

O estado da arte de pesquisas envolvendo a Teoria dos Registros de Representações Semióticas e o ensino de Cálculo Diferencial e Integral

The state of the art of research involving the Theory of Registers of Semiotic Representation and the teaching of Differential and Integral Calculus

Cristiane Batista da Silva

Licenciada em Matemática
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins – Tocantins –Brasil
cristiaane.batista@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0003-4023-8542>

Aécio Alves Andrade

Doutor em Ensino de Ciências e Matemática
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins – Tocantins –Brasil
aacio@ifto.edu.br
<https://orcid.org/0000-0003-3864-5931>

Jarles Oliveira Silva Noletto

Mestre em Matemática
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins – Tocantins –Brasil
jarles.noletto@ifto.edu.br
<https://orcid.org/0000-0002-4778-3335>

Resumo

O estudo objetivou sintetizar o conjunto de pesquisas realizadas no Brasil, compreendidas entre os anos 2000 e 2019, que correlacionam o ensino e a aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral à Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval. Para tanto, um mapeamento de pesquisas foi realizado em um repositório brasileiro de dissertações e teses e, em seguida, as pesquisas encontradas foram classificadas em focos e subfocos temáticos, conforme proposto por Dario Fiorentini, com o objetivo de identificar as principais tendências para quais os trabalhos apontam. A pesquisa é qualitativa e de caráter bibliográfico. Através do mapeamento, tornou-se possível identificar 20 trabalhos pertencentes à temática estabelecida na qual foram categorizados a partir de 02 focos e 07 subfocos temáticos. A atividade de mapeamento nos permitiu identificar o cenário das tendências da pesquisa brasileira no que concerne à Teoria dos Registros de Representação Semiótica aplicada às práticas pedagógicas da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, ampliando, portanto, os horizontes acerca de suas contribuições para o contexto educacional, bem como as possibilidades e necessidades de aprimoramento do mesmo. Os resultados evidenciam que a pesquisa neste ramo ainda caminha a passos lentos, tendo seu enfoque principalmente no que se refere ao processo de ensino e aprendizagem da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. Ressalta-se que a presente pesquisa foi financiada pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins – *Campus* Paraíso do Tocantins.

Palavras-Chave: Registros de representações semióticas, ensino, estado do conhecimento, Cálculo Diferencial e Integral.

Abstract

The study aimed to synthesize the set of research conducted in Brazil, between the years 2000 and 2019, which correlate the teaching and learning of Differential and Integral Calculus to Raymond Duval Theory of Registers of Semiotic Representation. Therefore, a mapping of research was carried out in a Brazilian repository of dissertations and theses and then the researches found were classified into thematic foci and subfoci, as proposed by Fiorentini (1994), with the objective of identifying the main trends to which the studies point. The research is qualitative and bibliographic in nature. Through mapping, it became possible to identify 20 papers belonging to the established theme in which they were categorized from 02 foci and 07 thematic subfoci. The mapping activity allowed us to identify the scenario of trends in Brazilian research regarding the Theory of Registers of Semiotic Representation applied to the pedagogical practices of the Differential and Integral Calculus discipline, thus broadening the horizons about their contributions to the educational context, as well as the possibilities and needs of improvement of the same. The results show that the research in this field is still slow, focusing mainly on the teaching and learning process of the Differential and Integral Calculus discipline. It is emphasized that this research was funded by the Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins – Campus Paraíso do Tocantins.

Keywords: Registers of semiotic representations, teaching, state of knowledge, differential and integral calculus.

INTRODUÇÃO

É comum encontrar em cursos superiores, especialmente em cursos da área das Ciências Exatas, o componente curricular denominado Cálculo Diferencial e Integral – CDI. Baseando-se no exposto por Pagani (2016), Abdelmalack (2011) e Rezende (2003) é possível afirmar que, apesar de ser uma disciplina tida como fundamental para o desenvolvimento de diferentes áreas, em geral, é responsável por evasão e retenção dos alunos.

Existem muitos fatores que podem justificar as dificuldades existentes durante o curso de CDI. Os livros frequentemente abordam os objetos matemáticos fazendo codificações de um registro de representação para o outro em um único sentido, e o professor, conseqüentemente, termina por seguir a mesma abordagem. Exemplificando, podemos citar a comum situação na qual o professor solicita que o aluno construa o gráfico a partir de uma função no registro algébrico, entretanto, dificilmente solicitará que se faça o contrário (CAMPOS, 2007; PICONE, 2007, VAZ, 2010).

Muitas vezes, a metodologia empregada pelo professor gera uma abordagem que não contempla as diferentes representações que um objeto matemático pode dispor: a habitual abordagem do conceito de limite, na qual o professor rapidamente atinge a definição formal fazendo uso de épsilons e deltas, restringindo-se a uma única representação e excluindo a exploração de diferentes registros para a construção do conceito. Neste contexto, o aluno decora o conjunto de letras e símbolos contidos na definição, entretanto, não consegue compreendê-la (VAZ, 2011).

O filósofo e psicólogo Raymond Duval (2003) propõe, em sua teoria intitulada Teoria dos Registros de Representação Semiótica – TRRS, que a aprendizagem de um objeto matemático se concretiza, de fato, quando o aluno possui a capacidade de mobilizar dois ou mais registros de representação utilizando, para tanto, das operações de tratamento e conversão. Contudo, conforme Picone (2007), na abordagem de conteúdos referentes ao CDI nem sempre a diversidade de registros de representação é apresentada pelo professor.

Há, ainda, grandes lacunas no processo de ensino e aprendizagem de CDI, circunstância que têm colocado esta disciplina como objeto de estudo por parte de muitos pesquisadores, uma vez que atualmente existe uma considerável quantidade de pesquisas que visam estudar o processo de ensino e aprendizagem dos objetos de conhecimento pertencentes à tal disciplina, logo, subentende-se que, se existem pesquisas para aprimoramento de tal processo, é porque também existem dificuldades no ensino e na aprendizagem. Algumas dessas pesquisas têm utilizado como apoio teórico a Teoria dos Registros de Representação Semiótica a fim de buscar, a partir de seus trabalhos, compreender o motivo da existência das divergências de aprendizagem dentro deste contexto, bem como evidenciar novos caminhos para a apreensão dos conceitos.

Mediante este cenário, o presente trabalho é norteado através das seguintes questões: quantos e quais trabalhos de mestrado e doutorado abordam os objetos matemáticos limites, derivadas e integrais de funções reais, sob a perspectiva da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval? Quais as principais temáticas abordadas nestes trabalhos?

