

A UTILIZAÇÃO DE QUADRINHOS COMO RECURSO DIDÁTICO PARA A APRENDIZAGEM DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO

***THE USE OF COMIC BOOK AS A DIDACTIC RESOURCE FOR TEACHING THE
HISTORY OF MATHEMATICS IN HIGH SCHOOL***

Daniele Pereira da Silva

Doutora em Modelagem Computacional
Instituto Federal Fluminense – RJ - Brasil
<https://orcid.org/0000-0002-3150-2965>
daniele.silva@ifff.edu.br

Rosane Cordeiro Rafael

Doutoranda em Educação Matemática
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – SP-Brasil
<https://orcid.org/0000-0003-3507-1709>
rcrafael2012@gmail.com

Resumo

Este artigo tem como objetivo relatar como a história da Matemática contada por meio das histórias em quadrinhos pode auxiliar no aprendizado de conteúdos de Matemática, no Ensino Médio. A fundamentação teórica baseia-se em pesquisas que estimulam o uso da história da Matemática, em sala de aula, como contribuição ao ensino, de forma a alcançar um melhor aprendizado através de uma metodologia menos abstrata e mais aplicada ao cotidiano. O propósito foi apresentar tópicos que são ensinados em Matemática, no Ensino Médio, e que requerem um alto nível de abstração matemática como soluções de problemas enfrentados em algum momento histórico. Para essa abordagem, foram construídas e utilizadas como recurso educacional seis histórias em quadrinhos com temas que relatam a história da Matemática. Essas histórias foram apresentadas como atividade introdutória aos conteúdos do currículo em três turmas do Ensino Médio, totalizando 43 alunos participantes. Os alunos foram avaliados através de tarefas com conteúdos relacionados às histórias em quadrinhos e por meio de um questionário. Os resultados revelaram que a maioria dos estudantes obteve aproveitamento satisfatório na solução de problemas com os temas relacionados nas histórias em quadrinhos, o que demonstra que a sua utilização para esse fim pode ser considerada como um recurso educacional válido para a introdução de temas abstratos na Matemática do Ensino Médio. Além disso, foi observado maior interesse e participação dos alunos durante o período de aplicação das atividades.

Palavras-Chave: história da Matemática, recursos didáticos, histórias em quadrinhos, ensino médio, ensino de Matemática.

Abstract

This article aims to report an use case on the usage of the history of mathematics told through comic books in learning mathematics content in high school. The theoretical framework is based on several

researches that stimulates the use of the history of mathematics in a classroom as a contribution to teaching, in order to achieve better learning results, through less abstract and more applied to everyday life methods. Our aim was to present topics that are taught in mathematics in High School and that require a high level of mathematical abstraction in the form of solutions to problems faced at some historical moment. This approach allowed us to obtain an educational resource that consists of six comic books, with topics that relate to the history of mathematics. These stories were presented as an introductory activity to the contents of the curriculum in three High School classes, with a total of 43 students participating. The students were evaluated using contents related to the comics presented and with a questionnaire. Results revealed that most students obtained satisfactory results when solving problems related on to the comics presented, which leads us to conclude that our methodology can be considered as a valid educational resource to introduce abstract themes on mathematics of High School. We also observed higher levels of participation and engagement of students as the activities were presented.

Keywords: History of mathematics, teaching resources, comic books, high school, mathematics teaching.

INTRODUÇÃO

As habilidades matemáticas são de grande importância para a formação do indivíduo, porém, é de conhecimento público as dificuldades de aprendizagem nesta área. Em 2017, o resultado do Sistema de Avaliação da Educação Básica (INEP, 2017) revelou que 71,67 % dos alunos chegam ao final do Ensino Médio com proficiência insuficiente na disciplina de Matemática. Esses dados revelam que os estudantes não conseguem resolver problemas de contagem, princípio multiplicativo e proporcionalidade.

Uma das razões das dificuldades associadas à aprendizagem matemática está relacionada à abstração que esta disciplina requer (SANCHEZ, 2004). Quando o discente não relaciona os conceitos matemáticos com situações cotidianas é comum a ausência de motivação, o que diminui a significância destes conteúdos.

Para que o aprendizado de Matemática se torne mais eficaz, é importante a utilização de recursos que o deixem mais contextualizado. De acordo com as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 1998), os princípios pedagógicos da Identidade, Diversidade e Autonomia, da Interdisciplinaridade e da Contextualização devem ser adotados como estruturadores dos currículos escolares. Segundo Ricardo (2003),

A contextualização visa a dar significado ao que se pretende ensinar para o aluno. Ou seja, se o ponto de partida é a realidade vivida do aluno, também será o ponto de chegada, mas com um novo olhar e com uma nova compreensão, que transcende o cotidiano, ou espaço físico proximal do educando (RICARDO, 2003, p.10).

Com o intuito de possibilitar um aprendizado em Matemática mais motivador, significativo e contextualizado, diversos pesquisadores têm compartilhado suas ideias para que o professor aborde a história da matemática ao introduzir os conteúdos. D'Ambrosio (2012) destaca que a percepção da história da Matemática é essencial em qualquer discussão sobre a

Matemática e o seu ensino. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2000) ressaltam a relevância da história das ciências e da Matemática para o aprendizado que transcende a relação social, pois contempla também o desenvolvimento e a evolução dos conceitos a serem aprendidos.

Uma ferramenta pedagógica que tem chamado a atenção de professores e pesquisadores são as histórias em quadrinhos, que, no decorrer desse material, será abreviado por meio da sigla (HQs). Esse recurso estimula a criatividade, raciocínio lógico e a aprendizagem lúdica. De acordo com Cordeiro et al. (2019), o reconhecimento deste instrumento pelos professores de diversas áreas vem crescendo gradativamente. Um dos fatores responsáveis pela inclusão dos quadrinhos em sala de aula são os instrumentos utilizados nas avaliações em larga escala, como, por exemplo, a Prova Brasil, o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) e o Programme for International Student Assessment (PISA). Frequentemente, nessas avaliações, são encontradas tirinhas, charges e outras formas de HQs (PEREIRA, 2015).

Diante do exposto, essa pesquisa foi desenvolvida com a intenção de responder a seguinte questão: Como a utilização de histórias em quadrinhos (HQs) pode auxiliar na aprendizagem da história da Matemática, no Ensino Médio? Nessa proposta, foi empregado o recurso de histórias em quadrinhos com o objetivo de proporcionar um melhor entendimento da história da Matemática por meio de uma metodologia menos abstrata e mais lúdica, associando os conteúdos matemáticos com as necessidades sociais, econômicas e fisiológicas da humanidade ao longo do tempo. Foram produzidas seis histórias abordando os seguintes temas: funções, probabilidades, logaritmos, número de ouro, poliedros de Platão e criptografia. As atividades foram elaboradas no programa Pixton (PIXTON, 2019), editor de histórias em quadrinhos online, e foram utilizadas em três turmas de Ensino Médio, em anos escolares distintos. Para verificação da aprendizagem, os estudantes realizaram atividades sobre o conteúdo das histórias e responderam um questionário sobre suas opiniões acerca da utilização das histórias e suas contribuições ao aprendizado.

