ISSN 2177-9309
em teia
Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana
Universidade Federal de Pernambuco
Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica
EDUMATEC

CONCEITOS DO CAMPO MULTIPLICATIVO E A METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Multiplicative Conceptual Field and Problems Solving Methodology

Edite Resende Vieira
Doutora em Educação Matemática
Colégio Pedro II – Rio de Janeiro – Brasil
edite.resende@gmail.com
https://orcid.org/0000-0001-9198-6255

Ana Maria Carneiro Abrahão
Doutora em Educação
Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro - Unirio – Rio de Janeiro – Brasil
anaabrahao@edmat.com.br
https://orcid.org/0000-0001-6453-7286

Resumo

O foco desse artigo foi analisar os encaminhamentos dados por crianças dos Anos Iniciais ao resolverem problemas de multiplicação e de divisão envolvendo Números Naturais. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) evidencia que desde o 2º ano as crianças precisam aprender a resolver e a elaborar problemas. Esses dois verbos estão presentes em todas as habilidades da BNCC que envolvem problemas do campo multiplicativo com os Números Naturais. O trabalho aqui apresentado explora duas situações-problema resolvidas por estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental. Um problema contempla o eixo da proporção simples, e o outro, o da comparação multiplicativa, segundo a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud. Com base em Polya, trazemos um caminho metodológico de reflexão por meio de perguntas presentes nos dois problemas propostos. Os resultados do estudo indicaram que a maioria das crianças demonstrou carência de estudo em proporcionalidade e dificuldade em entender problema inverso na comparação multiplicativa. A análise sugere dificuldade dos estudantes na interpretação dos problemas e pouca familiaridade com a verificação da coerência da resposta encontrada para a questão do problema. Concluímos que é essa leitura interpretativa que poderá ajudar a criança a desenvolver o letramento matemático, daí a necessidade de que esse trabalho seja enfatizado na formação inicial ou continuada de professores.

Palavras-Chave: Campo multiplicativo, anos iniciais, resolução de problemas, formação de professores, letramento matemático.

Abstract

The focus of this article was to analyze the referrals given by children in the Early Years when solving multiplication and division problems involving Natural Numbers. The Common National Curriculum Base (BNCC) shows that from the 2nd grade onwards, children need to learn to solve and elaborate problems. These two verbs are present in all BNCC skills that involve multiplicative field problems with Natural Numbers. The work presented here explores two problem-situations solved by students in the 5th year of elementary school. One problem contemplates an idea of simple proportion and the other an idea of multiplicative comparison, following the guidelines of Vergnaud's Theory of Conceptual Fields. Based on Polya, we bring a methodological path of reflection, which involves the analysis of data and questions present in the two proposed problems, as well as the analysis of the verification of the solutions found. The results of the study indicated that most children were not able to solve the problems adequately, reinforcing the lack of proportionality and inverse problems in the study. The analysis suggests students' difficulty in interpreting the problems and little familiarity with checking the coherence of the answer found to the question of the problem. We conclude that it is this interpretive reading that can help the child to develop mathematical literacy, hence the need for this work to be emphasized in the initial or continuing education of teachers.

Keywords: Multiplicative field, early years, problem solving, teacher training, mathematical literacy.

Introdução

O foco desse artigo foi analisar os encaminhamentos dados por crianças dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (EF) ao resolverem problemas de multiplicação e de divisão envolvendo Números Naturais. No texto introdutório da área de Matemática da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) consta que

> O Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático[1], definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas (BRASIL, 2017, p. 264).

Nos Anos Iniciais, os processos de aprendizagem de resolução de problemas que levam ao letramento matemático exploram situações-problema onde há ou não congruência semântica entre as palavras-chave e a operação utilizada para resolver a situação. Iniciar as crianças no letramento matemático é um grande desafio que a BNCC (BRASIL, 2017) abraçou e evidenciou nas habilidades referentes aos problemas de multiplicação e de divisão presentes a partir do 2º ano do Ensino Fundamental.

Desde a habilidade EF02MA07 (Resolver e elaborar problemas de multiplicação por 2, 3, 4 e 5) com a ideia de adição de parcelas iguais por meio de estratégias e formas de registro pessoais, utilizando ou não suporte de imagens e/ou material manipulável), a BNCC

[1] Segundo a Matriz do Pisa 2012, o “letramento matemático é a capacidade individual de formular, empregar e interpretar a matemática em uma variedade de contextos. Isso inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e predizer fenômenos. Isso auxilia os indivíduos a reconhecer o papel que a matemática exerce no mundo e para que cidadãos construtivos, engajados e reflexivos possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões necessárias”. Disponível em: http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/marcos_referenciais/2013/matriz_avaliacao_matematica.pdf. Acesso em: 23 mar. 2017.

já evidencia que a criança precisa aprender a *resolver* e a *elaborar* problemas, e esses dois verbos estão presentes em todas as habilidades que envolvem problemas do campo multiplicativo com os Números Naturais. A BNCC (BRASIL, 2017) indica que também se estudem problemas de multiplicação e de divisão envolvendo dobro e metade, triplo e terça parte (habilidade EF02MA08 - Resolver e elaborar problemas envolvendo dobro, metade, triplo e terça parte, com o suporte de imagens ou material manipulável, utilizando estratégias pessoais).

No 3º. ano, a BNCC sugere que se continue com a multiplicação aditiva, mas que se introduza a multiplicação com elementos em disposição retangular (habilidade EF03MA07- Resolver e elaborar problemas de multiplicação por 2, 3, 4, 5 e 10) com os significados de adição de parcelas iguais e elementos apresentados em disposição retangular, utilizando diferentes estratégias de cálculo e registros). Observe que o trabalho iniciado no 2º. ano tem um reforço e uma continuidade no 3º. ano, mas avança noutra visualização da operação e introduz o que se conhece como "multiplicação retangular". Podemos, nesse momento, iniciar a construção do conceito de proporcionalidade, um dos conceitos matemáticos mais utilizados na resolução de problemas do cotidiano. Essa nova abordagem dá link para a habilidade (EF03MA08) na qual as crianças devem aprender a resolver e elaborar problemas de divisão envolvendo os fatos básicos com os significados de repartição equitativa e de medida.

No 4º. ano, a BNCC amplia as ideias de multiplicação aditiva e retangular, mas enfatiza a proporcionalidade (habilidade EF04MA06 - Resolver e elaborar problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação: adição de parcelas iguais, organização retangular e proporcionalidade, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos). Fortalece e amplia o cálculo por estimativas, que deve estar sendo trabalhado no campo aditivo desde sempre, destaca o cálculo mental, que também deve ser incentivado nos anos anteriores, visando a reflexão crítica e a autoavaliação dos resultados encontrados pelas crianças. Esse caminho é determinante para o letramento matemático. Na habilidade (EF04MA07 - Resolver e elaborar problemas de divisão cujo divisor tenha no máximo dois algarismos, envolvendo os significados de repartição equitativa e de medida, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos), a BNCC destaca especificamente a resolução e elaboração de problemas de divisão, também enfatizando os cálculos por estimativa e o cálculo mental. Aqui há ênfase à utilização de algoritmos, um assunto que merece um artigo individualizado, somente sobre as diferentes possibilidades reflexivas de estudar e utilizar os variados algoritmos desse campo.