A pesquisa objetivou sintetizar o conjunto de pesquisas realizadas no Brasil, compreendidas entre os anos 2000 e 2019, que correlacionam o ensino e aprendizagem dos objetos matemáticos limite, derivada e integral à Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Para tanto, um mapeamento de pesquisas foi realizado no banco de dissertações e teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES. Em seguida, as pesquisas encontradas foram classificadas em focos e subfocos temáticos, conforme metodologia de categorização proposta por Fiorentini (1994), com o objetivo de identificar as principais tendências para quais os trabalhos apontam.

O Cálculo Diferencial e Integral requer uso de diferentes representações: gráficas, algébricas, simbólicas, entre outros. Alguns pesquisadores, tais como Ramos (2009) e Cargnin (2013), apontam para a dificuldade do aluno em transitar entre esses registros. Nesse sentido, escolheu-se a Teoria dos Registros e Representações Semióticas, de Duval (2003), justamente

pelo fato de ela expor a importância da coordenação de registros de representação para a consolidação da aprendizagem.

A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Na contemporaneidade, nota-se que ainda há uma grande preocupação no que tange aos aspectos ligados ao processo de ensino e de aprendizagem, porém, essa preocupação tem se estendido “à forma como o saber pode ser estruturado para ser ensinado e aprendido” (COLOMBO; FLORES; MORETTI, 2008, p. 42). Para identificar as raízes das dificuldades em Matemática, é necessário abranger um horizonte amplo, que englobe os aspectos do funcionamento cognitivo do indivíduo. Nesse sentido, encontra-se os estudos do psicólogo e filósofo Raymond Duval, que visa compreender as singularidades do ensino e da aprendizagem matemática através do funcionamento cognitivo do ser humano ou, mais especificamente, através das representações semióticas.

A originalidade de uma abordagem matemática consiste em procurar inicialmente descrever o funcionamento cognitivo que possibilite a um aluno compreender, efetuar e controlar ele próprio a diversidade dos processos matemáticos que lhes são propostos em situação de ensino. (DUVAL, 2003, p. 12)

De acordo com Colombo, Flores e Moretti (2008), a Teoria dos Registros de Representação Semiótica surgiu na França, em 1986, através dos estudos de Raymond Duval no âmbito da Psicologia Cognitiva, emergindo do pressuposto de investigar o funcionamento cognitivo atrelado à aprendizagem matemática; em outras palavras, a sua pesquisa baseou-se na conjectura de que a aprendizagem matemática pauta-se no trânsito entre os diferentes registros de representações semióticas.

As transformações de representações em outras transformações semióticas estão no coração da atividade matemática. As dificuldades dos alunos para compreender matemática surgem por conta da diversidade e complexidade dessas transformações. Para estudar esta complexidade, as representações semióticas devem ser analisadas, não a partir dos objetos ou dos conceitos matemáticos que representam, mas a partir do funcionamento representacional que é próprio do registro no qual são produzidas. (DUVAL, 2012, p. 266)

Sabe-se, como muitos estudos evidenciam, que a Matemática é uma das disciplinas na qual os alunos sentem dificuldades em compreender. Pode-se dizer que isso se deve, dentre diversas outras variáveis, ao fato de que a Matemática, em essência, é abstrata, caracterizando-se por abranger objetos matemáticos que não podem ser acessados de forma concreta.

Um objeto matemático emerge de um “sistema de práticas” que contribuem para a resolução de determinados problemas, e a cada situação nova, permite resolver diferentes tipos de problemas, utilizando novas representações, gerando com o passar do tempo novos conjuntos de práticas (sentidos) que ampliam o significado do objeto. (FONT; RAMOS; CONTRERAS 2005, p. 6 *apud* THIEL, 2012, p. 45).

Tomando como exemplo o ponto, objeto matemático pertencente à Geometria, nota-se que não se pode tocá-lo ou simplesmente manuseá-lo, entretanto, é possível, mediante diferentes processos de aprendizagem, compreender seu significado, seu conceito e perceber a sua existência. Assim, estes objetos, constituem-se, muitas vezes, de entidades inteligíveis que assumem uma realidade distinta da realidade material, fazendo-se necessário atribuir-lhe um representante: “na teoria dos registros de representação semiótica, o estudo da matemática se estabelece com base em representações, pois os objetos matemáticos, não sendo acessíveis pela percepção, o fazem pela representação” (HILLESHEIM; MORETTI, 2013, p. 121). Isso significa dizer que, na visão de Duval, para compreender um objeto matemático é necessário ater-se às suas representações.

Há uma palavra às vezes importante e marginal em matemática, é a palavra “representação”. Ela é, na maioria das vezes, empregada sob a forma verbal “representar”. Uma escrita, uma notação, um símbolo representam um objeto matemático: um número, uma função, um vetor... Do mesmo modo, os traçados e figuras representam objetos matemáticos: um segmento, um ponto, um círculo. (DUVAL, 2012, p. 268)

A Matemática abrange uma diversidade de objetos abstratos e, de acordo com Cargnin (2013), as representações destes objetos através de símbolos, signos, códigos, tabelas e gráficos constituem-se de um meio para se obter acesso a eles.

Em matemática, toda a comunicação se estabelece com base em representações, os objetos a serem estudados são conceitos, propriedades, estruturas, relações que podem expressar diferentes situações, portanto, para seu ensino, precisamos levar em consideração as diferentes formas de representação de um mesmo objeto matemático. (DAMM, 2010, p. 167)

Quando não há uma boa coordenação entre os registros de representação, o aluno torna-se vulnerável a confundir o objeto com uma de suas representações (KARRER, 2006). Entretanto, para que a aprendizagem se efetive, é necessário compreender que “os objetos matemáticos não devem ser jamais confundidos com a representação que se faz dele” (DUVAL, 2012, p. 268), sendo este um ponto estratégico para a compreensão da Matemática, uma vez que o importante é o objeto matemático em si e não as suas múltiplas representações. O limite de uma função, por exemplo, pode ser representado em língua natural, em linguagem simbólica

e de forma gráfica, entretanto, o que de fato importa é que o aluno seja capaz de identificar e compreender o objeto matemático que está sendo exposto através destas representações.

