupostos da Atividade Orientadora de Ensino. Logo, trata-se de uma situação-problema que contempla a essência dos conceitos, mostra como e por quais motivos a humanidade elaborou tais conceitos, dando oportunidade aos estudantes de entender que o conhecimento vai se desenvolvendo à medida que os seres humanos precisam responder novas necessidades. Portanto, fica mais fácil de compreender que se trata de uma construção humana, os conceitos dependem do momento histórico e das múltiplas determinações que os levaram àquelas sínteses.

Moura e Moura (1997) consideram a história virtual do conceito, as situações emergentes do cotidiano e o jogo como recursos metodológicos, nos quais ocorre a objetivação das situações desencadeadoras de aprendizagem. Segundo Moura e colaboradores (1996), podemos descrever a história virtual como

(...) as situações-problema colocadas por personagens de histórias infantis, lendas ou da própria história da matemática como desencadeadoras do pensamento da criança de forma a envolvê-la na construção de soluções que

fazem parte do contexto da história. Dessa forma, contar, realizar cálculos, registrá-los, poderá tornar-se para ela uma necessidade real (MOURA *et al.*, 1996, p. 20).

O uso deste tipo de recurso visa à necessidade de mostrar as influências culturais e sociais dos conceitos, pois os sujeitos elaboram soluções a partir das suas necessidades objetivas, segundo suas necessidades reais e coletivas. Faz-se necessário mostrar que o conceito não aparece do nada, não salta aos olhos, mas que ele depende do momento histórico pelo qual a humanidade passará, e, por isso, envolver os estudantes nesse tipo de situação é importante.

Vejamos o exemplo de uma história virtual, criada por Damazio e colaboradores (2012), nomeada como “Verdim e seus amigos”:

Era uma vez Verdim, um ser encantado que vivia em uma floresta de outro mundo. Verdim tinha muitos amigos e juntos brincavam, todos os dias, na clareira dessa floresta. Quase todos viviam próximos à casa de Verdim, menos três deles: o Gigante chamado Tililim e os dois anões, Edim e Enim. Certo dia Verdim convidou a todos para brincarem em sua casa. Como Tililim, Edim e Enim moravam muito longe, Verdim explicou como chegar até lá. Assim, saindo da clareira, do lado que o sol se põe, deveriam dar cinquenta passos para frente, depois trinta passos à direita e mais quarenta passos até a grande árvore e, então, continuariam em frente e sua casa estaria à apenas dez passos dali.

Com a explicação de Verdim, os três amigos anotaram todas as orientações para não esquecerem nada. No dia seguinte, logo pela manhã, seguiram na direção indicada. Mas, apesar disso, não conseguiram chegar à casa de Verdim. O que pode ter acontecido? Por que eles não chegaram? Como ajudar Verdim a entender o que aconteceu para buscar outro modo de explicar como chegar até sua casa? (DAMAZIO *et al.*, 2012, p. 185).

A discussão – acerca dos motivos pelos quais os amigos de Verdim não chegaram ao local correto – nos possibilita falar sobre a necessidade da padronização de medidas, ou seja, a diferença entre os passos dos diferentes sujeitos nos faz pensar como foi necessário criar estratégias e chegar às unidades de medidas, um conteúdo que, de maneira sistematizada, passou a ser ensinado nas escolas nas aulas de matemática. Essa situação que, aparentemente, nada tem a ver com a síntese de um conceito, possibilitou a abordagem do mesmo. Sabemos que não foram essas ações que geraram a real necessidade de tal elaboração, mas, a partir delas, é possível pensar como a humanidade lidou com esse problema e qual a sua resolução. Por isso, tais histórias são chamadas de **virtuais**, pois apresentam as **condições** essenciais do conceito experienciado pela humanidade ao longo da sua história, mas não a necessidade e nem a história real.

A partir desse entendimento, elaboramos histórias virtuais que compuseram a pesquisa. A seguir, apresentaremos apenas os trechos essenciais destas para melhor compreensão deste artigo:

Casais de araras azuis - No mundo animal existem grupos que são ditos poligâmicos e outros monogâmicos (...) cerca de 90% das aves são monogâmicas, a exemplo da arara-azul. No Brasil, graças a iniciativas de preservação desses animais, o número de araras-azuis que vivem no Pantanal subiu de 1500 para 5000 desde 1999. Fez-se uma pesquisa e dessas 5000 araras, 2300 são fêmeas e 2700 são machos; sabe-se também que todas as fêmeas deste grupo se relacionam com algum macho deste grupo. Porém, após alguns exames, foi constatado que 200 dessas fêmeas possuem um problema de fertilidade, o que as impede de gerar outras araras-azuis (...) alguns centros de pesquisa se ofereceram pra tratar de tais aves. Um desses centros de pesquisa foi o escolhido e então os pesquisadores isolaram essas aves para começar um tratamento de fertilização, mas elas foram roubadas (...) a polícia ambiental encontrou as pessoas que roubaram as 200 araras fêmeas, mas as araras não foram encontradas pois todas já haviam sido vendidas no mercado clandestino. Quando perguntados sobre os motivos do roubo, um deles disse que as araras-azuis têm um valor de mercado muito alto e, como essas araras não podiam ter filhotes, isso não geraria nenhum problema, ao contrário, os machos se uniriam a outras fêmeas, procriando mais e mantendo a perpetuação da espécie.

Mas a questão que fica é: o discurso do homem que roubou as araras faz sentido? Como fica a relação entre as araras fêmeas e os machos que restaram? (MESSEDER, 2019, p. 119).

A narrativa abordou a relação do homem com a natureza, como ele pode transformá-la, às vezes de maneira prejudicial, ao exemplo de pessoas roubando araras para serem vendidas no mercado clandestino. Neste caso, seguindo as especificações apresentadas, é possível falar da injetividade, pois, mesmo ao diminuir o número inicial de araras fêmeas e mantendo dos machos, a relação vai se manter – pois é sabido que estas aves são monogâmicas. Os fenômenos são as araras fêmeas e as araras machos.