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM SALA DE AULA

Em todos os níveis de ensino, é comum que a Matemática seja apresentada aos estudantes sem uma contextualização histórica e, por diversas vezes, utilizando técnicas e procedimentos de memorização. Esse processo não permite uma aprendizagem com reflexões e torna-se uma instrução mecânica, sem significado para o aluno.

Com o propósito de tornar o aprendizado de matemática mais reflexivo, diversos pesquisadores têm compartilhado suas ideias para que a história da Matemática seja inserida no contexto escolar. Brolezzi (1991) pontua o valor didático da história da Matemática e a importância da interpretação simbólica dessa ciência. Segundo o autor,

[...] o ensino elementar em geral tende a enfatizar a técnica de fazer cálculos, deixando para segundo plano o cuidado na apreensão do significado dos mesmos por parte dos alunos. Acabasse, assim, operando com símbolos matemáticos com pouco ou nenhum conhecimento do significado das operações realizadas. E muitas vezes a matemática torna-se objeto de aversão por parte dos alunos do nível elementar, justamente pela dificuldade de compreensão de sua linguagem. (BROLEZZI, 1991, p. 52).

Em alguns casos, o professor utiliza a história da Matemática apenas para informar fatos, mencionar dados e explicar nomes de teoremas. De acordo com Lara (2013), a história da Matemática pode ir além do seu recurso informativo, devendo ser utilizada para explicar como os conhecimentos matemáticos foram gerados, adquiridos, organizados e difundidos.

Miguel (1997) destaca e analisa argumentos para reforçar as potencialidades pedagógicas da história da Matemática: utilização da mesma como fonte de motivação, problemas práticos, formalização dos conceitos e promoção do pensamento crítico. São várias as possibilidades da participação da história da Matemática em sala de aula. Miguel e Miorin (2011) afirmam que a abordagem histórica facilitaria o significado e o entendimento da matemática por parte dos estudantes.

A compreensão da história da Matemática em sala de aula pode ajudar o aluno a entender como o conhecimento matemático foi desenvolvido de acordo com as necessidades da humanidade, através do contexto social, cultural e histórico ao longo dos anos. Portanto, trata-se de um importante recurso para compreensão e auxílio na aprendizagem.

QUADRINHOS NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Na Matemática, algumas pesquisas revelam que as HQs podem ser mais utilizadas. Cordeiro et al. (2019) relata que, desde a época em que foram definidas as subdivisões de áreas no ENEM (de 2009 a 2018), menos de 1% de todos os quadrinhos contidos em suas questões são da área de Matemática e suas tecnologias. Cavalcante e Cedro (2015) destacam a importância de oferecer aos docentes a possibilidade de apropriar-se desse instrumento, proporcionando-lhes conhecimentos tanto teóricos quanto práticos para implementação de uma proposta pedagógica que faça uso dos elementos dos quadrinhos.

Ao utilizar as HQs em sala de aula, é importante que o professor aplique abordagens cuidadosas, através de contextualizações. Cavalcante e Cedro (2015) afirmam que as histórias

em quadrinhos acabam sendo usadas apenas para introduzir conceitos matemáticos de forma mais agradável, deixando o conteúdo mais atrativo por conta dos desenhos. Logo, é importante que as HQs não tragam os conhecimentos matemáticos prontos, mas que deem espaço para a reflexão e o raciocínio.

As HQs representam um instrumento que pode contribuir no ensino da Matemática de diferentes modos: na elaboração de questões contextualizadas, na introdução de conteúdos, no desenvolvimento da criatividade, entre outros. Portanto, a pesquisa aqui relatada teve como objetivo fornecer um recurso educacional para potencializar o aprendizado em Matemática. A utilização das HQs nas aulas foi pensada como uma atividade para introduzir os conteúdos do Ensino Médio a partir do seu contexto histórico, ajudando na compreensão da realidade atual através da cultura das gerações passadas, de modo a cooperar para a criatividade, pensamento crítico e raciocínio lógico. Na próxima seção, os procedimentos metodológicos da pesquisa serão apresentados.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Para responder à questão da pesquisa, optou-se por uma abordagem mista, ou seja, qualitativa e quantitativa. De acordo com Ivankova et al. (2003), a justificativa para utilizar os dois tipos de dados em um mesmo estudo é baseada no fato de que, em alguns casos, o método qualitativo e o método quantitativo de forma isolada não são suficientes para capturar as tendências e detalhes de uma situação. Na abordagem mista, os métodos se complementam e permitem uma análise mais robusta (GREEN et al., 1989).

Com a definição da abordagem, o planejamento da pesquisa ocorreu de acordo com as seguintes etapas: i) definição dos conteúdos matemáticos das histórias; ii) pesquisa bibliográfica sobre a história dos temas; iii) elaboração das histórias em quadrinhos; iv) elaboração das atividades relacionadas às histórias em quadrinhos; v) elaboração do questionário; vi) aplicação das histórias em quadrinhos nas turmas; vii) análise dos resultados.

Para elaboração das histórias em quadrinhos, a primeira etapa foi a seleção dos conteúdos do Ensino Médio. Para essa escolha, os autores utilizaram como critério suas experiências ao perceber dificuldades de aprendizagem de discentes. Os conteúdos selecionados foram: logaritmos, número de ouro, probabilidades, poliedros, funções e criptografia. Após a seleção dos temas, foi realizada a segunda etapa, uma pesquisa com o objetivo de coletar as informações históricas disponíveis sobre as temáticas escolhidas. Nestas pesquisas foram utilizadas referências diversas como sites, livros, dissertações e teses que abordam a história da matemática.

A próxima etapa da pesquisa foi a elaboração das histórias em quadrinhos. Nessa etapa, o primeiro passo foi a escolha do editor de quadrinhos e o *website* Pixton (PIXTON, 2019) foi o selecionado. Este editor permite a criação e edição de histórias em quadrinhos e possui diversos personagens e cenários que podem ser modificados de acordo com a preferência do usuário. É permitido adicionar balões de conversas, objetos e imagens do computador. É possível publicar os quadrinhos na própria plataforma Pixton, além de ser possível o compartilhamento, o envio por e-mail, a participação em campeonatos virtuais e a colaboração na produção de outros autores.

A ferramenta Pixton tem sido utilizada em diversas pesquisas que incentivam as HQs na Educação. Macedo et al (2016) apresentam o resultado da ferramenta na escrita de Língua Portuguesa objetivando a prática do multiletramento. Silva e Oliveira (2018) tratam do emprego dos quadrinhos digitais como material de estudo para os elementos textuais de coesão e coerência. Santos et al. (2015) analisam a construção de três histórias em quadrinhos no Pixton para o ensino de funções, relatando a importância da contextualização na matemática. Portanto, o Pixton proporciona recursos para uma aprendizagem lúdica, fornecendo opções para o desenvolvimento da criatividade e elaboração de atividades contextualizadas.