Nenhum dos registros de representação “é” o objeto matemático, mas eles apenas o “representam”, estão “no lugar dele” para, assim, permitir o acesso a esses objetos matemáticos. Assim, 5; $20/4$; cinco; 10.0,5 são representações diferentes que se referem a um mesmo objeto matemático. (COLOMBO; FLORES; MORETTI, 2008, p. 45)

O objeto matemático necessita da noção de representação para que seja compreendido, mas, por outro lado, não se deve confundi-lo com suas representações. Nessa perspectiva, Duval (2012) aponta para a existência de um paradoxo cognitivo do pensamento matemático envolto na dualidade objeto *versus* representação:

De um lado, a apreensão dos objetos matemáticos não pode ser mais do que uma apreensão conceitual e, de outro, é somente por meio de representações semióticas que a atividade sobre objetos matemáticos se torna possível [...] Como os sujeitos em aprendizagem poderiam não confundir os objetos matemáticos com as suas representações semióticas, se eles podem tratar apenas com as representações semióticas? A impossibilidade de um acesso direto aos objetos matemáticos, fora de toda representação semiótica, torna a confusão quase inevitável. (DUVAL, 2012, p. 268)

Os aspectos cognitivos dos alunos comumente são ignorados pelos professores durante o processo de ensino e aprendizagem. Duval (2012) enfatiza que esse acontecimento é dado devido ao ensino atribuir mais importância às representações mentais do que às representações semióticas. De acordo com o autor, as representações mentais recobrem “o conjunto de imagens e, mais globalmente, as conceitualizações que um indivíduo pode ter sobre um objeto, sobre uma situação e sobre o que lhe é associado” (DUVAL, 2012, p. 269), enquanto as representações semióticas caracterizam-se por serem “produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que tem inconvenientes próprios de significação e de funcionamento” (DUVAL, 2012, p. 269). As representações semióticas constituem-se de meios de exteriorização das representações mentais, tornando-as acessíveis ou visíveis a outros, todavia, o teórico destaca que tal representação é necessária não somente para atividades de comunicação, mas que são essenciais para a atividade cognitiva do pensamento.

Duval estabelece, ainda, quatro grupos de registros de representações semióticas: (i) registro em língua natural, (ii) registro nos sistemas de escrita (numérica, algébrica, simbólica), (iii) registro figural e (iv) registro gráfico. Dentre estes quatro grupos, os dois primeiros são

caracterizados como representações discursivas e os dois últimos como representações não-discursivas.

Duval (2012) afirma que o paradoxo cognitivo do pensamento matemático ocorre devido ao fato de que não há *noesis* sem *semiose*: “Se é chamada “*semiose*” a apreensão ou a produção de uma representação semiótica, e “*noesis*” a apreensão conceitual de um objeto, é preciso afirmar que a *noesis* é inseparável da *semiose*” (DUVAL, 2012, p. 271). Assim, a apreensão conceitual dos objetos matemáticos se dá somente através das representações semióticas e, portanto, o funcionamento cognitivo da mente humana torna-se inseparável das representações semióticas existentes (THIEL, 2012). Nesse sentido, é possível observar, no processo de aprendizagem, a presença de uma interação constante entre a apreensão conceitual e a apreensão/produção de uma representação semiótica, sendo o segundo essencial para a realização do primeiro.

A partir desse contexto, Duval (2012) estabelece que um sistema semiótico, para constituir-se de registro de representação, deve satisfazer a três atividades cognitivas fundamentais que estão ligadas à semiose, a saber: (i) a formação de uma representação identificável, (ii) o tratamento e (iii) a conversão.

A formação de uma representação identificável é definida por Duval (2009, p. 37) como a constituição de “um traço ou ajuntamento de traços perceptíveis que sejam identificáveis como uma representação de alguma coisa em um sistema determinado”. O autor destaca que esta etapa pode ser comparada à tarefa de descrever algo, tais como um texto, um desenho de uma figura geométrica, a expressão de uma fórmula, e etc., onde o objeto matemático será descrito de maneira a ser identificado por outros, entretanto, a formação de uma representação deverá seguir regras que são próprias do objeto a fim de garantir o reconhecimento da representação, onde tais regras já são preestabelecidas, não competindo ao sujeito criá-las, mas, sim, utilizá-las com o intuito de reconhecer as representações.

O tratamento, por sua vez, é compreendido como a “transformação desta representação no mesmo registro onde ela foi formada” (DUVAL, 2012, p. 272), podendo ser entendida como uma transformação interna de um registro.

A **paráfrase** e a **inferência** são formas de tratamento em língua natural. O **cálculo** é uma forma de tratamento próprio das expressões simbólicas (cálculo numérico, cálculo algébrico, cálculo proposicional...). A **reconfiguração** é um tipo de tratamento particular para as figuras geométricas: é uma das numerosas operações que dá ao registro das figuras o seu papel heurístico. A **anamorfose** é uma forma de tratamento que se aplica a toda representação figural. (DUVAL, 2012, p. 272)

É o ato de transformar internamente a representação, mediante as regras próprias do sistema, de modo a conceber uma nova representação congruente, em essência, à representação inicial.

Já a conversão é a transformação externa ao registro, é a “transformação desta função em uma interpretação em outro registro, conservando a totalidade ou uma parte somente do conteúdo da representação inicial” (DUVAL, 2012, p. 272). Nesse sentido, a conversão intenciona transformar a representação de modo a manter o mesmo objeto. A conversão possui papel intrínseco no processo de aprendizagem, uma vez que será ela quem levará o aluno à compreensão do objeto matemático abordado. Para o aluno nem sempre é simples realizar um processo de reciprocidade entre as conversões. Por exemplo, o aluno poderá converter o registro algébrico para o gráfico, porém, converter o registro gráfico em registro algébrico nem sempre é tido como uma tarefa simples.

A conversão não é natural para a maior parte dos alunos. Ela requer a coordenação de diferentes sistemas semióticos, o que já é complicado, devido a provável ausência de uma exploração da representação gráfica dos conteúdos ensinados de forma mais consistente. (CARGNIN, 2013, p. 57)

De acordo com Duval (2012), a pluralidade de registros oportuniza a mudança/troca entre eles, objetivando a realização de tratamentos mais econômicos e eficientes: “tendo mais registros, há um aumento potencial de possibilidades de trocas e, por conseguinte, há um aumento também na escolha mais econômica” (MORETTI, 2002, p. 346). Se existe uma boa quantidade de registros disponíveis, o aluno terá mais chances para efetuar um rodízio entre seus registros de modo a alcançar um tratamento mais econômico e potencial.

As relações entre objetos podem ser representadas de maneira mais rápida e mais simples para compreender por fórmulas literais do que por frases, como é o caso, por exemplo, para os enunciados do Livro V dos *Elementos* sobre as proposições (Euclides). (DUVAL, 2012, p. 279)

Outro ponto importante a ser destacado é a existência da complementaridade dos registros, que se baseia nas possibilidades que determinado sistema semiótico pode oferecer. A escolha de um registro semiótico para representar um objeto implica na seleção de elementos significativos pertencentes àquele objeto. Assim, pode-se dizer que “toda representação é cognitivamente parcial em relação ao que ela representa, e que de um registro a outro não estão os mesmos aspectos do conteúdo de uma situação que estão representados” (DUVAL, 2012, p. 280). Isso significa, de acordo com Moretti (2002), que, do ponto de vista cognitivo, as representações são parciais (incompletas) em relação aquilo que ela deseja representar, onde,

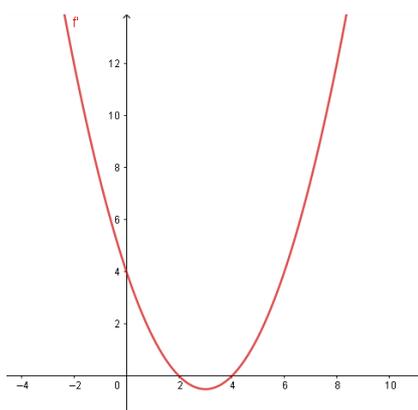
em cada representação, uma informação destaca-se mais do que outras, ou seja, ao representar de diferentes formas um mesmo objeto, nota-se que cada representação sinaliza mais fortemente uma das características contidas no objeto.

