

UMA ANÁLISE DAS DIFICULDADES DE LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA SOBRE O CONCEITO DE FUNÇÃO

An analysis of the Mathematics graduating difficulties about the concept of function

Gabriel Oliveira Pinto

Licenciando em Matemática – Voluntário de Iniciação Científica do IFSP Guarulhos
Instituto Federal de Educação de São Paulo – Guarulhos – Brasil
gabrieloliveirabrotero@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0001-7530-2589>

Otávio Paciullo Furquim

Licenciando em Matemática – Bolsista de Iniciação Científica do CNPq
Instituto Federal de Educação de São Paulo – Guarulhos – Brasil
otaviopfurquim@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-6449-9969>

William Vieira

Doutor em Educação Matemática
Instituto Federal de Educação de São Paulo – Guarulhos – Brasil
wvieira@ifsp.edu.br
<https://orcid.org/0000-0002-5592-891X>

Roberto Seidi Imafuku

Doutor em Educação Matemática
Instituto Federal de Educação de São Paulo – Guarulhos – Brasil
roberto.imafuku@ifsp.edu.br
<https://orcid.org/0000-0002-4047-9533>

Resumo

Nesse artigo são apresentados os resultados de uma investigação acerca do conhecimento que licenciandos em Matemática têm sobre funções assim que ingressam na universidade. Os 42 participantes responderam a um questionário diagnóstico com seis questões sobre funções, e neste artigo analisamos duas delas, que tratam sobre a definição e a representação gráfica de funções. As respostas foram classificadas segundo uma análise de erros e posteriormente agrupadas em tabelas de frequência. A análise dos dados está embasada nas ideias teóricas que versam sobre a interação de aspectos algorítmicos, intuitivos e formais. A análise dos protocolos revelou dificuldades da maioria dos participantes em apresentar uma definição de função e em identificar gráficos que representam/não representam funções. Além disso, grande parte dos participantes revelou não articular a ideia que trazem sobre o conceito de função na interpretação de representações gráficas de funções e não funções.

Palavras-Chave: Aspectos algoritmos. Aspectos intuitivos. Aspectos formais. Análise de erros. Funções.

Abstract

We present in this article the results of an investigation about the knowledge that Mathematician licensees have about functions when they enter college. The participants answered a questionnaire with six questions about functions and in this article, we analyzed two of them, that are about definition and

the graphical representation of functions. The answers were classified according to an error analysis and analyzed based on the theoretical ideas that talk about the interaction of algorithmical, intuitive and formal aspects. The protocol analysis revealed difficulties from most of the participants on presenting a definition of function and identifying the graphs that represent or not functions. Besides that, many of the participants revealed that they don't articulate the idea they bring about the concept of function in the interpretation of functions and non-functions graph representations.

Keywords: Algorithmical aspects. Intuitive aspects. Formal aspects. Error analysis. Functions.

Introdução

O conceito de função é central no estudo da Matemática e tem destaque em currículos desde a educação básica até o ensino superior. É um tema importante para estudantes de Matemática e das mais diversas áreas do conhecimento. Por exemplo, funções são usadas nas finanças para calcular o preço ideal de alguns produtos, na psicologia são utilizadas para projetar a curva de aprendizado de uma criança e infectologistas também a utilizam para desenhar a projeção do número de possíveis infectados durante uma epidemia. Por isso, este assunto recebe destaque nos programas oficiais para o ensino de Matemática da Educação Básica brasileira, como a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017) e o currículo do estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2011).

O estudo deste tema é citado pela primeira vez no currículo de Matemática do estado de São Paulo (2011) no 9º ano do Ensino Fundamental, que aponta como essencial o entendimento de função como “(...) a relação de interdependência entre grandezas”. No Ensino Médio, novos tipos de funções são trabalhados e, segundo este documento, ao final do terceiro ano os alunos devem “(...) saber usar de modo sistemático as funções para caracterizar relações de interdependência, reconhecendo as funções de 1º e de 2º graus, seno, cosseno, tangente, exponencial e logarítmica, com suas propriedades características” (SÃO PAULO, 2012, p. 63). Essas orientações oficiais reiteram a importância do estudo de funções na formação matemática de estudantes do ensino básico.

Apesar de ser um tema de relevância destacada, pesquisadores em Educação Matemática têm apontado, ao longo dos anos, muitas dificuldades e problemas nos processos de ensino e de aprendizagem de funções. Barreto (2008, p. 6), por exemplo, ressalta que “(...) normalmente as funções discretas são pouco enfatizadas e raramente são apresentados exemplos que as relacionem com situações não matemáticas”, comportamento que tem sido inclusive estimulado pelos documentos oficiais, que direcionam o professor a lecionar apenas tipos específicos de funções. O autor destaca que, por conta disso, os alunos não estão acostumados a trabalhar com funções cujos domínios sejam discretos e passam a quase que ignorar esse elemento durante sua atividade matemática.

Em uma pesquisa com professores e alunos de turmas de duas escolas de Ensino Médio israelenses, Vinner e Dreyfus (1989) apontam que apenas 16% dos participantes deram respostas corretas quando indagados sobre o conceito de função. Além disso, quando expostos a diferentes gráficos, 59% deles identificaram corretamente quais eram, ou não, representações de funções.

Em outra investigação, Zuffi e Pacca (2000) aplicaram um questionário para professores de Matemática que atuam na Educação Básica que tratava da definição formal de função. Segundo as autoras, “As 'regras' e os 'procedimentos' estabelecidos pela comunidade escolar e pelos livros didáticos para o tema 'funções', têm um destaque maior em detrimento de aspectos semânticos ou sócio-culturais” (2009, p. 26).