As habilidades da BNCC que envolvem problemas dos campos conceituais a partir do 5º ano já contemplam os números racionais, assunto que merece ser abordado em artigo futuro. Este trabalho explora as operações inversas e ilustra que o que uma operação faz, a outra desfaz (NUNES; CAMPOS; MAGINA; BRYANT, 2009).

Basicamente, esse passeio pelas operações inversas possibilita a retomada de vários conceitos e a mobilização, pelo aluno, de invariantes operatórios do Campo Multiplicativo para analisar e resolver as situações.

Portanto, não basta resolver os problemas propostos. O desafio é incentivar as crianças a criarem e a elaborarem estratégias de solução.

Assim, com base em Polya (1994), trazemos um caminho metodológico de reflexão, análise dos dados e das perguntas dos problemas propostos, bem como da verificação dos resultados encontrados. Entendemos que é essa leitura interpretativa que poderá ajudar a criança a desenvolver o letramento matemático. Além de apresentar problemas diferenciados, é preciso conduzir o trabalho docente de forma a instigar as crianças a refletirem sobre os mesmos.

Teoria dos Campos Conceituais: o campo conceitual multiplicativo

A preocupação com os processos de ensino e de aprendizagem de conceitos é evidente em diversas áreas do conhecimento. Em meados da década de 80, na França, a Educação Matemática se consolidou como área de pesquisa e diversas teorias despontaram, apresentando explicações acerca de como crianças e adolescentes adquirem e desenvolvem conceitos matemáticos. A Teoria dos Campos Conceituais foi uma delas. Essa teoria, desenvolvida por Vergnaud (1996), tem como objetivo principal, oferecer "[...] um quadro que permita compreender as filiações e as rupturas entre conhecimentos, nas crianças e nos adolescentes, entendendo como «conhecimentos», tanto o saber fazer como os saberes expressos" (VERGNAUD, 1996, p. 155, grifo do autor). Assim, embora não seja uma teoria didática, ela oferece princípios e um quadro coerente para o estudo e a aprendizagem de competências complexas, auxiliando o professor na compreensão do processo que a criança constrói relativamente ao conhecimento de determinado conceito.

Vergnaud (1996) define o campo conceitual como um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição e de constituição conceitual. Segundo o referido autor, o conhecimento está organizado em campos conceituais cujo domínio pelo estudante demanda um longo período de tempo, por meio de sua experiência, maturidade e aprendizagem. Em cada campo conceitual existe uma variedade de situações. A sugestão de estudar um campo conceitual ao invés de um conceito justifica-se pelo fato de que em qualquer situação-problema nunca um conceito aparece isolado. O autor também ressalta que, de um modo geral, cada situação não pode ser analisada por meio de um único conceito. Por mais simples que se apresente a situação, ela envolve mais de um conceito e, em contrapartida, um conceito para ter significado não pode ser abordado em uma única situação.

No contexto da Matemática, Vergnaud (1996) destaca dois campos conceituais: o aditivo e o multiplicativo. O campo conceitual aditivo se caracteriza por um conjunto de situações que demandam, para a sua resolução, uma operação de adição ou de subtração ou uma combinação de ambas. Já as situações que envolvem o campo conceitual multiplicativo requerem, para encontrar suas soluções, uma operação de multiplicação ou de divisão ou as duas juntas. Para esse artigo destacaremos duas relações específicas do campo multiplicativo abaixo apresentadas por Magina, Merlini e Santos (2016). Esse fluxograma (Figura 1) reflete uma releitura dos principais conceitos e estruturas das situações presentes neste campo e tem sido aperfeiçoado, continuamente, pelos respectivos autores.

Figura 1 - Campo Conceitual Multiplicativo

Fonte: Adaptado de Magina, Merlini e Santos (2016, p. 69).

As categorias apresentadas no campo conceitual multiplicativo possibilitam identificar e analisar as dificuldades de aprendizagem que surgem no ensino das operações de multiplicação e de divisão (VERGNAUD, 1996).

Para o estudo em pauta, selecionamos estratégias de resolução dos alunos em duas situações. Uma delas é uma relação quaternária e está inserida no eixo da proporção simples, na classe de um para muitos e do tipo discreto. A outra situação é uma relação ternária, do eixo da comparação multiplicativa, na classe do referente desconhecido do tipo discreto. A exploração na sala de aula se deu no contexto da metodologia de resolução de problemas em que a situação é o ponto de partida para a aprendizagem de novos conceitos.

A resolução de problemas como ponto de partida nas aulas de Matemática

É fundamental para o professor conhecer variadas estratégias pedagógicas para que possa construir a sua prática. É se apropriando do conhecimento pedagógico geral e particularmente do conhecimento pedagógico do conteúdo específico que vai ensinar que o professor pode compreender como os conteúdos curriculares estão estruturados e articulados entre si. Para explicar um assunto específico de sua matéria e levar seus alunos a aprendê-lo, dentre várias estratégias, está a resolução de problemas como metodologia de ensino. Tal metodologia é um conceito relativamente novo e um caminho que vem sendo discutido como ponto de partida da atividade matemática e como meio de se ensinar Matemática.

George Polya foi um dos precursores desta abordagem de ensino. Em sua obra, *How to solve it*[2], publicada em 1945, já sinalizava orientações para os alunos no processo de resolução de problemas. No entanto, somente a partir da década de 1980 que a resolução de problemas como metodologia de ensino obteve destaque em diversos países mediante publicação do documento *An Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics in the 1980's*, pelo National Council of Teachers Matemathics (NCTM, 1980), com a orientação de que a "[...] resolução de problemas deve ser o foco da matemática escolar" (ONUCHIC, 1999, p. 204). Entretanto, não havia concordância quanto à maneira de atingir esse objetivo, pois, conforme Onuchic (1999), as discordâncias surgiram, provavelmente, em virtude das diferentes concepções relacionadas à orientação recomendada no referido documento.

As formas de abordagem da resolução de problemas se diferenciavam. Segundo Schroeder e Lester (1989), há três maneiras de abordar a resolução de problemas no processo de ensino e aprendizagem de Matemática: *ensinar sobre resolução de problemas* – o professor ressalta o modelo de resolução de problemas de Polya (1994), que descreve quatro etapas interdependentes no processo de resolver problemas matemáticos: compreender o

[2] Esta obra foi traduzida para a Língua Portuguesa em 1986 com o título "A arte de resolver problemas".

problema, elaborar um plano de resolução, executar o plano e fazer o retrospecto ou verificação; *ensinar para resolução de problemas* – o professor evidencia as estratégias de resolução, baseando-se em problemas semelhantes; e *ensinar por meio da resolução de problemas* – a preocupação do professor é mais com o processo do que com a solução final.