As representações diferentes de um mesmo objeto, não têm evidentemente o mesmo conteúdo. Cada conteúdo é comandado por um sistema pelo qual a representação foi produzida. Daí a consequência de que cada representação não apresenta as mesmas propriedades ou as mesmas características do objeto. Nenhum sistema de representação pode produzir uma representação cujo conteúdo seja completo e adequado ao objeto representado. (DUVAL, 1999 *apud* MORETTI, 2002, p. 347)

Para ilustrar essa situação, consideremos como exemplo duas diferentes representações para a derivada da função $f(x) = \frac{x^3 - 9x^2 + 24x}{6}$:

- i. Representação algébrica: $f'(x) = \frac{x^2}{2} - 3x + 4$;
- ii. Representação gráfica:

Figura 1 - Representação gráfica de $f(x)$



Fonte: Elaborado pelos autores

Com base em Moretti (2002), a representação gráfica, dependendo da situação matemática abordada, é tida como mais adequada para realizar interpretações, já que revela aspectos importantes tais como as intersecções da função com os eixos cartesianos. Entretanto, para averiguar, por exemplo, o valor de $f'(x)$ ao fazer $x = \sqrt{2}$, seria necessário utilizar da representação algébrica, uma vez que através da representação gráfica esse valor não seja dado com muita precisão. Dessa forma, é possível perceber que cada representação possui suas especificidades, enfatizando sempre uma informação diferente ou a mais em relação a outros registros. Assim, para cada situação, existe uma representação adequada, uma vez que uma melhor interpretação do objeto poderá ser feita se uma conveniente representação estiver sendo utilizada.

Para Duval, não basta que o aluno seja apenas conhecedor das diferentes representações do objeto matemático, mas que seja capaz de transitar entre elas. Para o teórico, conceituar um objeto matemático implica na capacidade de coordenar os registros de representação: “A compreensão (integral) de um conteúdo conceitual repousa sobre a coordenação de ao menos dois registros de representação, e esta coordenação se manifesta pela rapidez e a espontaneidade da atividade cognitiva de conversão” (DUVAL, 2012, p. 282). Essa hipótese constitui-se da essência da TRRS, onde a aprendizagem em matemática se efetiva quando o aluno consegue mobilizar dois ou mais registros de representação, na qual essa mobilização efetiva-se através das funções de tratamento e conversão.

Compete ao professor considerar a diversidade de registros que podem fazer parte no desenvolvimento da atividade matemática envolvendo a passagem de um sistema a outro, proporcionando problemas específicos ao representar um objeto matemático, não sendo conceituais. (THIEL, 2012, p. 34)

Em síntese, através de sua teoria, Raymond Duval acredita ser necessário:

Mobilizar sistemas cognitivos específicos para cada atividade matemática, que é essencialmente ligada às operações semióticas. Em outras palavras, para Duval só é possível conhecer, compreender, aprender matemática pela utilização das representações semióticas do objeto matemático. E vai mais além: o sujeito precisa mobilizar tais representações para verdadeiramente conhecer, ou seja, operar com elas, “converter” instantaneamente uma representação do objeto matemático, dado num sistema semiótico, em outra representação de um outro sistema semiótico, que seja mais econômico cognitivamente, na resolução de um dado problema. (COLOMBO; FLORES; MORETTI, 2008, p. 45)

Para que haja desenvolvimento do conhecimento é necessário, portanto, existência de uma diversidade de registros de representação semiótica, de modo a “buscar a complementaridade das informações relativas ao objeto representado” (CARGNIN, 2013, p. 58), uma vez que cada registro trabalha com informações específicas do objeto. Tendo disposto essa variedade de registros, é importante ao indivíduo adquirir a habilidade de coordenar diferentes registros de representação semiótica para que consiga diferenciar o objeto de sua representação, atingindo, portanto, a apreensão do conceito ou conteúdo em questão. Assim, pode-se concluir, com base em aspectos teóricos dispostos por Duval (2012), que é na capacidade de transitar entre os registros de representação semiótica que se concentra a aprendizagem em Matemática.

MAPEAMENTO DE TRABALHOS CIENTÍFICOS

A disciplina de Cálculo Diferencial e Integral 1, que geralmente contempla os objetos matemáticos de limites, derivadas e integrais de funções, ainda detém grandes incidências de evasão e não aprovação, fato que tem gerado preocupação acerca de como tem se dado o processo de ensino e aprendizagem deste importante componente presente na grade curricular de diferentes cursos superiores.

Existem, ainda, grandes lacunas no processo de ensino e aprendizagem de CDI, circunstância que tem colocado esta disciplina como objeto de estudo por parte de muitos pesquisadores que buscam, em seus trabalhos, identificar as causas da existência de tais lacunas, bem como evidenciar novos caminhos que efetivem a apreensão dos conceitos relativos ao CDI. No Brasil, alguns destes pesquisadores desenvolveram suas investigações à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval, que apresenta, em sua teoria, fundamentos que podem ser utilizados com a finalidade de compreender e aprimorar os diferentes aspectos didáticos inerentes ao processo de ensino e aprendizagem de CDI.

Nesse sentido, neste tópico, buscou-se sintetizar o conjunto de pesquisas realizadas no Brasil que correlacionam o ensino e a aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral à Teoria dos Registros de Representação Semiótica, com o intuito de construir um banco de dados para futuros pesquisadores que se interessem sobre o tema, ampliando a visão acerca daquilo que já se fora produzido e aquilo que ainda se pode produzir, assinalando as necessidades de aprofundamento acerca desta temática para que possam acrescentar e contribuir com melhorias no que tange ao ensino e aprendizagem da disciplina de CDI. Entretanto, considera-se, em nossa perspectiva, que a teoria de Raymond Duval apresenta fundamentos essenciais para a compreensão dos objetos matemáticos, estabelecendo um bom direcionamento para que o trabalho do professor tenha seu objetivo cumprido, levando o aluno a tornar-se capaz de distinguir o objeto de suas múltiplas representações, uma vez que os objetos matemáticos, em geral, possuem diferentes representações, sendo importante aos alunos identificá-las e reconhecer o objeto nas quais estas pretendem transmitir.