Motivados pela importância do tema e buscando verificar como se encontra o cenário investigado por Vinner e Dreyfus (1989) e Zuffi e Pacca (2000), apresentamos, neste artigo, uma análise das resoluções de duas questões envolvendo a definição e a representação gráfica de funções de estudantes ingressantes em um curso de Licenciatura em Matemática de uma instituição federal de ensino do Estado de São Paulo. A análise de erros proposta por Cury (2008) é utilizada na tabulação dos dados e o referencial teórico adotado na elaboração das questões e na interpretação dos protocolos é a interação de aspectos algorítmicos, intuitivos e formais colocados por Fischbein (1994). O objetivo dessa investigação é analisar se, e como, os participantes mobilizam os aspectos intuitivos, algorítmicos e formais ao resolver as questões, a fim de colaborar com a discussão coletiva sobre o ensino de funções.

Referencial teórico

Fischbein (1994) discute sobre a necessidade de avaliarmos se existe, ou não, uma interação de aspectos formais, algorítmicos e intuitivos quando uma pessoa está em atividade matemática. Segundo o autor, devemos olhar a Matemática como uma atividade humana que envolve momentos de “iluminação, hesitação, aceitação e refutação” (1994, p. 231, tradução nossa). Além disso, defende que a interação dos aspectos deve guiar nossas práticas, se desejamos que nossos estudantes sejam capazes, eles mesmos, não só de produzir afirmações e provas, mas também de verificar a veracidade das mesmas.

A seguir, descrevemos brevemente cada um dos aspectos colocados por Fischbein (1994).

O aspecto formal se refere a axiomas, definições, teoremas e demonstrações e eles “[...] têm de penetrar como um componente ativo do processo de raciocínio. Devem ser inventados ou aprendidos, organizados, checados e usados ativamente pelo estudante” (FISCHBEIN, 1994,

p. 232, tradução nossa), pois tais conhecimentos compõem o núcleo do currículo escolar de Matemática. Além disso, o autor ressalta que o pensamento proposicional e as construções hipotético-dedutivas não são espontaneamente adquiridos pelos sujeitos e que só um bom processo de ensino pode incentivar essa aquisição. Um aluno que se questiona sobre a paridade do número 0 e, para responder a essa questão, recorre à definição de números pares e ímpares ou pelas funções discretas de Z em Z que os definem está se valendo de aspectos formais.

O aspecto algorítmico se refere aos procedimentos e às técnicas de resolução, e também tem papel central no processo de produção matemática, pois apenas o conhecimento formal sobre as propriedades e definições não é suficiente para resolver problemas. É preciso saber manipular os mais diversos elementos durante a atividade matemática. Segundo Fischbein (1994, p. 232, tradução nossa), “[...] Esta profunda simbiose entre significado e habilidades é uma condição básica para o produtivo e eficiente raciocínio matemático”. Ao utilizar regras de resolução de equações para definir os correspondentes de certos valores do Domínio na Imagem, ele está se valendo de aspectos algorítmicos.

O aspecto intuitivo, por sua vez, se manifesta nos conhecimentos matemáticos aparentemente evidentes, que não parecem precisar de comprovação, mas que podem não ser sempre verdadeiros, como por exemplo, “A parte é sempre menor que o todo” ou “multiplicar sempre aumenta o número”. O aspecto intuitivo é algo que um sujeito considera auto evidente e não vê necessidade de prova ou justificativa (FISCHBEIN, 1994). Esse tipo de pensamento é o que norteia a resolução de um problema durante a atividade matemática, contudo, ele pode se tornar um problema quando estiver em desacordo com as verdades matemáticas, como nos exemplos citados.

Ao defender a interação de aspectos algorítmicos, intuitivos e formais, Fischbein (1994, p. 237, tradução nossa) destaca que “[...] a capacidade de processar uma informação não é controlada somente pelas estruturas lógicas, mas também por modelos intuitivos, que agem de maneira implícita, colocando restrições e definindo caminhos”.

Essas são as ideias teóricas que baseiam nossas análises. No que segue, apresentamos os procedimentos metodológicos adotados na investigação.

Procedimentos metodológicos

Para a realização dessa pesquisa, elaboramos e aplicamos um questionário com seis questões que tratam sobre funções, para 42 alunos ingressantes em um curso de Licenciatura em Matemática de uma instituição pública de ensino do Estado de São Paulo. Neste artigo,

optamos por apresentar uma análise das respostas dos participantes para as duas primeiras questões: a primeira solicita a definição de função, e a segunda traz gráficos que devem ser classificados como representantes, ou não, de funções. Os questionários foram respondidos individualmente, num período de 1h30min e os participantes não tiveram acesso a nenhuma informação além das contidas no questionário.

Para analisar as respostas dos participantes, utilizamos o modelo de análise de erros proposto por Cury (2008). Esse procedimento metodológico está baseado em uma análise de conteúdo e visa identificar classes de erros que são recorrentes nas resoluções dos problemas propostos. Após a identificação das classes, que são apresentadas num quadro com seus respectivos percentuais de incidência, exemplificamos e discutimos cada uma delas. Além dessa análise horizontal das respostas, também realizamos uma análise vertical das avaliações de alguns estudantes, ou seja, observamos como a resposta da primeira questão influenciou ou não as respostas dadas na segunda pergunta.

Discussão dos resultados

A seguir, destacamos os enunciados de cada questão, o que pretendíamos avaliar com cada uma delas e os quadros de erros com exemplos e explicações das classes de erros identificadas.

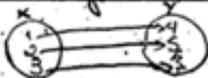
Questão 1 – Explique, com suas palavras, o que você entende por função.

Com essa questão, pretendemos observar a maneira como os participantes da pesquisa caracterizam o conceito e a ideia de função. Ao abordarmos essa definição, estamos interessados em confrontar aspectos intuitivos e formais presentes nas respostas dadas pelos estudantes. Também estamos interessados em confrontar posteriormente se, e como, os participantes articulam as ideias que trazem sobre o que é uma função na avaliação de gráficos que podem ou não representar funções, abordada na segunda questão.