De acordo com a Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1983), o conceito emerge com base na resolução de problemas. Assim, as situações que envolvem a resolução de problemas são fundamentais para promover a conceitualização. Sobre esse aspecto, Magina, Merlini e Santos (2016, p. 66), fundamentados nos estudos de Vergnaud (1991, 1994, 1996), afirmam que "[...] o conhecimento emerge a partir da resolução de problemas, isto é, a partir da ação do sujeito sobre a situação (sujeito-situação)". No entanto, Vergnaud (1994, p. 42) destaca que um problema pode não ser um problema para o indivíduo, a não ser que "[...] ele ou ela tenha conceitos que o/a tornem capazes de considerá-lo como um problema para si mesmo". Considerando essa possibilidade, Moreira (2002, p. 23), explica que

> [...] há uma relação dialética e cíclica entre a conceitualização e a resolução de problemas. Para Vergnaud, a problematização vai muito além da abstração de regularidades do mundo observável. Problemas são teóricos e práticos, não meramente empíricos, mesmo para as crianças pequenas.

Um outro aspecto considerado por Vergnaud (2008) refere-se à proposta de situações com foco na resolução de problemas. Na concepção do referido autor, resolução de problemas consiste em propor situações que as crianças não sabem resolver para que seja possível fazê-las evoluir em seus conhecimentos na busca de soluções. Ele destaca, ainda, a importância de desestabilizar as crianças, sem, contudo, desestabilizá-las demais, pois dessa forma elas também não vão aprender. Para ressaltar esse ponto de vista, Vergnaud (2008, p. 3) afirma que "[...] gerenciar o aprendizado é gerenciar ao mesmo tempo a desestabilização e a estabilização. Portanto, temos de pensar mais e propor situações corriqueiras aos que estão aprendendo".

O grande desafio para o professor, segundo Vergnaud (2008), é ampliar, gradativamente, as dificuldades para as crianças, mas tendo conhecimento do que está fazendo e aonde quer chegar.

O trabalho desenvolvido com os alunos e aqui apresentado focou a resolução de problemas como metodologia de ensino. Essa opção se justifica, visto que a BNCC (BRASIL, 2017) orienta nesse sentido e destaca que o processo matemático de resolução de problemas é uma forma de atividade matemática que se configura, concomitantemente, como objeto e como estratégia para a aprendizagem durante todo o Ensino Fundamental. Ainda evidenciada pela BNCC (BRASIL, 2017), a resolução de problemas é um dos processos de aprendizagem que contribui, potencialmente, para o desenvolvimento de competências para o letramento matemático e para o desenvolvimento do pensamento computacional.

Ao longo da aplicação das situações-problemas junto aos alunos, utilizamos tanto como método de trabalho em sala de aula, como base para análise dos dados obtidos, o modelo de resolução de problemas de Polya (1994). Nesse modelo, é apresentado um percurso que favorece momentos em que os alunos podem interpretar e compreender a situação-problema, elaborar estratégias próprias de resolução e verificar se o resultado encontrado atende ao que se procura no problema.

Percurso metodológico

O percurso metodológico desse estudo se inicia nas leituras e discussões sobre os campos conceituais que vêm acontecendo há alguns anos nos encontros que o nosso grupo de estudos e pesquisas realiza semanalmente. Temos priorizado autores que seguem os preceitos de Vergnaud e a metodologia de resolução de problemas baseada em Polya. Como vimos, a Teoria dos Campos Conceituais trouxe uma luz, um caminho para a abordagem metodológica de estudar problemas tanto do campo aditivo como do campo multiplicativo. Para investigarmos nossas inquietações sobre as dificuldades das crianças em resolver problemas de multiplicação e de divisão e com o objetivo de pensarmos em caminhos que possam levar as crianças dos Anos Iniciais ao letramento matemático, discutido desde a década de 90 e fortemente incorporado na BNCC desde 2017, optamos por analisar as resoluções de dois problemas que trazem estruturas multiplicativas e que podem estar presentes no dia a dia, mas que divergem dos problemas convencionais encontrados em livros didáticos em que a incógnita está sempre em c para sentenças do tipo $a \,.\, b = c$, ou seja, sempre se quer saber o total, o produto. Veremos que no Problema 1 o total é dado e o que o problema quer é que a criança descubra um dos fatores que resultam naquele total dado. Essas experiências ajudam a criança a ir construindo seu campo conceitual. Nosso objetivo era não só analisar as resoluções dos alunos com base em Vergnaud (1996) e encontrar as suas dificuldades, mas, baseados em Polya (1994), refletir sobre caminhos que pudessem ajudar os profissionais a conduzirem as crianças ao desenvolvimento do letramento matemático. Um letramento que favoreça à criança ler um problema da escola ou da vida, extrair dele as principais informações, identificar a pergunta e possíveis caminhos de resolução para em seguida saber verificar se a sua solução responde à questão colocada.

Optamos por investigar estudantes do 5º ano, visto que nessa etapa de escolaridade já deveriam ter trabalhado o desenvolvimento das habilidades referentes aos problemas de multiplicação e de divisão com números naturais, contemplados pela BNCC no 2º, 3º e 4º anos do Ensino Fundamental. Os problemas foram aplicados em uma turma de 18 alunos do 5º ano de uma escola particular do Rio de Janeiro. Havia uma professora do nosso grupo de estudos que trabalhava nessa escola. A professora da turma não interferiu na aplicação dos problemas e deixou as crianças livres para resolverem como quisessem. Organizamos e a professora aplicou 6 problemas contemplando algumas ideias do campo multiplicativo, mas pela inviabilidade de apresentarmos todos, para esse artigo selecionamos 2 deles cujos tipos são distintos. Um trata de raciocínio proporcional e outro de raciocínio multiplicativo comparativo. Entendemos que esses dois trariam subsídios para uma possível, mesmo que tímida, reflexão sobre o tema. A professora recolheu as resoluções das crianças e as mesmas foram analisadas no nosso grupo de estudo com base na teoria dos campos conceituais. Analisamos cada solução encaminhada, categorizamos por adequadas e inadequadas e procuramos entender os motivos cognitivos que pudessem levar cada criança a escolher seu caminho de resolução. Em seguida, com base em Polya (1994), estudamos caminhos de condução de análise de cada problema com o objetivo de apresentar ao professor dos Anos Iniciais sugestões de estudo e análise de prática didática. Esses problemas e seus encaminhamentos didáticos foram posteriormente aplicados em minicursos para professores, os quais validaram a experiencia pedagógica como gratificante e enriquecedora para a sua prática em sala de aula. O caminho metodológico escolhido para esse artigo apresenta duas atividades aplicadas com as crianças, com o objetivo de ilustrar a articulação entre o campo multiplicativo, segundo a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1996); as habilidades destacadas pela BNCC (BRASIL, 2017) para contemplar o conteúdo curricular do campo multiplicativo com foco no letramento matemático, um dos princípios básicos da área de Matemática no currículo atual; e, com base em Polya, possíveis conduções pedagógicas para trazer caminhos de reflexão aos docentes dos Anos Iniciais sobre as quatro etapas na resolução de problemas matemáticos, com particular ênfase na 1ª etapa, a compreensão do problema. Mais à frente detalhamos e comentamos os acertos, erros e possível construção didática para análise de cada problema.