Colombo, Flores e Moretti (2008) destacam que a pesquisa de Raymond Duval chegou ao Brasil somente em 1990, iniciando-se, a partir daí, a difusão das primeiras pesquisas que tomavam a TRRS como referencial teórico. Com base neste fato, optou-se por mapear as pesquisas realizadas entre os anos de 2000 a 2019.

Mapear pesquisas, de acordo com Ferreira, Santos e Curi (2013, p.12), constitui-se como um trabalho que tem por característica “delimitar um cenário em relação a uma determinada área de conhecimento”. Neste trabalho, o mapeamento de pesquisas fora realizado através do catálogo de dissertações e teses disponibilizado pela CAPES - Coordenação de

Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, na qual os trabalhos desejados foram procurados através da opção de busca viabilizada pelo seu *site* (www.catalogodeteses.capes.gov.br).

No *site*, a pesquisa pode ser feita por meio de descritores/palavras-chave, que farão com que o sistema de busca vasculhe todos os trabalhos contidos em seu banco de dados a fim de encontrar, no corpo do texto, o descritor utilizado. Em nossa busca, utilizamos o descritor “semiótica, cálculo, duval” como estratégia para filtrar, dentro do banco de dados, os trabalhos que possuem no corpo de seu texto alguma das palavras, ou todas elas, utilizadas no descritor.

Por intermédio deste descritor, encontrou-se um total de 31.475 resultados/ trabalhos que continha a(s) palavra(s) semiótica e/ou cálculo e/ou Duval. Visando refinar ainda mais os resultados, recorreremos aos filtros disponibilizados no próprio *site* de buscas, uma vez que este permite ao usuário refinar suas buscas através dos filtros de tipo, ano, autor, orientador, banca, grande área do conhecimento, área de conhecimento, área de avaliação, área de concentração, nome do programa, instituição e biblioteca repositória.

Entretanto, para fins desta pesquisa, utilizamos apenas filtros de tipo e ano com a finalidade de refinar os resultados encontrados, a princípio, para trabalhos de mestrado (dissertações) e doutorado (teses) produzidos entre o período de 2000 a 2019. Nesse sentido, após aplicar tais filtros, encontramos um total de 28.722 trabalhos, iniciando, a partir daí, um processo de averiguação para selecionar os trabalhos cujo título e resumo estivessem de acordo com os parâmetros previamente estabelecidos, ou seja, que relacionassem a TRRS ao CDI. Desse modo, após o término do processo seletivo, contabilizamos um total de 20 trabalhos que tinham a abordagem temática definida. O Quadro 1 expressa as principais informações de identificação dos trabalhos encontrados através deste processo de mapeamento.

Quadro 1 - Trabalhos que relacionam a TRRS ao ensino de Cálculo Diferencial e Integral encontrados através da base de teses e dissertações da Capes

AUTOR (A)	TÍTULO	INSTITUIÇÃO	ANO	PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO	ORIENTADOR
José Roberto Damasceno da Silva	Um Estudo De Registros De Representação Semiótica Na Aprendizagem Dos Conceitos De Máximos E Mínimos De Funções	Universidade Federal de Mato Grosso do Sul - UFMS	2005	Mestrado em Educação	José Luiz Magalhães de Freitas

Pedro Matheus	Cálculo Diferencial e Integral Nos Livros Didáticos: Uma Análise Do Ponto De Vista Da Organização Praxeológica	Pontificia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP	2006	Mestrado em Ensino de Matemática	Saddo Ag Almouloud
Ronaldo Pereira Campos	A Abordagem do Teorema Fundamental do Cálculo Em Livros Didáticos E Os Registros de Representação Semiótica	Pontificia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP	2007	Mestrado em Educação Matemática	Benedito Antônio da Silva
Desiree Frasson Balielo Picone	Os Registros de Representação Semiótica Mobilizados Por Professores no Ensino do Teorema Fundamental do Cálculo	Pontificia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP	2007	Mestrado em Educação Matemática	Benedito Antônio da Silva
Madeline Odete Silva	Esboço De Curvas: Uma Análise Sob A Perspectiva Dos Registros De Representação Semiótica	Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC	2008	Mestrado em Educação Científica e Tecnológica	Méricles Thadeu Moretti
Roberto Seidi Imafuku	Sobre a Passagem do Estudo de Função de Uma variável Real Para o Caso de Duas Variáveis	Pontificia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP	2008	Mestrado em Educação Matemática	Benedito Antônio da Silva
Leandro Marques	Sobre A Utilização Do Livro Didático No Estudo De Derivadas Parciais	Pontificia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP	2009	Mestrado em Ensino de Matemática	Benedito Antônio da Silva
Vagner Valeiro Ramos	Dificuldades e Concepções de Alunos De Um Curso De Licenciatura Em Matemática, Sobre Derivada E Suas Aplicações	Pontificia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP	2009	Mestrado em Educação Matemática	Benedito Antônio da Silva
Iêda Do Carmo Vaz	Os Conceitos De Limite, Derivada e Integral Em Livros Didáticos E Na Perspectiva De Professores De Matemática E De Disciplinas Específicas Em Cursos de Engenharia	Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais – CEFET/MG	2010	Mestrado em Educação Tecnológica	João Bosco Laudares
Valéria Moura da Luz	Introdução Ao Cálculo: Uma Proposta Associando Pesquisa E Intervenção	Universidade Federal do Rio de Janeiro	2011	Mestrado em Ensino de Matemática	Ângela Rocha dos Santos