A análise dos protocolos revelou que as respostas de Bia e Maria, apresentadas na Figura 1, podem ser consideradas corretas, pois destacam ideias de que funções relacionam elementos de dois conjuntos e que cada elemento do conjunto domínio deve estar associado a um único elemento do contradomínio.

Figura 1 - Respostas de Bia e Maria

Bia

Função relaciona dois conjuntos. O conjunto do 1º (X)
 necessita que todos os seus elementos estejam relacionados
 a um elemento do 2º conjunto (Y) não podendo que
 quaisquer elemento do 1º conjunto esteja associado a
 mais de um do 2º conjunto. Ex.:  Pode sobrar elementos
 no 2º, no 1º não

Maria

função é a relação entre conjuntos onde todo $x \in R$ de um dado
 conjunto tenha apenas um correspondente no conjunto $Y \in R$.

Fonte: Dados da Pesquisa.

Em suas respostas, Bia e Maria (Figura 1) obtiveram êxito ao apontar alguns elementos associados à ideia de função, como a relação entre dois conjuntos e ao destacar que cada elemento do primeiro conjunto deve estar associado a apenas um elemento do segundo conjunto. Bia apresenta uma informação válida da definição formal ao dizer que “Pode sobrar elementos no 2º (conjunto), no 1º (conjunto) não”, uma vez que para identificar uma função basta que cada elemento do domínio esteja associado a um único elemento do contradomínio, evidenciado pelo seu uso do diagrama de flechas que deve ter ocorrido por influência dos exemplos para discutir se uma relação é função ou não.

Maria destaca apenas o conjunto dos números reais, e entendemos que situações como essa podem acontecer caso o estudante seja somente exposto a funções com domínio real. Esse tipo de aprendizado pode estabelecer para o aluno um aspecto intuitivo que caracterize que funções só podem estar definidas neste conjunto específico. Isso revela a importância de propor aos estudantes atividades envolvendo funções que estejam definidas em outros conjuntos numéricos.

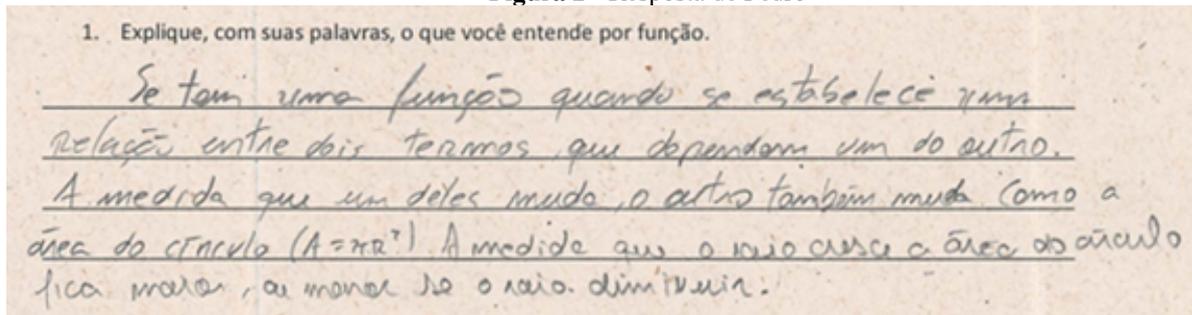
No Quadro 1, apresentamos uma classificação dos erros das respostas consideradas incorretas. Em seguida, exemplificamos e discutimos cada um dos erros identificados. Ressaltamos que uma resposta pode ser enquadrada em mais de uma classe de erro, por isso a soma dos percentuais das classes não totaliza 100%.

Quadro 1 - Classes de Erros da Questão 1

	Classes de Erros	%
A ₁	Expressar a definição por meio de exemplo	25
A ₂	Restringir a ideia de função ao plano cartesiano	41
A ₃	Deixar de utilizar a ideia de conjuntos	77
A ₄	Apresentar resposta incoerente ou em branco	57

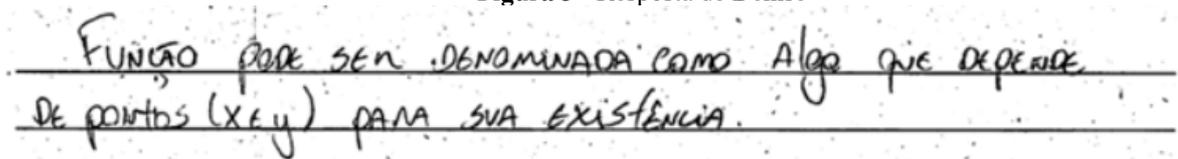
Fonte: Elaborado pelos autores.

A resposta de Pedro (Figura 2 - Resposta de Pedro Figura 2), que diz que função é “uma relação entre dois termos que dependam um do outro. À medida que um deles muda, o outro também muda”, apresenta uma ideia intuitiva correta sobre função, que é a dependência entre duas grandezas, porém, sua resposta se encaixou na categoria de erro do tipo A₁, *Expressar a definição por meio de exemplo*, porque o participante acaba exprimindo a ideia de função por meio de um exemplo, usando a relação de dependência entre o raio e a área do círculo, e também na categoria de erro tipo A₃, *Deixar de utilizar a ideia de conjuntos*, pois apresenta uma relação entre dois termos, sem relacioná-los à ideia de conjunto, domínio e contradomínio.

Figura 2 - Resposta de Pedro

Fonte: Dados da pesquisa.

A resposta de Denise (Figura 3) também traz a ideia intuitiva de dependência entre dois elementos, e acaba evidenciando o erro tipo A₂, *Restringir a ideia de função ao plano cartesiano*, pois destaca a ideia das coordenadas x e y de um ponto no plano ao definir função, e o erro tipo A₃, *Deixar de utilizar a ideia de conjuntos*, pois não apresenta a ideia de relação entre conjuntos.