A utilização do Pixton é simples e intuitiva, ainda assim, há diversos tutoriais disponíveis. Como exemplo, podemos citar o espaço de apoio ao ensino híbrido da UFSCar (SEAD UFSCar, 2018), que oferece um tutorial para utilização do PIXTON com o objetivo de incentivar a inovação pedagógica por meio de práticas de ensino inovadoras.

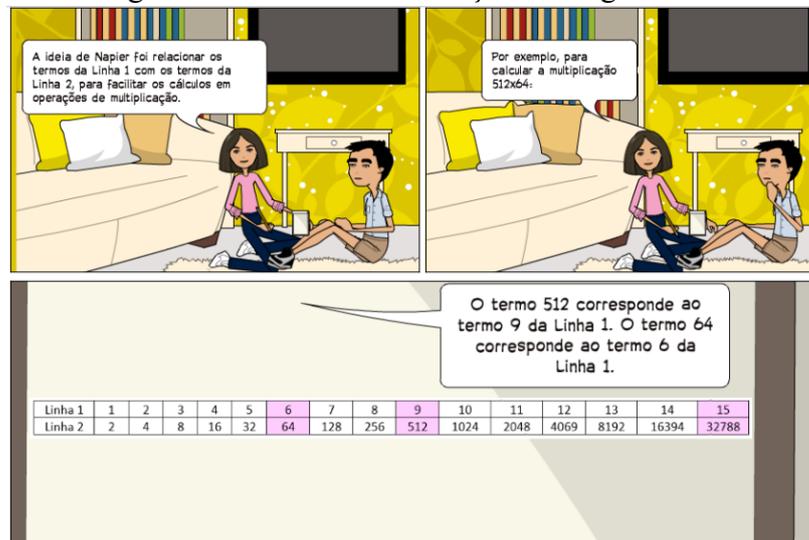
Com a definição do editor a ser utilizado, foram elaboradas as seis histórias em quadrinhos com os temas escolhidos. Na quarta etapa da pesquisa, foram desenvolvidas seis atividades, onde cada atividade está relacionada à sua respectiva história em quadrinhos. O objetivo das atividades foi verificar o entendimento do conteúdo das histórias e apurar a aprendizagem dos estudantes. A seguir, a descrição das histórias e atividades:

A invenção dos logaritmos

A história “A invenção dos logaritmos” apresenta o personagem João, um garoto que precisa estudar para sua prova de Matemática e entender logaritmos. Ele encontra algumas dificuldades e pede ajuda à sua irmã, Camila. O diálogo prossegue como forma de introdução à história da invenção dos logaritmos e relaciona sua criação com as necessidades de cálculos extensos, entre os séculos XV e XVII, relacionados à expansão do comércio e grandes navegações. Na história, é explicado o método obtido pelo matemático britânico John Napier (1550-1617) (SOARES, 2011; IEZZI et al, 2016) para efetuar multiplicações utilizando os

conceitos dos logaritmos que utilizamos atualmente. As definições de progressão aritmética e progressão geométrica também são apresentadas para explicar o raciocínio atribuído a John Napier. São apresentadas as definições de logaritmos em sua forma geral. Em uma parte da história, o objetivo é mostrar que é possível realizar multiplicações utilizando potências. Por exemplo, de acordo com a Figura 1, para calcular o produto 512.64 procede-se da seguinte forma: 512 e 64 são escritos como potências de 2 e em seguida os expoentes são somados. Logo, $512 = 2^9$ e $64 = 2^6$, então $512.64 = 2^{9+6} = 2^{15}$. Na linguagem atual, os elementos da Linha 1 correspondem ao logaritmo na base 2 dos respectivos elementos da segunda sequência, como por exemplo, $\log_2 64 = 6$.

Figura 1 – História “A invenção dos logaritmos”



Fonte: História em quadrinhos elaborada pelos autores

Na atividade relacionada com essa história, era esperado que os alunos aplicassem os conceitos explicados na narrativa, realizando multiplicações da maneira tradicional e que, em seguida, comparassem com o método explicado na história. Além disso, foram propostas questões de definições de logaritmos.

O número de ouro

A história “O número de ouro” (Figura 2) inicia-se com questionamentos ao leitor, perguntando se ele conhece o número de ouro e suas aparições na natureza. Em seguida, apresenta a forma de obter o famoso número irracional através de um segmento de reta. É explicado que há relatos desse número desde a antiguidade, na construção das pirâmides do Egito e na escola grega de Pitágoras (AKHTARUZZAMAN e SHAFIE, 2011; HUNTLEY, 1985). O personagem do matemático italiano Leonardo Fibonacci (1170-1250) é inserido na

história e o problema de reprodução de coelhos é apresentado. Trata-se de um conhecido problema da literatura¹ que consiste em calcular quantos coelhos existirão ao final de um ano começando com um casal de coelhos. Esse problema envolve a noção de recursividade, que aparece quando, numa sequência numérica, precisamos do valor anterior para calcular o valor atual. A fórmula matemática necessária para esse cálculo é apresentada e a sequência obtida é associada ao número de ouro. São apresentados outros exemplos do número de ouro com o objetivo de instigar a curiosidade do leitor sobre as suas diferentes aparições.

Figura 2 – História “O número de ouro”



Fonte: História em quadrinhos elaborada pelos autores

Na atividade relacionada, os alunos deveriam determinar um número positivo tal que a diferença entre seu quadrado e o número seja igual a 1. Trata-se de uma equação do segundo grau que possui como uma das soluções o número de ouro. Além disso, foi proposta uma questão em que o estudante deveria determinar quantos pares de coelhos Fibonacci teria em um ano e meio e em dois anos, com o objetivo de verificar se houve o entendimento da noção de recursividade. Uma questão de pesquisa também fez parte da atividade, onde os alunos deveriam buscar outras formas de aparecimento do número de ouro.