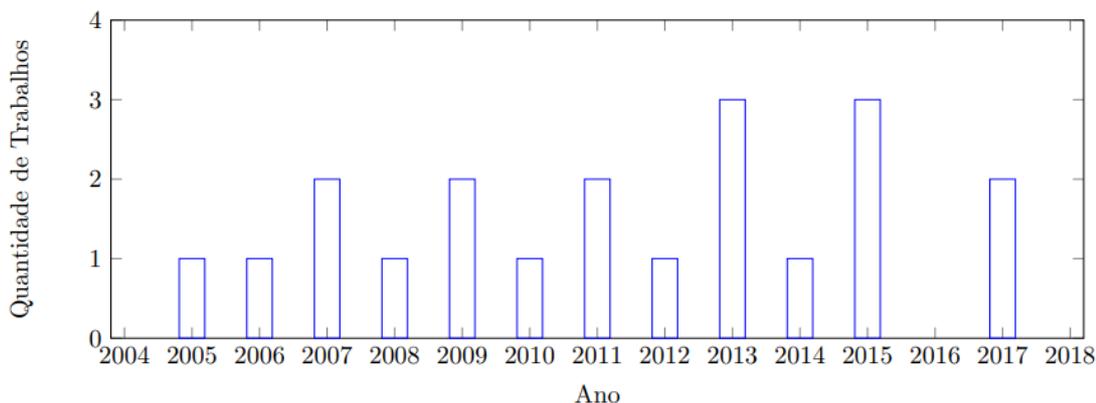
Francisco Regis Vieira Alves	Aplicações da Sequência Fedathi na promoção do raciocínio intuitivo no Cálculo a Várias Variáveis	Universidade Federal do Ceará - UFC	2011	Doutorado em Educação	Hermínio Borges Neto
Rogério Dos Santos Lobo	O Tratamento Dado Por Livros Didáticos Ao Conceito de Derivada	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP	2012	Mestrado em Educação Matemática	Benedito Antônio da Silva
Adriano Luiz Dos Santos Né	A Análise Da Linguagem Matemática Como Elemento Para Pensar O Ensino E A Aprendizagem Da Prática De Esboço De Curvas No Ensino Superior	Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC	2013	Mestrado em Educação Científica e Tecnológica	Méricles Thadeu Moretti
Claudete Cargnin	Ensino e aprendizagem da integral de Riemann de funções de uma variável real: possibilidades de articulação de Mapas Conceituais com a teoria dos Registros de Representações Semióticas	Universidade Estadual de Maringá - UEM	2013	Doutorado em Educação para a Ciência e Matemática	Rui Marcos de Oliveira Barros
Maria Bethânia Sardeiro dos Santos	Um olhar para o conceito de limite: constituição, apresentação e percepção de professores e alunos sobre o seu ensino e aprendizado	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP	2013	Doutorado em Educação Matemática	Saddo Ag Almouloud
Katia Vigo Ignar	A visualização na aprendizagem dos valores máximos e mínimos locais da função de duas variáveis reais	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP	2014	Doutorado em Educação Matemática	Maria José Ferreira da Silva
Marcelo De Araújo Lino	Os Registros de Representação Semiótica na Aprendizagem de Derivada	Universidade Estadual de Santa Cruz - UESC	2015	Mestrado em Educação Matemática	Alex Andrade Alves
Raquel Taís Breunig	Coordenação de Registros de Representação e o Processo de Mediação Docente: Conceito de Limite em Cursos de Engenharia	Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul - UNIJUÍ	2015	Mestrado em Educação nas Ciências	Cátia Maria Nehring

Samuel Souza Meira	Aprendizagem significativa e assimilação obliteradora: um estudo com conceitos de cálculo	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP	2015	Doutorado em Educação Matemática	Ana Lúcia Manrique
Ueslei Galvão Do Rosário Santos	O Estudo de Relações Entre os Conceitos de Derivada e Declive da Reta Tangente Envolvendo Licenciandos em Matemática	Universidade Estadual de Santa Cruz - UESC	2017	Mestrado em Educação Matemática	Afonso Henriques
Rogério Dos Santos Lobo	A abordagem dada à taxa de variação no livro didático do ensino médio e a sua relação com o conceito da derivada no livro didático do ensino superior	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP	2017	Doutorado em Educação Matemática	Saddo Ag Almouloud

Fonte: Elaborado pelos autores

Entre os anos de 2000 a 2019, como apresentado anteriormente, foram publicados 20 trabalhos que relacionam a TRRS à disciplina de CDI, entretanto, é possível observar através do gráfico da Figura 2 que a pesquisa nesse ramo ainda caminha a passos lentos, uma vez que se obteve, em média, a produção de apenas 01 trabalho ao ano. Percebe-se, assim, que o uso da TRRS aplicada ao CDI ainda é pouco conhecido e difundido entre a comunidade científica e, conseqüentemente, entre os agentes da educação. Muitos pesquisadores da Educação interessam-se, em maioria, aos aspectos da Educação Básica e, em minoria, aos aspectos voltados à Educação de nível superior, podendo ser este um dos motivos para a existência de poucos trabalhos voltados ao CDI (menos ainda relacionando-o com a TRRS), uma vez que este constitui-se como um componente de nível superior.

Figura 2 - Dissertações e teses que relacionam a Teoria dos Registros de Representação Semiótica ao Cálculo Diferencial e integral.



Fonte: Elaborado pelos autores

É importante observar que não foram encontradas publicações relacionadas à temática durante os anos de 2000, 2001, 2002, 2003, 2004, 2016, 2018 e 2019. Dos trabalhos mapeados, 14 (70%) são dissertações de mestrado e 06 (30%) são teses de doutorado, observando-se assim, que a temática se concentra em maioria nas dissertações, sendo pouco discutida em pesquisas mais profundas tais como as teses de doutorado.

Através do Quadro 2, pode-se observar as origens dos trabalhos encontrados:

Quadro 2 - Quantidade de trabalhos por região.

REGIÃO	ESTADO	INSTITUIÇÃO	Nº NÚMERO DE TRABALHOS		Nº DE TRABALHOS POR REGIÃO (%)
			Por inst.	Por região	
Norte	-	-	-	-	-
Nordeste	CE	Universidade Federal do Ceará	01	03	15
	BA	Universidade Estadual de Santa Cruz	02		
Sul	PR	Universidade Estadual de Maringá	01	03	15
	SC	Universidade Federal de Santa Catarina	01		
	RS	Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul	01		
Sudeste	SP	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	11	13	65
	RJ	Universidade Federal do Rio de Janeiro	01		

	MG	Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais	01		
Centro-Oeste	MS	Universidade Federal de Mato Grosso do Sul	01	01	05

Fonte: Elaborado pelos autores

A maior parte dos trabalhos, como evidenciado pela tabela, são originários da região sudeste, mais especificamente, da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP, uma vez que esta instituição é responsável por gerar 55% de todos trabalhos mapeados, enquanto as demais instituições, juntas, geraram 45%.

Dentre os diferentes orientadores dos trabalhos aqui levantados, é possível notar que Benedito Antônio da Silva foi o que mais orientou. Pode-se observar, ainda, que Saddo Ag Amouloud e Benedito Antônio da Silva são orientadores da PUC/SP, instituição que mais produziu trabalhos acadêmicos, podendo considerá-los como importantes estudiosos da teoria de Raymond Duval. No geral, tem-se que a pesquisa acerca dos aspectos didáticos do CDI sob a ótica da TRRS ainda é pouco efetivada, entretanto, vem ganhando seu espaço na comunidade acadêmica e científica, fato que evidencia o quão importante e valiosa a TRRS pode ser ao processo de ensino e aprendizagem desta disciplina.