Figura 3 - Resposta de Denise

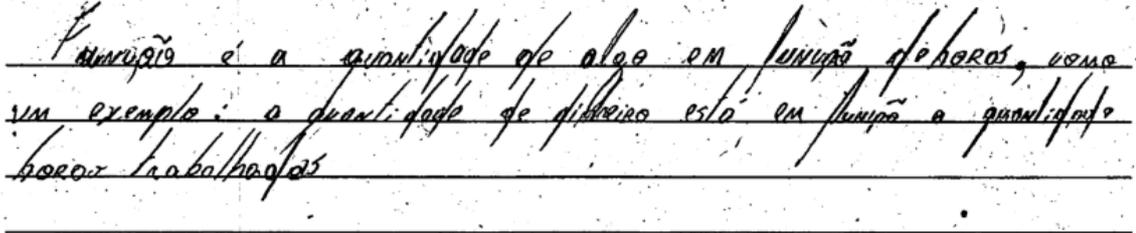
Fonte: Dados da pesquisa.

Ao utilizar-se unicamente de um exemplo para definir função João (Figura 4) não cita a ideia de conjuntos e por isso sua resposta se encaixa no erro tipo A₃, *Deixar de utilizar a ideia*

de conjuntos. Vale ressaltar que A_3 foi o erro mais recorrente, com 77% de incidência nas respostas dos participantes.

Figura 4 - Resposta de João

1. Explique, com suas palavras, o que você entende por função.

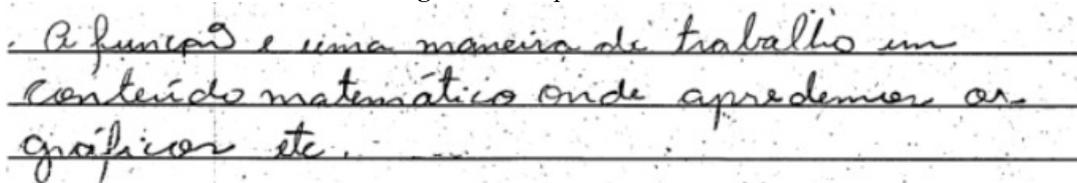


Função é a quantidade de algo em função de horas, como um exemplo: a quantidade de dinheiro está em função a quantidade horas trabalhadas

Fonte: Dados da pesquisa.

A resposta de Vinicius (Figura 5) exemplifica o erro tipo A_4 , *Apresentar resposta incoerente ou em branco*, pois o participante apresenta ideias vagas ao descrever função como, por exemplo, “uma maneira de trabalhar um conteúdo matemático”. Além disso, ao dizer que uma função se resume apenas a gráficos, indica que confunde este objeto matemático com uma de suas possíveis representações.

Figura 5 - Resposta de Vinicius



A função é uma maneira de trabalhar um conteúdo matemático onde aprendemos os gráficos etc.

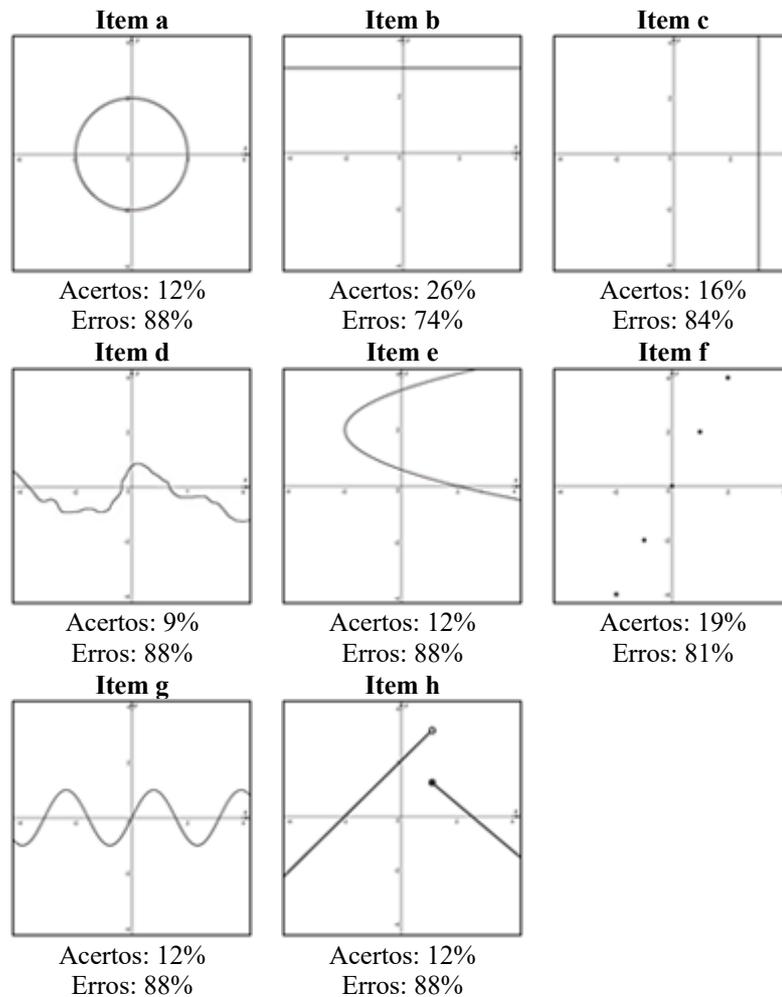
Fonte: Dados da pesquisa.

Na análise da Questão 1, verificamos a predominância dos aspectos algorítmicos e intuitivos nas definições apresentadas pelos participantes que, ao tentarem exprimir a ideia de função, recorreram a elementos do plano cartesiano de maneira vaga ou se utilizaram de exemplos específicos. Além disso, a ideia de função como uma relação entre conjuntos não foi explicitada de forma adequada por 77% dos participantes, que se valeram de ideias como dependência e variação. Apesar de corretas, essas ideias são apresentadas de maneira imprecisa e indicam um desconhecimento sobre aspectos formais relacionados ao conceito de função por parte desses participantes.