Um pouco sobre jogos de azar

A narração “Um pouco sobre jogos de azar” (Figura 3) remete à Idade Média, onde era comum a realização de jogos de azar. O personagem francês Antoine Gombauld (1607-1684), um famoso apostador conhecido como Cavaleiro de Meré é inserido na história. É relatado um jogo de dados entre o Cavaleiro de Meré e outro apostador, com as seguintes regras: cada jogador deixava sobre a mesa 32 pistolas (que representavam as fichas na época). O ganhador

¹ O problema da reprodução de coelhos pode ser encontrado em Boyer (1974). No final do século XII, o matemático Leonardo Fibonacci estudava o crescimento de uma população de coelhos. Fibonacci sabia que cada par de coelhos dá a luz a um novo par, que é fértil a partir do segundo mês. Começando com um casal, e se nenhum morrer, quantos coelhos teremos ao final de um ano?

das 64 pistolas será aquele que obtiver primeiro 3 vezes o número escolhido entre as seis faces de um dado. De acordo com a história, os jogadores precisaram interromper o jogo antes do término e viveram um impasse. Cavaleiro de Meré havia ganhado duas partidas e seu adversário apenas uma. Quantas pistolas cada um tem direito? Esse problema, relatado em Passos e Correa (2000) e Smith (1959), originou uma troca de cartas entre dois matemáticos franceses, Blaise Pascal (1623-1662) e Pierre Fermat (1601-1665). Um outro problema discutido nas cartas foi o seguinte: no lançamento de quatro dados, escolhendo sempre a face 6, qual a probabilidade de vitória, ou seja, sair 6 em qualquer uma das faces? Os matemáticos pensaram no problema reverso, na probabilidade de não sair 6 em nenhuma das faces. Em um dado essa probabilidade é $\frac{5}{6}$. Em quatro dados a probabilidade é $\left(\frac{5}{6}\right)^4 \cong 0,48$. Logo, a chance de vitória é aproximadamente 0,52. Essas cartas representaram grandes contribuições para o estudo da teoria das probabilidades.

Figura 3 – História “Um pouco sobre jogos de azar”



Fonte: História em quadrinhos elaborada pelos autores

Para um melhor entendimento dos conceitos apresentados na história, foi elaborada uma atividade de um jogo de azar. Trata-se do jogo do máximo, jogado por dois jogadores e que possui regras simples. Dois dados são lançados pelo primeiro jogador. Se o valor máximo que aparecer em qualquer um dos dois dados estiver entre 1 e 4, ele vence. No entanto, se o maior valor a aparecer nos dados for 5 ou 6, o outro jogador vence. O objetivo da atividade é explorar os conceitos de espaço amostral, estimativas de vitórias e derrotas e as abordagens introdutórias de probabilidades.

Platão e os poliedros

A história “Platão e os Poliedros” (Figura 4) apresenta o filósofo e matemático grego Platão (427-428 a.C. – 347-348 a.C) e seu professor, também grego, Sócrates (469-470 a.C –

399 a.C.). Após a morte de seu mentor Sócrates, Platão seguiu no estudo da geometria e astronomia. Foi então fundada a Academia Platônica². Na Academia, são apresentados os poliedros e suas relações com o Universo. Platão acreditava que o cubo possibilitava força e resistência à terra. O tetraedro representava o elemento fogo, pois o calor do fogo é afiado e agudo, assim como o tetraedro. Acreditava-se que o ar é feito do octaedro, pois seus minúsculos componentes são tão suaves que mal podem ser sentidos. A água era associada ao icosaedro, pois flui das mãos, como se fosse feita de pequenas bolinhas. Por fim, o dodecaedro era associado ao Universo. Platão acreditava que Deus teria usado essas formas para organizar as constelações. (EVES, 2004; CADAMURO e ARAÚJO, 2013) O personagem suíço Leonhard Euler (1707 -1783) é inserido na história e é apresentada a relação de Euler (SILVA, 2015), associada ao número de vértices, faces e arestas de um poliedro.

Figura 4 – História “Platão e os Poliedros”



Fonte: História em quadrinhos elaborada pelos autores

A atividade relacionada com a história é a construção dos poliedros. Essa atividade é baseada no trabalho de Andrade (2014). As construções dos cinco sólidos deveriam ser feitas de acordo com um roteiro, utilizando palitos de dentes e jujubas. Posteriormente, uma tabela deveria ser preenchida com o número de faces, vértices e arestas de cada poliedro e os alunos deveriam verificar a relação de Euler em cada sólido.

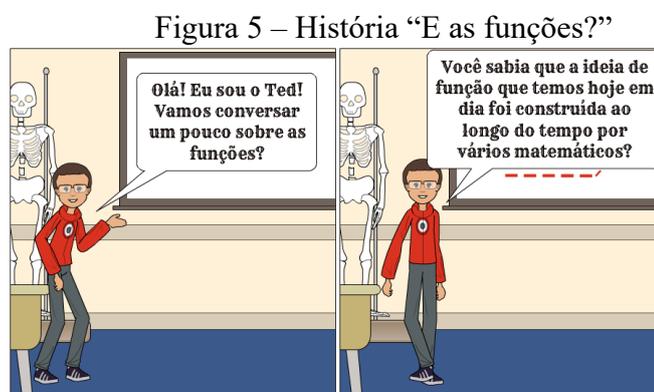
E as funções?

A narração “E as funções?” (Figura 5) foi elaborada com o objetivo de contar a história do surgimento das funções. O personagem Ted é um estudante que retrata o aparecimento das primeiras funções na antiguidade, em Tábuas babilônicas (IEZZI, et al, 2016). É apresentada a

² A Academia Platônica foi fundada por Platão por volta de 384/383 a.C. em Atenas. Os membros da academia não eram estudantes no sentido moderno da palavra. Provavelmente não existiam estatutos escritos da escola e toda regulamentação dependia do seu dirigente. O principal objetivo da academia não eram o saber e a ciência buscados unicamente na sua abstração, mas sim pelo seu valor ético-político (REALE, 1994).

palavra ‘função’ atribuída pelo alemão matemático Leibniz (1646 -1716) com o mesmo sentido que usamos hoje e, também, a definição de função que surgiu da teoria de conjuntos. O personagem Ted relembra ao leitor o que é uma função, e explica através de um desenho os conceitos de variáveis dependentes, variáveis independentes, domínio, contradomínio e imagem de uma função. Na narração, ainda são mostrados exemplos de aplicações de funções no cotidiano, como pegar um táxi e fazer compras no supermercado.

A atividade relacionada à essa história em quadrinhos aborda a utilização de diagramas para a representação de funções, empregando desenhos, e a utilização de diagramas com conjuntos numéricos, envolvendo os conceitos de domínio, contradomínio, imagem e gráfico de funções.



Fonte: Elaborado pelos autores

A máquina Enigma e a segunda guerra mundial

A história “A máquina Enigma e a Segunda Guerra Mundial” (Figura 6) faz um relato da Segunda Guerra Mundial, com a luta entre Aliados e Potências do Eixo. A Alemanha utilizava uma máquina para criptografar mensagens e enviar para suas tropas, chamada enigma (ELLIS, 2005). As tropas inimigas não conseguiam decifrar as mensagens. Um grupo de cientistas liderado pelo matemático britânico Alan Turing (1912 -1954) foi contratado pelas tropas aliadas com o objetivo de decifrar o código utilizado pela máquina Enigma. O trabalho da equipe conseguiu desvendar as mensagens e ajudou a terminar a guerra mais rapidamente. Hoje, atribui-se a Alan Turing importantes contribuições para a computação e inteligência artificial.

Figura 6 – História “A máquina Enigma e a segunda guerra mundial”



Fonte: História em quadrinhos elaborada pelos autores

A atividade relacionada com essa história é baseada no trabalho de Loureiro, (2014). São abordadas questões de criptografia utilizando técnicas conhecidas, como a cifra de Cesar e de Viginère. As cifras são associadas ao conceito de função e são propostas questões em que o aluno é encorajado a codificar e decodificar mensagens.