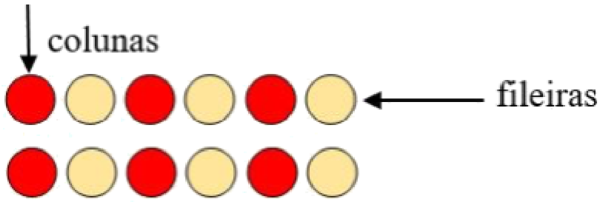
Análise das resoluções dos problemas feitas pelas crianças

A seguir, apresentamos os dois problemas do estudo, as justificativas e os critérios que nos levaram a selecioná-los, um quadro com um resumo das estratégias utilizadas pelas crianças, seguido da figura com as imagens das suas resoluções. Após a análise das respostas, apresentamos uma proposta de encaminhamento didático que poderia ser realizado na sala de aula entre professor e estudantes de forma a levar as crianças a refletirem sobre a compreensão do problema e a elaboração de estratégias de resolução.

Problema 1 – Beto arrumou suas 42 bolinhas de gude em fileiras e colunas.
Observe como ele começou a organização.
Em quantas fileiras as bolinhas foram arrumadas?

Represente a operação matemática que determina a quantidade de fileiras formadas.

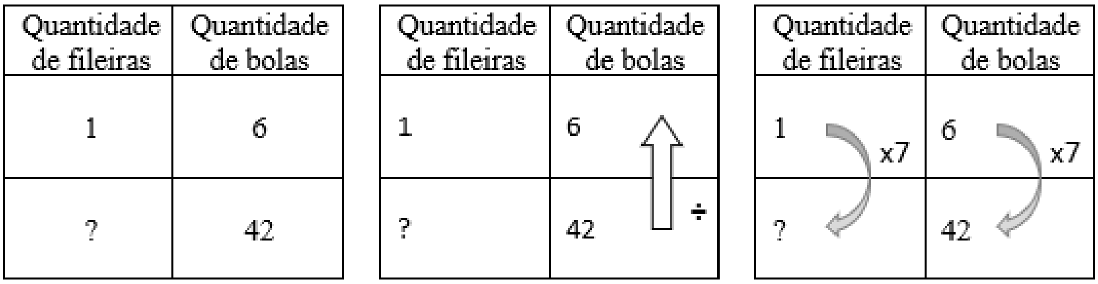
Figura 2 – Problema 1



Fonte: Acervo Projeto Fundão: Anos Iniciais

O Problema 1 foi escolhido porque queríamos investigar que raciocínio multiplicativo as crianças utilizariam para resolver um problema cuja estrutura permeia o eixo da proporção simples (VERGNAUD, 1996). Segundo Santana *et al*. (2017, p. 24), “A proporção simples é uma relação proporcional entre duas grandezas, envolvendo quatro medidas. Elas podem ser classificadas na classe de um para muitos ou de muitos para muitos”. No caso desse problema escolhido, a relação entre as grandezas (quantidade de fileiras e quantidade de bolas) é proporcional e estabelece uma proporção simples na classe de um para muitos, explorando grandezas discretas, no caso, bolinhas. O problema quer descobrir o operador escalar (Figura 3) e para descobri-lo, a ideia é dividir a quantidade total de bolas (42) pela quantidade de bolas em uma fileira (6). Esse tipo de divisão é chamado por Santana *et al*. (2017) e Gitirana *et al*. (2014) de divisão por quota, visto que a divisão acontece entre medidas de uma mesma grandeza, no caso, quantidade de bolas. O resultado da divisão (42:6=7), no caso 7, é o valor escalar que multiplicado por 1, da grandeza quantidade de fileiras, vai determinar a resposta da situação, ou seja, 7 fileiras.

Figura 3 – Operador escalar

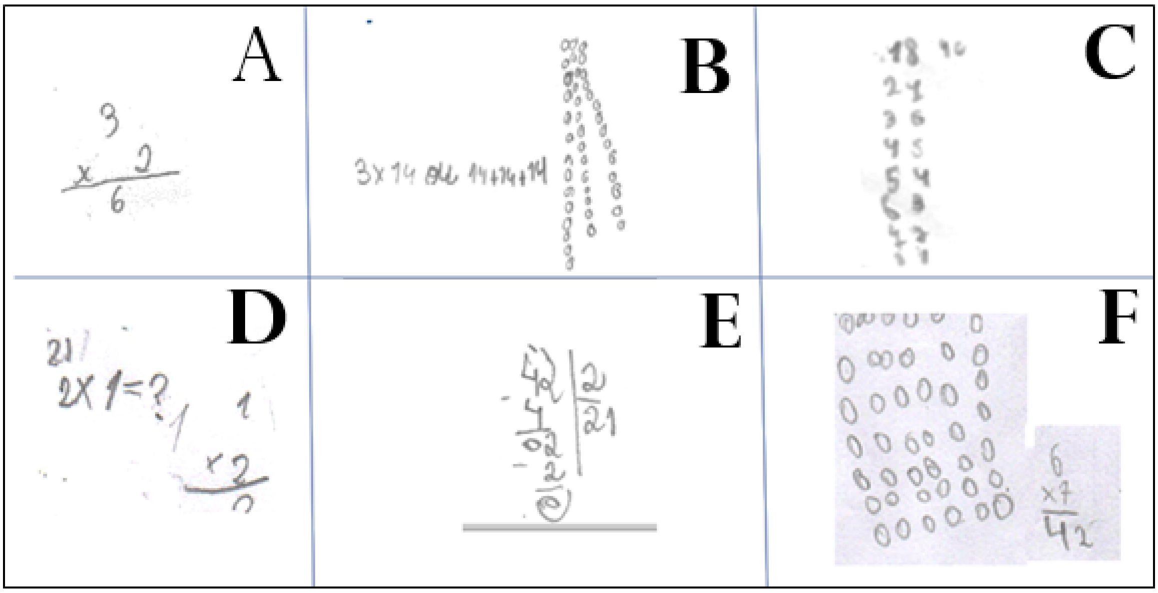


Fonte: Acervo Projeto Fundão: Anos Iniciais

Nos interessava saber que estratégias de resolução, a partir do domínio dos invariantes, que podem ser distintas, independentemente do ano escolar do estudante, os investigados utilizariam. O estudante poderia utilizar os fatos básicos da multiplicação, visto que ele poderia ser resolvido mentalmente, simplesmente utilizando a tabuada memorizada 42:6=7 ou 6x7=42. Ou será que utilizariam o algoritmo da divisão? Imaginávamos que intuitivamente alguém resolveria utilizando um pensamento tipo: se 2 fileiras têm 12 bolinhas, quantas fileiras terão 42 bolinhas? Na divisão por quotas, se uma fileira tem 6 bolinhas, duas têm 12, então... Se 2 x 6 = 12, temos que ? x 6 = 42, logo ? equivale a 7. E aí esse aluno poderia encontrar 7. Pensamos também em investigar se o fato de ter a imagem associada (Figura 2), alguma criança pensaria em complementar as bolinhas para tentar resolver por registros gráficos, como indicam estudos como os de Boaler (2018). Será que alguém faria um desenho complementar para descobrir o total de bolinhas? Também nos instigava saber se os alunos sentiriam a ausência de um segundo número no texto escrito do enunciado. Não foi feita entrevista *a posteriori* para obter essa informação, mas talvez deixassem essa indicação na sua resolução, tipo: Não sei quantas são as colunas...