Com a Questão 2, procuramos observar se os participantes são capazes de inter-relacionar os aspectos intuitivos e formais para verificar se os gráficos apresentados representam, ou não, funções. Era esperado que os participantes identificassem os gráficos apresentados nos itens b, d, f, g e h como representantes de funções e os dos itens a, c, e e como não representantes de funções de x em y .

Questão 2 – Analise os seguintes gráficos e responda: quais deles representam funções de x em y ? Justifique suas respostas.

No que segue, apresentamos os itens da Questão 2 e as percentagens de acertos e erros na interpretação de cada um dos gráficos.

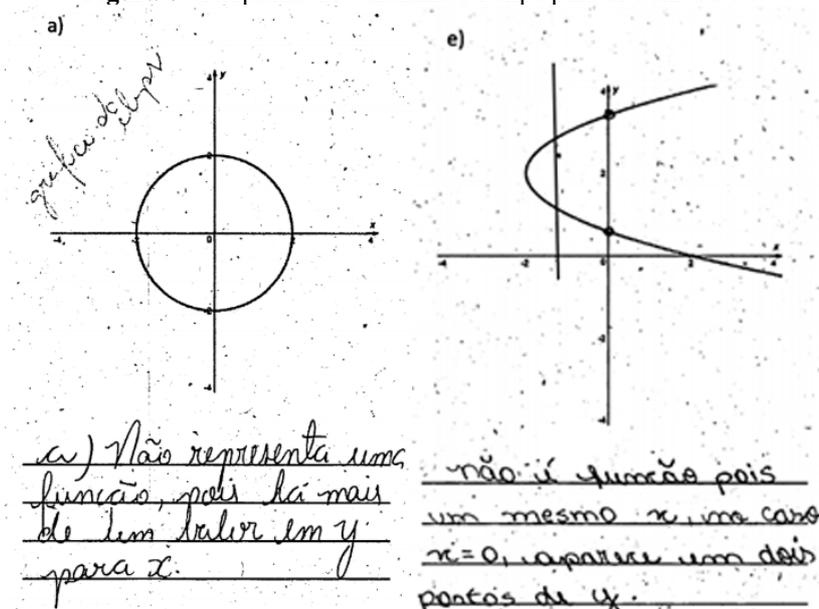


Os percentuais destacados nos gráficos indicam um baixo desempenho dos participantes da pesquisa em identificar gráficos que representam, ou não, funções. É importante destacar que os maiores percentuais de erros estão presentes nos itens a, e, g e h, o que pode indicar que os participantes se valeram prioritariamente de aspectos intuitivos e marcaram como representantes quaisquer gráficos que já tenham visto na trajetória escolar, ao mesmo tempo em que afirmaram não serem gráficos de função aqueles com formato que não são convencionalmente expostos aos estudantes na escola, como os apresentados nos itens d e f.

A análise dos protocolos revelou que apenas dois participantes identificaram corretamente os gráficos representantes e não representantes de funções de x em y . Para tanto,

ambos utilizaram o teste da reta vertical, como Valentina (Figura 6), quando diz que “há mais de um valor em y para x ” ou Felipe (Figura 6), que usa o teste para afirmar que “um mesmo x , no caso $x = 0$, aparece em dois pontos de y ”, o que indica que esses participantes se valem de aspectos formais para classificar corretamente quais gráficos representam ou não funções de x em y .

Figura 6 - Respostas de Valentina e Felipe para os itens a e e



Fonte: Dados da Pesquisa.

No Quadro 2 Quadro 1, apresentamos uma classificação das justificativas consideradas incorretas. Ressaltamos que uma resposta pode ser enquadrada em mais de uma classe de erro, por isso a soma dos percentuais das classes não totaliza 100%.

Quadro 2 - Classes de Erros da Questão 2

	Classes de Erros	%
B ₁	Confundir função com equação	48
B ₂	Afirmar que os valores de uma função sempre devem variar	21
B ₃	Confundir função de x em y com função de y em x	50
B ₄	Afirmar que função deve seguir um padrão	55
B ₅	Não reconhecer a representação de uma função discreta	64
B ₆	Entender que se tratava de um gráfico em que estão apresentadas duas funções	36
B ₇	Respostas em branco ou sem sentido	36

Fonte: Elaborado pelos autores.

Em sua resposta, João (Figura 7) identifica corretamente a circunferência e mostrou conhecer a equação dessa curva, porém, afirma, de maneira incorreta, que esse gráfico representa uma função. Essa resposta exemplifica o erro tipo B₁, *Confundir função com equação*. Ao usar o termo “função quadrática” para designar a equação da circunferência, o estudante confunde o conceito de função com o de equação.

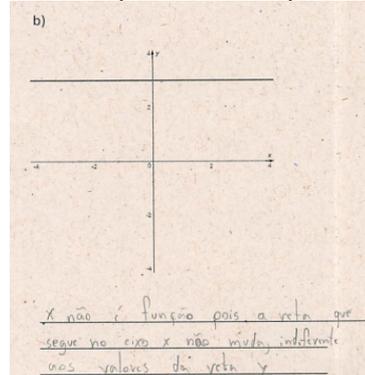
Figura 7 - Resposta de João para o item a



Fonte: Dados da pesquisa.

A resposta de André (Figura 8) caracteriza o erro do tipo B₂, *Afirmar que os valores de uma função sempre devem variar*, pois, ao negar que o gráfico destacado no item b não representa uma função, diz que a reta “segue” o eixo x e que “não muda indiferente aos valores de y”, comentando sobre o fato de não haver variação da função. Os participantes que cometeram o erro do tipo B₂ parecem se valer de um aspecto intuitivo de que, em uma função, os valores do domínio e da imagem devem ambos variar. Esse tipo de ideia pode ter levado alguns participantes a não reconhecer o gráfico da função constante destacada no item b como representante de uma função.

Figura 8 - Resposta de André para o item b



Fonte: Dados da pesquisa.