A Tabela 1 apresenta o endereço eletrônico das histórias e das atividades elaboradas. Além dos temas citados anteriormente, as histórias podem ser utilizadas para abordagens de outros assuntos, conforme descrito na tabela.

Tabela 1 – Endereço eletrônico das histórias e atividades

| História | Conteúdo Relacionado | Endereço eletrônico - História e atividade |
|---|--|---|
| A invenção dos logaritmos | Logaritmos, progressões aritméticas e geométricas. | https://drive.google.com/drive/folders/1xzC5-q7ECodNFXgP-pxTnyWEfzT0vwKz?usp=sharing |
| O número de Ouro | Conjuntos numéricos, sequências, funções, recursividade, fractais. | https://drive.google.com/drive/folders/1rV7o1Gt-sAflRJKG3qkE2ba_ePa4_CuK?usp=sharing |
| Um pouco sobre jogos de azar | Probabilidade, estatística. | https://drive.google.com/drive/folders/15Ox0bFmaiWkFv0RViRGQrOS2H78P5QRN?usp=sharing |
| Platão e os poliedros | Poliedros. | https://drive.google.com/drive/folders/1qkEOg3Ofo9KwZa90qO427s5ER3cHUV5d?usp=sharing |
| E as funções? | Funções. | https://drive.google.com/drive/folders/10kTcjYt4Bfm17P8u2k-4pckY2-CyI_aF?usp=sharing |
| A máquina enigma e a segunda guerra mundial | Criptografia, funções. | https://drive.google.com/drive/folders/1K7iNbg0OVqRwnN5ekZ_wFDIpmwqoAqQ?usp=sharing |

Fonte: História em quadrinhos elaborada pelos autores

Com o intuito de apurar a percepção dos discentes em relação às histórias desenvolvidas, na quinta etapa da pesquisa foi elaborado um questionário com cinco questões, sendo três questões objetivas e duas questões discursivas. O questionário tem o objetivo de compreender e relatar os principais pontos de vistas dos estudantes em relação às histórias em quadrinhos. As perguntas do questionário podem ser observadas no Quadro 1.

Quadro 1 – Questionário

| Questões |
|--|
| 1 - Conhecer o contexto histórico te ajudou a compreender o conteúdo de matemática? () Sim () Um pouco () Não () Indiferente |
| 2 - Você acha a apresentação do conteúdo matemático em forma de quadrinhos te ajudou a entender o assunto? () Sim () Um pouco () Não () Indiferente |
| 3 - Você acha a apresentação do conteúdo matemático utilizando o contexto histórico pode ser utilizado em mais conteúdos? () Sim () Não |
| 4 - Se respondeu sim na questão anterior, quais conteúdos você recomenda? |
| 5- Qual a sua opinião sobre o uso de histórias em quadrinhos em sala de aula? |

Fonte: Questionário elaborado e aplicado pelos autores

As histórias e atividades foram propostas em três turmas do Ensino Médio do Instituto Federal Fluminense, Campus Avançado Cambuci – RJ. No ano de 2020, as aulas presenciais foram suspensas em todas as escolas do Brasil devido às condições sanitárias impostas pela pandemia de Covid-19. Para continuidade do ano letivo, o Instituto Federal Fluminense prosseguiu com as aulas de forma remota, com atividades síncronas e assíncronas. A plataforma de ensino remoto escolhida pela instituição foi o *Moodle*, ambiente onde os alunos têm acesso aos materiais e podem enviar e receber tarefas.

As atividades foram propostas para introdução ao conteúdo relacionado de forma assíncrona, ou seja, sem a mediação do professor. Após a leitura, os alunos realizaram a atividade relacionada à história e enviaram as respostas pelo *Moodle*. Participaram das atividades 43 alunos, sendo 20 do primeiro ano, 17 do segundo ano e 6 do terceiro ano. As turmas possuem uma quantidade maior de alunos, mas nem todos estavam participando do ensino remoto proposto pela instituição.

A próxima seção apresenta os resultados da aplicação das histórias em quadrinhos e a análise dos resultados.

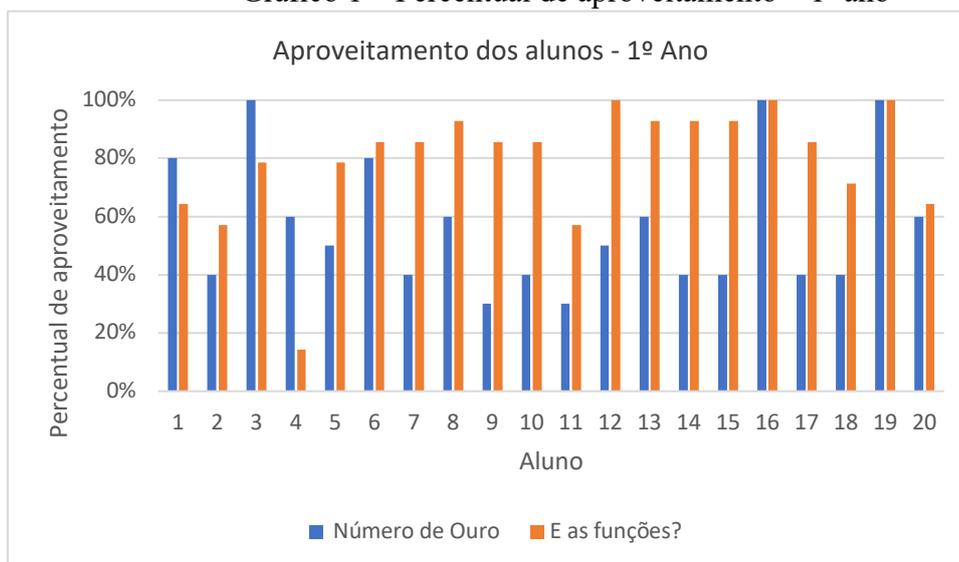
RESULTADOS

Em cada turma foram apresentadas duas histórias em quadrinhos. Para os alunos do primeiro ano, foram propostas as histórias “O número de Ouro” e “E as funções?”. Para os alunos do segundo ano, foram propostas as histórias “A invenção dos logaritmos” e “A máquina Enigma e a segunda guerra Mundial”. No terceiro ano, as histórias propostas foram “Um pouco sobre jogos de azar” e “Platão e os Poliedros”. As histórias foram escolhidas de acordo com o conteúdo de Matemática previsto para cada turma.

Os estudantes receberam as orientações para leitura das histórias e envio da atividade relacionada durante os momentos de aula síncrona. O prazo estipulado para envio da atividade foi de quinze dias.