Esse problema contempla uma situação de proporção presente na habilidade do 4º ano do Ensino Fundamental I (EF04MA06 - Resolver e elaborar problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação (adição de parcelas iguais, organização retangular e proporcionalidade), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos) da BNCC (BRASIL, 2017). Na figura 4 estão representados exemplos das estratégias utilizadas pelas crianças e suas resoluções.

Figura 4 – Estratégias de resoluções utilizadas pelas crianças para o Problema 1



Fonte: Acervo Projeto Fundão: Anos Iniciais

Dentre os 18 alunos da turma, dez deixaram a atividade em branco. Os oito restantes utilizaram resoluções multiplicativas, sendo que seis alunos com estratégias inadequadas e dois com estratégias adequadas. Dentre as inadequadas, um aluno resolveu por meio da sentença 2 x 3, quadro A, e um outro fez 3 x 14, quadro B. Tivemos, também, dois alunos usando como estratégia a sentença 2 x 1, quadro D, e outros dois fazendo 42 ÷ 2, quadro E. Dentre as duas resoluções adequadas, um deles construiu a tabuada do 6, quadro C e um utilizou como recursos o desenho e o algoritmo, quadro F.

Ao analisarmos as respostas dos estudantes, observamos que mais da metade das crianças investigadas deixou a questão em branco. Isso pode ter muitos significados, mas um deles pode ser a dificuldade de leitura e interpretação do problema. Mesmo sem termos entrevistado as crianças para saber das suas dificuldades, não podemos eliminar essa hipótese. A outra pode ser a não identificação da questão principal, que não é acompanhada de uma interrogação.

Dos que apresentaram resolução inadequada do problema, podemos pensar que talvez a criança do quadrinho A tenha lido a pergunta com a interrogação, viu pelo desenho que eram 6 colunas e como tinha que expressar uma operação, escreveu 2 x 3 = 6. Essa é uma possibilidade que não deve ser descartada. Pode ser que as crianças estranhem problemas que não apresentam um segundo número, no caso o divisor, diretamente expresso no texto escrito da atividade. Será que o aluno do quadro B, que fez 3 x 14, tentou buscar uma forma de encontrar 42, e como 3 x 14 = 42, ele achou que essa seria uma possível resposta? Será que ele contou 14 bolinhas em vez de 12 e não se ligou no arranjo de 6 x 7? Cada vez mais vemos a necessidade de ouvir o aluno. Como gostaríamos de ter a chance de ouvi-lo e explicar o que usou para fazer essa elaboração de resolução!

Dentre as resoluções com estratégias adequadas, temos o aluno do quadro C, que foi montando a tabuada do 6, o que seria uma possibilidade de resolução. Ele já tinha 2 x 6 = 12, então fez 3 x 6 = 18, 4 x 6 = 24, 5 x 6 = 30, 6 x 6 = 36, 7 x 6 = 45 e aí errou no cálculo, não encontrando 42, mas concluindo, talvez por aproximação, que 7 fileiras seria a resposta ao problema. Talvez se ele tivesse feito a verificação da resposta encontrada, para saber se ela era realmente a solução do problema, ele teria identificado seu equívoco na memorização do fato básico. De qualquer forma, ele encontrou o operador escalar 7 utilizando estratégia multiplicativa. Uma única criança acertou o problema por completo, quadro F, utilizando tanto a representação gráfica quanto o algoritmo da divisão como recursos de resolução. Ela encontrou o operador escalar 7 fazendo a multiplicação proporcional. Nenhuma criança fez a divisão por cotas, ou seja, se uma fileira tem 6 bolas, 42 bolas divididas em quotas de 6 bolas resultarão em 7 fileiras. Provavelmente, as crianças devem ter estudado esse conteúdo nos anos anteriores. Por que somente duas crianças desenvolveram um raciocínio operacional por proporção e chegaram à resposta correta? Além de indicar a dificuldade de leitura e interpretação do problema, percebemos que falta, à maioria dos alunos, identificar a operação a ser realizada, assim como a formação conceitual do raciocínio proporcional.

Não aplicamos às crianças do estudo esse encaminhamento que a seguir apresentamos no Quadro 1. Mas decorrente da análise das respostas ao Problema 1, desenvolvemos esse trabalho que foi, posteriormente, aplicado em minicursos com professores dos Anos Iniciais. Os professores mostraram muita satisfação e reconheceram a importância de realizar um encaminhamento didático baseado em Polya (1994). Perceberam a importância da condução de algumas perguntas às crianças para que elas possam refletir sobre o enunciado, sobre os dados e sobre as perguntas. Por isso, acreditamos que esse encaminhamento deva ser iniciado desde o início da escolarização.

Quadro 1 - Questionamentos reflexivos para o Problema 1

Observando o desenho da arrumação inicial das bolinhas, quantas são as colunas? E quantas são as fileiras? O problema diz que Beto arrumou quantas bolinhas? Mas no desenho tem as 42 bolinhas arrumadas? Qual a pergunta do problema? Como você pode responder essa pergunta? Mas, além dessa pergunta, o que o problema quer que você faça? Mas quantas são as colunas mesmo? Se Beto continuar arrumando as bolinhas em 6 colunas, de quantas fileiras ele precisará para arrumar as 42 bolinhas? Como você pode resolver esse desafio? Por desenho, por conta, como? Que operação pode ser feita para determinar o número de fileiras? Existe outra operação que poderia ser feita para descobrir a resposta? Escreva a operação que permite encontrar o número de fileiras que Beto usou para arrumar as 42 bolinhas em 6 colunas.

Fonte: Acervo Projeto Fundão: Anos Iniciais

Em geral, o melhor que podemos fazer pelos nossos alunos é não lhes dar a resposta, mas incentivá-los a encontrar caminhos possíveis de resolução, encaminhá-los ao letramento matemático, encaminhá-los na investigação, na busca criativa por soluções. Vergnaud (1999) cita uma das grandes contribuições de Vygotski (1995), um princípio que evidencia a importância das perguntas destacadas no Quadro 1.