CATEGORIZAÇÃO DOS TRABALHOS EM FOCOS E SUBFOCOS

Fiorentini (1994), em sua tese de doutorado, desejando organizar os trabalhos de seu mapeamento através da abrangência de seus respectivos conteúdos, realiza tal organização através de uma classificação denominada por ele de focos e subfocos temáticos. Utilizaremos, no presente trabalho, os focos e subfocos temáticos com o intuito de evidenciar tendências e direções para as quais as dissertações e teses encontradas apontam, a fim de revelar os principais aspectos e resultados que tais pesquisas apresentam ao utilizar a TRRS em seu quadro teórico.

Entende-se como foco um aspecto geral que caracteriza a pesquisa, já os subfocos, como algo mais a fundo e específico. Os focos e subfocos são identificados sob a perspectiva de cada pessoa, podendo duas pessoas encontrar focos e subfocos diferentes para uma mesma pesquisa. Além disso, alguns trabalhos podem pertencer a mais de um subfoco, porém, neste estudo, designaremos apenas um subfoco para cada trabalho.

Para identificar os focos, levou-se em consideração a temática geral abordada pelos pesquisadores. Por outro lado, para identificar os subfocos, foram analisados os objetivos de cada trabalho. O resultado dessa categorização é expresso no Quadro 3:

Quadro 3: Trabalhos categorizados de acordo com focos e subfocos temáticos

FOCO TEMÁTICO	QNT.	SUBFOCO	QNT.	AUTOR
Estudo do processo de ensino e aprendizagem da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) sob a ótica da TRRS	112	Identificar e analisar o conhecimento de alunos que já cursaram ou cursam CDI sob a ótica da TRRS	005	José Roberto Damasceno Silva (2005)
				Roberto Seidi Imafuku (2008)
				Vagner Valeiro Ramos (2009)
				Marcelo de Araujo Lino (2015)
				Samuel Souza Meira (2015)
		Investigar e analisar os registros de representação semiótica mobilizados por professores durante o ensino de CDI	002	Desiree Frasson Balielo Picone (2007)
				Raquel Taís Breunig (2015)
		Identificar e analisar, com base na TRRS, o uso da linguagem matemática presente em aulas de CDI	001	Adriano Luiz dos Santos Né (2013)
		Abordagem da TRRS em conjunto com a tecnologia para a aprendizagem de conceitos referentes aos conteúdos de CDI	003	Valéria Moura da Luz (2011)
				Katia Vigo Ignar (2014)
Ueslei Galvão Do Rosário Santos (2017)				
Identificar as contribuições da TRRS na construção de conceitos referentes aos conteúdos de CDI	001	Claudete Cargnin (2013)		
Análise de material didático e da concepção de professores	008	Investigar, com base na TRRS, a maneira pela qual os livros de CDI abordam determinado conteúdo	004	Ronaldo Pereira Campos (2007)
				Leandro Marques (2009)
				Rogério Dos Santos Lobo (2012)
				Rogério Dos Santos Lobo (2017)
		Investigar, com base na TRRS, a concepção de livros didáticos e de professores e/ou alunos no que diz respeito a conceitos de CDI	004	Pedro Matheus (2006)
				Iêda do Carmo Vaz (2010)
				Francisco Régis Vieira Alves (2011)
				Maria Bethania Sardeiro dos Santos (2013)

Fonte: Elaborado pelos autores

A partir do quadro acima, observa-se que os trabalhos foram categorizados, conforme temática, em 02 focos temáticos e 07 subfocos temáticos que nos permitem identificar as tendências da pesquisa brasileira aplicada ao Cálculo Diferencial e Integral a partir da teoria de Duval. Os resultados acerca desta categorização são melhores discutidos nas considerações feitas no tópico a seguir.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Intencionou-se, através desta atividade de pesquisa, mapear dissertações e teses compreendidas entre os anos 2000 e 2019 que pudessem interligar a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval, à disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, bem como categorizar tais produções através de focos e subfocos temáticos, conforme proposto por Fiorentini (1994).

Através do mapeamento de pesquisas, realizado por intermédio do catálogo de dissertações e teses da CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, foi possível detectar 20 trabalhos relacionados à temática estabelecida, sendo o primeiro deles pertencente ao ano de 2005 e o último pertencente ao ano de 2017. Apesar de a TRRS existir antes mesmo do ano 2000, a sua exploração no âmbito da disciplina de CDI através de pesquisa científica, conforme constatado neste trabalho, deu-se um pouco tarde.

Percebe-se que a origem destes trabalhos concentra-se, em grande maioria, nas instituições da região sudeste do Brasil, mais especificamente, na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP. Logo, é possível dizer que as demais regiões brasileiras tem tido pouca, ou até nenhuma, proximidade com a teoria de Duval aplicada ao processo de ensino e aprendizagem de CDI.

Após o processo de identificação dos trabalhos, iniciou-se a atividade de categorização dos mesmos, separando-os através de focos e subfocos temáticos. Mediante esta ação, determinou-se 02 focos temáticos, sendo o primeiro relacionado ao estudo do processo de ensino e aprendizagem da disciplina de CDI sob a ótica da TRRS e o segundo relacionado à análise de material didático e da concepção de agentes educacionais. Apesar da quantidade de trabalhos pertencentes a cada foco ser relativamente próxima, tem-se que as pesquisas, entretanto, voltam-se principalmente para o estudo do processo de ensino e de aprendizagem.

A atividade de mapeamento nos permitiu identificar o cenário das tendências da pesquisa brasileira no que concerne a Teoria dos Registros de Representação Semiótica aplicada às práticas pedagógicas da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, ampliando, portanto, os

horizontes acerca de suas contribuições para o contexto educacional, bem como as possibilidades e necessidades de aprimoramento do mesmo. Assim, observa-se que os trabalhos, no geral, propuseram-se a evidenciar lacunas ainda existentes no processo de ensino e aprendizagem do CDI, onde tais lacunas emergiram através de métodos de pesquisa baseados na TRRS.

Considera-se, por fim, que a relevância desta pesquisa constitui-se em apresentar o panorama da situação de ensino e de aprendizagem do CDI, enfatizando a maneira pela qual a TRRS de Duval pode promover o melhor e mais significativo entendimento dos conceitos. A pesquisa científica nesta temática ainda caminha a passos lentos, mas vem evidenciando as necessidades de mudança no paradigma educacional de dita disciplina, revelando pontos que precisam ser aprimorados para propiciar a verdadeira aprendizagem.