O gráfico 1 apresenta o aproveitamento dos alunos do primeiro ano na atividade “O número de ouro” e na atividade “E as funções?”. A média de aproveitamento na atividade do número de ouro foi de 57%. As maiores dificuldades nessa atividade ocorreram na questão 2, onde era necessário encontrar a quantidade de pares de coelhos após um determinado período. Posteriormente, essa questão foi explicada de forma detalhada na aula síncrona e obteve um melhor entendimento. A média de aproveitamento na atividade das funções foi de 79,27%. Nessa atividade, as maiores dificuldades estavam relacionadas aos cálculos envolvendo as somas de frações. Esse conceito foi recordado posteriormente no momento síncrono.

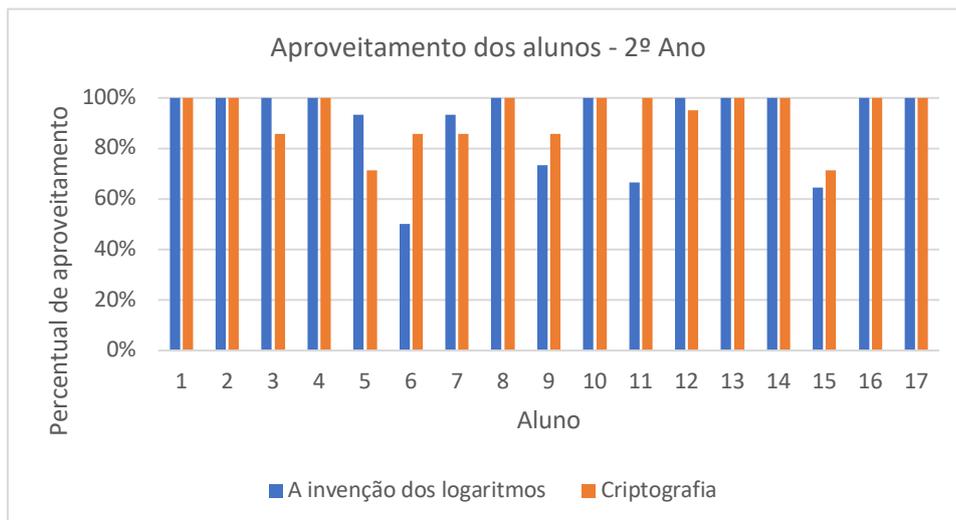
Gráfico 1 – Percentual de aproveitamento – 1º ano



Fonte: Tratamento dos dados feito pelos autores

O gráfico 2 apresenta o aproveitamento dos alunos do segundo ano na atividade “A invenção dos logaritmos” e na atividade “Criptografia”. A média de aproveitamento na atividade dos logaritmos foi de 91%. Não foram observadas grandes dificuldades nessa atividade, apenas a definição de logaritmo foi mais aprofundada durante a aula síncrona. Na atividade de criptografia, a média de aproveitamento foi de 93%. A maior dificuldade nessa atividade foi utilizar o conceito de função inversa, um conteúdo aprendido pelos estudantes no ano anterior. Posteriormente, esse conteúdo foi relembrado na aula síncrona.

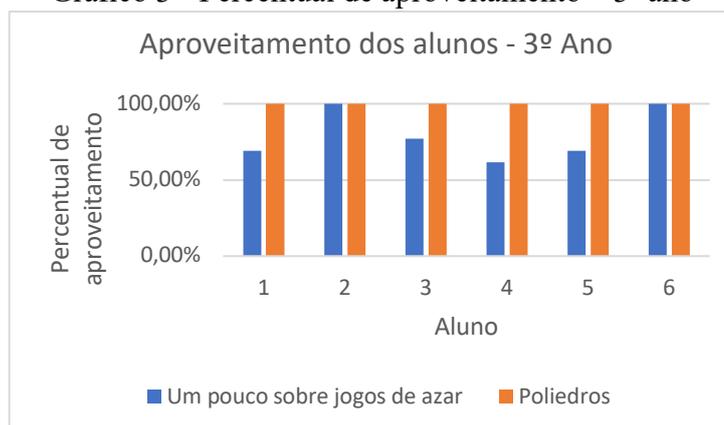
Gráfico 2 – Percentual de aproveitamento – 2º ano



Fonte: Tratamento dos dados feito pelos autores

O gráfico 3 apresenta o aproveitamento dos alunos do terceiro ano na atividade “Um pouco sobre jogos de azar” e na atividade “Poliedros”. A média de aproveitamento na atividade sobre os jogos de azar foi de 79,5%. As maiores dificuldades nessa atividade ocorreram na questão f, onde os alunos deveriam preencher uma tabela com a maior face obtida no lançamento de dois dados. Como alguns valores já estavam preenchidos na tabela, alguns alunos não contabilizaram esses valores como possíveis resultados do jogo. Esse fato foi esclarecido posteriormente na aula síncrona e as dúvidas foram sanadas. A média de aproveitamento da atividade dos poliedros foi de 100%. Nessa atividade todos os alunos apresentaram as construções dos poliedros com palitos e jujubas durante a aula síncrona e verificaram a relação de Euler corretamente.

Gráfico 3 - Percentual de aproveitamento – 3º ano

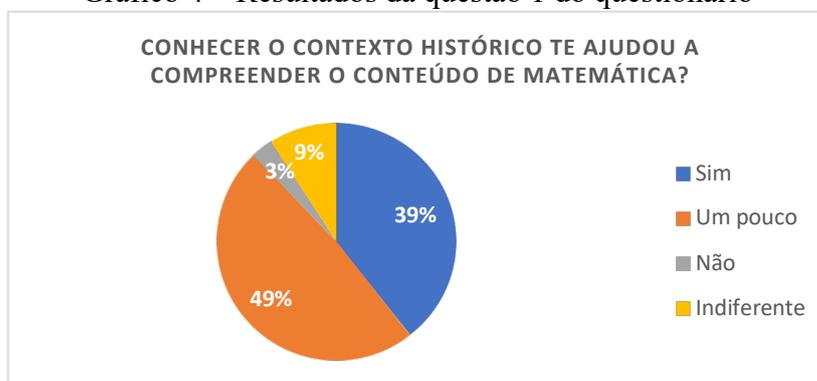


Fonte: Tratamento dos dados feito pelos autores

Ao final das atividades, os alunos foram convidados a responder o questionário para avaliar a percepção dos mesmos sobre as histórias em quadrinhos. Nem todos os alunos que realizaram as atividades responderam ao questionário. O questionário foi respondido por 33 estudantes, sendo 14 do primeiro ano, 13 do segundo ano e 6 do terceiro ano.

O gráfico 4 apresenta o resultado da questão 1 “Conhecer o contexto histórico te ajudou a compreender o conteúdo de matemática?”. Para 39% a resposta foi sim, 49% responderam que ajudou um pouco, 9% responderam que foi indiferente e 3% responderam que não.