Roubo de obras de arte - Há uma semana, 427 pessoas visitaram um espaço, aqui chamaremos de museu, em que estavam em exposição 231 obras de arte do povo asteca. Por se tratar de obras de arte muito valiosas para a comunidade, todos os seguranças e visitantes precisam entregar algum documento com foto na recepção do museu, assim como também é feito o registro de suas digitais. Após a visita, os 50 seguranças do local, que possuem uniformes especiais e todos iguais, deram falta de 6 destas obras (...) durante a investigação, notou-se que o sistema de segurança do museu não estava funcionando. Temos algumas informações que podem nos ajudar: nenhum visitante estava usando luvas e nem nada que cobrisse a cabeça (como gorros, chapéus ou lenços) durante a visita, pois é regra estabelecida pelo museu. Além disso, todas as obras de arte são protegidas por caixas transparentes com sensor de toque, ou seja, caso alguém pegue em qualquer caixa o alarme dispara. Ah! Encontramos uma caneta azul de

material transparente dentro de uma das caixas onde estava uma dessas obras roubadas. Acredito que essas sejam pistas importantes para encontrarmos o suspeito, só não sabemos como ainda! (MESSEDER, 2019, p. 120).

Já a narrativa sobre o roubo de obras de arte, está relacionada ao desenvolvimento da tecnologia para, neste caso, solucionar um roubo. Nela foram apresentadas algumas possíveis pistas para encontrar quem levou as obras do museu. Porém, dadas as condições factíveis, só existe uma prova: a impressão digital, a qual levará a um único culpado, possibilitando a discussão sobre bijetividade. Portanto, os fenômenos envolvidos são as pessoas e suas respectivas impressões digitais.

Assim, para melhor compreender como chegamos à categoria que apresentaremos mais à frente, na próxima seção discutiremos brevemente, com base na Psicologia Histórico-Cultural, como se dá o desenvolvimento do pensamento, a partir das ideias de Davidov (1988). Sabemos que essa abordagem não é suficiente para compreender toda a complexidade da teoria, mas ajudará a entender os apontamentos apresentados ao longo da análise aqui feita.

Formação de conceitos e desenvolvimento do pensamento conceitual

O desenvolvimento do pensamento humano, segundo Davidov (1988), é caracterizado pela ideia de abstração, generalização e formação de conceitos, num movimento que parte da percepção e vai até o conceito, ou seja, inicia-se “no plano concreto, sensorial, para o abstrato, imaginável” (OLIVEIRA, 2003, p. 30). Além disso, é necessário entender que existem distinções entre pensamento empírico e pensamento teórico, e como é importante compreender o processo de mudança do pensamento empírico ao pensamento teórico.

A ascensão ao pensamento teórico talvez seja a mudança qualitativa mais avançada, em termos do desenvolvimento psicológico tipicamente humano, na direção de um constante aumento do controle do sujeito sobre si mesmo, da auto-regulação e da transcendência em relação ao mundo da experiência imediata (...) Esta terceira mudança está relacionada a práticas culturais específicas e pode ser associada à alfabetização, à escolarização e ao desenvolvimento científico (OLIVEIRA, 2003, p. 30-31).

A inserção da criança na escola faz com que ela compreenda o mundo para além das manifestações empíricas experienciadas. É neste lugar que as crianças são apresentadas às formas mais desenvolvidas da consciência social e do pensamento teórico, e é através dela que é possível conhecer os fundamentos da ciência e da arte, por exemplo.

Segundo Davidov (1986), a escola é o lugar responsável por promover a transição do pensamento abstrato empírico para o concreto teórico, isto a partir do uso e da construção de modelos, da história que envolve as disciplinas, das relações entre universal e particular.

Portanto, o objetivo principal do processo de escolarização é o entendimento da realidade, e, para tal, é preciso que aconteça a ascensão do pensamento empírico para o pensamento teórico. Para entender esse processo de mudança, precisamos saber o que Davidov (1986) entende por pensamento:

Pensar significa inventar, construir 'na mente' o projeto idealizado (correspondente à finalidade da atividade, a sua idéia) do objeto real que deve ser o resultado do processo laboral pressuposto... Pensar significa transformar, em correspondência com o projeto ideal e o esquema idealizado da atividade, a imagem inicial do objeto de trabalho em um outro objeto idealizado (DAVIDOV, 1986, p. 130).

Portanto, se pensar significa produzir na mente o objeto real, podemos dizer que o que fazemos nada mais é do que formar a imagem subjetiva da realidade objetiva. Sendo assim, estamos a todo o tempo reproduzindo objetos idealizados e suas relações, considerando o movimento lógico-histórico, sem perder de vista a sua base material. É nesse processo que o conceito surge como a forma de atividade mental reproduzindo “o objeto idealizado e o sistema de suas relações, que em sua unidade refletem a universalidade ou a essência do movimento do objeto material” (DAVIDOV, 1986, p. 135). Os conceitos, então, como produto da história da humanidade, são apropriados pelos sujeitos, e não criados.

De acordo com a dialética, devemos considerar as relações existentes entre concreto e abstrato, visto que a abstração leva à reprodução do concreto via pensamento.

Em primeiro lugar, o conteúdo desta abstração deve corresponder à conexão historicamente simples do sistema integral, o qual em sua desmembração representa o concreto (os termos “conexão e “sistema integral” designam objetos de análise lógica e caracterizam quaisquer relações e sistemas reais). Em segundo lugar, no conteúdo desta abstração, devem estar refletidas as contradições da conexão simples do sistema, com cuja resolução este se converte em desmembrado (dividido). Em terceiro lugar, o conteúdo desta abstração deve refletir não só a conexão simples, mas também essencial do sistema estudado, cujo desmembramento sujeito à lei assegura, junto com isso, a unidade dos distintos componentes relativamente autônomos do sistema integral. *As propriedades da abstração podem ser resumidamente definidas assim: é a conexão historicamente simples, contraditória e essencial do concreto reproduzido* (DAVIDOV, 1986, p. 151-152, grifo nosso).

Como Davidov (1986) explicitou, a abstração não está relacionada apenas a uma ideia ou algo fora da realidade concreta, mas possui relação com as condições históricas reais, e isso pode soar estranho num primeiro momento, já que estamos tratando de abstrações que são observáveis. O primeiro ponto a ser esclarecido é o conceito de abstrato, pois, na lógica dialética, existem várias características que o definem, como “o abstrato é simples, privado de

diferenças, não desenvolvido. Estas características designam os aspectos do abstrato real com certa parte autônoma, apartada do todo” (DAVIDOV, 1986, p. 152). O abstrato e o concreto são faces de uma mesma moeda, fazem parte de todo objeto, são derivados da atividade mental, é o “momento da realidade material em permanente mudança” (DAVIDOV, 1986, p. 153).