A resposta de Matheus (Figura 9) para o item e da Questão 2 enquadra-se no erro tipo B₃, *Confundir função de x em y com função de y em x*, pois ele não atentou para o fato de a parábola ser originada por uma função de y em x. Neste caso, aspectos intuitivos relacionados à identificação do gráfico da função do 2º grau podem ter levado o participante a identificar esse gráfico como função; ou seja, o estudante reconheceu um gráfico de formato conhecido (a parábola) e isso o levou a classificá-lo como função, sem se preocupar com a relação entre os

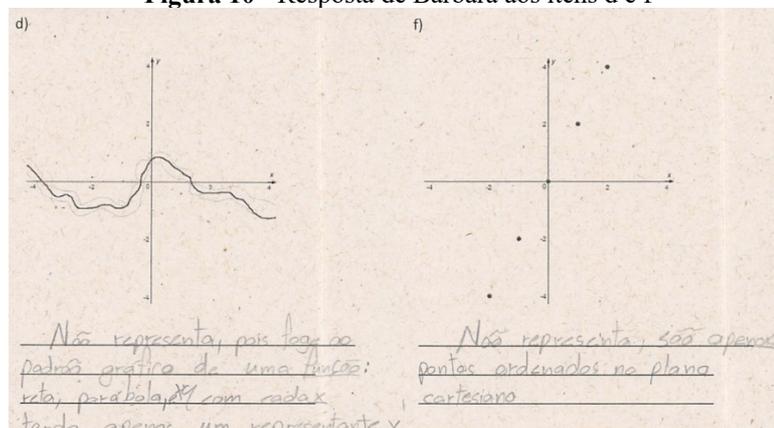
conjuntos de domínio e imagem. Essa perspectiva evidencia a ausência da interação entre aspectos intuitivos e formais na interpretação do estudante.

Figura 9 - Resposta de Matheus para o item e



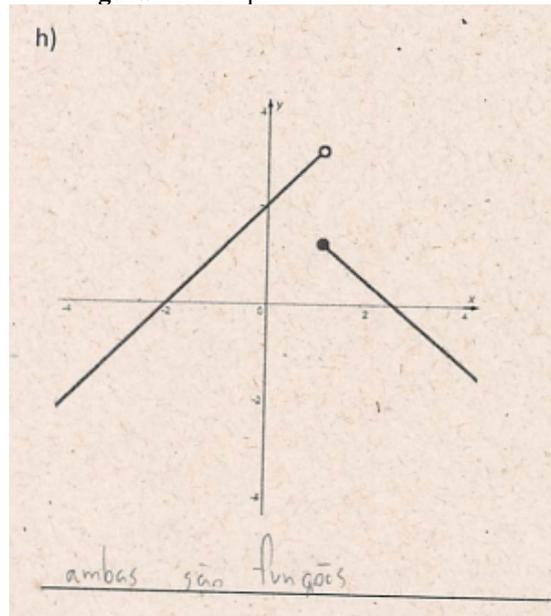
A resposta de Bárbara para o item d (Figura 10) caracteriza o erro tipo B₄, *Afirmar que uma função deve seguir um padrão*, pois a participante afirma que o gráfico apresentado não representa uma função por não seguir um padrão, como uma reta ou parábola. Quando a participante diz que “foge do padrão de uma função”, revela uma percepção equivocada de que toda função precisa ter um padrão. A resposta da participante para o item f (Figura 10) exemplifica o erro tipo B₅, *Não reconhecer a representação de uma função discreta*, pois não identificou este item como função. Respostas dessa natureza evidenciam um tipo de ensino que valoriza apenas funções que seguem um padrão, que termina por incutir uma ideia intuitiva equivocada sobre o conceito de função, e também evidenciam os problemas que podem ser ocasionados pela não interação de aspectos intuitivos e formais na aprendizagem de funções.

Figura 10 - Resposta de Bárbara aos itens d e f



No caso do item f (Figura 10), ao justificar que o gráfico não é uma função, pois “são apenas pontos ordenados no plano cartesiano”, a estudante indica não admitir uma função definida num domínio discreto, provavelmente por não ter sido apresentada a situações desse tipo durante sua formação escolar. Entendemos que um tipo de ensino que explorasse a interação de aspectos algorítmicos, intuitivos e formais relacionados a estruturas do tipo $f: A \rightarrow B$ poderiam minimizar incompreensões dessa natureza.

Figura 11 - Resposta de João ao item h



Fonte: Dados da pesquisa.

A resposta de João (Figura 11) exemplifica o erro tipo B₆, ao *Entender que se trata de um gráfico onde estão representadas duas funções* no item h e não considerar a possibilidade de que uma função possa ser definida por mais de uma sentença, mostrando desconhecer representações gráficas desse tipo de função.

A maioria dos estudantes apresentou respostas incorretas mesmo nos itens que apresentavam gráficos de funções que são mais estudadas no ensino básico, como retas, parábolas e senoides, com o melhor índice não chegando a 30% de acertos. Esses dados revelam muitas dificuldades dos participantes da pesquisa em identificar gráficos que representam, ou não, funções.

Conforme buscamos destacar ao longo da análise, as justificativas dos participantes para a Questão 2 indicam uma prevalência de aspectos intuitivos nas resoluções, que não são articulados com aspectos formais. Por exemplo, João, no item h (Figura 11), parece associar a ideia de reta a uma função do primeiro grau e diz que existem, neste item, duas funções distintas. Ou então Matheus (Figura 9), que em sua resposta ao item e reconheceu o formato de uma

parábola, concluiu tratar-se do gráfico de uma função do segundo grau que, apesar de correto nessa afirmação, se trata de uma função de y em x , as quais não são as solicitadas no enunciado. Entendemos que a não interação entre aspectos algorítmicos, intuitivos e formais relacionados ao estudo das funções e suas múltiplas representações pode explicar o mau desempenho dos participantes nessa questão. De maneira geral, os participantes da pesquisa apresentaram ideias norteadas por aspectos intuitivos e algorítmicos para responder as questões propostas, em detrimento de aspectos formais relacionados ao conceito de função.