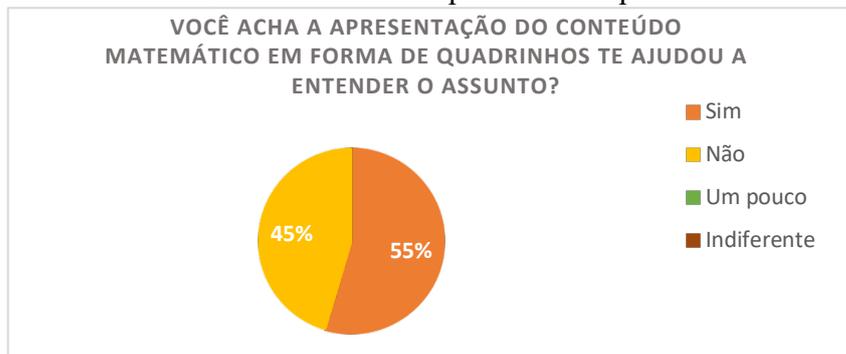
Gráfico 4 – Resultados da questão 1 do questionário



Fonte: Tratamento dos dados feito pelos autores

O gráfico 5 apresenta o resultado da questão 2 “Você acha que a apresentação do conteúdo em forma de quadrinhos te ajudou a entender o conteúdo?”. Para 55% dos alunos a resposta foi sim e para 45% q resposta foi não.

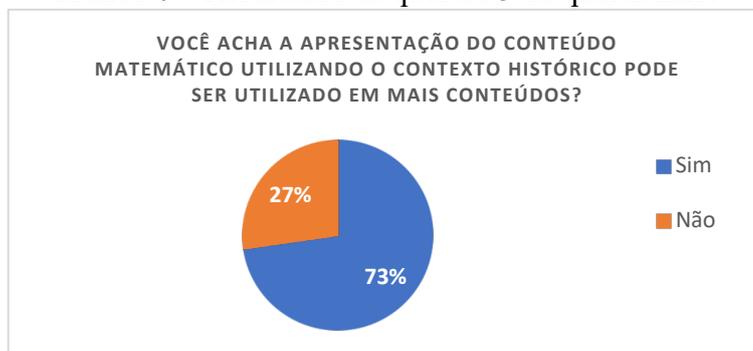
Gráfico 5 – Resultados da questão 2 do questionário



Fonte: Tratamento dos dados feito pelos autores

Na questão 3 “Você acha que a apresentação do conteúdo matemático utilizando o contexto histórico pode ser utilizado em mais conteúdos?”, 73% dos alunos responderam que sim e 27% responderam que não. O gráfico 6 apresenta esses resultados.

Gráfico 6 – Resultados da questão 3 do questionário



Fonte: Tratamento dos dados feito pelos autores

O gráfico 7 descreve os resultados obtidos na questão 4: “Se respondeu sim na questão anterior, quais conteúdos você recomenda?”. Como trata-se de uma questão discursiva, alguns estudantes responderam mais de um tema. Observou-se que 8 alunos responderam que o contexto histórico poderia ser utilizado em todos os temas da Matemática, 3 alunos citaram a geometria, 2 alunos responderam trigonometria, 1 aluno respondeu frações, 4 alunos recomendaram os conjuntos numéricos, 2 alunos citaram as funções, 1 aluno respondeu raiz quadrada, 2 alunos responderam equação do segundo grau, 2 alunos citaram que gostariam do conteúdo histórico na disciplina de física, 1 aluno respondeu probabilidade, 1 aluno respondeu matemática financeira, 1 aluno respondeu matriz, 1 aluno respondeu análise combinatória e 1 aluno respondeu logaritmo. Quatro alunos responderam que não sabiam qual conteúdo recomendariam.

Gráfico 7 – Resultados da questão 4 do questionário



Fonte: Tratamento dos dados feito pelos autores

A questão 5, “Qual a sua opinião sobre o uso de histórias em quadrinhos em sala de aula?”, teve 91% de respostas favoráveis a utilização de quadrinhos em sala de aula. A seguir, algumas respostas dos estudantes:

“Acho interessante! As histórias em quadrinhos tornam o conteúdo mais compreensível.”

“Eu acho muito bom, é uma fonte de aprendizagem diferenciada, entende? Por sinal, eu gostei do quadrinho O número de Ouro.”

“Fica um pouco mais fácil para entender a matéria, porque se usa mais a linguagem do adolescente.”

“Torna o aprendizado mais dinâmico e menos entediante, criando um certo interesse pela matéria, e de certa forma, deixando mais fácil o entendimento do conteúdo a ser aprendido.”

“Muito bom, dessa forma podemos compreender a matemática de uma forma mais dinâmica e divertida.”

“Gostei da maneira como foi passada, poderia continuar, pois prendeu minha atenção e me senti menos cansada!”

“Acho que seria uma forma mais descontraída, menos formal, de ensinar determinados conteúdos aos alunos. Fazendo com que eles possam aprender de formas mais dinâmica e diferente.”

“Gosto do uso de histórias em quadrinho, acho que pode ser uma forma diferente e lúdica de aprender um conteúdo complexo.”

“Acho muito bom, pode ajudar a quebrar a ideia que muitas pessoas tem da matemática chata.”

As respostas obtidas na questão 5 revelaram que os estudantes aprovaram a forma pela qual o conteúdo foi apresentado, utilizando as histórias em quadrinhos. Vários alunos mencionaram que as histórias foram um recurso positivo e que elas ajudaram a compreender o motivo de “precisar estudar determinado assunto”. Percebeu-se que as palavras mais recorrentes foram “divertido”, “lúdico”, “interessante”, mostrando que os alunos consideraram a atividade recreativa, e ao mesmo tempo, aprenderam com ela.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente artigo teve como objetivo discutir como a história da Matemática, contada por meio das histórias em quadrinhos, pode auxiliar no aprendizado de conteúdos de Matemática, no Ensino Médio. A utilização da história da Matemática em sala de aula é um

recurso defendido por diversos pesquisadores para uma aprendizagem mais eficiente do conteúdo matemático. Outro recurso que tem ganhado espaço na Educação são as histórias em quadrinhos. Sua utilização ainda é pequena no ensino de Matemática, mas há vários argumentos a seu favor.

Em virtude dos resultados atingidos, percebe-se que a história da Matemática para a introdução dos conteúdos agradou a maioria dos alunos. Além disso, o aproveitamento obtido nas atividades propostas mostra o entendimento do conteúdo histórico por parte dos estudantes. Esses resultados corroboram com os apresentados na literatura, mostrando que a história da Matemática pode ser utilizada como fonte de motivação, formalização dos conceitos e promoção do pensamento crítico.

A apresentação do conteúdo histórico por meio das histórias em quadrinhos foi aprovada pela maioria dos estudantes. O *website* Pixton mostrou-se como uma eficiente alternativa para a apresentação do conteúdo. Os resultados obtidos no questionário mostraram que os estudantes sentiram o aprendizado mais dinâmico e menos formal, ao mesmo tempo, o recurso conseguiu prender a atenção deles, nos momentos de leitura e estudo.