Em suma, a relação entre concreto e abstrato não é definida por aquilo que é manipulável ou não. Analisar as categorias particular e universal² é fundamental para compreender o conteúdo objetivo próprio do conhecimento. O conhecimento é dito abstrato quando o objeto é analisado a partir das suas partes, de maneira autônoma e isolada, com independência relativa dos exemplares empíricos que existem, dos detalhes que o compõem. Já quando temos a situação inversa, ou seja, se tomamos o objeto numa totalidade, considerando sua essência e determinações históricas, por mais que eles estejam representados por símbolos não muito utilizados comumente, estamos falando do conhecimento concreto. Por essas razões, entendemos que a ascensão do conhecimento parte do empírico e passa pelo abstrato em direção ao concreto.

Para melhor entender como chegamos à categoria apresentada neste artigo – a partir do que discutimos até então –, apresentaremos, na seção seguinte, a metodologia utilizada ao longo do processo.

Metodologia

Para alcançarmos o objetivo de compreender como se deu a apropriação do conceito de Função – através das relações entre o desenvolvimento do pensamento conceitual, o cotidiano e o pensamento empírico, a partir de histórias virtuais – foi preciso que a pesquisa passasse por Comitê de Ética em Pesquisa (CEP), sendo aprovada por dois deles. Sendo assim, tais narrativas foram aplicadas numa turma de 1º ano do Ensino Médio, composta por 41 alunos, numa instituição de ensino situada na cidade de Salvador, Bahia.

Após a aceitação da coleta em tal instituição (por parte da diretoria da escola), fomos em busca de algum docente que participasse da pesquisa e, ao apresentar os objetivos e as propostas, uma professora aceitou o convite logo no início do ano letivo – havíamos conversado brevemente sobre as narrativas e a docente sugeriu algumas mudanças.

² A singularidade diz respeito a fenômenos únicos, irrepetíveis, que constituem uma unidade, mas que se apresentam de maneiras distintas. Esta unidade, em diferentes fenômenos, se efetiva no campo da particularidade, sendo que o particular realiza a mediação entre singular e universal. Deste modo, a singularidade é fundamentada na universalidade ao passo que a universalidade se concretiza na singularidade a partir da mediação da particularidade.

Conversamos sobre a época mais adequada para implementação da tarefa, e concluímos que o ideal seria durante a 2ª unidade³. No mais, ficou acordado que a aplicação da tarefa seria feita pela própria docente da turma, mas que a pesquisadora poderia fazer considerações, caso fosse solicitada ou percebesse a necessidade de interferir para conseguir sanar quaisquer dúvidas.

Logo que pensamos na elaboração das narrativas, tínhamos como referência o debate sobre conceitos a serem discutidos em sala. O objetivo era focar na **essência** da Função, aquilo que faz todos os tipos de Função serem, de fato, uma Função. Portanto, entendendo como essência da Função a relação entre fenômenos, percebemos que dadas as possibilidades, discutir injetividade, sobrejetividade e bijetividade era o que melhor representaria o nosso propósito, visto que o entendimento sobre elas não se dá apenas a partir de expressões algébricas ou gráficos de Função. Desta forma, foram elaboradas narrativas sobre Funções injetivas, sobrejetivas e bijetivas⁴.

Os métodos de coleta de dados foram: a observação, os documentos e as entrevistas. A observação tem como objetivo maior examinar, com o intuito de compreender, como se deram as relações entre os pares, ou seja, como o professor lidou com a proposta da tarefa e como os estudantes reagiram a ela. Sendo assim, a observação é um instrumento útil, uma vez que, se nosso objetivo é entender as contribuições para a apropriação de um conteúdo na sala de aula, precisamos entender como se dão as relações professor-aluno e aluno-aluno no ambiente, tendo como pano de fundo a história virtual.

Toda a observação foi feita ao longo de cinco dias⁵, sendo que, nos dois primeiros dias, a pesquisadora permaneceu na sala de aula apenas para que os estudantes se acostumassem com a sua presença, para que não causasse tanta estranheza durante a coleta dos dados.

Em todos os dias de aplicação da tarefa, a professora fez uma leitura prévia das narrativas para a turma inteira, com o intuito de sanar quaisquer dúvidas que poderiam surgir a partir deste primeiro contato. Mas, antes disso, a sala foi dividida em grupos de quatro e

³ Período escolar relativo ao 2º bimestre, de um total de 4 períodos anuais.

⁴ Segundo Lima e colaboradores (1999), a Função f que leva os elementos do conjunto X nos elementos do conjunto Y “chama-se injetiva quando elementos diferentes em X são transformados por f em elementos diferentes em Y ”. A Função f será sobrejetiva quando, para qualquer elemento y pertencente a Y , pode-se encontrar (pelo menos) um elemento x pertencente a X tal que $f(x) = y$. A Função f é dita bijetiva quando é, simultaneamente, injetiva e sobrejetiva.

⁵ Entramos em sala apenas dois dias antes do início da coleta, isto devido à demora na aprovação da pesquisa nos Comitês de Ética em Pesquisa – UFBA e IFBA – que se estendeu por quatro meses.

cinco pessoas, e, então, foi entregue uma narrativa por grupo, para que os alunos acompanhassem a história. Após a leitura coletiva, os estudantes discutiam entre si as respostas que seriam dadas às questões apresentadas na narrativa. Tanto a escolha em dividir a turma em grupos quanto entregar apenas uma narrativa tinha o objetivo de capturar as interações entre os estudantes, pois isso facilitaria a interação entre eles, como: perguntar ao outro do que se tratava a pergunta, tentar chegar a um consenso, ajudar nas conjecturas, revisitar a narrativa, corrigir a ideia do colega etc.

Nesse ínterim, a professora passava em cada um dos grupos para ajudá-los, com o intuito de orientá-los para que não fugissem do objetivo da tarefa e das informações apresentadas na narrativa.

Após o auxílio da docente em todas as equipes, as folhas de resposta dos grupos de estudantes foram recolhidas e entregamos as narrativas para cada um individualmente, a fim de que todos pudessem respondê-las e acompanhar a sistematização. A sistematização começou pela resolução da situação-problema, utilizando diagramas, e em seguida foram apresentados outros exemplos, sendo que todos eram do tipo injetora, sobrejetora ou bijetora. Os estudantes só tiveram acesso às respostas dos demais grupos ao longo da sistematização, quando a professora perguntou como eles elaboraram suas respectivas soluções. As respostas das narrativas e as notas de caderno dos alunos também foram importantes (enquanto método de coleta) para fazer nossa análise, pois, através deles, foi possível encontrar padrões relevantes para a compreensão do processo de apropriação do conteúdo investigado.