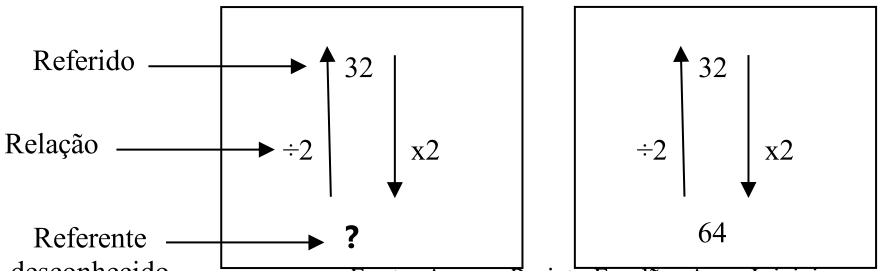
> As atividades de linguagem têm uma dupla função de comunicação e de representação. A explicitação dos conhecimentos modifica seu status; ao mesmo tempo, ela supõe operações de pensamento que não são totalmente redutíveis às operações de pensamento que intervêm na ação. Com a linguagem um grande número de questões se abre para as crianças, o que não seria possível sem ela (VERGNAUD, 1999, p. 8).

O encaminhamento do Quadro 1 está baseado em Polya (1994), mas carrega, assim como destaca Vergnaud (1999), o poder da linguagem na qualidade da mediação sob a perspectiva vygotskiana (VYGOTSKY, 1995), que é determinante no processo de aprendizagem. A pergunta certa, no momento certo, pode fazer a criança dar um salto na aprendizagem, ter um insight, ter um input, um avanço, porque ela pode desmistificar alguma falsa concepção que muitas vezes está bloqueando seu entendimento. Quanto mais oportunizarmos experiências em que as crianças possam reconstruir os objetos matemáticos, mais contribuiremos para o seu letramento, para a utilização desse conhecimento na resolução de problemas que são praticados socialmente todos os dias.

Problema 2: Pablo tinha 32 pirulitos para ensacar e distribuir na festa do Dia das Crianças. Sabendo que Pablo tinha metade do que Ronaldo ensacou, quantos pirulitos tinha Ronaldo?

O Problema 2 foi escolhido porque explora o conceito de metade e de dobro, ambos contemplados no currículo do 2º e do 3º ano, e destacados na habilidade (EF02MA08 - Resolver e elaborar problemas envolvendo dobro, metade, triplo e terça parte, com o suporte de imagens ou material manipulável, utilizando estratégias pessoais), da BNCC (BRASIL, 2017), quando aborda a resolução de problemas de divisão e de multiplicação. Foi escolhido também porque, segundo Gitirana *et al.* (2014, p. 45), "No campo das estruturas multiplicativas esse é um dos tipos de problema que os estudantes dominam mais rapidamente. São situações próximas às aditivas, em que somente duas relações de mesma grandeza são comparadas de forma multiplicativa por um escalar [...]". É uma relação ternária porque envolve três números, três grandezas. Uma grandeza é o Referente e a outra o Referido. No Problema 2, a quantidade de pirulitos de Ronaldo é o Referente, porque a quantidade de pirulitos de Pablo (Referido) se refere, se compara e parte da quantidade de Ronaldo. A relação é a metade, é a razão escalar.

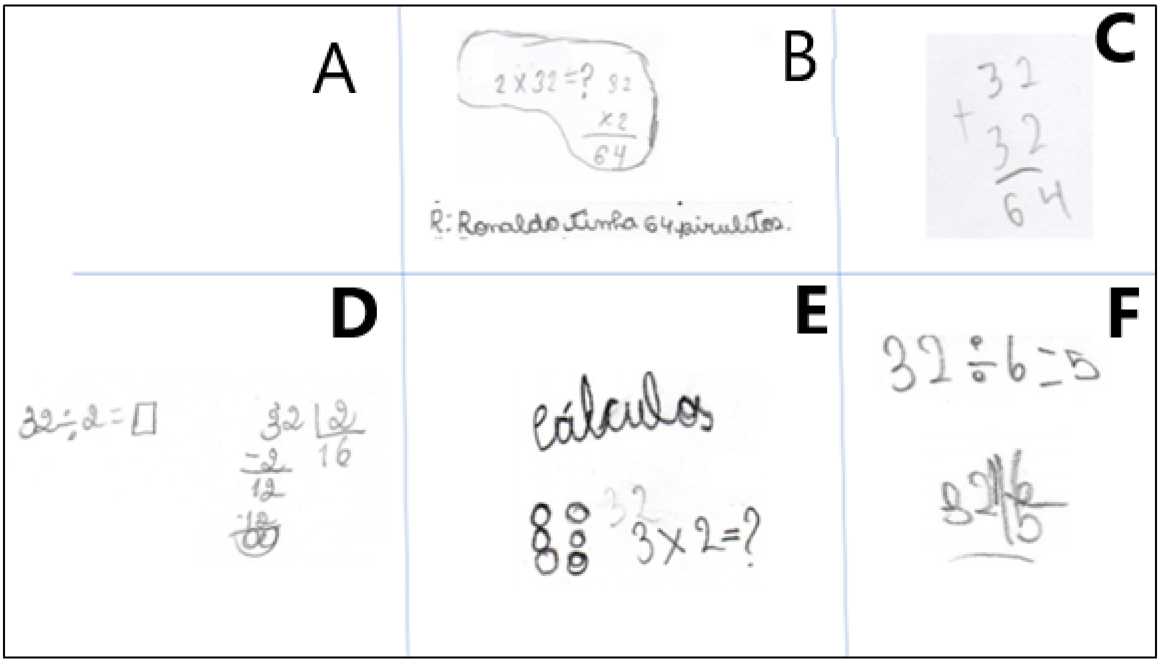
Figura 5 – Comparação Multiplicativa



Fonte: Acervo Projeto Fundão: Anos Iniciais

Como citam Santana *et al.* (2017, p. 85), "Nas situações de referente ou de referido desconhecido, pode-se fazer uso das operações de multiplicação ou de divisão, visto que a relação pode estabelecer uma relação que aumenta ou uma que diminui as quantidades envolvidas". Em geral, os problemas trazem o Referido desconhecido, assim teríamos "Pablo ensacou a metade de pirulitos que Ronaldo ensacou. Se Ronaldo ensacou 64 pirulitos, quantos pirulitos Pablo ensacou?". Podem ainda trazer a relação desconhecida e nesse caso teríamos "Ronaldo ensacou 64 pirulitos e Pablo 32. Quem sacou mais? Quantas vezes a mais?" Vejamos como os alunos do 5º ano resolveram o Problema 2. Seguem alguns exemplos representativos do todo.

Figura 6 - Estratégias e resoluções utilizadas pelas crianças para o Problema 2



Fonte: Acervo Projeto Fundão: Anos Iniciais

Verificando as estratégias de resolução dos alunos para esse problema (Figura 6), constatamos que apenas um aluno deixou em branco (Quadro A). Dentre as resoluções inadequadas, um resolveu por meio da sentença 3 x 2 (Quadro E) e um usou a sentença 32 ÷ 6 (Quadro F). Tivemos, ainda, cinco alunos que apresentaram a sentença 32 ÷ 2 como plano de resolução (Quadro D). Dentre as respostas adequadas, oito alunos utilizaram a sentença 32 x 2 (Quadro B) na resolução, obtiveram êxito, assim como os dois alunos que escolheram resolver pela adição 32 + 32 (Quadro C).