Os resultados dessa pesquisa revelaram que a maioria dos estudantes considerou que o contexto histórico e a utilização dos quadrinhos ajudaram na contextualização e entendimento dos conteúdos matemáticos. Os alunos mostraram-se mais motivados e sentiram-se mais engajados quando o conteúdo foi apresentado por meio da história da matemática em quadrinhos.

As atividades propostas podem ser adaptadas e utilizadas em trabalhos futuros como fonte de aprendizado em outros conteúdos da Matemática.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, F.C. **Jujubas**: Uma proposta lúdica ao ensino de Geometria Espacial no Ensino Médio. Dissertação: Mestrado em matemática, UNIRIO, Rio de Janeiro, 2014.

AKHTARUZZAMAN, Md.; SHAFIE, A.A. Geometrical Substantiation of Phi, the Golden Ratio and the Baroque of Nature, Architecture, Design and Engineering. **International Journal of Arts**, 2011.

BOYER, C.B. **História da matemática**. Editora da Universidade de São Paulo, São Paulo-SP, 1974.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio**. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 2000. Disponível em <<http://portal.mec.gov.br/>>. Acesso em 02 abr. 2020.

BRASIL. Parecer CNE/CEB 15/1998. **Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Presidência da República. Conselho Nacional de Educação, Brasília, DF, 1998.

BROLEZZI, A. C. **A arte de contar**: Uma introdução ao estudo do valor didático da história da matemática. 1991. 77f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1991.

CADAMURO, S. S. L.; ARAÚJO, N. S. R. Descobrimos os poliedros de Platão e sua relação com o cotidiano. In: **Os Desafios da Escola Pública Paranaense na Perspectiva do Professor PDE**. Curitiba: SEED/PR, v.1, 2013.

CAVALCANTE, L. A. O.; CEDRO, W. L. Histórias em Quadrinhos e a Formação do Professor de Matemática: uma relação possível. In: **Educação Matemática**: diferentes contextos, diferentes abordagens. Fortaleza: UECE, p. 85-107, 2015.

CORDEIRO, N. J. N.; CARDOZO, D. A.; SILVA, M. N. Histórias em quadrinhos: Algumas conexões com a matemática. **Revista Educação Matemática em foco**, v.7, n. 3, 2019.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Papirus, Campinas, 2012.

ELLIS, C. **Exploring the Enigma**. Submitted by plusadmin on March 1, 2005. Disponível em < <https://plus.maths.org/content/exploring-enigma>>. Acesso em 04 mar. 2020.

EVES, H. Introdução à História da Matemática. Campinas: UNICAMP, 2004.

GREEN, J. C.; CARACELLI, V.J.; GRAHAM, W. F. Toward a conceptual framework for mixed-method evaluation designs. **Educational Evaluation na Policy Analysis** 11(3): 255-74, 1989.

HUNTLEY, H. E. **A Divina Proporção: um ensaio sobre a beleza na Matemática**. Trad. De Luiz Carlos Ascêncio Nunes, Brasília: Editora Universidade de Brasília, 1985.

IEZZI, G., et al. **Matemática; Ciências e aplicações**. Ensino Médio, Volume 1 – 9 ed. São Paulo: Saraiva, 2016.

INEP. Ministério da Educação. **Relatório Técnico do Sistema Nacional de Avaliação Básica – SAEB**. Brasília: MEC, 2017. Disponível em <<http://portal.mec.gov.br/>>. Acesso em 25 mai. 2020.

IVANKOVA, N. V.; CRESWELL, J. W.; STICK, S. L. **Using mixed-methods sequential explanatory design**: From theory to practice. *Field methods*, v. 18, n.1, p. 3-20, 2006.

LARA, I.C.M. **O ensino da matemática por meio da história da matemática**: possíveis articulações com a etnomatemática. *VIDYA*, v. 33, n. 2, p. 51-62, Santa Maria, 2013.

LOUREIRO, F. O. **Tópicos de criptografia para o ensino médio**. Dissertação – Mestrado em matemática, Universidade Estadual do Norte Fluminense, Campos dos Goytacazes, 2014.

MACEDO, R.F.S.; BEZERRA, A.L.; ALMEIDA, I.D. **Multiletramento: O uso da plataforma pixton como recurso didático na produção de histórias em quadrinhos**. III Congresso Nacional de Educação, Natal, 2016.

MIGUEL, A. As potencialidades pedagógicas da História da Matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores. **ZETETIKĚ-CEMPEM-FE/UNICAMP**, - V. 5- N. 8- Jul/Dez. de 1997, p. 73-103.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. **História da Matemática: propostas e desafios**. Coleção Tendências em Educação Matemática 2 ed. Autêntica, Belo Horizonte, 2011.

PASSOS, I., CORREA, O. **Matemática em acção**, volume I, 9º ano/3º ciclo do Ensino Básico. Lisboa: Lisboa Editora, 2000.

PEREIRA, A. C. C. **A utilização de quadrinhos no ensino da matemática**. In: Educação Matemática no Ceará: os caminhos trilhados e as perspectivas. Fortaleza: EdUECE, p. 31-43, 2015.

PIXTON. Disponível em < <https://www.pixton.com/br/>>. Acesso em 01 set. 2019.

REALE, G. **História da filosofia antiga III – Os sistemas da era helenística**, 4 ed. Edições Lisboa, 1994.

RICARDO, E. C. Implementação dos PCN em sala de aula: dificuldades e possibilidades. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**. Florianópolis, V. 4, N. 1, 2003.

SANCHEZ, J. N. G. **Dificuldades de Aprendizagem e Intervenção Psicopedagógica**. Porto Alegre: Artmed, 2004.

SANTOS, H. D. R.; SILVA, R. H. S.; LUCENA, R. **Funções Matemáticas em quadrinhos: Contextualização com o Pixton**. XIV Congresso Internacional de Tecnologia na Educação, Recife, 2016.

SEAD UFSCAR. **Tutorial PIXTON: Criando histórias em quadrinhos – Secretaria de Educação a Distância - Universidade Federal de São Carlos**, 2018. Disponível em < <https://inovaeh.sead.ufscar.br/wp-content/uploads/2019/04/Tutorial-Pixton.pdf>>. Acesso em 10 jan. 2020.

SILVA, A. S. **O teorema de Euler e algumas aplicações**. Trabalho de conclusão de curso - Graduação em matemática, Universidade Estadual da Paraíba, Centro de ciências e tecnologia, 2015.

SILVA, E. M. S., OLIVEIRA, R. S., O uso de HQs pixton como recurso didático para o ensino da coesão e coerência. **Entreletras**, v.9, n. 3, Araguaiana, TO, 2018.

SMITH, D. E. **Source of mathematics**, volume II, p.546-565, 1959.

SOARES, E.C. **Uma investigação histórica sobre os logaritmos com sugestões didáticas para sala de aula**. Dissertação – Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal – 2011.

*Recebido em 20 de maio de 2020.
Aprovado em 12 de outubro de 2021.*