Como dito anteriormente, as folhas de respostas foram recolhidas antes da sistematização, especialmente por ser importante analisar as resoluções dos alunos sem a interferência daquilo que fosse apresentado no quadro, uma vez que coletaríamos não as soluções dos alunos, mas sim as da professora. Por meio desses registros é possível compreender melhor as aquisições do conteúdo e as dificuldades enfrentadas no processo. As entrevistas também ajudaram no processo de entendimento dos registros dos alunos.

Após a aplicação das narrativas, a pesquisadora e a professora fizeram um convite à turma para que os estudantes participassem da entrevista. Deixamos claro que este momento também fazia parte da coleta de dados, mas que eles poderiam ficar à vontade para participar ou não desta etapa. Sendo assim, de um total de 41 estudantes, apenas nove deles participaram da entrevista nos dias e horários negociados, isto de acordo com a disponibilidade daqueles que aceitaram participar do encontro. As entrevistas foram feitas de forma individual, em salas da própria escola e gravadas em áudio.

Deste modo, após todo o processo de coleta, organizamos o material coletado, ouvimos as aulas, as entrevistas e fizemos algumas transcrições. Vale ressaltar que não fizemos as transcrições por completo do material, mas, sim, de partes dele. À medida que escutávamos as aulas, já identificávamos os vídeos e os trechos que apresentavam aspectos importantes e em comum. Assim sendo, fizemos as transcrições necessárias.

A partir de tais dados, e das considerações feitas sobre o desenvolvimento do psiquismo humano, chegamos à categoria que discutiremos na próxima seção: o cotidiano nas narrativas e o pensamento empírico.

O cotidiano nas narrativas e o pensamento empírico: entraves ao desenvolvimento do pensamento conceitual

Passemos, então, a tratar da relação do cotidiano presente nas histórias: o pensamento empírico e o pensamento conceitual. A discussão diz respeito à relação dos estudantes com as histórias criadas, o quão próximas às soluções se apresentavam, em alguma medida, do seu dia a dia, ou seja, como a relação entre realidade empírica imediata e o problema dado influenciou no desenvolvimento do seu raciocínio.

Ao elaborar as narrativas, pensamos em criar histórias cujos cenários poderiam ser conhecidos pelos estudantes, pois, provavelmente, todos já viram matérias jornalísticas sobre contrabando de animais silvestres, assim como também já tiveram acesso a reportagens, novelas, séries ou filmes que tratavam da investigação de algum roubo. Foi a partir da possibilidade de vincular a relação entre os fenômenos e esses acontecimentos que decidimos, de fato, que as narrativas seriam aquelas apresentadas aos alunos.

Os estudantes, durante a aplicação das narrativas, não sabiam que elas estavam relacionadas com o conteúdo de Função. Além disso, a maioria dos alunos da turma nunca tinha visto esse conteúdo, com exceção dos repetentes e de um aluno que tinha visto no 9º ano do Ensino Fundamental.

No dia da aplicação da narrativa das araras, após a professora realizar a leitura da narrativa para a turma inteira, um dos grupos logo desenhou diagramas de Venn, considerando as 2.100 araras fêmeas férteis como domínio e os 2.700 machos como o contradomínio.

Dos oito grupos formados na turma, quatro deles responderam a atividade através de diagramas ou gráficos, enquanto os outros só responderam à primeira questão do problema – “O discurso do homem que roubou as araras faz sentido?”. Contudo, os alunos foram mais cuidadosos com as características presentes na narrativa, leram e releam tentando compreender a relação entre os casais de araras, além de fazerem poucas suposições acerca do

problema, no qual a única ideia diferente para superá-lo foi esperar nascer os filhotes dos casais que se mantiveram e, então, eles se juntariam aos machos que ficaram sozinhos.

Professora: Vem cá, vocês vão fazer o que com as que sobraram?

Michele: As que sobraram? Vão ficar sozinhas!

Professora: Sozinhas? Quem vai ficar sozinho, as fêmeas ou os machos?

Michele: Os machos! Ah, então tive uma ideia! A gente pode fazer assim: depois que as fêmeas procriaram com os machos, depois que elas parissem e ficassem de resguardo, ficassem de boa, aí, tipo, a gente bota ela...

Maria: Não, não, espera aí!

Professora: Hahaha. Elas são monogâmicas!

Maria: Os filhos podem crescer e ficar com os machos.

Professora: Você pode pensar nisso para o futuro, mas aí não!

Michele: Então a gente não precisa olhar para quem sobrou!

Vejamos que, no diálogo acima, as alunas têm uma certa aproximação com o tema, a situação está mais próxima da empiria, tanto que Michele associa o parto e os cuidados pós-parto das aves com os dos seres humanos. Esta discussão trouxe à tona conceitos espontâneos que, *a priori*, não tinham vínculo com a resposta, mas que, ao mesmo tempo, não fez com que as alunas se desligassem da relação entre os fenômenos, quais fenômenos eram esses e a relação se manteve.

À primeira vista, quanto mais próxima da realidade dos sujeitos a situação-problema estiver, melhor, pois eles poderão solucioná-la mobilizando apenas conhecimentos cotidianos, não-científicos. Isso poderia até ser aceitável caso não estivéssemos na escola, lugar responsável por divulgar o saber elaborado, não o senso comum, visto que o dia a dia já dá conta desse tipo de conhecimento, ou seja, ele é aprendido em qualquer lugar, independente da escola. A questão é: junto com o problema proposto, vem também a discussão de conceitos próprios da matemática, isto é, de conceitos científicos.

Ao longo da aplicação da segunda história virtual, os alunos foram dando pistas quanto à apropriação do conteúdo de Função, isto à medida que as respostas e discussões foram se complexificando, como ao fazer comparações entre gráficos de funções reais, avançando para conjecturas num nível mais abstrato, considerando não apenas os diagramas

⁶ Os nomes escolhidos para designar os alunos são fictícios e foram escolhidos pela pesquisadora.

de Venn e variáveis discretas. Porém, ao lerem a história, alguns estudantes lembraram do filme *Rio* (lançado em 2011, sob direção de Carlos Saldanha), no qual uma arara-azul macho fora capturada por contrabandistas quando filhote, vivia como um animal doméstico nos Estados Unidos e acreditava ser o último exemplar da sua espécie. Quando se descobre que no Brasil existe uma fêmea da mesma espécie, um cientista tenta uni-los para que possam salvar a espécie da extinção, porém ocorre uma tentativa de roubá-los e o filme se desenrola a partir de então.