Outra perspectiva que emergiu das análises dos protocolos diz respeito à comparação entre as respostas dadas pelos participantes nas duas questões. Nesta análise, destaca-se que os participantes, em sua maioria, não utilizaram as definições de função apresentadas na resposta para a Questão 1 para verificar se os gráficos da Questão 2 eram ou não representantes de funções.

Eduardo (Figura 12), na resposta para a Questão 1, afirmou que “Função é uma forma de representar um resultado em y em função de uma incógnita x ”.

Figura 12 - Resposta de Eduardo para a Questão 1

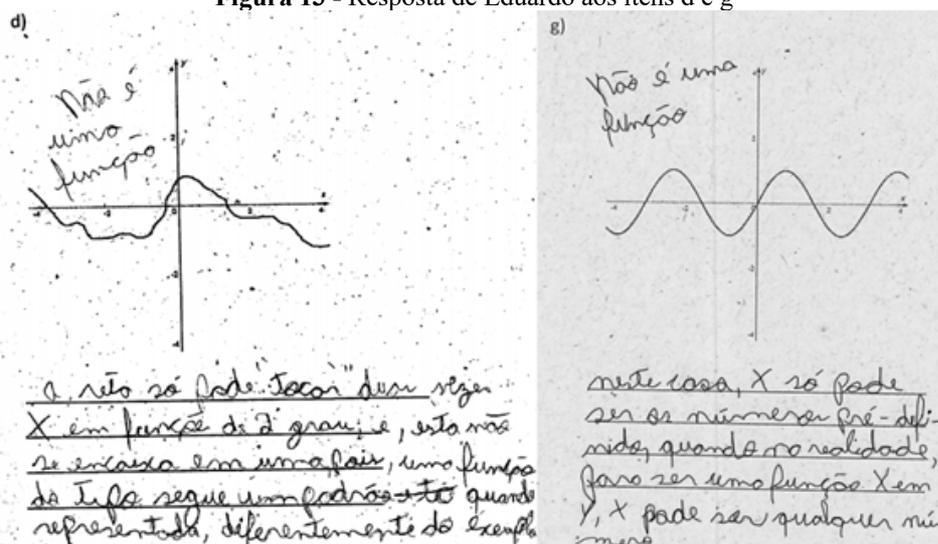
1. Explique, com suas palavras, o que você entende por função.

Função é uma forma de representar o dependência de um resultado y em função de uma incógnita x .

Fonte: Dados da pesquisa.

A definição de Eduardo apresenta uma ideia intuitiva correta, a dependência entre dois valores, porém, ao responder à Questão 2 e tentar identificar quais dos gráficos poderiam ser funções de x em y , ele não a utiliza para justificar suas respostas, conforme destacado na Figura 13. Além disso, cumpre observar que Eduardo atribui a x o nome de incógnita, o que pode ser uma evidência de que este participante não compreende a diferença entre incógnita e variável.

Figura 13 - Resposta de Eduardo aos itens d e g



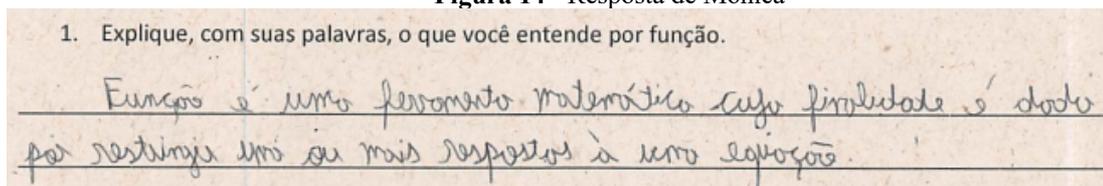
Fonte: Dados da pesquisa.

No item d, Eduardo diz “(...) uma função do tipo segue um padrão quando representada, diferentemente do exemplo”. Ao afirmar erroneamente que esse gráfico não é o representante de uma função apenas por aparentar não ter um padrão, ele ignora a definição apresentada na Questão 1. Isso se repete no item g, onde afirma que “(...) para ser uma função de x em y , x pode ser qualquer número”.

A forma com a qual Eduardo constrói a justificativa de que os gráficos não representam funções mostra que ele não mobiliza a definição apresentada na avaliação das representações gráficas das funções, ou seja, há uma evidência de que esse participante não inter-relaciona aspectos formais, considerados por ele na Questão 1, com aspectos intuitivos relacionados às interpretações dos gráficos da Questão 2.

Por outro lado, houve casos nos quais os participantes definiram uma função de forma incorreta e utilizaram dessa definição para responder à Questão 2, como o caso de Mônica que afirma na Questão 1 que “Função é uma ferramenta matemática cuja finalidade é demonstrada em restringir uma ou mais respostas de uma equação”, conforme destacado na Figura 14, posição que levou essa participante a interpretações equivocadas na Questão 2.

Figura 14 - Resposta de Mônica

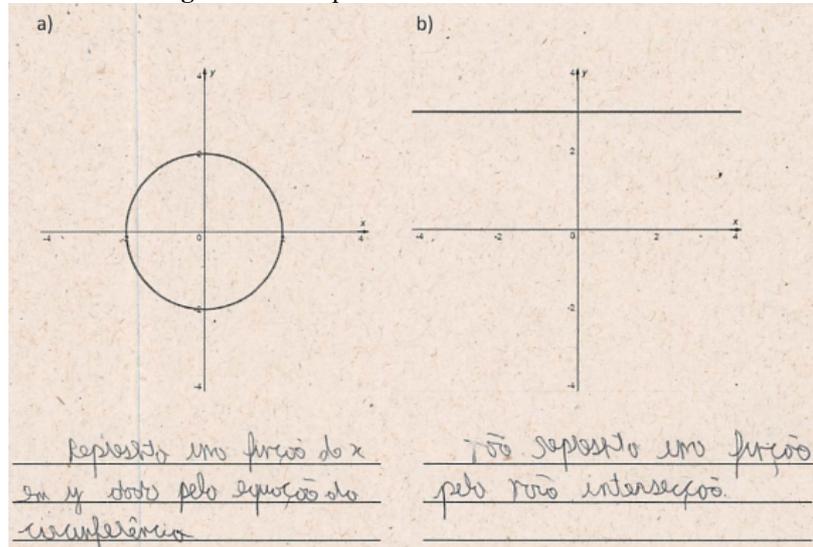


Fonte: Dados da pesquisa.