REFERÊNCIAS

- ABDELMALACK, Andrea. **O ensino-aprendizagem-avaliação da derivada para o curso de engenharia através da resolução de problemas**. 2011. 175 f. Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática. Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2011.
- ALVES, Francisco Regis Vieira. **Aplicações da Sequência Fedathi na promoção do raciocínio intuitivo no Cálculo a Várias Variáveis**. 2011. 398 f. Doutorado em Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2011.
- BREUNIG, Raquel Taís. **Coordenação de registros de representação e o processo de mediação docente: Conceito de limite em cursos de engenharia**. 2015. 96 f. Mestrado de Educação nas Ciências, Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí, 2015.
- CAMPOS, Ronaldo Pereira. **A abordagem do teorema fundamental do cálculo em livros didáticos e os registros de representação semiótica**. 2007. 202 f. Mestrado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.
- CARGNIN, Claudete. **Ensino e aprendizagem da integral de Riemann de funções de uma variável real: possibilidades de articulação da utilização de mapas conceituais com a teoria dos registros de representações semióticas**. 2013. 417 f. Doutorado em Educação Para A Ciência e A Matemática, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2013.
- COLOMBO, Janecler Ap. Amorin; FLORES, Claudia R.; MORETTI, Méricles T. Registros de representação semiótica nas pesquisas brasileiras em Educação Matemática: pontuando tendências. *Zetetiké*, Campinas, v. 16, n. 29, p. 41-72, jun. 2008. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8647035/13936>. Acesso em: 20 fev. 2020.

DAMM, R. F. Registros de Representação. In: MACHADO, S.D.A. (org). **Educação Matemática: Uma (nova) introdução**. São Paulo: Educ, 2010, p.167-188.

DUVAL, Raymond. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. **Revemat**, Florianópolis, v. 07, n. 02, p. 266-297, 2012. Tradução: Mércles Thadeu Moretti.

DUVAL, R. **Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática**. In: MACHADO, S. D. A. (org). **Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica**. Campinas: Papirus, 2003, p. 11-33

FERREIRA, Fernanda Aparecida; SANTOS, Cintia Aparecida Bento dos; CURI, Edda. **Um cenário sobre pesquisas brasileiras que apresentam como abordagem teórica os registros de representação semiótica**. *Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, v. 4, n. 2, p. 1-14, 2013.

FIorentini, Dario. **Rumos da pesquisa brasileira em Educação Matemática: o caso da produção científica em cursos de pós-graduação**. 1994. 425 f. Doutorado em Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1994.

HILLESHEIM, Selma Felisbino; MORETTI, Mércles Thadeu. Alguns aspectos da noção da congruência semântica presentes no ensino dos números inteiros relativos. **Espaço Pedagógico**, Passo Fundo, v. 20, n. 01, p. 119-135, 2013.

IMAFUKU, Roberto Seidi. **Sobre a passagem do estudo de função de uma variável real para o caso de duas variáveis**. 2008. 182 f. Mestrado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

INGAR, Katia Vigo. **A Visualização na Aprendizagem dos Valores Máximos e Mínimos Locais da Função de Duas Variáveis Reais**. 2014. 202 f. Doutorado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2014.

KARRER, M. **Articulação entre Álgebra Linear e Geometria: um estudo sobre as transformações lineares na perspectiva dos registros de representação semiótica**. Tese (doutorado). Programa de Estudos pós-graduados em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2006, 372p.

LINO, Marcelo de Araújo. **Os registros de representação semiótica na aprendizagem de derivada**. 2015. 127 f. Mestrado em Educação Matemática, Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2015.

LOBO, Rogério dos Santos. **A abordagem dada à taxa de variação no livro didático do ensino médio e a sua relação com o conceito da derivada no livro didático do ensino superior**. 2017. 253 f. Tese (Doutorado) – Curso de Doutorado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2017.

LOBO, Rogério dos Santos. **O tratamento dado por livros didáticos ao conceito de derivada**. 2012. 138 f. Mestrado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012.

- LUZ, Valéria Moura da. **Introdução ao cálculo: uma proposta associando pesquisa e intervenção**. 2011. 161 f. Mestrado em Ensino de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2011.
- MARQUES, Leandro. **Sobre a utilização do livro didático no estudo de derivadas parciais**. 2009. 81 f. Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.
- MATHEUS, Pedro. **Cálculo diferencial e integral nos livros didáticos: uma análise do ponto de vista da organização praxeológica**. 2006. 188 f. Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006.
- MEIRA, Samuel Souza. **Aprendizagem significativa e assimilação obliteradora: um estudo com conceitos de Cálculo**. 2015. 165 f. Tese (Doutorado) - Curso de Doutorado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2015.
- MORETTI, Mérciles Thadeu. O papel dos registros apel dos registros de represent de representação na ação na aprendizagem de matemática. **Contrapontos**, Itajaí, v. 2, n. 6, p. 423-437, 2002.
- NÉ, Adriano Luiz dos Santos. **A análise da linguagem matemática como elemento para pensar o ensino e a aprendizagem da prática de esboço de curvas no ensino superior**. 2013. 157 f. Mestrado em Educação Científica e Tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2013.
- PAGANI, Erica Marlúcia. **O ensino-aprendizagem-avaliação de derivadas no curso técnico integrado ao médio através da resolução de problemas**. 168 f. Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática. Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2016.
- PICONE, Desiree Frasson Balielo. **Os registros de representação semiótica mobilizados por professores no ensino do Teorema Fundamental do Cálculo**. 2007. 126 f. Mestrado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.
- REZENDE, Wanderley Moura. **O ensino de cálculo: dificuldades de natureza epistemológica**. 2003. 450 f. Doutorado em Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.
- RAMOS, Vagner Valeiro. **Dificuldades e concepções de alunos de um curso de licenciatura em matemática, sobre derivada e suas aplicações**. 2009. 86 f. Mestrado Profissional em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.
- SANTOS, Maria Bethânia Sardeiro dos. **Um olhar para o conceito de limite: constituição, apresentação e percepção de professores e alunos sobre o seu ensino e aprendizado**. 2013. 388 f. Doutorado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2013.
- SANTOS, Ueslei Galvão do Rosário. **O estudo de relações entre os conceitos derivada e declive da reta tangente envolvendo licenciandos em matemática**. 2017. 339 f. Mestrado em Educação Matemática, Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2017.

SILVA, José Roberto Damasceno da. **Um estudo de registros de representação semiótica na aprendizagem dos conceitos de máximos e mínimos de funções**. 2005. 120 f. Mestrado em Educação, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2005.

THIEL, Afrânio Austregésilo. **Práticas matemáticas no plano cartesiano: um estudo da coordenação de registros de representação**. 2013. 235 f. Doutorado em Educação Científica e Tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2013.

VAZ, Iêda do Carmo. **Os conceitos de limite, derivada e integral em livros didáticos de cálculo e na perspectiva de professores de matemática e de disciplinas específicas em cursos de engenharia**. 2010. 180 f. Mestrado em Educação Tecnológica, Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2010.

*Recebido em 17 de dezembro de 2020
Aprovado em 28 de junho de 2021*