Lis, a aluna que já havia assistido ao filme, utilizou-se desse conhecimento para com os colegas e, assim, defender seu ponto de vista:

Lis: Achei, velho! Tem 200 fêmeas inférteis, mas, tipo, elas não sabem que são inférteis. E aqui tá falando que o ladrão falou que os machos se uniriam a outras fêmeas, mas não iam, não! Se a espécie é monogâmica, eles não se unem a outras fêmeas, ficam com a mesma até quando morrem, as vezes morrem de tristeza pelo outro que morreu!

Marcela: É mesmo? Ai!

Lis: Sério, não, é sério! O poligâmico tanto faz, mas o monogâmico acasala com o mesmo a vida toda! Então “os machos se unirão a outras fêmeas” ... não, porque as fêmeas não sabem que são inférteis.

Marcela: Então se já tinham 500 machos sobrando, vão sobrar agora 700.

Lis: É igual ao filme, a mãe da arara já morreu e o pai dela fica sozinho, não pode nem cruzar com a filha, porque é monogâmica.

(...)

Carlos: Sim, e o que é que a questão quer saber mesmo?

Marcela: Se o discurso do ladrão faz sentido. Pró, acabamos!

Lis: Calma! Ainda pergunta qual a relação que fica. É... então vai ficar uma fêmea pra cada macho e 600 sozinhos.

Neste caso, o conhecimento vinculado ao filme contribuiu para que a aluna reafirmasse o seu posicionamento e também concordasse com as definições presentes na história virtual – espécies monogâmicas e poligâmicas –, porém não se mostrou suficiente para responder ao problema, uma vez que a pergunta “Como fica a relação entre as araras fêmeas e machos que restaram?” não foi respondida simplesmente por ter assistido ao filme ou por outros conhecimentos não relacionados à narrativa e ao conteúdo de Função. Isso

significa que os conceitos espontâneos não se mostraram suficientes para mobilizar nos estudantes os conceitos matemáticos, os quais só poderiam ser disponibilizados via escolar, por meio do ensino.

Vigotski (2009) anuncia a importância do ensino de conceitos científicos para a promoção de um desenvolvimento superior quando afirma que

Pode-se dizer que o domínio de uma língua estrangeira eleva tanto a língua materna da criança a um nível superior quanto o domínio da álgebra eleva ao nível superior o pensamento matemático, permitindo entender qualquer operação matemática como caso particular de operação de álgebra, facultando uma visão mais livre, mais generalizada e, assim, mais profunda e rica das operações com números concretos. Como a álgebra liberta o pensamento da criança da prisão das dependências numéricas concretas e o eleva a um nível de pensamento mais generalizado, de igual maneira o domínio de uma língua estrangeira por outras vias bem diferentes liberta o pensamento linguístico da criança do cativeiro das formas linguísticas e dos fenômenos concretos (VIGOTSKI, 2009, p. 267).

Reforçamos que a escola tem uma responsabilidade ímpar de viabilizar aos sujeitos a formação de um nível mais alto de consciência e pensamento. Para isso, faz-se necessário pensar não apenas nas questões didáticas, mas associá-las às formas fundamentais da consciência e do pensamento, uma vez que “as particularidades da generalização, em unidade com os processos de abstração e formação de conceitos, caracterizam, a nosso juízo, o tipo geral de pensamento do homem” (DAVIDOV, 1986, p. 110).

Já a situação-problema da narrativa do roubo das obras de arte, elaborada para tratar da relação de um para um – logo, apropriada para abordar a Função bijetora –, foi escolhida devido ao contexto, o qual realmente poderia ter sido vivido pelos estudantes; mais que isso: algum dia a humanidade já se deparou com este tipo de problema, no qual foi necessário pensar em alguma maneira de associar diretamente suspeitos à determinada prova. Esta prova é a impressão digital, visto que toda e qualquer pessoa possui uma – salvo raras exceções, como portadores de algumas síndromes – e não existem duas ou mais pessoas com digitais iguais.

Por conseguinte, assim que a professora chegou na sala, os discentes perguntaram se continuaríamos com aquela aula diferente para falar de Função. Ao receberem resposta afirmativa, já pediram logo as narrativas para que pudessem começar a responder ao problema. Sendo assim, ao término da leitura, os grupos já pensaram no(s) possível(is) culpado(s) pelo roubo das obras de arte, mas sem se atentarem ao real questionamento da narrativa – “Quais pistas ou provas solucionariam o problema do roubo?”. A grande maioria apontou os seguranças como culpados, porque não fazia sentido as obras de arte serem

levadas e o sistema de segurança estar desativado sem ninguém perceber, a não ser que alguém de dentro tenha acobertado o ladrão.

Daniel: Uma pessoa só não tinha como pegar 231 obras.

Nair: Não, foram 6 obras.

Daniel: Ah, tá! Mas não tinha como levar as 6 na mão. Tá saindo aqui e ninguém vai perceber?

Lis: Não, ela pode sair com umas cinco aqui e outra aqui (carregando nos braços).

Daniel: E quem é que sabia que a caixa tinha sensor de toque? Era alguém da segurança. Então, pelo menos, um segurança levou essas obras. Os outros visitantes não sabiam, tipo, do horário de funcionamento.

Lis: Os seguranças sabiam do horário, dos alarmes do local, e ele está falando que os alarmes de segurança não estavam funcionando, ou seja, algum segurança...

Carlos: Desligou o sistema!

Lis: Isso, para poder facilitar o roubo.

Mas, como apontar o culpado teria relação com o conteúdo de Função? Assim que entramos na sala, fomos questionadas quanto à continuação do assunto, mas durante a solução alguns estudantes deixaram a Função em segundo plano – ou simplesmente a ignoraram – ou tentavam encaixar a Função na história. O objetivo não era fazer com que os alunos simplesmente inserissem o conteúdo na situação, mas que, a partir da situação, eles pudessem compreender os traços essenciais para se chegar ao conceito de Função. Contudo, os alunos estavam tentando operar com os traços sensoriais apresentados na situação-problema, e segundo Davidov (1986), tal pensamento se realiza com ajuda das abstrações e generalizações de caráter lógico-formal, logo, leva apenas a formar os conceitos empíricos:

No esquema lógico-formal entra tanto a formação dos conceitos cotidianos como dos conceitos empíricos da ciência. As abstrações e generalizações lógico-formais não expressam a especificidade dos conceitos científicos estritamente teóricos (DAVIDOV, 1986, p. 114).