A definição de Mônica é vaga e, além disso, confunde função com equação, afirmando que deveria apresentar uma ou mais respostas. Ao utilizar essa definição na análise dos gráficos

da Questão 2, a participante se equivoca ao classificar alguns gráficos, simplesmente por eles apresentarem ou não uma intersecção com o eixo x , conforme destacado na Figura 15.

Figura 15 - Respostas de Mônica aos itens a e b



Fonte: Dados da pesquisa.

No item a, Monica diz que “Representa uma função de x em y dada pela equação da circunferência”, perspectiva que reitera o fato da estudante confundir função com equação e no item b, quando diz “não representa por conta da não intersecção” demonstra que, para ela, só é função se o gráfico intercepta o eixo x .

Isso indica como uma definição errada compromete o entendimento e o desempenho quando solicitada a analisar os gráficos, evidenciando assim como a ausência de aspectos formais relacionados ao conceito de função pode impactar a interpretação de gráficos de funções e não funções.

Considerações finais

De maneira geral, era esperado um desempenho melhor dos participantes na resolução das questões aqui analisadas, uma vez que o tema função é abordado desde os anos finais do Ensino Fundamental e durante todo o Ensino Médio. Entretanto, ao serem questionados sobre a definição de funções, 57% dos participantes apresentaram respostas incoerentes ou simplesmente as deixaram em branco. Além disso, dentre aqueles que apresentaram respostas, 77% não citaram a ideia de relação entre dois conjuntos, o que nos leva a acreditar que os participantes não estavam familiarizados com a definição de função, revelando terem problemas com os aspectos formais relacionados com o tema de funções.

Além disso, a maioria dos participantes se valeu majoritariamente de aspectos algorítmicos e intuitivos para identificar quais daqueles gráficos seriam ou não representantes

de funções, ou seja, basearam as respostas em leis de formação de funções conhecidas que resultavam em gráficos com formatos semelhantes aos propostos, sem considerar aspectos formais como a definição de função para apresentar suas justificativas. Os 91% de erros no item d da Questão 2 corroboram essa tese, pois o gráfico apresentado nesse item traz uma forma irregular que, como afirma Barreto (2008), é pouco apresentada aos estudantes durante sua formação, ou seja, apresentava um formato com o qual os estudantes não estavam familiarizados, levando-os a apontá-lo como um gráfico que não apresenta uma função. Com isso, os resultados de nossa pesquisa apontam para a repetição das mesmas dificuldades dos estudantes que foram apontadas por Vinner e Dreyfus (1989), que também identificaram dificuldades dos participantes para utilizar a definição de função para identificar se os gráficos apresentados poderiam ser ou não representantes de funções.

Uma vez que este tema é abordado em muitos momentos na educação básica, era esperado de ingressantes no curso de licenciatura em Matemática conhecimentos um pouco mais elaborados sobre ideias relacionadas ao conceito e às representações gráficas de funções e não funções.

As dificuldades identificadas indicam ser essencial que a formação destes futuros professores de Matemática resgate não apenas os conceitos e as ideias que estes mostraram não conhecer adequadamente, mas também que oportunize reflexões sobre as múltiplas abordagens para o ensino de funções, principalmente aquelas que valorizam mais de um modelo de representação, para que possam se tornar agentes de uma transformação do ensino deste tema, que se mostra tão precarizado.

Seguindo Fischbein (1994), entendemos que essa perspectiva indica que a interação entre aspectos formais, relacionados às definições matemáticas, e aspectos algorítmicos e intuitivos relacionados às técnicas e estratégias de resolução de problemas, não é algo espontâneo para os estudantes e precisam ser ensinadas e trabalhadas pelos professores em sala de aula.

Por fim, cumpre destacar que essa pesquisa será continuada nos próximos anos, com os mesmos participantes, após estes terem passado por disciplinas como Fundamentos de Matemática e de Cálculo Diferencial, pois estamos interessados em investigar qual o impacto destas disciplinas na formação destes estudantes futuros professores de Matemática.

Referências

BARRETO, Marina Menna. **Tendências atuais sobre o ensino de funções no Ensino Médio**. PPG-Ensino de Matemática, UFRGS, Porto Alegre, 2008. Disponível em: http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/midias_digitais_II/modulo_II/pdf/funcoes.pdf

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília-DF: MEC, Secretaria de Educação Básica, 2017.

CURY, Helena N. **Análise de erros**: o que podemos aprender com as respostas dos alunos. 1ª reimpressão. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

FISCHBEIN, Efraim. The interaction between the formal, the algorithmic, and the intuitive components in a mathematical activity. **Didactics of mathematics as a scientific discipline**, p. 231-245, 1994.

VINNER, Shlomo; DREYFUS, Tommy. Images and definitions for the concept of function. **Journal for research in mathematics education**, p. 356-366, 1989.

ZUFFI, Edna Maura; PACCA, Jesuína L. A. Sobre funções e a linguagem matemática da professores do Ensino Médio. **Zetetiké**, Campinas, v. 8, n. 1-2, p. 7-28, 2000.

*Recebido em 29 de junho de 2020.
Aprovado em 20 de fevereiro de 2021.*