Confirmando Gitirana *et al.* (2014), esse problema não pareceu difícil para os alunos no que diz respeito à escolha de uma estratégia de resolução, uma vez que apenas um deles deixou em branco e dos dezessete que fizeram, dez acertaram. Entretanto, ainda tivemos um número alto de erros, confirmando também o que as mesmas autoras relatam quando na comparação multiplicativa o elemento desconhecido não é o Referido, mas o Referente. No Problema 2, o valor do Referido é conhecido (32 pirulitos) e o da relação também (metade da quantidade de pirulitos que Ronaldo tem). O que aumenta o grau de dificuldade é a relação metade, pois exige uma operação inversa e, ao invés de dividir por 2, como cinco alunos erradamente resolveram (Quadro D), o aluno deveria ter multiplicado por 2. A partir de pesquisas realizadas, Gitirana *et al.* (2014, p. 49) concluíram também que em uma situação de problema inverso “[...] é muito comum o aluno se confundir [...]” e usar, nesse caso, a divisão, para resolvê-lo, chegando a uma resposta errada. Assim, parece que cinco alunos se deixaram levar pela palavra “metade” no texto do problema, a relacionaram com a divisão por 2, e como o único número presente era 32, concluíram, equivocadamente, que deveriam dividir 32 por 2. Obtiveram 16 como resposta e afirmaram que Ronaldo tinha 16 pirulitos (Quadro D). Talvez se esses alunos tivessem tido a oportunidade de expressar oralmente sua resolução e apresentado a resposta 16, outros alunos poderiam contestar e questionar: “Como assim?” “Quem tinha metade? Pablo ou Ronaldo?”. Pudemos observar, entretanto, que oito alunos entenderam que apesar da palavra “metade” estar presente, o problema se tratava de multiplicação e a executaram corretamente (Quadro B). Parece, também, que os outros dois alunos que acertaram a questão podem ter relacionado metade como o inverso de dobro e acertaram, executando uma adição de parcelas iguais (Quadro C).

Ainda tratando das respostas inadequadas, o aluno que multiplicou 3 por 2 (Quadro E) indica demonstrar falta de compreensão das estruturas numéricas em relação a dezenas e unidades, visto que ele parece desmembrar os algarismos do número 32 em 3 e 2 e opera com esses novos números criados, fazendo 3 x 2 e, ainda, representando 3 vezes 2 bolinhas. E por fim, o aluno que dividiu 32 por 6 (Quadro F) pode ter relacionado metade com a operação de divisão, o que já seria um equívoco, mas já que não havia um número expresso para ser o divisor, ele criou o 6, possivelmente, resultante de 3×2.

Como podemos ver, as dificuldades encontradas no período escolar podem ser inúmeras. Procurar interpretar o pensamento da criança para saber o que ela entendeu quando assistiu a uma aula, leu um livro didático ou ouviu uma explicação é um desafio para o professor. Entretanto, nossa interpretação pode ser facilitada se incentivarmos a criança a escrever ou explicar oralmente seu entendimento, seu raciocínio. Dessa forma, poderemos ter indícios de onde estão suas lacunas. Precisamos fazer as crianças falarem mais Matemática.

Da mesma forma como conduzimos o Problema 1, encaminhamos questionamentos para interpretação do Problema 2. Com base em Polya (1994), destacamos algumas perguntas (Quadro 2) que poderiam ser feitas às crianças antes de elas iniciarem a resolução do problema. Durante a resolução ou mesmo após a conclusão da operação ou até mesmo depois que já apresentaram a resposta por escrito, nós podemos fazê-las refletir sobre a coerência da resposta encontrada.

Quadro 2 - Questionamentos reflexivos para o *Problema 2*

Se Pablo tem metade dos pirulitos que Ronaldo, Pablo tem mais ou menos pirulitos que Ronaldo? Se Pablo tem metade, Ronaldo tem o quê? Quando queremos descobrir a metade que conta fazemos? E quando queremos descobrir o dobro? Se Ronaldo tem o dobro dos pirulitos que Pablo, qual operação deve ser feita para descobrir quantos pirulitos Ronaldo possui? Que resposta você encontrou? Será que Ronaldo tinha mesmo essa quantidade de pirulitos para ensacar? Essa quantidade é maior ou menor da quantidade que Pablo tinha?

Fonte: Acervo Projeto Fundão: Anos Iniciais

Ao observar os caminhos de resolução escolhidos pelas crianças, vemos como faz falta conversar sobre Matemática na sala de aula.

Considerações Finais

Nesse trabalho, analisamos dois problemas resolvidos por estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental. Entendemos que as ideias trazidas nesses dois problemas nos levam a discussões que podem contribuir para a reflexão de quem ensina Matemática no Ensino Fundamental (EF). Um problema contemplou uma ideia de proporção simples e o outro uma das ideias de comparação multiplicativa, seguindo as orientações da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1996). Como consideramos a ideia de proporcionalidade uma das mais importantes na resolução de problemas matemáticos e essa ideia é contemplada no 4º ano pela BNCC, queríamos investigar que estratégias de resolução as crianças do 5º ano do Ensino Fundamental utilizariam para resolver o Problema 1 cuja estrutura permeia o eixo da proporção simples. Já o Problema 2 foi escolhido porque, além de explorar o conceito de metade e de dobro, ambos contemplados no currículo desde o 2º ano do EF, pertence ao eixo da comparação multiplicativa, que por ser uma relação ternária e envolver as mesmas grandezas, pela Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1996), em geral, teria alta probabilidade de acerto. Nossos estudos destacavam, porém, que de acordo com Gitirana *et al.* (2014), quando o problema se apresenta com o Referente desconhecido, como é o caso do Problema 2, a resolução incorreta poderia ser frequente. Queríamos analisar os encaminhamentos dados pelas crianças do 5º ano para esse problema.

Pois bem, os resultados indicaram que nesse grupo analisado, a questão da proporcionalidade do Problema 1 parece não ter sido entendida pela grande maioria, já que mais da metade dos alunos deixou a questão em branco. Nem mesmo foi explorada a divisão por quotas. Como destacam Santana *et al*. (2017) e Gitirana *et al*. (2014), essa seria uma estratégia que poderia ser explorada desde o início da escolarização, por tratar de medidas de mesma grandeza, no caso quantidade de bolinhas. Somente um aluno utilizou a divisão como estratégia de resolução. No total, dois em dezoito alunos acertaram a questão. Somente um aluno tentou fazer o desenho das bolinhas como recurso de resolução, o que indica que os registros gráficos auxiliares na resolução de um problema nem sempre ajudam e nem sempre são utilizados se o entendimento básico do que é dado e do que é pedido não for compreendido com clareza, isto é, se a interpretação do problema não for explorada cuidadosamente.