Desde o início, a maioria já havia deduzido que iríamos continuar o assunto, mas o envolvimento foi tão grande com a história que muitos deles sequer leram novamente a narrativa para compreender do que se tratava. Assim, para eles, o único objetivo era saber quem roubou as obras, mesmo depois de feita a sistematização, na qual a professora

evidenciou a relação entre a narrativa e a Função – mais especificamente a função bijetora. Vejamos parte da entrevista de Daniel:

Pesquisadora: Você conseguiu ver algo de interessante nessas narrativas, você gostou delas, o que você achou dessas histórias?

Daniel: Sim, sim. Aquela do assalto, no caso, eu gostei bastante! Porque, tipo, eu gosto dessas coisas de mistério e tal, e aí eu gostei bastante. Agora, a única coisa que eu não gostei foi que a professora não deu a resposta completa.

Pesquisadora: Por que que você acha isso?

Daniel: Porque ela não falou quem foi! Ela falou que tinha que pegar as digitais das 427 pessoas, se eu não me engano, só que não falou quem foi. Tipo, deixou em aberto.

Pesquisadora: Mas você acha que isso era importante na narrativa?

Daniel: Era. Tipo, pra quem acertou ter aquele gás da vitória e quem errou ficar “poxa, o que foi que eu errei?”.

Pesquisadora: Mas você acha que nessa narrativa, do jeito que está escrita, tem como você achar um único culpado?

Daniel: Não um único, mas um grupo de pessoas. Porque, tipo, poderia ser tal grupo de pessoas, foi o segurança mais um grupo de pessoas. Podia até dar nomes, na narrativa podia ter os nomes, aí a gente poderia falar quem foi, isso ajudaria também de certa forma.

Pesquisadora: Mas você acha que a professora usou essa narrativa para discutir o que?

Daniel: É, a questão dos... é, meio que conjuntos. Tipo, um conjunto de pessoas deu suas digitais, então alguém daquele conjunto de pessoas meio que pode ser culpado, é suspeito, entende? Meio que foi para dar conjunto.

Pesquisadora: E você lembra o que a pessoa que estava investigando o roubo pediu?

Daniel: Pediu para ajudar na procura, pediu pra pedir uma forma de procurar. Não foi... mas eu acho que ficou meio óbvio o negócio da digital, por isso que eu queria saber quem foi, saber quem roubou. Tipo, um grupo de seguranças, um grupo de pessoas com seguranças, pessoas e outras pessoas.

Na fala de Daniel, é possível notar que ele relaciona o problema com conjuntos, mas de forma muito rápida, sem dar muita importância à Função, mesmo tendo a compreensão de que esse poderia ser o objetivo da tarefa. Contudo, ele insiste em saber os culpados; logo, a

trama montada pareceu ser mais importante do que a própria solução e sua relação com o assunto.

Após as intervenções da docente com os grupos, mostrando que o objetivo era saber qual prova levaria ao ladrão, alguns estudantes responderam prontamente que seria a impressão digital, porque “todo mundo sabe que a impressão digital entrega quem fez alguma coisa”, mas não sabem dizer o motivo. Aliás, uns até sabem que a digital é única e todos possuem uma, mas não associaram a relação existente entre pessoas e digitais com o conceito de Função. Os estudantes associaram o problema com filmes de ação e séries sobre investigação criminal que eles assistiram, mas não com o fato de que uma digital está associada a uma única pessoa, e aí está a possibilidade de discutir Função, neste caso, a função bijetora.

Portanto, o que os estudantes fizeram até aqui foi identificar os traços externos do objeto, limitando-se ao pensamento empírico, no qual eles poderiam encaixar ou não a história no conteúdo de Função, identificando tais objetos a partir de experiências empíricas, seja pelos filmes, séries ou matérias jornalísticas, e dizendo a possibilidade ou não de vinculá-los diretamente com Função.

Sendo assim, se a problemática que a narrativa traz é muito próxima da realidade e do cotidiano dos sujeitos, podemos ter um entrave quanto ao desenvolvimento dos conceitos científicos, mesmo que os estudantes tenham avançado em momentos anteriores. Na análise dos documentos, não houve nenhuma representação por diagramas ou gráficos, por exemplo. No mais, apenas uma equipe citou os conjuntos domínio e contradomínio, nos quais os suspeitos compunham o domínio, e o contradomínio eram as respectivas digitais. Segue abaixo a resposta *ipsis litteris* apresentada por uma das equipes:

O que a gente tem que observar é que os suspeito estão obviamente relacionados com as provas do crime. Ou seja o domínio seria o suspeito e a imagem consequentemente seria as provas do crime: Digitais na caneta encontrada no local do crime.

Contudo, é preciso entender que o desenvolvimento do pensamento empírico não segue um percurso contrário ao pensamento conceitual, não se trata de concepções dicotômicas, porém, existe uma superioridade teórica dos conceitos científicos para a ampliação do pensamento dos sujeitos. Vejamos o que Naumenko (1968) compreende por conceito empírico:

(...) o empírico não é só o conhecimento direto da realidade, mas também, o que é mais importante, o conhecimento do imediato na realidade, justamente do aspecto que se expressa pela categoria de existência, de existência presente, de quantidade, qualidade, propriedade, medida (NAUMENKO, 1968, p. 244).

Deixemos claro que apropriar-se dos verdadeiros conceitos – os conceitos científicos – significa conhecer a realidade de fato, em suas múltiplas determinações. Quando os sujeitos apenas os decoram e os reproduzem não estamos falando da real apropriação. Além disso, quando Naumenko (1968) trata da realidade e da relação com a empiria, ele está falando da realidade imediata, o que dificilmente levará os sujeitos a desenvolverem o pensamento teórico.

Como dito por Davidov (1986), o pensamento teórico se desenvolve no processo de reflexão daquilo que é essencial discutir num conceito, de maneira mediatizada. Por isso, ao perceber que um dos grupos estava utilizando características aparentes para responder ao problema da segunda narrativa, mas que seria possível questioná-lo para tentar fazer com que os estudantes entendessem qual era a relação da situação-problema com o conteúdo, a pesquisadora entrevistou:

Pesquisadora: Você está dizendo que é a digital. Por que a digital? (...) Sim, mas o que é que faz a digital levar ao suspeito? Por que vocês estão dizendo “a digital”? Por exemplo, as roupas e os seguranças. Se a gente levasse em conta as roupas, vamos ver as roupas das pessoas que estavam perto das obras, e todos os seguranças estão com a mesma roupa... a gente não teria como dizer, por exemplo, que foi um segurança por conta da roupa. Ele falou da digital, certo? Por que a digital, o que é que faz a digital ser especial nesse caso?

Edna: Porque a digital identifica o indivíduo.

Pesquisadora: Certo, mas por que identifica?

Milton: Porque cada um tem sua digital específica.

Pesquisadora: Sim. Então é uma coisa que todo mundo tem?

Todos: Sim!

Pesquisadora: Sim, todo mundo tem. E existe mais de uma pessoa com digitais iguais?

Milton e Bob: Não!

Pesquisadora: Certo! Agora se a gente for pensar na caneta: só nesse grupo aqui, existem quantas pessoas com caneta azul de material transparente?

Bob: A gente vai usar aquela caneta encontrada no lugar da obra.

Pesquisadora: Mas vocês vão usar o que da caneta?

Edna: A gente vai pegar a caneta, sem a gente tocar com as nossas mãos, de luvas, e a gente ia examinar ela.

Bob: As digitais, no caso!

Edna: E aí, automaticamente, a gente ia encontrar os dados desse caso, e ia fazer uma perícia para saber a digital. Aí, sim, a gente ia constatar que o indivíduo que estava presente naquele dia, naquele local, que foi ele que efetuou o roubo.

(...)

Pesquisadora: Então a gente está relacionando a pessoa com uma possível prova. A digital aí aparece como prova!

Gil: Bota o domínio como as pessoas e a imagem são as provas!

Bob: Função! É isso, fechou!

Ao analisarmos estas falas, é possível perceber que os alunos desta equipe, assim como os demais, também estavam à procura do culpado, mas não só isso. Eles buscaram a prova mais convincente para encontrar o culpado, mesmo já estando certos de que a digital resolveria tal problema, pois eles já viram roubos ou assassinatos serem solucionados a partir da comparação entre impressões digitais. O que nunca foi visto antes seria a ligação entre tais situações e a relação entre fenômenos, logo, trabalhar a função bijetiva a partir daí. Talvez essa tenha sido a surpresa ao perceber como era possível relacionar o conteúdo à história.

Nesse processo de perguntar aos estudantes sobre o movimento que os levaram àquela resposta, o objetivo era fazer com que eles refletissem sobre a solução e, aos poucos, mesmo que começando do conhecimento empírico, desenvolvessem o pensamento em direção aos conceitos científicos, partindo do abstrato/empírico, para o concreto/teórico. Percebemos que, junto à intervenção do par mais capaz, é possível notar que a narrativa como um caminho viável para se fazer isso, mas o fato das histórias estarem tão próximas do cotidiano pode ter dificultado o salto teórico. Os alunos se mantiveram por muito tempo presos em encontrar o culpado, como acontece com investigações criminais. O que, no início, pareceu contribuir, pode ter dificultado no desenvolvimento do pensamento teórico.

Deste modo, o presente trabalho traz reflexões que convergem com a assertiva proposta por Martins (2016, p. 19):

O desenvolvimento do pensamento, por sua vez, requer o estabelecimento de mediações cada vez mais abstratas entre as impressões concretas advindas da captação sensível da realidade. Requer o estabelecimento de relações e generalizações entre distintos objetos à vista do ordenamento e

sistematização da experiência individual e da imagem subjetiva dela resultante. Portanto, a gênese desse desenvolvimento reside no material disponibilizado pela captação sensorial e, ao mesmo tempo, na ampliação deste, uma vez que é exatamente a tensão entre o concreto e o abstrato que impulsiona as operações lógicas do raciocínio.

Sendo assim, sugerimos que, com base na Psicologia Histórico-Cultural, pensemos em uma organização de ensino que não romantize o cotidiano como forma, mas que o supere por incorporação, visto que a empiria não dá conta sozinha de desenvolver nos sujeitos o pensamento conceitual. Contudo, para que isso seja feito, o pensamento mobilizado deve ser potencialmente promotor do pensamento teórico, seja na situação-problema apresentada, seja no comando da tarefa, isto é, no tipo de questão a ser feita ao final das tarefas.

Por fim, entendemos que, deste modo, poderemos caminhar no processo de aprendizagem que gere desenvolvimento; uma aprendizagem de Função que caminha para uma verdadeira elaboração subjetiva, como bem nos diz Vigotski (1997, p. 316):

A tarefa da metodologia não consiste só em aprender a medir, senão também em aprender a ver, a pensar, a relacionar; e isto significa que o excessivo temor aos chamados momentos subjetivos na interpretação e a tentativa de obter os resultados dos nossos estudos de modo puramente mecânico e aritmético, como ocorre no sistema de Binet, são errôneos. Sem a elaboração subjetiva, isto é, sem o pensamento, sem a interpretação, sem a decifração dos resultados e o exame dos dados, não existe investigação científica.

Conclusão

Ao longo da análise da pesquisa, pudemos entender que o professor deve ter, desde o início do processo de ensino, o objetivo de desenvolver nos alunos o pensamento teórico. Isso pode ser feito, segundo Davidov (1988), começando pelas partes, pelo que há de mais abstrato, do pensamento empírico, e ir avançando em direção ao pensamento conceitual. Com isso, acreditávamos que quanto mais próximas da realidade empírica dos estudantes as narrativas estivessem, melhor, contudo concluímos que se essas histórias estão muito perto daquilo que os sujeitos vivenciam, as respostas tendem a serem dadas de maneira imediata, com pouca ou nenhuma relação com o conteúdo – o que distancia o resultado final do objetivo primeiro. Logo, saber ponderar esses aspectos pode contribuir para que o processo de apropriação do conteúdo seja mais efetivo.

Notamos também que as histórias virtuais podem ser um recurso metodológico viável para aulas que busquem o desenvolvimento do pensamento conceitual. Porém, não queremos dizer, e nem acreditamos, que a história virtual vá, finalmente, resolver todos os problemas do

ensino e da aprendizagem da matemática, mas acreditamos na sua potencialidade para mostrar os nexos lógicos e históricos do desenvolvimento dos conceitos para resolver determinado problema da humanidade. A compreensão do processo de elaboração de tais conceitos pode ser uma ferramenta importante para pensar na apropriação dos mesmos, sejam eles da ciência, da filosofia ou das artes.