Com relação ao Problema 2, se confirmaram as afirmações de Gitirana *et al.* (2014), que em uma situação de problema inverso, é muito comum o aluno se confundir e usar a operação errada. Assim, apesar de não ter sido a única estratégia inadequada, a não percepção da operação inversa foi a principal fonte de erro. Quase 28% dos alunos tentaram resolver o problema por divisão e não perceberam que o problema envolvia o conceito inverso de metade e teriam que multiplicar por dois para resolver a questão. Por outro lado, também parece ter se confirmada a conclusão de Gitirana *et al.* (2014) de que no campo das estruturas multiplicativas a comparação multiplicativa é um assunto que os alunos dominam mais rapidamente. Isso nos pareceu conclusivo porque, mesmo considerando a dificuldade do Referente desconhecido, mais da metade dos estudantes resolveu corretamente, sendo que oito por multiplicação e dois por adição. Ainda com relação ao conceito inverso de metade, talvez se os alunos tivessem tido a oportunidade de expressar oralmente sua resolução e apresentado a resposta 16 para 32÷2, outros alunos poderiam contestar e questionar: “Como assim?” “Quem tinha metade? Pablo ou Ronaldo?”. A interpretação dos problemas e a familiaridade com uma resolução ordenada, como sugere Polya (1994), que se inicia com o entendimento do enunciado e finaliza com a verificação da coerência da resposta encontrada para a questão do problema, muitas vezes pode ajudar o professor a ensinar e o aluno a aprender.

Por isso, com base em Polya (1994), apresentamos na finalização da análise dos Problemas 1 e 2, sugestão de caminho metodológico de reflexão, que envolveu a análise dos dados e das perguntas presentes nos dois problemas propostos, assim como a análise da verificação das soluções encontradas. Essas questões foram apresentadas a professores em minicursos de eventos científicos que reconheceram sua importância na prática de sala de aula e muito agradeceram pela experiência vivenciada. Além das questões sobre os campos conceituais abordadas, confirmaram que a maioria das crianças não consegue resolver os problemas de forma adequada, muitas vezes por falta de seguir as etapas de Polya (1994).

Há ainda algumas reflexões sobre o trabalho de Educação Matemática que precisamos desenvolver nas salas de aulas dos Anos Iniciais de forma a prepararmos cidadãos que saibam usar o conhecimento matemático a seu favor e a favor da sociedade. A aprendizagem da matemática escolar precisa refletir nas práticas sociais também fora da escola. Este estudo evidenciou que é condição fundamental, na resolução de problemas escritos, a criança saber ler, interpretar corretamente o que leu, saber planejar e executar um caminho de resolução e, ao final, conferir se a resposta encontrada faz sentido e é coerente com a pergunta do problema.

Sabemos que a carga horária de Matemática e Didática da Matemática destinada à formação dos professores dos Anos Iniciais é irrisória frente aos desafios didáticos e conceituais, bem como à superação das dificuldades encontradas ao longo da formação. Assim, reforçamos a necessidade de enfatizar na formação de professores, seja inicial ou continuada, um trabalho com a resolução de problemas que contemple o princípio da escolarização, com atenção especial à compreensão do enunciado de um problema como uma das primeiras etapas do processo de letramento matemático.

Referências

BOALER, J. **Mentalidades Matemáticas**. Porto Alegre: Artmed, 2018.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Base Curricular Nacional Comum**: Matemática. Brasília: MEC / SEF, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/#fundamental/a-area-de-matematica. Item 4.2.1 Acesso em: 30 out. 2020.

GITIRANA, V.; CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S.; SPINILLO, A. **Repensando Multiplicação e Divisão**. Contribuição da Teoria dos Campos Conceituais. São Paulo: PROEM, 2014.

MAGINA, S.; MERLINI, V. L.; SANTOS, A. dos. A estrutura multiplicativa à luz da Teoria dos Campos Conceituais: uma visão com foco na aprendizagem. In: CASTRO FILHO, J. A. de; BARRETO, M. C.; BARGUIL, P. M.; MAIA, D. L.; PINHEIRO, J. L. (Org.). **Matemática, cultura e tecnologia**: perspectivas internacionais. Curitiba: CRV, 2016, p. 65-82.

MOREIRA, M. A. A Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, o Ensino de Ciências e a Pesquisa nesta Área. **Investigações em Ensino de Ciências**, Porto Alegre, v. 7, n. 1, p. 7-29, 2002.

NCTM. **An Agenda for Action**: Recommendations for School Mathematics in the 1980's. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1980.

NUNES, T.; CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S.; BRYANT, P. **Educação Matemática 1**: números e operações numéricas. 2. ed. São Paulo: Cortez, 2009.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 199-220.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**: um enfoque do método matemático. Tradução e adaptação: Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1994.

SANTANA, E. R. dos S.; LAUTERT, S. L.; FILHO, J. A. de C. (Orgs.). **Ensinando Multiplicação e Divisão no 4º. e 5º. anos**. Itabuna: Via Litterarum, 2017.

SCHROEDER, T. L.; LESTER Jr., F. K. Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (Ed.). **New Directions for Elementary School Mathematics**. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, 1989.

VERGNAUD, G. Multiplicative structures. In: LESH, R.; LANDAU, M. (Ed.). **Acquisitions of mathematics concepts and procedures**. New York: Academic Press, 1983, pp. 127-174.

VERGNAUD, G. **El niño, las matemáticas y la realidad**: problemas de la enseñanza de las matemáticas em la escuela primária. México: Trillas, 1991.

VERGNAUD, G. Multiplicative conceptual field: what and why? In: GUERSHON, H.; CONFREY, J. (Eds.). **The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics**. Albany, N.Y.: State University of New York Press, 1994. pp. 41-59.

VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos Conceituais. In: BRUN, J. **Didáctica das Matemáticas**. Tradução por Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 155-192.

VERGNAUD, G. **Nunca deixaremos de ler Vigotski e Piaget** - (CNRS, Paris). Traduzido por Camila Rassi, com revisão de Luca Rischbieter, Maria Lucia Faria Moro e Maria Tereza Carneiro Soares, 1999. Disponível em: https://vergnaudbrasil.com/wp-content/uploads/2020/09/3.3.-NUNCA-DEIXAREMOS-DE-LER-VIGOTSKI-E-PIAGET.pdf.

VERGNAUD, G. Todos perdem quando a pesquisa não é colocada em prática. **Revista NOVA ESCOLA** - Fala, mestre! Entrevista – Gerard Vergnaud. Edição 215, set. 2008. Disponível em: https://novaescola.org.br/conteudo/960/gerardvergnaud-todos-perdem-quando-a-pesquisa-nao-ecolocada-em-pratica. Acesso em: 15 jun. 2021.

VYGOTSKY, L. S. **Obras Escogidas**. Tomo III. Madrid: Editorial Pedagógica, 1995.

Recebido em 16 de maio de 2021
Aprovado em 26 de junho de 2021