No mais, por sabermos que poucos trabalhos que envolvem as histórias virtuais trabalham com conteúdos do Ensino Médio, como é o caso da Função, podemos considerar estas narrativas, e todo o estudo que as envolveu, como uma contribuição para a área de Ensino da Matemática.

Referências

BRAGA, C. **Função: a alma do ensino da Matemática**. São Paulo: Anablume, 2006.

BRITO, D. S.; ALMEIDA, L. M. W. O conceito de função em situações de modelagem matemática. *Zetetiké*, Campinas, v. 13, n. 1, p. 63-86, 2005.

CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da Matemática**. Lisboa: Gradiva, 2000.

CEDRO, W. L.; MOURA, M. O. Uma perspectiva histórico-cultural para o ensino de álgebra: o clube de matemática como espaço de aprendizagem. *Zetetiké*, Campinas, v. 15, n. 27, p. 37-55, jan./jun. 2007.

CONJUNTO. In: DICIONÁRIO Aurélio de Português Online. [S.l.: s.n.], 2018. Disponível na Internet: <https://dicionariodoaurelio.com/conjunto>. Data de acesso: 23 jan. 2019.

DAMAZIO, A. *et al.* Conhecimento Matemático na Educação Infantil. In: FLÔR, D. C.; DURLI, Z. (Org.). **Educação Infantil e Formação de Professores**. Florianópolis: UFSC, 2012. p. 179-192.

DAVIDOV, V. V. Problemas do ensino desenvolvimental: a experiência da pesquisa teórica e experimental na psicologia. Tradução de José Carlos Libâneo e Raquel A.M. da Madeira Freitas. *Revista Soviet Education*, v. 30, n. 8, 1986.

_____. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico: investigación psicológica teórica y experimental**. Moscú: Progreso, 1988.

DIAS, M. A.; MATEUS, P. Níveis de Conhecimento Esperados dos Estudantes como Auxílio para o Ensino e Aprendizagem das Noções de Primitiva de uma Função e Integral de Riemann. *Em Teia - Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, Recife, v. 8, p. 1-24, 2017.

LEONTIEV, A. **O desenvolvimento do psiquismo**. Lisboa: Livros Horizonte, 1978.

LIMA, E. L. *et al.* **A matemática do ensino médio**: Volume 1. 3. ed. Rio de Janeiro: SBM, 1999.

MARTINS, L. M. Psicologia histórico-cultural, pedagogia histórico-crítica e desenvolvimento humano. In: MARTINS, L. M.; ABRANTES, A. A.; FACCI, M. G. D. (Org.). **Periodização histórico-cultural do desenvolvimento psíquico**: do nascimento à velhice. Campinas, SP: Autores Associados, 2016. p. 13-34.

MESSEDER, H. N. **Apropriação dos conceitos de função**: uma análise histórico-cultural. 2019. 139 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências, Faculdade de Educação, Universidade Federal da Bahia / Universidade Estadual de Feira de Santana, Salvador, 2019.

MOURA, A. R. L. de ; MOURA, M. O. Matemática na Educação Infantil: conhecer (re)criar - um modo de lidar com dimensões do mundo. **Escola: Um Espaço Cultural**, Diadema, v. 1, n. 1, p. 1-25, 1997.

MOURA, M. O. A atividade de ensino como unidade formadora. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 11, n. 12, p. 29-43, 1997.

MOURA, M. O. *et al.* **Controle de variação de quantidades**: atividades de ensino. São Paulo: FEUSP, 1996.

MOURA, M. O. *et al.* Atividade orientadora de ensino: unidade entre ensino e aprendizagem. **Revista Diálogo Educacional**, v. 10, n. 29, p. 205-229, 2010.

MOURA, M. O.; SFORNI, M. S. F.; ARAÚJO, E. S. Objetivação e apropriação de conhecimentos na atividade orientadora de ensino. **Teoria e prática da Educação**, v. 14, n. 1, p. 39-50, 2011.

NAUMENKO, L. K. **El monismo como principio de la lógica dialéctica**. Moscú: Ediciones Naúka, KazajskoiSSR, 1968.

NIRO, K. L.; KATO, L. A. Um olhar para a Conceitualização da Função Exponencial Decorrente de uma Atividade de Modelagem Matemática. **Em Teia - Revista De Educação Matemática E Tecnológica Iberoamericana**, Recife, v. 11, n. 3, p. 1-21, 2020.

OLIVEIRA, M. K. Escolarização e desenvolvimento do pensamento: a contribuição da psicologia histórico-cultural. **Revista Diálogo Educacional**, v. 4, n. 10, p. 23-34, 2003.

PANOSSIAN, M. L. **O movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos como princípio para constituição do objeto de ensino da álgebra**. 2014. 317p. Tese (Doutorado em Educação: Ensino de Ciências e Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014.

PONTE, J. P. da. O conceito de função no currículo de Matemática. **Educação e Matemática**, n. 15, p. 3-9, 1990.

RIO. Direção: Carlos Saldanha. Produção: Bruce Anderson e John C. Donkin. Estados Unidos: 20th Century Fox, 2011. 1 DVD (96min).

RORATTO, C. **A História da Matemática como estratégia para o alcance da aprendizagem significativa do conceito de função**. 2009. 197 p. Dissertação (Mestrado em Educação: Ensino de Ciências e Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2009.

VIGOTSKI, L. S. Diagnóstico do desenvolvimento e clínica pedológica da infância difícil [Esquema de investigação pedológica]. Tradução de Achilles Delari Junior. In: VIGOTSKY, L. S. **Obras Escogidas**. Tomo 5 – fundamentos de defectología. Madrid: Visor y Ministério de Educación y Ciencia, 1997. p. 275-338.

_____. **A construção do pensamento e da linguagem**. Tradução de Paulo Bezerra. São Paulo: Martins Fontes, 2009.

ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

ZUFFI, E. M. Alguns aspectos do desenvolvimento histórico do conceito de função. **Hipátia-Revista Brasileira de História, Educação e Matemática**, v. 1, n. 1, p. 1-10, 2016.

*Recebido em 26 de junho de 2020
Aprovado em 25 de março de 2021*